

橋脚周辺部における流れと掃流力に関する研究

STUDY ON THE FLOW AND BED SHEAR FORCE AROUND
A BRIDGE PIER

鈴木 幸 一*

By Koichi SUZUKI

1. まえがき

橋脚周辺部の特に河床近くの流れは、境界層の三次元的に離れに伴う渦の挙動のように、大きな乱れをもつ複雑な三次元運動をしている。一方、これは離渦外域では、比較的鉛直方向流速成分が小さく流れは二次元流の様相を呈している。図-1 は円柱周辺部の流れを概略的に描いたものである。このように、接近流が鉛直方向にのみ速度勾配をもつ二次元せん断流中におかれた円柱のまわりでは、円柱にごく近い河床にできる水平軸を有するはく離渦は主流によって円柱に沿って下流へ運ばれいわゆる馬蹄形渦を形成する。主流がゆるやかに弯曲する渦流の外域では、河床付近と水面付近との流速の相違に起因する遠心力の違いから河床付近と水面付近とで流向が異なり、水深方向にねじれたような二次流が発生している。

このように、はく離渦と渦外域とは流れの特性がまったく異なっているため、同じ考え方で両者を同時に説明することは困難で、従来、別々に取り扱われてきた。すなわち、はく離渦の外域つまりせん断流がゆるやかに

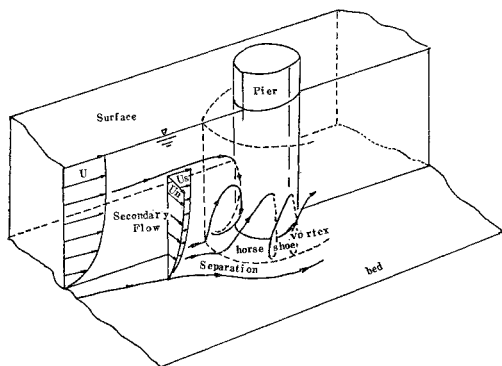


図-1 円柱周辺の流れ

弯曲する流れについては、境界層の変形過程として説明しようとするものと、主流を二次元（水平面）ポテンシャル流とし、それからの擾動流を考えて説明しようとするものとの二つの考え方がなされてきた。前者には、Prandtl¹⁾, Moore & Richardson²⁾, Coles³⁾, Perry & Joubert⁴⁾, Johnston⁵⁾ らの理論的実験的研究があり、後者には、Hawthorne⁶⁾, Lighthill⁷⁾, 村本ら^{8),9)}の研究がある。また、河川弯曲部における村本の定義した渦度の発生域、発達域に関して、主流の流速分布に経験式を用い、運動方程式と連続式より直接解析したものに、Rozovskii¹⁰⁾, Fransis & Asfar¹¹⁾, Kikkawa ら¹²⁾の研究がある。

はく離渦の流れの機構に関する研究については、円柱による圧力場の変化に注目するものと、円柱による渦度の集中に注目するものにとわかれるが、前者には吉川ら¹³⁾の研究、後者には Shen ら¹⁴⁾, 宇民¹⁵⁾の研究がある。

これらの研究は、障害物周辺の流れに、問題は残しながらもそれなりの説明を与えているが、河床の局所洗掘に直接結びつく、流れによる掃流力の評価については、その研究目的の違いからほとんど検討がなされていない。

本研究では、橋脚周辺部における局所河床変動に直接関係するはく離渦および二次流域における河床せん断力について、従来の流れに関する研究成果をふまえて検討を加える。すなわち、2. では円柱周辺のゆるやかに弯曲する流れにおいて、主流からの擾動流による擾動渦度成分を求める W.H. Hawthorne の考え方を基礎にし、主流およびそれと垂直方向のいわゆる二次流の速度分布を明らかにし、河床への作用力を推定するとともに、実験によってその妥当性を検証する。次に、3. においては、円柱近傍の河床付近に境界層の三次元的はく離によって形成されるはく離渦流の特性およびそれによる河床面への作用力に関して実験的検討を加え、また、実験事実に基づく仮定をもとにした渦のモデルを考え掃流力の

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部土木工学科

評価を行う

2. 二次流領域の流速分布と掃流力

(1) 理論的考察

a) 渦度成分の誘導と計算

W.R. Howthorne は二次元せん断流中におかれた鉛直障害物のまわりにおける流れの変化を知るために、二次元（水平面上の）ポテンシャル流からの摂動流を考へることによって摂動渦度成分の場所的变化特性を理論的に導いているが、その概略は以下のとおりである。図-2において、接近流は x 方向に U で z 方向のみに変化する二次元せん断流であり、 (x, y) 平面（水平面）での二次元ポテンシャル流の単位速度ベクトルを \vec{V} とすると、 $U\vec{V}$ は基本擬二次元流を表わす。この基本擬二次元流からの摂動速度ベクトルを \vec{v} とすると、任意点での流速は $(U\vec{V}+\vec{v})$ となる。いま、摂動渦度ベクトル $\vec{\omega}$ を求めるが、非粘性定常流では速度ベクトルと渦度ベクトルとの積はスカラー量の grad. に等しいから、この積の rot. は 0 となる。div. $\vec{v}=0$, rot. $\vec{v}=0$ および div. $(U\vec{V}+\vec{v})=0$ (連続式) の関係を用いると、流速と渦度とのベクトル積は、

$$\begin{aligned} (U\vec{V}+\vec{v}) \times \text{rot.}(U\vec{V}+\vec{v}) \\ = Uq^2 \cdot \text{grad. } U + (\vec{v} \cdot \vec{U}) \text{grad. } U \\ - (\vec{v} \text{ grad. } U) \vec{V} + U\vec{V} \times \vec{\omega} + \vec{v} \times \vec{\omega} \dots (1) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $q=|\vec{V}|$ であるが、 $|\vec{v}|$ が Uq に比べて十分小さいと仮定すると式 (1) の右辺第 2 および第 3 項は第 1 項に比べて小さく、また、第 5 項は第 4 項に比べて小さいから、第 1 項および第 4 項のみを考へ、この rot. を求めて変形すると、

$$\begin{aligned} U \text{grad. } q^2 \times \text{grad. } U + (\vec{\omega} \cdot \vec{V}) U\vec{V} \\ - (U\vec{V} \cdot \vec{V}) \vec{\omega} = 0 \dots (2) \end{aligned}$$

となる。座標系として、図-2 のように二次元ポテンシャル流向を s 、それに垂直方向を n 、鉛直方向を z とした右手系の直交曲線座標系を用いて、それぞれの単位ベクトルを \vec{s}, \vec{n} および \vec{z} とする。また、 θ をポテンシ

