

任意断面浮体の2次元係留運動と波の変形

TWO-DIMENSIONAL MOTIONS OF MOORED FLOATING BODIES
WITH ARBITRARY CROSS-SECTION

井島 武士*・吉田 明德**・山本 督夫***

By Takeshi IJIMA, Akinori YOSHIDA and Tokuo YAMAMOTO

1. 要 旨

本論文は水面に係留された種々の断面形状の浮体による波の変形と浮体運動を2次元境界値問題として解く方法として、流体運動の速度ポテンシャルの存在と微小振幅波運動を仮定し、ポテンシャル関数に関するグリーンの公式を直接数値的に解く方法を述べ、それによる数値解の妥当性および浮体形状による適用の限界を実験により推定したものである。その結果、浮体断面形状が鋭角の隅角部をもち、回転運動による渦度発生とその抵抗が著しい場合を除き、換言すれば、流体運動が無渦運動であって速度ポテンシャルの存在が現実になり立つ限り、この方法が妥当な解を与えることが確かめられた。また、対称係留の対称断面浮体においては、一般に、浮体の水平運動に起因する低周波数域での入射波に対する完全遮断と、鉛直運動に起因する高周波数域での同じ現象が存在することが見出された。

この解析法は、グリーン関数による解析が困難とされている水底あるいは反射壁が任意の形状をもつ一般の場合にも、一定水深の場合に対するとまったく同様に適用される。

2. は し が き

浮防波堤によって波を制御する試みは古くから考えられ、最近わが国や欧米諸国で実用化されようとしており、その研究¹⁾も活発に行われている。しかし、力学的解析を基礎とする研究は比較的少なく、特に有限水深域における問題の取り扱いとは特定の条件の場合に限られている^{2),3)}。本論文は、この問題を2次元浮体運動として取り扱う場合の解析法を展開するものである。

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科

** 学生会員 九州大学助手 工学部水工土木学科

*** Ph.D. オレゴン州立大学助教授 土木工学科

ここでは浮体の2次元運動について、一般に考える諸条件の変化に対応できる解析法を示し、計算例として円形、矩形、三角形の断面をもつ浮体が弾性索によって係留されている場合の運動と波の反射率および通過率を求め、これらを実験により検証し、解析法の妥当性とその適用限界に対する考察を述べることにする。

この解析法は前論文⁴⁾に述べた固定境界面に関する2次元境界値問題の解析法を振動境界面に用い、浮体運動の解析に拡張するもので、前論文においては一定水深域のポテンシャル関数を進行波項と散乱波項からなる無限級数の形で展開したが、本論文では仮想境界面を浮体から十分離れた一定水深域に設けて散乱波項を省略することにより、計算式を簡略化している。これにより無限水深の場合を容易に含むことができる。

John (1950)⁵⁾によれば、全没水浮体の場合あるいは半没水でも没水面上の任意点を通る鉛直線が自由表面と交わる場合には、ポテンシャル関数に対する唯一解の存在の数学的証明は困難とされるが(速度ポテンシャルをもつ流体運動が物理的に不確定という意味ではない)、本論文の方法では中心が静水面以下にある円形断面浮体と、三角形浮体の例からもわかるように、確定解が求められ、浮体の回転運動による渦度抵抗が小さい場合には、実験値との一致が良好であることが示される。

本論文は解析法の検証に主眼をおき、浮体運動そのものについての詳細の検討は省略した。

3. 解 析

(1) 基本 条件

Fig. 1 に示すように、没水面 $CDD'C'$ をもつ浮体が点 D, D' において弾性索により係留されているとする。原点 O を静水面、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸をとり、静止時の浮体重心は点 (\bar{x}_0, \bar{z}_0) に、浮心は点 (x_b, z_b) にあり、水深は沖側の一定値 h から岸側の一定値 h' ま

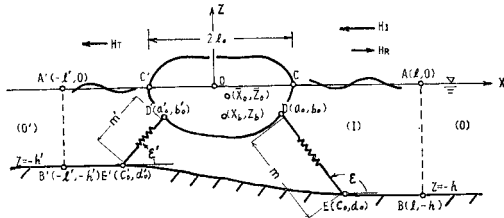


Fig. 1 Definition Sketch for Floating Body

で任意の形で変わるものとする。

右方から入射する振幅 ζ_0 、周波数 $\sigma (=2\pi/T : T$ は周期) の正弦波により浮体は微小運動を行い、時刻 t には、重心は点 (x_0, z_0) にあって角度 δ だけ回転しているものとする (角度はすべて反時計回りに測るものとする)。この運動の水平と鉛直の変位および回転角の複素振幅をそれぞれ X, Z および θ とすると、浮体運動は次式で表わされる。

$$x_0 - \bar{x}_0 = X e^{i\sigma t}, \quad z_0 - \bar{z}_0 = Z e^{i\sigma t}, \quad \delta = \theta e^{i\sigma t} \dots (1)$$

流体運動は非粘性、非圧縮性の完全流体における微小振幅波運動で、 g を重力の加速度とすると、式 (2) の形の速度ポテンシャル $\phi(x, z; t)$ をもち、ポテンシャル関数 $\phi(x, z)$ は式 (3) のラプラスの方程式を満足する。

$$\phi(x, z; t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, z) e^{i\sigma t} \dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots (3)$$

浮体から十分離れた一定水深域における位置 $x=l$ および $x=-l'$ に Fig. 1 のように幾何学的仮想面 AB, A'B' を設け、流体域を (O) ($x \geq l$), (O') ($x \leq -l'$) および (I) ($-l' \leq x \leq l$) に分け、各領域の速度ポテンシャルとポテンシャル関数をそれぞれ ϕ_0, ϕ_0', ϕ および $\bar{\phi}_0, \bar{\phi}_0', \bar{\phi}$ とする。領域 (O) および (O') には散乱波は存在せず、前者は水深 h で入射波と反射波、後者は水深 h' で通過波のみが存在する領域である。

以上の仮定のもとで、領域 (I) の流体運動を規定するポテンシャル関数 ϕ を前論文⁴⁾に示したと類似の方法で求めることになる。

(2) 領域 (I) の境界面におけるポテンシャル関数とその法線微分値との関係

仮想面 AB, A'B', 自由表面 AC, C'A', 水底面 B'E' EB および浮体没水面 CDD'C' によって囲まれる領域 (I) の各境界面でのポテンシャル関数とその外向き法線微分値との関係は以下のように求められる。

a) 仮想面 AB および A'B' におけるポテンシャル関数と法線微分値

領域 (O) および (O') のポテンシャル関数 ϕ_0, ϕ_0' は自由表面および水底条件を満足するラプラスの方程式 (3) の解としてそれぞれ次のように与えられる。

$$\phi_0(x, z) = (e^{ikx} + K_r e^{-ikx}) \cdot A(kz) \dots (4)$$

$$\phi_0'(x, z) = K_t e^{ik'x} \cdot A(k'z) \dots (5)$$

ここで、

$$A(kz) = \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}, \quad A(k'z) = \frac{\cosh k'(z+h')}{\cosh k'h'} \dots (6)$$

上式で K_r および K_t はそれぞれ反射率および通過率を表わす複素定数、 k および k' は次式による波数である。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh = gk' \tanh k'h' \dots (7)$$

式 (4) の右辺第 1 項は入射波を表わし、その水面波形は式 (2) を考慮すれば次の形である。

$$\zeta_i = \zeta_0 R [-ie^{i(kx+\sigma t)}] = \zeta_0 \sin(kx+\sigma t) \dots (8)$$