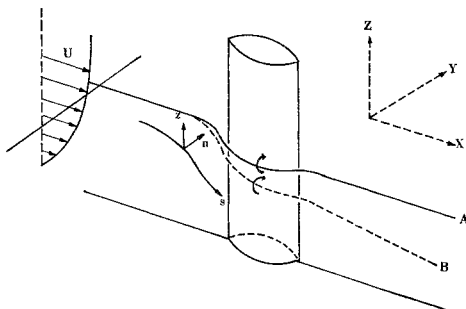


図-2 記号図

ル流線への接線と x 軸（一様流方向）とのなす角とし、式 (2) を計算し、 $\vec{\omega}$ の \vec{s}, \vec{n} および \vec{z} 方向の渦度成分 $\xi, \eta,$ および ζ を求めると、

$$\xi = 2q \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{q^2}, \eta = \frac{1-q^2}{q} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right), \zeta = 0 \dots (3)$$

が得られる¹⁶⁾。

式 (3) は摂動渦度成分であるが、一方、主流のもっている渦度 ω_0 は、

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_0 = \xi_0 \vec{s} + \eta_0 \vec{n} + \zeta_0 \vec{z} = \text{rot.}(U\vec{V}) \\ = 0 \cdot \vec{s} + q \frac{\partial U}{\partial z} \vec{n} + 0 \cdot \vec{z} \dots (4) \end{aligned}$$

であるから、 $\partial U/\partial z$ で無次元化された \vec{s}, \vec{n} および \vec{z} 方向の渦度成分 ξ_1, η_1 および ζ_1 は、式 (3) および (4) から、

$$\begin{aligned} \xi_1 = (\xi + \xi_0)/(\partial U/\partial z) = 2q \left\{ \int_0^{\theta} \left(\frac{d\theta}{q^2} \right) \right\} \dots (5) \\ \eta_1 = (\eta + \eta_0)/(\partial U/\partial z) = (1/q), \zeta_1 = 0 \end{aligned}$$

で与えられる。式 (5) によって ξ_1 および η_1 を計算するが、まず障害物周辺の任意の場所でのポテンシャル流の合速度 q およびポテンシャル流線の接線と x 軸とのなす角 θ の特性を知らなければならない。図-3 に示すような楕円柱に対するポテンシャル流を考へる。

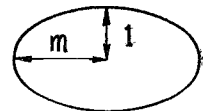


図-3 記号図 (楕円柱)

図-3 に示すような楕円柱に対するポテンシャル流を考へる。

$$z = \zeta' + a^2/\zeta' \dots (6)$$

によって ζ' 平面での原点を中心とする半径 $c(c>a)$ の円は z 平面では、

$$x^2/(c+a^2/c)^2 + y^2/(c-a^2/c)^2 = 1 \dots (7)$$

なる $(2a, 0), (-2a, 0)$ を焦点とする楕円に写像されるから、複素ポテンシャル w は、

$$\begin{aligned} w = \left\{ x/2 + z(1-4a^2/z^2)^{1/2}/2 \right. \\ \left. + \frac{1}{z/2 + z(1-4a^2/z^2)^{1/2}/2} \right\} \dots (8) \end{aligned}$$

となり¹⁷⁾、

$$\begin{aligned} \text{Real}[w] = \phi, \text{Imag.}[w] = \psi \\ dw/dz = \partial\phi/\partial x + i\partial\psi/\partial x = -u + iv \dots (9) \end{aligned}$$

によって、ポテンシャル流線および、 x, y 方向の速度成分 u, v を求めることができる。式 (7), (8) および (9) を用いて式 (5) で表わされる ξ_1 および η_1 を計算した結果が 図-4 および 図-5 にそれぞれ示されている。図において、細線は楕円における短軸 l と長軸 m が 1:2 のものであり、太線は $l:m=1:1$ の円の場合についての計算値である。なお、 c, a, l および m の関係は次式で与えられる。

$$c = (l+m)/2, a = \sqrt{m^2 - l^2}/2 \dots (10)$$

ξ_1 は障害物に近づくにつれて増加してゆき、(橋)円柱側面 ($x=0$ 断面) までにその最大値が現われる。一方、 η_1 については、(橋)円柱の上流端に到達するまで次第に増加し、その先端までに最大値が現われてそれより下流では減少して側面で最小値を示す。しかし、 η_1 は 0.5 以下となることはなく、また、 $x=-\infty$ で $\eta_1=1$ である。 ξ_1, η_1 とも $u_0 l$ で無次元化された流れ関数 $\psi/u_0 l$ が小さいほどそれらの変化は大きく、また(橋)円柱の上流端に近いほど変化率が大きい。

b) 流速の分布特性

橋脚の影響を受けない十分上流での流速 u_0 (これまでの U と同じものである。また、以下一様流での水量量には添字 0 を付す) は鉛直方向 (z 方向) のみに速度分布を有しており、一様流の s 方向の流速 u_{s0} , n 方向の流速 u_{n0} および z 方向の流速 u_{z0} はそれぞれ $u_{s0}=u_0(z)$, $u_{n0}=u_{z0}=0$ であるとし、 u_0 の分布としては、いわゆる対数則分布を考え次式で与える。

$$u_0 = u_{01} + (u_{0*}/\kappa) \ln z' \dots\dots\dots (11)$$

ここで、添字 1 は水面での値を意味し、 u_{0*} は一様流での摩擦速度、 κ は Kármán 定数、 $z'=z/h_0$ (h_0 :水深、 z :河床からの高さ) である。 $z=0$ で $u_0=0$ というノンスリップの条件を満たすために $z=0$ 近傍に厚さ δ の粘性底層を考え、そこでの流速分布は、層流であるので、次式で示されるものとする。

$$u_0 = (h_0 u_{0*}^2 / \nu) (z' - z'^2/2) \dots\dots\dots (12)$$

一様流での平均流速 u_{0m} は式 (11) および (12) を用いて、

$$u_{0m} = \int_0^1 u_0 dz' = \int_0^{\delta'} \frac{h_0 u_{0*}^2}{\nu} \left(z' - \frac{z'^2}{2} \right) dz' + \int_{\delta'}^1 \left(u_{01} + \frac{u_{0*}}{\kappa} \ln z' \right) dz'$$

で与えられるが、 $\delta' (= \delta/h_0) \ll 1$ を考慮すると、上式は、

$$u_{0m} = u_{01} - u_{0*}/\kappa \dots\dots\dots (13)$$

となる。次に、平均流速 u_{0m} を Manning の平均流速

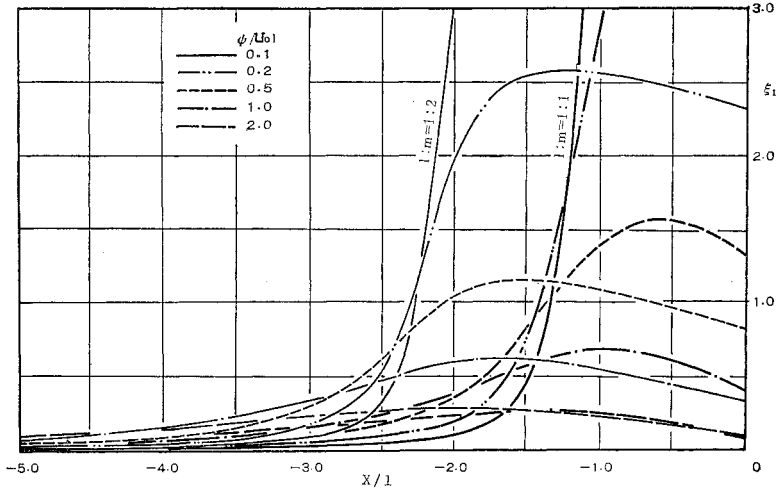


図-4 渦度成分 ξ_1

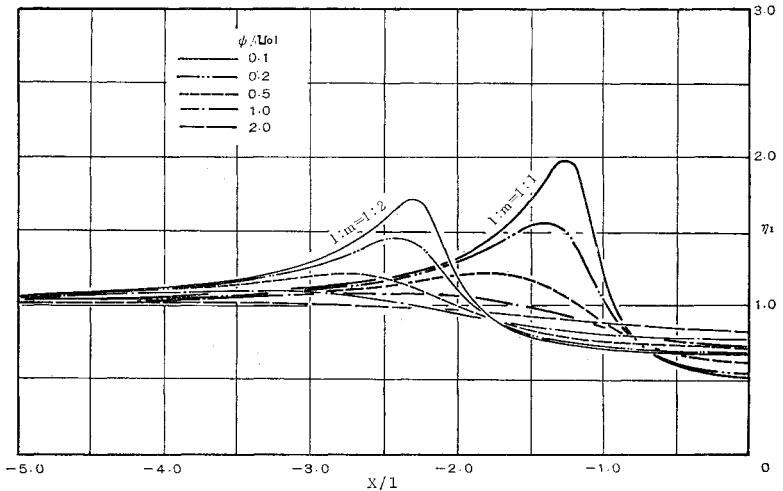


図-5 渦度成分 η_1

公式 $u_{0m} = (1/n) R^{2/3} i^{1/2}$ で示し、 $u_{0*} = \sqrt{g R i}$ の関係を用い $R \approx h_0$ とすると、摩擦速度 u_{0*} と平均流速 u_{0m} の関係は、

$$u_{0*} = n \sqrt{g} u_{0m} / h_0^{1/6} \dots\dots\dots (14)$$

で表わされる。ここに、 n : Manning の粗度係数、 R : 径深、 i : 河床勾配、 g : 重力加速度である。また、式 (13) および (14) から、表面流速 u_{01} は次式で u_{0m} と結びつけられる。

$$u_{01} = u_{0m} (1 + n \sqrt{g} / \kappa h_0^{1/6}) \dots\dots\dots (15)$$

したがって、 u_{0m} で無次元化された一様流での流速は結局次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_0}{u_{0m}} &= \left(1 + \frac{n \sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \right) + \frac{n \sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln z' \quad (\delta' \leq z' \leq 1) \\ \frac{u_0}{u_{0m}} &= \frac{u_{0m} h_0}{\nu} \left(\frac{n \sqrt{g}}{h_0^{1/6}} \right)^2 \left(z' - \frac{z'^2}{2} \right) \quad (0 \leq z' \leq \delta') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、無次元粘性底層厚 $\delta' (= \delta/h_0)$ の決定にあたって、 $z' = \delta'$ における式 (16) の両式の接続条件として、i) $z' = \delta'$ で式 (16) の両式が一致する、ii) $z' = \delta'$ で式 (16) の両式の速度勾配が一致する、の二つを考えなければならない。しかし、式 (16) では2式がはっきりと粘性の卓越する領域と粘性の無視できる領域とにわけられるとして与えられたものであるが、両領域は必ずしもはっきり分けられるものではなく、その接続部においては遷移領域があると考え、この領域の流速分布形は式 (16) では説明し得ない。しかし、遷移領域上下での流速の大きさに大きな差異がないことを考えると、 δ' の推定には i) の条件を用いる方が妥当であり、

$$\left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}}\right) + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0} \ln \delta' = \frac{u_{0m} h_0}{\nu} \left(\frac{n\sqrt{g}}{h_0^{1/6}}\right)^2 \left(\delta' - \frac{\delta'^2}{2}\right) \dots\dots\dots (17)$$

よって δ' が与えられる。一般には、 $\delta' \gg \delta'^2/2$ であり δ' に対して $\delta'^2/2$ は無視できる。

(s, n) 平面におけるポテンシャル流線をもととする直交曲線座標系 (s, n, z) においては、 s および n 方向の距離素分に関係する関数 α_1 および α_2 は z 方向に変化しないので、 $\partial\alpha_1/\partial z = \partial\alpha_2/\partial z = 0$ であり、渦度と流速成分との関係は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\alpha_2} \frac{\partial u_z}{\partial n} - \frac{\partial u_n}{\partial z} &= \xi_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \\ \frac{\partial u_s}{\partial z} - \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial u_z}{\partial s} &= \eta_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

となる。流れがゆるやかに弯曲する領域においては、鉛直方向の流速 u_z が無視できるとすると、

$$\frac{\partial u_s}{\partial z} = \eta_1 \frac{\partial u_0}{\partial z}, \quad \frac{\partial u_n}{\partial z} = -\xi_1 \frac{\partial u_0}{\partial z} \dots\dots\dots (19)$$