領域 (I) の大きさを代表する一定値 (たとえば仮想面間の水平距離 $(l+l')$) を h_0 とし、境界面における外向き法線 ν に関するポテンシャル関数の微分値 $h_0 \partial \phi / \partial \nu$ を $\bar{\phi}$ として示すと、仮想面 AB および A'B' における ϕ および $\bar{\phi}$ は式 (4), (5) により次のようになる。

$$\phi_0(x) = (e^{ikl} + K_r e^{-ikl}) \cdot A(kz),$$

$$\bar{\phi}_0(x) = i\lambda_0 (e^{ikl} - K_r e^{-ikl}) \cdot A(kz) \dots (9)$$

$$\phi_0'(x) = K_t e^{-ik'l'} \cdot A(k'z),$$

$$\bar{\phi}_0'(x) = -i\lambda_0' K_t e^{-ik'l'} \cdot A(k'z) \dots (10)$$

ここで、

$$\lambda_0 = kh_0, \quad \lambda_0' = k'h_0 \dots (11)$$

b) 自由表面 AC, C'A' および水底面 B'E' EB における関係

前論文⁴⁾の式 (9), (10) に示したように、自由表面と水底面ではそれぞれ次の関係にある。

自由表面で、

$$\bar{\phi} = \Gamma \phi; \quad \Gamma = \frac{\sigma^2 h_0}{g} \dots (12)$$

水底面で、

$$\bar{\phi} = 0 \dots (13)$$

c) 浮体の没水面における関係

式 (1) に示すような微小運動を行う浮体の没水面上の点 (x, z) に接する流体の水平および鉛直流速は、運動学的境界条件により次式のように表わされる。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = i\sigma [X - (z - \bar{z}_0) \theta] e^{i\sigma t}$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = i\sigma [Z + (x - \bar{x}_0) \theta] e^{i\sigma t} \dots (14)$$

この点における外向き法線方向の流速 $\partial \phi / \partial \nu$ は法線の方向余弦 $\cos(\nu, x), \cos(\nu, z)$ により次式で表わされる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \nu} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos(\nu, x) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos(\nu, z) \dots (15)$$

没水面に沿って $\overrightarrow{CDD'C'}$ の向きに測る長さを s とすると、 $\cos(\nu, x) = dz/ds, \cos(\nu, z) = -dx/ds$ であるから、式 (2), (14), (15) により、没水面上での $\bar{\phi} (=h_0 \partial \phi / \partial \nu)$ は次式で表わされる。

$$\bar{\phi}(x, z) = iI \left[\frac{X}{\zeta_0} \cdot \frac{dz}{ds} - \frac{Z}{\zeta_0} \cdot \frac{dx}{ds} - \frac{\theta h_0}{\zeta_0} \left\{ \frac{x - \bar{x}_0}{h_0} \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{z - \bar{z}_0}{h_0} \cdot \frac{dz}{ds} \right\} \right] \dots\dots\dots (16)$$

(3) 浮体の運動方程式

浮体の質量を M , 重心 (\bar{x}_0, \bar{z}_0) に関する慣性モーメントを I , 浮体に作用する流体圧力の水平と鉛直合力および重心に関する回転モーメントを P_x, P_z および T_θ , 浮体の鉛直変位と回転に対する静水圧による復原力と復元モーメントを P_s および T_s , 係留索の弾性により浮体に作用する水平と鉛直方向の係留力および重心に関するモーメントを F_x, F_z および M_θ とし, 流体摩擦力, 係留索の質量およびそれに作用する流体力などの効果を無視すると, 微小運動における浮体の運動方程式は次式で表わされる。

$$M \frac{d^2 x_0}{dt^2} = P_x + F_x, \quad M \frac{d^2 z_0}{dt^2} = P_z + P_s + F_z$$

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = T_\theta + T_s + M_\theta \dots\dots\dots (17)$$

a) 浮体の形状特性

流体密度を ρ とし, 浮体質量 M と重心に関する慣性モーメント I を次の形で表わす。

$$M = \rho \nu_1 h_0^2, \quad I = \rho \nu_2 h_0^4 \dots\dots\dots (18)$$

簡単のため, 浮体重心は水線線 CC' の中央点を通る鉛直線上にあるものとし, 水線線の長さを $CC' = 2l_0$, その中点に関する浮遊平面の2次モーメントを I_y , 浮体没水部分の断面積を V とすると, I_y および V は次式で表わされる。

$$I_y = \frac{2}{3} l_0^3, \quad V = \nu_3 h_0^2 \dots\dots\dots (19)$$

式(18), (19)の ν_1, ν_2, ν_3 は浮体の断面形状と密度分布および係留索の初期張力により決まる定数である。

b) 流体圧力

浮体の没水面上の点 (x, z) において浮体に作用する動水圧力 p は, ポテンシャル関数 $\phi(x, z)$ により, $p = -i\rho g \zeta_0 \phi(x, z) \exp(i\omega t)$ の形で与えられるから, 式(16)と同様に s を用い, 没水面に沿う線積分を \oint で表わすことにすると, 浮体に作用する水平と鉛直の合力および重心 (\bar{x}_0, \bar{z}_0) に関するモーメントは次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \oint p \cos(\nu, x) ds = -i\rho g \zeta_0 e^{i\omega t} \oint \phi(x, z) dx \\ P_z &= \oint p \cos(\nu, z) ds = i\rho g \zeta_0 e^{i\omega t} \oint \phi(x, z) dx \\ T_\theta &= \oint p \{ -(x - \bar{x}_0) \cos(\nu, z) + (z - \bar{z}_0) \cos(\nu, x) \} ds \\ &= i\rho g \zeta_0 e^{i\omega t} \oint \phi(x, z) \{ (x - \bar{x}_0) dx + (z - \bar{z}_0) dz \} \end{aligned} \right\}$$

また, 静水圧による復原力と復元モーメントは式(19)により次のようになる。

$$P_s = -2 \rho g l_0 Z e^{i\omega t},$$

$$T_s = -\rho g V \left\{ \frac{2}{3} \frac{l_0^3}{V} - (\bar{z}_0 - z_b) \right\} \theta e^{i\omega t} \dots\dots\dots (21)$$

c) 係留力

Fig. 1 に示すように, 沖側係留索について, 係留点を $D(a_0, b_0), E(c_0, d_0)$, 平衡状態における弾性索の長さを m , ばね定数を K , 初期張力を F_0 , 係留索と水平軸のなす角度を ϵ とし, 岸側係留索については ' を付して表わすものとする。

このとき, 浮体運動に伴って, 係留索 DE により浮体に作用する水平力 $F_x^{(1)}$, 鉛直力 $F_z^{(1)}$, および重心 (\bar{x}_0, \bar{z}_0) に関するモーメント $M_\theta^{(1)}$ をそれぞれ次式で表わすこととする。

$$\left. \begin{aligned} F_x^{(1)} &= (-K_{xx}^{(1)} X - K_{xz}^{(1)} Z + K_{x\theta}^{(1)} \theta) e^{i\omega t} \\ F_z^{(1)} &= (-K_{zx}^{(1)} X - K_{zz}^{(1)} Z + K_{z\theta}^{(1)} \theta) e^{i\omega t} \\ M_\theta^{(1)} &= (K_{\theta x}^{(1)} X + K_{\theta z}^{(1)} Z - K_{\theta\theta}^{(1)} \theta) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ここで, $K_{xx}^{(1)}, K_{xz}^{(1)}, K_{x\theta}^{(1)}$ はそれぞれ浮体の単位水平変位, 鉛直変位および回転角による係留力の水平分力を表わし, ほかも同様である。すると, これらはそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{xx}^{(1)} &= K \cos^2 \epsilon + f_0 \sin^2 \epsilon \\ K_{xz}^{(1)} &= K_{zx}^{(1)} = K \cos \epsilon \sin \epsilon - f_0 \cos \epsilon \sin \epsilon \\ K_{x\theta}^{(1)} &= K_{\theta x}^{(1)} = K S \cos^2 \epsilon - f_0 \{ (\bar{z}_0 - b_0) + S \cos^2 \epsilon \} \\ K_{zz}^{(1)} &= K \sin^2 \epsilon + f_0 \cos^2 \epsilon \\ K_{z\theta}^{(1)} &= K_{\theta z}^{(1)} = K S \cos \epsilon \sin \epsilon + f_0 \{ (\bar{z}_0 - b_0) \cdot \sin \epsilon + (\bar{x}_0 - a_0) \cos \epsilon \} \cos \epsilon \\ K_{\theta\theta}^{(1)} &= K S^2 \cos^2 \epsilon - f_0 \{ (\bar{z}_0 - b_0) \sin \epsilon + (\bar{x}_0 - a_0) \cdot \cos \epsilon \} \{ (c_0 - \bar{x}_0) \sec \epsilon + S \sin \epsilon \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