となる。ここで、 η_1 および ξ_1 は式 (5) で与えられ、 u_0 は式 (16) で与えられる。いま、障害物周辺の任意点 (s, n) での水表面流速を s 方向および n 方向についてそれぞれ u_{s1} および u_{n1} とすれば、式 (19) で η_1 および ξ_1 が z に独立であるから積分できて、 c_1 および c_2 を積分定数とすれば、

$$u_s = \eta_1 u_0 + c_1, \quad u_n = -\xi_1 u_0 + c_2$$

となる。これの u_0 に式 (16) を代入して、 $z' = 1$ で $u_s = u_{s1}$ 、 $u_n = u_{n1}$ (u_{s1} 、 u_{n1} は未知) とおくと、乱流域 ($\delta' \leq z' \leq 1$) の流速分布は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_s}{u_{0m}} &= \frac{u_{s1}}{u_{0m}} + \eta_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln z' \\ \frac{u_n}{u_{0m}} &= \frac{u_{n1}}{u_{0m}} - \xi_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln z' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

式 (20) は $z' = 0$ で $u_s = u_n = 0$ という河床面でのノンスリップの条件を満たさないので、一様流のときと同様に二次放物線流速分布の厚さ δ の粘性底層を考える。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} u_s &= (hu_{*s}^2/\nu)(z' - z'^2/2), \\ u_n &= (hu_{*n}^2/\nu)(z' - z'^2/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

式 (20) および (21) が、 $z' = \delta'$ で一致するという接続条件より u_{*s} および u_{*n} を求めて式 (21) に代入すると、粘性底層内の流速分布は、 s 方向および n 方向にそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_s}{u_{0m}} &= \frac{1}{\delta' - \delta'^2/2} \left[\frac{u_{s1}}{u_{0m}} + \eta_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln \delta' \right] \left(\frac{z' - z'^2}{\delta' - \delta'^2/2} \right) \\ \frac{u_n}{u_{0m}} &= \frac{1}{\delta' - \delta'^2/2} \left[\frac{u_{n1}}{u_{0m}} - \xi_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln \delta' \right] \left(\frac{z' - z'^2}{\delta' - \delta'^2/2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

δ' は未知量であるが、流下方向に変化しないと仮定すれば式 (17) で計算した δ' を便宜的に用いることができる。式 (20) および式 (22) で表わされる流速分布を模式的に描くと 図-6 のようである。河床面が砂粒子などで構成されていて水理学的に粗い河床では式 (22) で表わされる粘性底層は粗度中に入ってしまうと考えてよいので、この場合は式 (20) のみを考えればよい。 $z' = 0$ の基準面をどこにとればよいのかが問題となるが、かりに河床を構成している砂粒子の (粒径 d) の底面を基準にとれば式 (20) は $d/h < z' \leq 1$ の範囲で成立していると考えてよい。

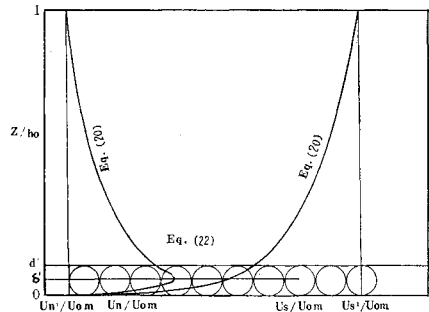


図-6 流速分布の概略図

式 (20) より、 s 方向および n 方向の流速の欠損分布は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{s1} - u_s}{u_{0m}} &= -\frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \eta_1 \ln z' \\ \frac{u_{n1} - u_n}{u_{0m}} &= \xi_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln z' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

となり、式中の η_1 および ξ_1 は場所が与えられれば計算でき流れの特性によらないので、 $u_{*0} (= u_{0m} \cdot n\sqrt{g}/h_0^{1/6})$ で無次元化した欠損流速分布は、障害物周辺の各点で流れに無関係に求まる。式 (23) から $(u_{n1} - u_n)$ と $(u_{s1} - u_s)$ との関係をもとめると、

$$\frac{u_{n1} - u_n}{u_{s1} - u_s} = -\frac{\xi_1}{\eta_1} \dots\dots\dots (24)$$

となり、(s, n) 平面で場所を決めれば、 ξ_1/η_1 は流れによらず一意的に決まるから、 $(u_{n1} - u_n) = c(u_{s1} - u_s)$ (c :

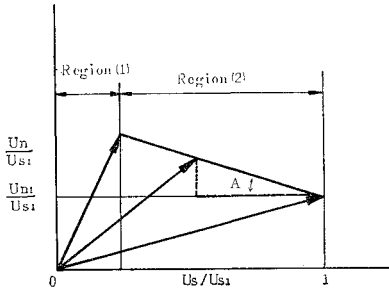


図-7 Johnston の三角形モデル

流れによらず場所によって決まる定数) となり、表面流速からの欠損流速は、 s 方向と、 n 方向に線形関係があることになる (図-7)。このことは、すでに Johnston が実験的に求めたいわゆる 三角形モデル¹⁹⁾ の領域 (2) (粘性の影響のない領域) が理論的にも裏づけられたことになるが、直線の傾きを示す角度 A は、

$$A = \tan^{-1}(-\xi_1/\eta_1) \dots\dots\dots(25)$$

で与えられ、流れによらず場所の相違によってのみ変化することがわかる。

c) 河床面せん断応力

単一砂粒子 (砂粒径 d) が速度 u の流れの中におかれたとき受ける抗力 F は、 $F = c_D \cdot S \cdot \rho u^2 / 2$ で与えられる。ここに、 c_D は抗力係数で Reynolds 数 ud/ν (ν : 動粘性係数) で、 S は流れに直角な面に投影した砂粒子の面積 $\pi d^2/4$ である。いま、河床面に作用するせん断力を τ_b とすると、 $\tau_b \sim F/\pi d^2/4 \sim c_D \left(\frac{ud}{\nu}\right) \cdot \rho u^2/2$ となるから、河床面にある砂粒子に作用する流速 u として、 $z=d$ での流速 u_d を用い、 c_D が一定であると仮定すると、

$$\tau_b = k \cdot \rho u_d^2 \dots\dots\dots(26)$$

で表わされる。ここで、 k は砂粒子が敷きつめられたときのお互いのしゃへい効果、 $z=d$ での流速 u_d を砂にかかる代表流速としたことなどの補正をも含めた定数である。式 (20) から求まる $z=d$ での s および n 方向の流速を用いてそれぞれの方向のせん断力 τ_s および τ_n を求めることができる。障害物周辺の各場所での砂の敷きつめ方が同じで、また障害物のごく近くを除いては砂粒 Reynolds 数はオーダー的に変化しないと考えられるから式 (26) の定数 k は一様流でのものと同じであるとすると、河床面せん断応力 τ_b は一様流での τ_{ob} で無次元化して次式で示される。

$$\tau_b/\tau_{ob} = \sqrt{(\tau_s/\tau_{ob})^2 + (\tau_n/\tau_{ob})^2} \dots\dots\dots(27)$$

また、その方向は s 方向とのなす角を θ とすると、

$$\tan \theta = \tau_n/\tau_s = (\tau_n/\tau_{ob})/(\tau_s/\tau_{ob}) \dots\dots\dots(28)$$

である。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \tau_s/\tau_{ob} &= \left(\frac{u_{s1}}{u_{om}} + \eta_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln \frac{d}{h_0} \right)^2 / \\ &\times \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln \frac{d}{h_0} \right)^2 \\ \tau_n/\tau_{ob} &= \left(\frac{u_{n1}}{u_{om}} - \xi_1 \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln \frac{d}{h_0} \right)^2 / \\ &\times \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \ln \frac{d}{h_0} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

d) 表面流速 (u_{s1} , u_{n1}) および鉛直方向流速 u_z

これまでの議論は表面流速 u_{s1} および u_{n1} がわかっているものとして進められてきたが、実際はこれらの量は未知の量であって、なんらかの方法で求められなければならない。いま、水表面付近は粘性の影響がほとんど無視できるような流れであると仮定すると、

$$\left. \begin{aligned} u_{s1} &= (1+n\sqrt{g}/\kappa h_0^{1/6})u_{om} \cdot f(s, n), \\ u_{n1} &= 0, \quad u_{z1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

のように、 u_{s1} はポテンシャル流速で表わされると仮定できる。ここに、 $f(s, n)$ は一様流が単位流速であるときの場所 (s, n) におけるポテンシャル流速である。ところが、たとえ (s, n) 平面のみでポテンシャル流を考えたとしても、水表面の流線についてベルヌーイの式が成り立つとすると、流線に沿っての水面勾配 α が生じる。すなわち、

$$\tan \alpha = dh/ds$$

したがって、この効果による補正として、式 (30) は、

$$\left. \begin{aligned} u_{s1} &= (1+n\sqrt{g}/\kappa h_0^{1/6})u_{om} \cdot f(s, n) \cdot \cos \alpha, \quad u_{n1} = 0 \\ u_{z1} &= (1+n\sqrt{g}/\kappa h_0^{1/6})u_{om} \cdot f(s, n) \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

のように書ける。

次に、これまでに求められた u_s あるいは u_n を用いて、0 であると仮定していた u_z を求めるために、直交曲線座標系 (s, n, z) の連続式を各流線 (s) に沿う微小区間での円筒座標系 (r, θ, z) の連続式、

$$\partial u_r/\partial r + u_r/r + (1/r)(\partial u_\theta/\partial \theta) + \partial u_z/\partial z = 0$$

で近似させ、 z 方向にこれを積分すると、

$$[u(z)]_0^z = - \int_0^z (\partial u_r/\partial r + u_r/r + (1/r)(\partial u_\theta/\partial \theta)) dz \dots\dots\dots(32)$$

となるが、ここで、 $\partial u_r/\partial r \approx \partial u_n/\partial n$, $u_r/r \approx u_r/K_1$ および $(1/r)(\partial u_\theta/\partial \theta) \approx \partial u_s/\partial s$ と近似すれば、式 (20) の u_s および u_n を用い、 $u_z(0) = 0$ および式 (31) の境界条件のもとで式 (32) を $z=0$ から $z=h$ まで積分することによって z に独立な $(\partial u_n/\partial r + K_1 u_n)$ を求めることができる。ここに、 K_1 は水面における (s, n) 点の曲率でポテンシャル流線から計算できる。第 1 次近似として上に求めた $(\partial u_n/\partial n + K_1 u_n)$ が $(\partial u_r/\partial r + u_r/r)$ に等しいとすると、式 (32) を $z=0$ から $z=z$ まで積分

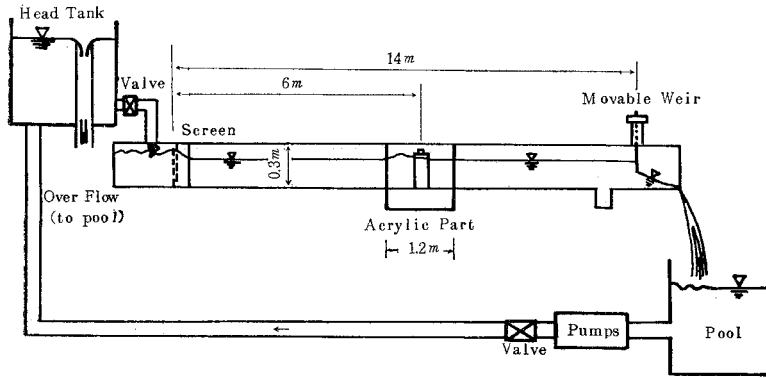


図-8 実験水路 (給水, 流水系統図)

することによって、鉛直方向の速度成分 u_z を求めることができる。

(2) 実験的考察

a) 実験の概要

実験は全長 12 m, 幅 98 cm, 深さ 30 cm の長方形断面水路を用いて行った。水路中央部に直径が 10 cm の真ちゅう製円柱橋脚模型を設置し、その周辺部における流れの特性を調べたが、流速を三次元的に計測するため、Suckary¹⁹⁾ が開発した五孔球形ピトー管を村本²⁰⁾ が改良したものをを用いた。また、河床面せん断応力の計測にはプレストン管²¹⁾ を試作し用いた。実験水路および給水・流水系統の概略は 図-8 に示されている。

実験条件としては、流量 Q を 34.8 l/sec とし、直径 10 cm の円柱から十分離れた一様流での水理条件は 表-1 に示すとおりである。流速は 図-9 に示されているようなポテンシャル流線上の点で、水深方向に速度分布がわかるように測定した。以下、流速測定場所をたとえば測点 (3-5) のように示すがこれは 図-9 において、 $\psi/u_0 a = 1.0$ で $x/a = -2.0$ の場所を意味する。ここに、

表-1 実験条件

	Q (l/sec)	h_0 (cm)	U_0 (cm/sec)	F_r	R_e
Run 1	34.8	9.58	37.04	0.382	3.7×10^4
Run 2	34.8	13.62	26.05	0.225	2.6×10^4
Run 8	34.8	17.06	20.80	0.161	2.1×10^4