上式で,

$$S = b_0 - \bar{z}_0 - (a_0 - \bar{x}_0) \tan \epsilon, \quad f_0 = F_0/m$$

岸側係留索 D'E' に関しては式(23)における $K, m, F_0, \epsilon (a_0, b_0) (c_0, d_0)$, の代わりに ' を付して $K_{xx}^{(2)}, K_{xz}^{(2)} \dots$ を表わすことができ, これらによって式(22)の形で, 浮体に作用する水平力, 鉛直力およびモーメント $F_x^{(2)}, F_z^{(2)}, M_\theta^{(2)}$ が計算される。これらの和として係留力 F_x, F_z, M_θ は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= (-K_{xx} X - K_{xz} Z + K_{x\theta} \theta) e^{i\omega t} \\ F_z &= (-K_{zx} X - K_{zz} Z + K_{z\theta} \theta) e^{i\omega t} \\ M_\theta &= (K_{\theta x} X + K_{\theta z} Z - K_{\theta\theta} \theta) e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ここで, $K_{xx} = K_{xx}^{(1)} + K_{xx}^{(2)}, K_{xz} = K_{xz}^{(1)} + K_{xz}^{(2)} \dots$ である。なお, 係留索 DE に作用する張力の変動部分は次式で計算される。

$$F=K(X+Z \tan \varepsilon - \theta S) \cos \varepsilon e^{i\theta t} \dots\dots\dots (25)$$

索 D'E' については、K および ε , (a_0, b_0) に ' を付して表わされる。

式 (17) の各項に式 (1), (18)~(21) および (24) を代入し整理すると、次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} i \oint \phi(x, z) \frac{dz}{h_0} + \alpha_1 \frac{X}{\zeta_0} + k_{xz} \frac{Z}{\zeta_0} - k_{x\theta} \frac{\theta h_0}{\zeta_0} &= 0 \\ -i \oint \phi(x, z) \frac{dx}{h_0} + k_{zx} \frac{X}{\zeta_0} + \alpha_2 \frac{Z}{\zeta_0} - k_{z\theta} \frac{\theta h_0}{\zeta_0} &= 0 \\ i \oint \phi(x, z) \left\{ \frac{(x-\bar{x}_0)}{h_0} \frac{dx}{h_0} + \frac{(z-\bar{z}_0)}{h_0} \frac{dz}{h_0} \right\} \\ + k_{\theta x} \frac{X}{\zeta_0} + k_{\theta z} \frac{Z}{\zeta_0} - \alpha_3 \frac{\theta h_0}{\zeta_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ここで、

$$\alpha_1 = k_{xx} - \nu_1 \Gamma, \quad \alpha_2 = k_{zz} + 2 \frac{l_0}{h_0} - \nu_1 \Gamma, \quad \alpha_3 = k_{\theta\theta} + \frac{2}{3} \left(\frac{l_0}{h_0} \right)^3 - \nu_3 \frac{\bar{z}_0 - z_b}{h_0} - \nu_2 \Gamma \dots\dots\dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{xx} &= \frac{K_{xx}}{\rho g h_0}, \quad k_{zz} = \frac{K_{zz}}{\rho g h_0}, \quad k_{\theta\theta} = \frac{K_{\theta\theta}}{\rho g h_0^3}, \\ k_{xz} &= k_{zx} = \frac{K_{xz}}{\rho g h_0}, \quad k_{x\theta} = k_{\theta x} = \frac{K_{x\theta}}{\rho g h_0^2}, \\ k_{z\theta} &= k_{\theta z} = \frac{K_{z\theta}}{\rho g h_0^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

式 (23) からわかるように、浮体重心が水際線 CC' の中点を通る鉛直線上にあって、また、係留点 DD' が重心に関して対称で、同じばね定数の索が対称に張られている場合には $K=K', s=s', \varepsilon'=\pi-\varepsilon$ であるから、 $K_{xx}=K_{zx}=K_{z\theta}=K_{\theta z}=0$ であるので、鉛直運動は、水平および回転運動と、係留力による連成はないことになる。

(4) グリーンの公式

領域 (I) を囲む境界線を N 個の点で N 個の微小要素に分割し、各要素の中点を (ξ_j, η_j) ($j=1 \sim N$) で示し、長さを ds_j とすると、各点でのポテンシャル関数値 $\phi(j) = \phi(\xi_j, \eta_j)$ と外向き法線に関する微分値 $\bar{\phi}(j) = \bar{\phi}(\xi_j, \eta_j) = h_0 \partial \phi / \partial \nu$ との間にはグリーンの公式による次の関係式が成立する。

$$-\phi(i) + \sum_{j=1}^N [\bar{E}_{ij} \phi(j) - E_{ij} \bar{\phi}(j)] = 0, \quad (i, j=1 \sim N) \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 E_{ij}, \bar{E}_{ij} は各要素についての積分値で次式のように、考える領域の幾何学的形状のみに関係する。

$$\begin{aligned} E_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_{ds_j} \log \left(\frac{R_{ij}}{h_0} \right) \frac{ds}{h_0} = \frac{1}{\pi} \log \left(\frac{R_{ij}}{h_0} \right) \frac{ds_j}{h_0} \\ E_{ii} &= \frac{1}{\pi} \left(\log \frac{ds_i/h_0}{2} - 1 \right) \frac{ds_i}{h_0} \\ \bar{E}_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_{ds_j} h_0 \frac{\partial}{\partial \nu} \log \left(\frac{R_{ij}}{h_0} \right) \frac{ds}{h_0} = \frac{\theta_{ij}}{2\pi} \end{aligned}$$

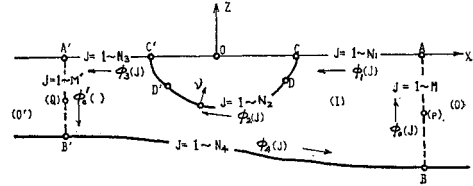


Fig. 2 Definition Sketch for Potential Functions on the Boundaries

$$\bar{E}_{ii} = 0, \quad R_{ij} = \sqrt{(\xi_j - \xi_i)^2 + (\eta_j - \eta_i)^2} \dots\dots\dots (30)$$

$ds_j = \sqrt{(d\xi_j)^2 + (d\eta_j)^2}$, θ_{ij} は点 i が j 番目の要素に対して張る角度である。

Fig. 2 に示すように流体力の境界線 AC, CDD'C', C'A', A'B'B'B' および BA 上のポテンシャル関数をそれぞれ $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_0', \phi_4$ および ϕ_0 とし、境界線をそれぞれ $N_1, N_2, N_3, M', N_4, M$ 個の点で分割する。境界 AC, C'A', B'B' に対しては式 (12), (13), AB, A'B' に対しては式 (9), (10) が成り立ち、CDD'C' に対しては式 (16) が存在する (各境界線上の点は Fig. 2 の矢印の向きに配列されている)。これらの関係を式 (29) に用いると次の関係式となる。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{N_1} [-\delta(i, I) \delta_{ij} + \bar{E}_{ij} - \Gamma E_{ij}] \phi_1(j) \\ & + \sum_{j=1}^{N_2} [-\delta(i, II) \delta_{ij} + \bar{E}_{ij}] \phi_2(j) \\ & + \sum_{j=1}^{N_3} [-\delta(i, III) \delta_{ij} + \bar{E}_{ij} - \Gamma E_{ij}] \phi_3(j) \\ & + \sum_{j=1}^{N_4} [-\delta(i, IV) \delta_{ij} + \bar{E}_{ij}] \phi_4(j) + K_p e^{-ikh} \\ & \cdot \left[-\delta_{pi} A(kz_p) + \sum_{j=1}^M F_{ij} A(kz_j) \right] \\ & + K_l e^{-ikh'l} \left[-\delta_{qi} A(k'z_q) + \sum_{j=1}^{M'} F_{ij}' A(k'z_j) \right] \\ & - i\Gamma \left[\sum_{j=1}^{N_1} E_{ij} \frac{dx_j}{ds_j} \frac{X}{\zeta_0} - \sum_{j=1}^{N_2} E_{ij} \frac{dx_j}{ds_j} \frac{Z}{\zeta_0} \right. \\ & \left. - \sum_{j=1}^{N_3} E_{ij} \left(\frac{x_j - \bar{x}_0}{h_0} \frac{dx_j}{ds_j} + \frac{z_j - \bar{z}_0}{h_0} \frac{dz_j}{ds_j} \right) \frac{\theta h_0}{\zeta_0} \right] \\ & = e^{ikh} \left[\delta_{pi} A(kz_p) - \sum_{j=1}^M F_{ij}^* A(kz_j) \right] \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \bar{E}_{ij} + i\lambda_0 E_{ij}, \quad F_{ij}' = \bar{E}_{ij}' + i\lambda_0' E_{ij}', \\ F_{ij}^* &= \bar{E}_{ij} - i\lambda_0 E_{ij} \end{aligned}$$

上式で δ_{ij} はクロネッカーのデルタで、 $\delta_{ij}=0$ ($j \neq i$); $=1$ ($j=i$) である。 $\delta(i, I), \delta(i, II)$ 等は点 (i) がそれぞれ AC, CDD'C' の上にあるときは 1, しからざるときは 0 を表わすものとする。また、 p および q はそれぞれ AB および A'B' 上の任意点 $(p) = (l, z_p), (q) = (-l', z_q)$ を表わす (一般に AB および A'B' の中点をとるのが適当である)。式 (31) における点 (i) は各境界線上でそれぞれ $1 \sim N_1, 1 \sim N_2, 1 \sim N_3, 1 \sim N_4$ を取り、AB, A'B' 上では (p) および (q) の位置を取

るものとするから、式 (31) は総数で $(N_1+N_2+N_3+N_4+2)$ 個の連立方程式を与えることになる。

式 (26) も同様にして次の形で表わされる。

$$i \sum_{j=1}^{N_1} \phi_2(j) \frac{\Delta x_j}{h_0} + \alpha_1 \frac{X}{\zeta_0} + k_{xz} \frac{Z}{\zeta_0} - k_{x\theta} \frac{\theta h_0}{\zeta_0} = 0 \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$-i \sum_{j=1}^{N_1} \phi_2(j) \frac{\Delta x_j}{h_0} + k_{zx} \frac{X}{\zeta_0} + \alpha_2 \frac{Z}{\zeta_0} - k_{z\theta} \frac{\theta h_0}{\zeta_0} = 0 \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$i \sum_{j=1}^{N_1} \phi_2(j) \left\{ \frac{x_j - \bar{x}_0}{h_0} \frac{\Delta x_j}{h_0} + \frac{z_j - \bar{z}_0}{h_0} \frac{\Delta z_j}{h_0} \right\} + k_{\theta x} \frac{X}{\zeta_0} + k_{\theta z} \frac{Z}{\zeta_0} - \alpha_3 \frac{\theta h_0}{\zeta_0} = 0 \quad \dots\dots\dots(34)$$

かくして、式 (31)~(34) は $(N_1+N_2+N_3+N_4+5)$ 個の未知量 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, K_r, K_t$ および X, Z, θ に関する同数の連立一次方程式を与えることとなり、これらを解くことにより、すべての未知量を求めることができる。

(5) 力学量の計算

a) 反射率と通過率および水面波形

反射率と通過率はそれぞれ K_r と K_t の絶対値で与えられる。

水面波形は次式で計算される。

$$\zeta_0(x:t)/\zeta_0 = \sin(kx + \omega t) + |K_r| \sin(-kx + \omega t + \omega), \quad \omega = \arg K_r : (x \geq l) \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$\zeta_I(j:t)/\zeta_0 = R[-i\phi_1(j)e^{i\omega t}], \quad (j=1 \sim N_1) : \\ = R[-i\phi_3(j)e^{i\omega t}], \quad (j=1 \sim N_3) \quad \dots\dots\dots(36)$$

$$\zeta_0'(x:t)/\zeta_0 = |K_t| \sin(k'x + \omega t + \omega'), \quad \omega' = \arg K_t : \\ (x \leq -l') \quad \dots\dots\dots(37)$$

b) 浮体運動と浮体および係留索に作用する力

浮体運動の複素振幅は、 $X/\zeta_0, Z/\zeta_0, \theta h_0/\zeta_0$ で与えられ、係留索に作用する引張力の変動部分は式 (25) により次式で計算され、これと初期張力の和によって全引張力が計算される。

$$\frac{F}{\zeta K} = \left[\frac{X}{\zeta_0} + \frac{Z}{\zeta_0} \tan \epsilon - \frac{\theta h_0}{\zeta_0} \frac{S}{h_0} \right] \cos \epsilon e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots(38)$$

浮体に作用する流体力は式 (20) により次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_x}{\rho g \zeta_0 h_0} &= -ie^{i\omega t} \sum_{j=1}^{N_1} \phi_2(j) \frac{\Delta z_j}{h_0}, \\ \frac{P_z}{\rho g \zeta_0 h_0} &= ie^{i\omega t} \sum_{j=1}^{N_1} \phi_2(j) \frac{\Delta x_j}{h_0} \\ \frac{T_\theta}{\rho g \zeta_0 h_0^2} &= ie^{i\omega t} \sum_{j=1}^{N_1} \phi_2(j) \left[\frac{x_j - \bar{x}_0}{h_0} \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\Delta x_j}{h_0} + \frac{z_j - \bar{z}_0}{h_0} \frac{\Delta z_j}{h_0} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

c) 流体内部のポテンシャル関数値

境界上の ϕ の値が知れると、 $\bar{\phi}$ は式 (9), (10), (12), (13) および (16) で計算されるから、グリーンの定理により、流体域内の点 (x, z) におけるポテンシャル関数値 $\phi(x, z)$ は次式で計算される。

$$\phi(x, z) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{E}_{Xj} \phi(j) - E_{Xj} \bar{\phi}(j)] \quad \dots\dots\dots(40)$$

ここで、 E_{Xj}, \bar{E}_{Xj} は式 (30) の点 $(i) = (\xi_i, \eta_i)$ の代わりに点 $X = (x, z)$ とおいて計算される。