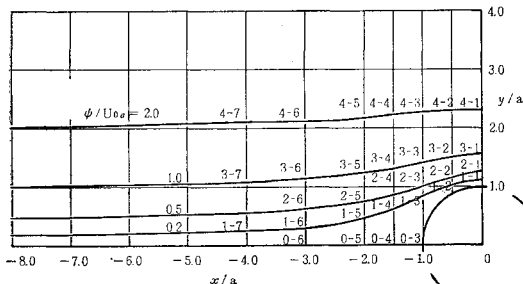


図-9 流速測定位置

ψ は流れ関数, a は円柱半径 ($=D/2$) であり, x は円柱の中心を原点とし, 流下方向に正である水路方向の距離である。また、河床面せん断力も 図-9 に示される各点で測定された。

b) 流速分布

実験で計測され得る流速は乱流域のみで、粘性底層部はその厚さが式 (17) を用いて計算すると本実験では ($10^{-1} \sim 1$) mm のオーダーであり、実測できない。

乱流域でのポテンシャル流方向 (s) およびそれに垂直方向 (n) の流速欠損 ($u_{s1} - u_s$) および ($u_{n1} - u_n$) について示したものが 図-10 である。図中、実直線は式 (23) で示される理論直線であり、同式の ζ_1 および ξ_1 は各場所について式 (3) で計算され、それぞれ 図-4 および 5 で与えられている。実測値の水面での流速は s 方向については測定した流速を u_{s1} としたが、 n 方向の流速については水面付近で急激に変化するため水面付近を除いた実測の u_n を滑らかに結びそれを水面まで延長して得られた流速を u_{n1} としている。図-10(a), (b) および (c) はそれぞれ $\psi/u_0 a = 0.5, 1.0$ および 2.0 上での点であり、Run 番号は 表-1 の実験番号であり、測点番号は 図-9 に示されるものである。五孔球形ピトー管による三次元的流速測定の困難さから、実験値にかなりのばらつきが見られるが、 u_n の水面付近を除いてはほぼ速度欠損の分布特性は理論と実験とで一致していると考えられる。 u_n の欠損流速分布は式 (23) の後の式で表わされるが、定まった測点で ξ_1 が正の一定値であり、 $z' (=z/h)$ が 1 より小さいため ($u_{n1} - u_n$)/ u_* は負となり底面に近づくにつれて u_n は大きくなる。実験の結果は各 Run とも河床面から水面近くまではその傾向になっているが、水面にごく近いところでは逆に急激に u_n が大きくなる傾向が認められる。これは、水面付近では水面勾配の影響による鉛直方向の流速 u_z がかなり大きくなり式 (20) を求めるときの $u_z \approx 0$ の仮定が成立しないためと考えられる。河床に近づくほど u_z は小さいから河床に近くなるほど実験値と理論値は一致してくる。 u_s に比して u_n の方に不一致が大きいのは、実験値の u_{s1} は実測したものをそのまま用いているのに対し、 u_{n1} は上に述べたように水面近くの実測値を除いて求めたためかなりの誤差が入っているためと考えられる。理論直線の傾きは 図-4 に示される ξ_1 に規定されることから、円柱に近づくほど急激に増加する。また、各流線間について比べると、 $\psi/u_0 a$ が小さくなると ξ_1 は急速に増加する。 u_n の実測値はこの直線の傾きの場

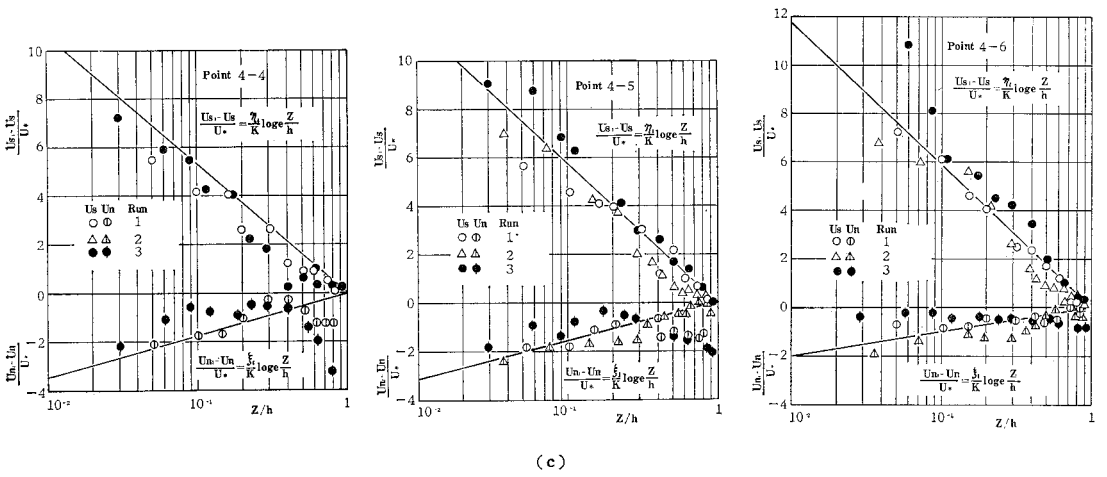
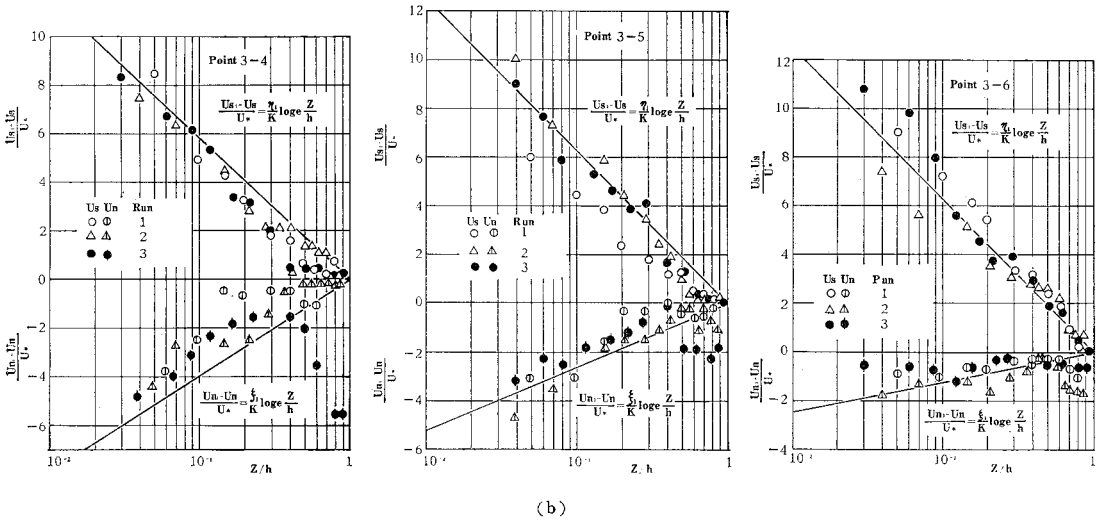
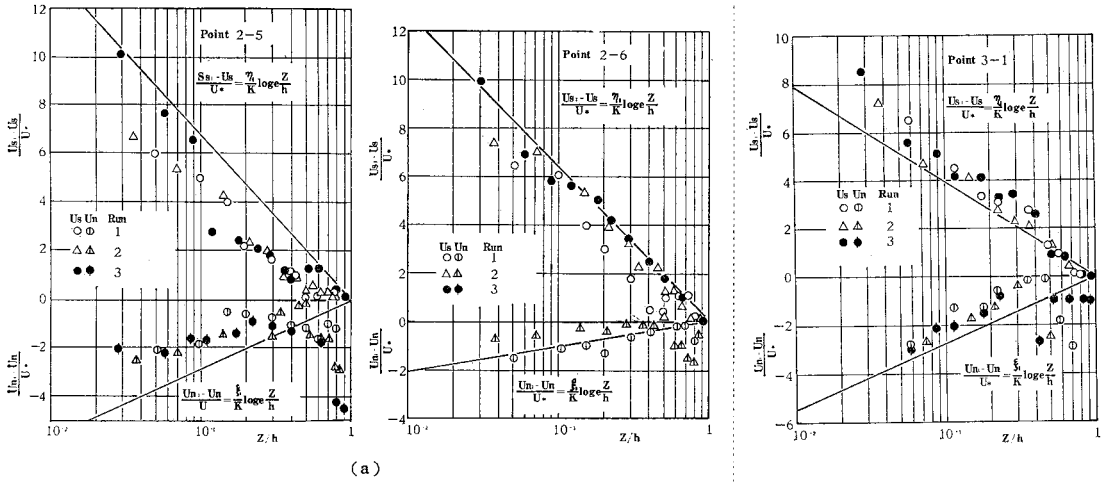