(6) 深海域または反射壁前面に浮体がある場合

この場合にも既述の方法が適用される。

a) 深海域に浮体がある場合

このときは $A(kz)$ および $A(k'z)$ はともに e^{kz} とおけばよい。

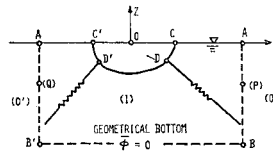


Fig. 3 Fluid Regions for Deep Water

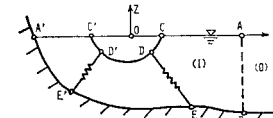


Fig. 4 Floating Body in front of Wall

k は $\sigma^2 = gk$ の関係で決まり、流体域としては Fig. 3 に示すように、水底面の代わりに 1 波長程度の深さに水平な仮想面 BB' を設け $\bar{\phi} = 0$ において、式 (31)~(34) を解けばよい。

b) 反射壁前面に浮体がある場合

Fig. 4 に示すように、浮体が不透過な反射壁の前面にあるときは流体域は (O) および (I) だけとなる。ゆえに式 (31) で左辺第 6 項を除外して計算すればよい。このときは $|K_r|$ の計算値は当然 1.0 として求められる。

4. 数値計算と実験

上述の解析法を実験的に検証するために、水深一定の条件で円、矩形および三角形断面の浮体について、2次元水路による実験を行い、その実験条件について数値計算を行い、両者を比較することとする。

(1) 実験条件

実験は九州大学工学部水工土木学科水理実験室の2次元造波水路で行った。この水路は幅 1 m, 全長 22 m, 深さ 0.6 m で、フラップ式造波装置をもち、末端では径 30~45 mm の砕石斜面により消波することとしている。波高測定には抵抗線式波高計を用い、ペン書きオシログラフに記録して読みとった。浮体運動の振幅を測定するためには、高さ 3 m のやぐらを水路に固定し、浮体

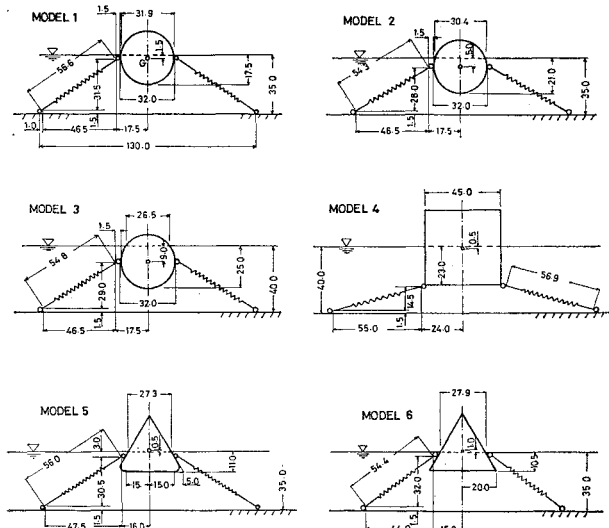


Fig. 5 Dimensions for Model of Floating Body

重心に取り付けたタングステン線を滑車を介して針の動きに変えて拡大し、目視により読みとる方法とともに、16 ミリカメラにより浮体重心の位置と浮体の傾斜角を測定する方法を行った。

実験に用いた浮体はすべて幅 96~98 cm とし、断面寸法と水面に対する重心位置および係留条件を Fig. 5 に示すようにとっている。図中の数字は cm 単位で長さを示している。Model 1, 2, 3 の円形断面浮体は外径 320 mm の塩ビパイプ、Model 4 の矩形断面浮体および Model 5, 6 の三角形断面浮体は 15 mm 厚のベニヤ板で作成、断面両端にコンクリート版を挿入して重量と重心位置を調整した。係留索としては、線径 1.60 mm、コイル外径 13.0 mm ばね定数 $K=17.5$ kg/m のばねと、コイル外径 16.0 mm ばね定数 $K=9.3$ kg/m のばねとを組み合わせて用いることとした。係留方法は左右対称の open type とし、浮体にフックをつけ、水底には鉄製フレームを沈設し係留した。これらのばねによるばね定数を浮体幅に一樣に分布するものとして換算した値

Table 1 Characteristics of Floating Body in Experiment

モデル番号	1	2	3	4	5	6
水深 (cm)	35	40	35	40	35	35
断面形状	半径 16 cm の円		1 辺 45 cm の正正方形	1 辺 40 cm の正三角形		
重量 (kg)	34.1	45.4	100.0	25.1	24.2	
慣性モーメント (kg/m ²)	0.5517	0.6708	3.5420	0.3812	0.3596	
静水面からの重心の位置 (cm)	-1.5	-5.0	-9.0	-0.5	0.5	1.0
換算ばね定数 (kg/m)	35.7	80.9	80.9	36.5	35.9	35.7

(注) 重量、慣性モーメント、換算ばね定数は浮体の長さ 1 m についての値である。

を浮体寸法などとともに Table 1 に示した。なお、上記実験においては入射波高を 2~3 cm とした。

(2) 数値計算

数値計算には九大大型計算機センターの FACOM-230-M-7 により、計算入力データとして Table 2 に示す各モデルの条件を入力した。仮想境界面 AB, A'B' は浮体重心から水深の 3 倍 ($l=l'=3h$) の位置に設け、境界線の分割点数は浮体の左右水面に各 20 点、仮想境界面に 20 点、水底に 30 点を取り、浮体没水面上は各モデルについてほぼ等線分長となるよう 16~20 点とした。また、無次元化の基準長 h_0 としては水深 h を用いることとした。以上の実験による測定値と計算値とは無次元周波数 $\omega^2 h/g$ に対して各モデルごとに Fig. 6~11 に示してある。図中の丸印は測定

値、実線、破線等は計算値である。なお、各図の (a) における D は浮体の代表長 (円では直径)、 L は波長である。

5. 考 察

(1) 円形断面浮体 (Model 1~3)

Model 1 は重心がほぼ静水面にあって、John (1950) により速度ポテンシャルの存在が理論的に確認されている場合に相当し、Fig. 6 (a), (b) に示すように通過率 $|K|$ および運動振幅の計算値と測定値とは完全に一致しているといつてよく、本解析法の妥当なことが明らかである。Model 2 は重心が半径 1/3 の程度静水面下にある場合で、鉛直振幅 $|Z/\zeta_0|$ の極大値付近で測定値がやや計算値より低いことを除いては、Fig. 7 (a), (b) に見るように計算値と測定値の一致は十分である。Model 3 は前述よりもさらに重心が没水しているが、Fig. 8 (a), (b) でわかるように $|Z/\zeta_0|$ の極大値付近を除いて、計

Table 2 In-Put Dimensions for Numerical Computation

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4	Model 5	Model 6
l_0/h	0.4571	0.4343	0.3313	0.5625	0.3900	0.3983
\bar{x}_0/h	-0.0429	-0.1429	-0.2250	-0.0125	0.0143	0.0286
\bar{z}_0/h	0	0	0	0	0	0
a_0/h	0.5000	0.5000	0.4375	0.6000	0.4571	0.4286
b_0/h	-0.0571	-0.1571	-0.2375	-0.6000	-0.0875	-0.0429
c_0/h	1.8286	1.8286	1.6000	1.9750	1.8143	1.6857
$f_0/\rho gh$	0.0435	0.1002	0.0888	0.0391	0.0433	0.0410
$K/\rho gh$	0.1020	0.2312	0.2023	0.0911	0.1026	0.1020
ε	33.4°	31.1°	32.0°	14.8°	33.0°	36.0°
ν_1	0.2784	0.2784	0.2844	0.6250	0.2047	0.1974
ν_2	0.0368	0.0368	0.0262	0.1384	0.0254	0.0240
ν_3	0.3672	0.4564	0.4208	0.6469	0.2929	0.2909

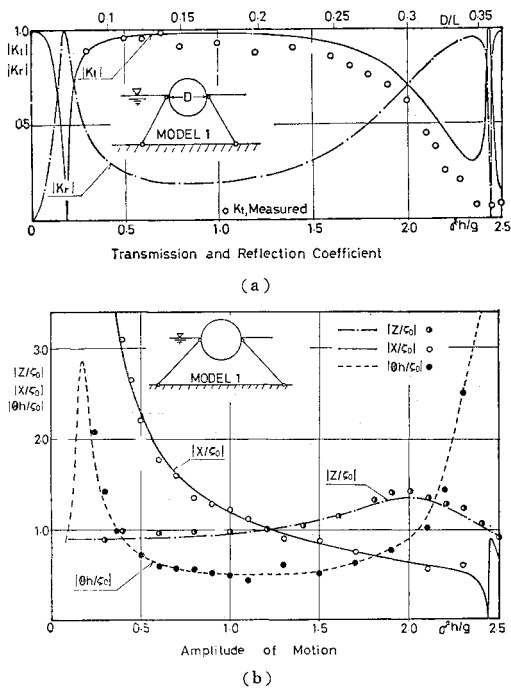
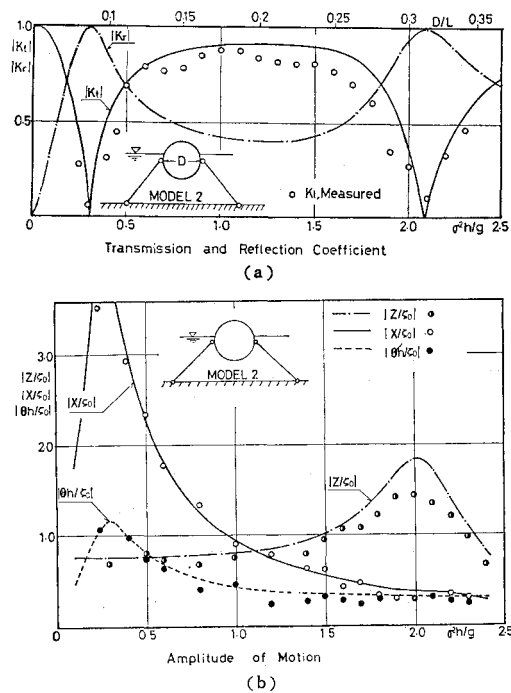


Fig. 6 Measured and Calculated Results for Model 1



算と測定値の一致は良好である。

これらの円形断面浮体の通過率において共通する特徴は、低周波域 ($\sigma^2 h/g < 0.3$) と高周波域 ($\sigma^2 h/g > 1.5$) において通過率 K_t が 0 を示し、完全に波を遮断する特殊な周波数が存在することである。低周波域および高周

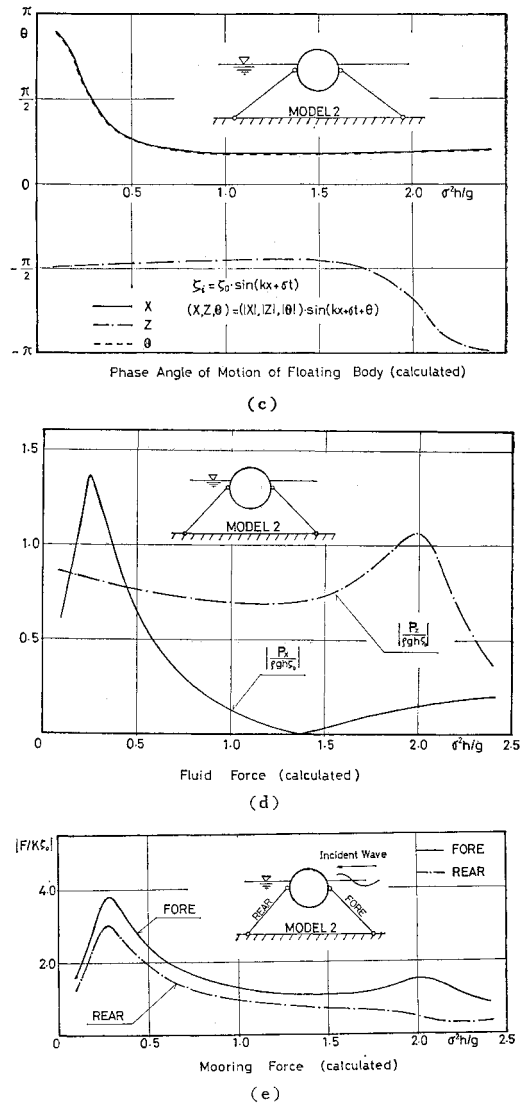


Fig. 7 Measured and Calculated Results for Model 2

波域のそれぞれを σ_L および σ_H とすると、前者の位置はほぼ固定しているが、後者は重心が深く没水するほど著しく低周波側に移動するとともに、周波数による K_t の変化が急激となる。そして、 σ_L の付近では $|X/\zeta_0|$ と $|\theta h/\zeta_0|$ とが極大値を示し、 σ_H の付近では $|Z/\zeta_0|$ が極大値を示す。

円形断面においては、流体力による重心まわりのモーメントは常に 0 であるから、水平流体力による水平変位 $|X/\zeta_0|$ のため、係留力を介して回転角 $|\theta h/\zeta_0|$ が現われることになる。これは Fig. 7(d) で見られるように σ_L 付近で水平流体力 $|F_x/\rho g h \zeta_0|$ が著しく大きい値を示すことから明らかで、 σ_L 付近での $|\theta h/\zeta_0|$ の極大は、水平流体力と係留力に起因するものである。一方、 σ_H 付近では水平流体力は小さく、代わって鉛直流体力が極

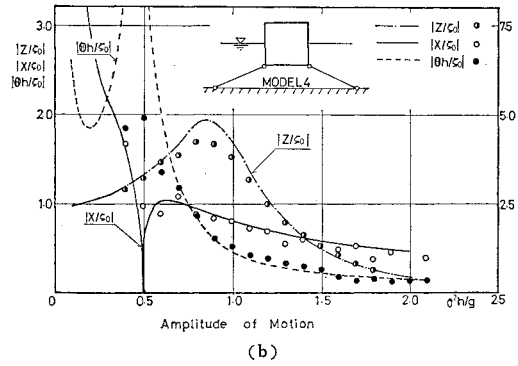
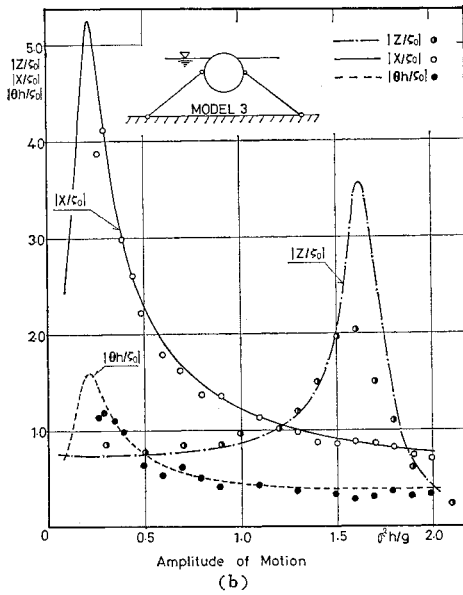
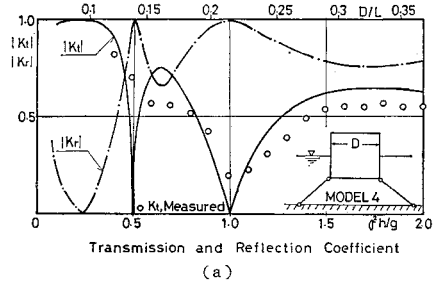
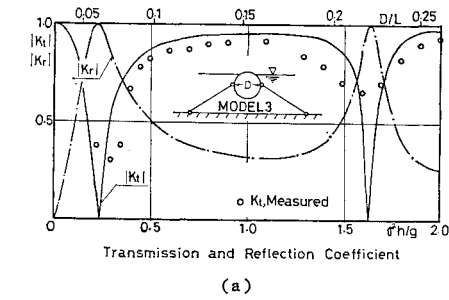