図-10 欠損流速分布

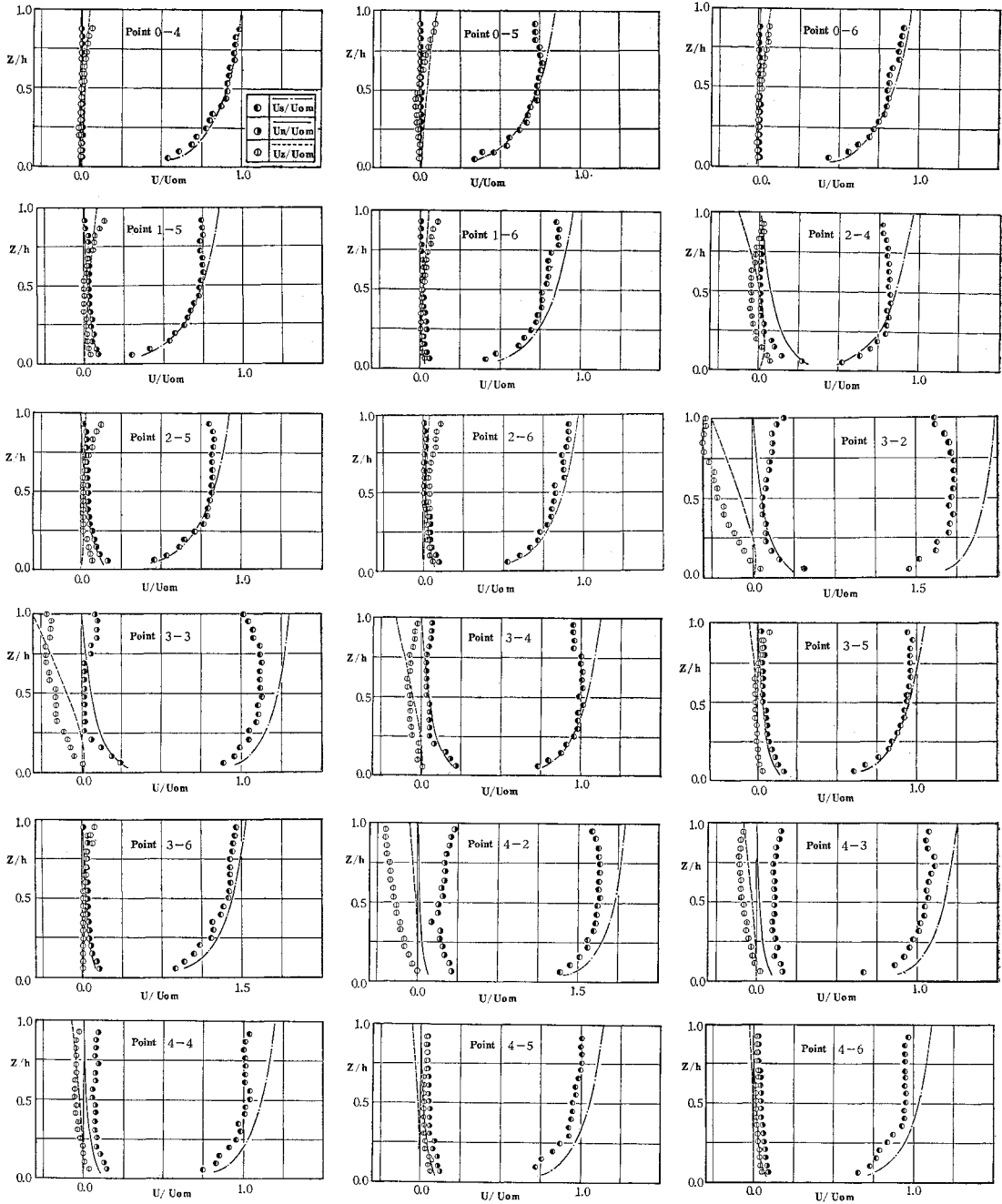


図-11 流速分布

所的变化によく従っている。 u_s については水面から河床までほぼ理論結果を満足しているものと考えられる。すなわち、理論直線の傾きは $-2.30 \eta_1/\kappa$ であるが、 η_1 の変化は 図-5 に示されているとおり、 $\psi/u_0 a$ が小さく円柱に近い流れほど大きい、実測値はこれらの傾向によく従っている。