Fig. 8 Measured and Calculated Results for Model 3

大を示し、これにより鉛直変位が極大となり、浮体運動による発生波と固定と考へた場合の浮体を通ずる波の重合の結果、完全遮断の現象が現われることとなる。この場合は対称係留であるから、係留力による鉛直運動と水平運動との連成は0 (式 (23) により $K_{xz}=0$) であり、また、回転運動との連成もないから、 σ_H での完全遮断は鉛直運動によるものと考えてよい。この鉛直流体力の周波数による変化は重心の没水が深いほど急激となるため、 K_z の変化もまた急激に現われることとなる。

また、重心の没水が深いほど、 σ_H 付近の $|Z/c_0|$ の測定値が計算値より小さく現われるのは、円筒の水際線付近での渦度の発生による抵抗によって円筒の鉛直運動が抑制されているためで、これに伴って、Model 3 の場合は K_z の測定値が0までは下らないことになる。

(2) 矩形断面浮体 (Model 4)

矩形断面は円形と異なり、直角の隅角部をもち、また重心に関する流体力のモーメントが存在する。この場合も、Fig. 9(a) に見るように計算値においては $\sigma^2 h/g = 0.5$ および 1.0 に $K_z=0$ を示す周波数 σ_L 、 σ_H があ

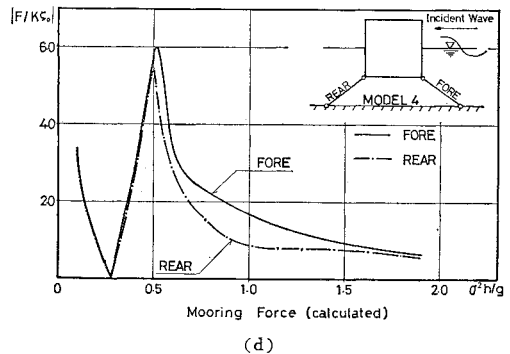
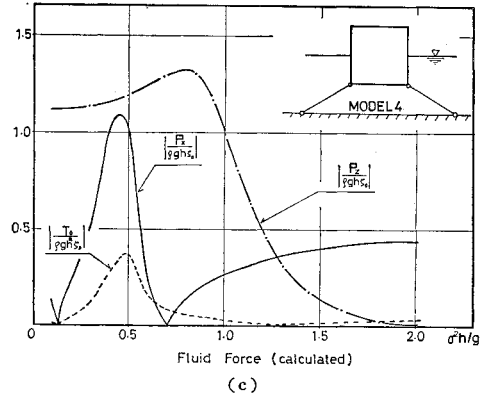


Fig. 9 Measured and Calculated Results for Model 4

り、測定値においては σ_H が明瞭である。Fig. 9(b), (c), (d) でわかるように、低周波側の σ_L は、円形断面におけると同様に、渦度の存在を無視すれば、大きな水平流体力が係留力を介して理論上大きな回転運動が起

こるべきことによるもので、高周波側の σ_H は鉛直運動が卓越することによることがわかる。Fig. 9(b)において $|X/\zeta_0|$ と $|Z/\zeta_0|$ における計算値と測定値の一致は良好であるにかかわらず、 $|\theta h/\zeta_0|$ は σ_L 付近において計算値に比して測定値は著しく小さい。これは円形断面においては回転運動による渦度の発生はないが、直角の隅角部をもつ矩形断面では、回転に伴う渦度の発生のために大きな抵抗を生ずることとなるが、これが無渦運動を仮定した本理論では無視されていることによる。このため、実際の回転角が小さく、したがって、Fig. 9(a) の実測値では σ_L では K_t は0まで低下しない。

このように、計算値は σ_L における K_t および $|\theta h/\zeta_0|$ を除いては、すべての周波数に対して、現象をほぼ正しく表現していると考えられる。

なおこの計算法による結果は、著者のポテンシャル接続法²⁾による計算結果完全にと一致することも確認される。

(3) 隅角部を丸めた三角形断面浮体 (Model 5)

これは重心没水の円形 (Model 3) と矩形断面の中間的形状として、正三角形断面の隅角に丸みをつけたもので、これに対する計算および測定の結果は Fig. 10 に示すようである。

Fig. 10(a) に見るように、 $\sigma^2 h/g \approx 1.4$ に高周波側の $K_t=0$ を示す σ_H があり、また、低周波側でも σ_L の存在が示唆される。この σ_H は円形 (Model 3) と矩形の σ_H との中間にあり、周波数による K_t の変化には類似の傾向が見られる。浮体運動の振幅を示す Fig. 10(b) では $\sigma^2 h/g < 1.4$ における $|X/\zeta_0|$ と $|\theta h/\zeta_0|$ の計算値と測定値の一致は良好である。 σ_H 付近の $|Z/\zeta_0|$ の測定値が計算値よりかなり小さいのは、Model 3 および Model 4 におけると同様な、鉛直運動において浮体側面付近に発生する渦度による抵抗の影響と見られる。 $\sigma^2 h/g > 1.5$ においては Fig. 9(b) に類似の $|\theta h/\zeta_0|$ および $|X/\zeta_0|$ の複雑な変動が現われ、回転運動に対する渦度の抵抗のため、特に $|\theta h/\zeta_0|$ における計算値と測定値のずれが大きい。 $\sigma_H (K_t=0)$ の出現は矩形および円形浮体におけると同様に鉛直運動に起因すると解釈される。

(4) 三角形断面浮体 (Model 6)

これは丸みをつけない正三角形の断面をもつ浮体で計算値と測定値は Fig. 11 に示すようである。Fig. 11(a) に見られるように低周波側の $K_t=0$ を示す σ_L の存在は示唆されるが、高周波側の $K_t=0$ を与える σ_H は消滅している。これは Fig. 11(b) を見るとわかるように、鋭い鋭角の隅角部による強い渦度の発生による抵抗

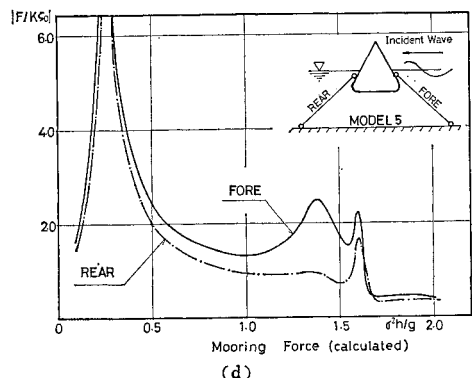
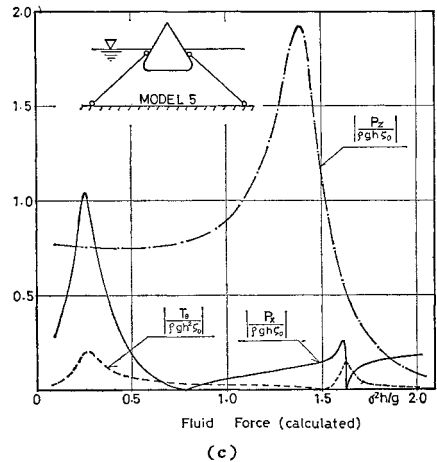
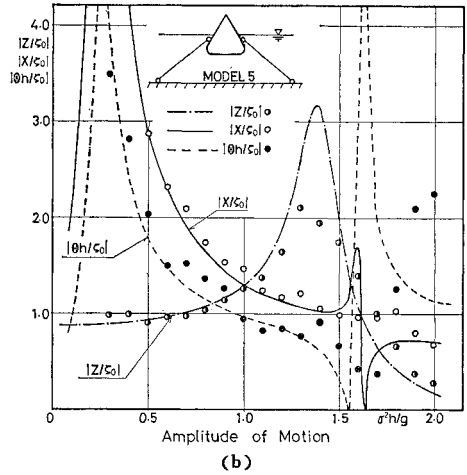
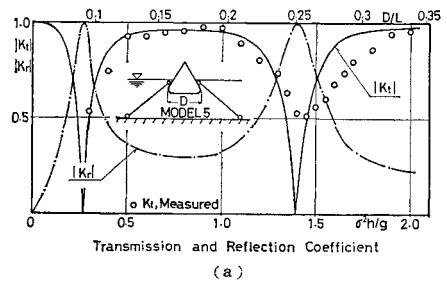


Fig. 10 Measured and Calculated Results for Model 5

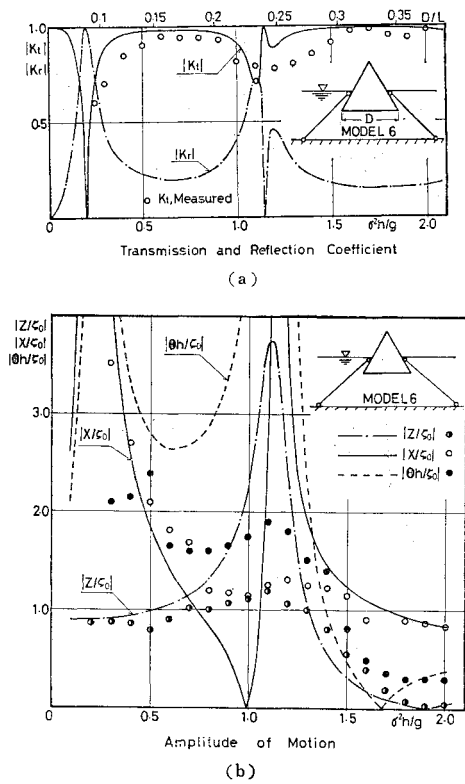


Fig. 11 Measured and Calculated Results for Model 6

のため鉛直運動が強く抑制されるため $|Z/c_0|$ の測定値が計算値より著しく小さくなり、既述の各例におけるような鉛直運動による完全遮断現象が現われないことによると考えられる。同様のことが $|\theta h/c_0|$ についても見られ、回転運動に対する渦度抵抗の影響がきわめて大きく、ほぼ全周波数にわたって計算値と測定値に著しい差異が現われる。この傾向は回転運動と強く連成する水平運動の振幅 $|X/c_0|$ にも見られる。このように、浮体運動に対する渦度の影響が大きいのと対照的に、通過率における計算値と測定値の一致がかなり良好であるのは、渦度の存在が浮体運動には抵抗として直接作用するが、浮体による波の発生と散乱には大きな影響を与えないことを示唆している。

Model 5 と Model 6 を比べると、断面形状における丸みの有無を除いては、ほかの条件はほとんど変わらないにもかかわらず、周波数による波の通過率や浮体運動の変化の様子には著しい差異が現われる。また、Model 1 と Model 2 を比べると、まったく同じ断面であっても係留力を変えて重心位置が没水状態になると通過率に大きな差異を生ずることとなる。

同様のことが矩形断面浮体についてもいえるのであって²⁾、浮体運動や波の反射、通過等の現象に対しては、浮体形状、質量、慣性モーメント、重心位置、係留条件

等の多少の変化が微妙に影響するもので、単純な推測はしばしば誤った結果に導く恐れがある。

6. 結 論

以上述べたことから次の結論が得られる。

(1) 浮体没水面上の各点を通る鉛直線が水面と交わるような形の浮体においても、一般に、運動によって渦度を生ずることが少ないようななめらかな形の浮体に対しては、波の反射、通過あるいは浮体運動は、速度ポテンシャルを仮定した本論文の解析法によって正しく予測することができる。

(2) 浮体形状が隅角部をもつ場合でも、回転運動が著しく大きくなるような周波数付近を除けば、この解析法は十分正しい結果を与えることができる。

(3) 比較的なめらかな形の対称形浮体(円、矩形など)の弾性索による対称係留状態では、入射波を完全に遮断する特異周波数が存在する。この完全遮断現象は水平流体力による浮体の水平運動に起因するものが低周波域に現われ、鉛直流体力による浮体の鉛直運動に起因するものが高周波域に現われる。前者は係留力を介して現われる回転運動に対する渦度抵抗が大きい場合には必ずしも明確に認められないが、後者は鉛直運動に対する渦度抵抗が比較的小さいため一般に明確に現われる(この完全遮断現象は浮体運動による発生波と浮体が固定されたと考えたときの通過波とが等振幅で、 180° の位相差をもって重なり相殺することにより現われるもので、本文に示した open type の係留方式に限らず cross type の係留でも同様に現われる²⁾)。

7. む す び

本論文は解析法の検討を主としたため、係留浮体による波の制御効果や実用上の可能性にはふれていない。ここに示した計算例からもわかるように、単純な形の浮体でも波を有効に制御しようとするときは、浮体自身の形とともにその係留方式も考慮せねばならないことは明らかである。そして、円形および矩形浮体における高周波側での波の完全遮断効果は、その原因が浮体の単純な鉛直運動に起因するものできわめて安定な出現性があるから、実際上でも十分に効果が期待されると思う。複雑な形の浮体では、本論文で省略した渦度による抵抗とエネルギー消散の効果をも考慮せねばならないことになるが、この点については、今後検討を進める予定である(なお、式(23)において、係留索の初期張力を考慮しない場合の円および矩形断面浮体に対する計算結果についてはすでに発表した^{6),7)}。本文はこれらに実験による

検証を加え、新たな解釈を与えたものである)。

本研究の計算については、九州大学工学部水工土木学
科技官、湯村やす氏、また、実験については、同じく技
官、牛房幸光氏、当時大学院学生、川原田秋彦、百田博
宣、鶴本良博、学部4年生、松井 創、川原 真、各君
の協力を得た。ここに厚く謝意を表わすものである。

参 考 文 献

- 1) たとえば、Kowalski, T. (1974) : 1974 Floating Breakwaters Conference Papers, Univ. of Rhode Island, Marine Tech. Rep. Ser. No. 24, Kingston, 1974.
- 2) 井島武士・田淵幹修・湯村やす : 有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第202号, 1972年6月.
- 3) 木原 力 : 矩形断面浮体の波浪動揺に関する逐次計算, 第22回海岸工学講演会論文集, 1975年11月.
- 4) 井島武士・周宗仁 : グリーンの公式による2次元水面波の境界値問題の解析, 土木学会論文報告集, 第252号, 1976年2月.
- 5) John, F. : On the Motion of Floating Bodies II, Comm. Pure and Applied Mathematics, Vol. 3, No. 1~4, pp. 49~50, 1950.
- 6) 井島武士・吉田明德・湯村やす : 水面波による任意断面浮体の2次元運動, 九大工学集報, 49巻3号, 1976年6月.
- 7) Ijima, T., C.R. Chou and Y. Yoshida : A Method of Analysis for Two-Dimensional Water Wave Problem, Proc. 15th Conf. on Coastal Eng. Hawaii, A. S.C.E. July 1976.

(1977.4.25・受付)