図-11 は流速の三方向成分を一様流での平均流速で

無次元化したものの鉛直分布を示したものである。上流から $x/a = -2.0$ 付近までは実験値と理論値はほぼ一致している。円柱近傍前面においては u_z は下向きとなり、円柱前面河床への渦度の集中の影響を表わしており、二次元渦度保存則に基づく理論の適用限界を示している。円柱近傍側面においては理論値と実験値の差が顕著になる。円柱にごく近い前面から側面にかけては、流速の著

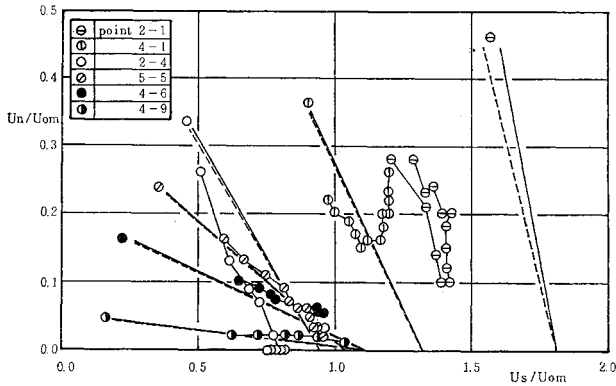
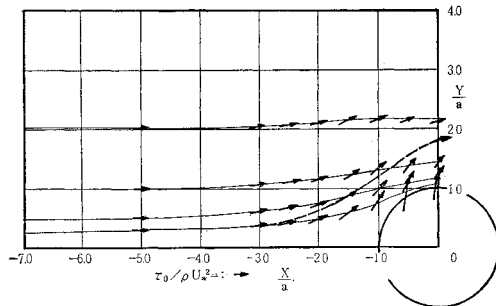
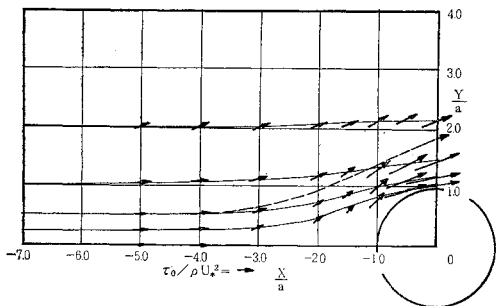


図-12 各場所での u_s/u_{om} と u_n/u_{om} の関係

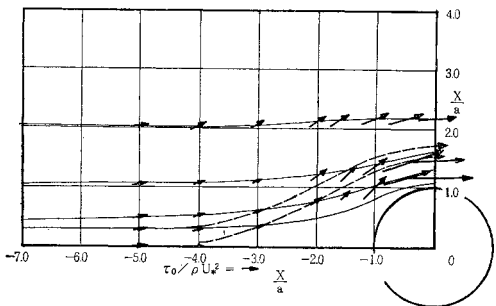
しい変化に伴って水面勾配が大きくなり、理論の基礎となっている $u_p=0, u_n \ll u_s$ の条件が特に水面近くで大きく崩れているためであり、この場所では上記の理論では流れを十分には説明し得ないことがわかる。しかし、



(a) 理論値



(b) 実測値 (側面)



(c) 実測値 (粗面)

図-13 河床面せん断力

それ以外の場所では理論式は実測値をよく説明していると考えられる。次に、図-12は u_s/u_{om} と u_n/u_{om} との関係を示したものであって、図中実線は式 (25) で示される理論式である。やはり、円柱にごく近い測点では理論値と実測値は一致しないが、円柱からある程度離れると両者は一致することが認められる。以上のことから、はく離渦域に近い円柱近傍を除く、流れがゆるやかに弯曲する場所では、流速分布は理論と実測とで一致しているといえよう。

c) 河床せん断応力の分布とその方向

橋脚周辺河床でのせん断力 (τ_b) は、そこでの局所洗掘の初期状態には大きな影響をもつ。図-13 (a) は式 (27) によって計算された河床せん断力 τ_b を一様流でのそれ τ_{b0} で無次元化したものの方向および大きさを示したものである。なお、方向は式 (28) で計算される。図-13 (b) および (c) はそれぞれ滑面および粗面 (粒径 1.9 mm の砂を滑面上に一層にニスづけした河床) 上でプレストン管によって測定された河床せん断力の方向および大きさの場所的分布図である。図中点線は河床面での流向をつなぐことによって求められた底面流線を表わす。実験は Run 1, 2 および 3 とほぼ同じ傾向を示したので 3 つの Run を平均したものである。円柱にごく近い円柱側面河床を除いてはほぼ理論値と実測値の間で満足すべき一致が認められる。ただ、円柱にごく近い所では、流れは三次元的な渦流となり、理論結果はここには適用できない。特に側面においては著しい不一致がみられる。この領域のせん断力については次節のはく離渦領域の掃流力で述べる。

3. はく離渦領域の掃流力

(1) はく離渦のスケール

橋脚周辺の河床近傍において境界層の三次元のはく離によって形成されるはく離渦(馬蹄形渦)は、橋脚周辺部における局所洗掘の一つの大きな要因となっている。この渦は周辺の流体を巻き込みながら円柱の周りに沿って下流側へ運ばれていく。まず、円柱前面よどみ面内における水平軸をもつ渦流域のスケールをみるため、円柱および河床のよどみ面上に多数設けてある孔より染料(過マンガン酸カリウムの水溶液)を注入することによって、渦に巻き込まれる液体の空間的広がりを求めた。図-14がその結果であるが、図中 H_s は注入した染料が渦に巻き込まれる河床からの鉛直方向距離を表わしており、 L_s はよどみ面河床上で渦による逆流が存在する上流限から円柱の上流端までの距離である。直径が 5.9, 8.9

3. はく離渦領域の掃流力

(1) はく離渦のスケール

橋脚周辺の河床近傍において境界層の三次元のはく離によって形成されるはく離渦(馬蹄形渦)は、橋脚周辺部における局所洗掘の一つの大きな要因となっている。この渦は周辺の流体を巻き込みながら円柱の周りに沿って下流側へ運ばれていく。まず、円柱前面よどみ面内における水平軸をもつ渦流域のスケールをみるため、円柱および河床のよどみ面上に多数設けてある孔より染料(過マンガン酸カリウムの水溶液)を注入することによって、渦に巻き込まれる液体の空間的広がりを求めた。図-14がその結果であるが、図中 H_s は注入した染料が渦に巻き込まれる河床からの鉛直方向距離を表わしており、 L_s はよどみ面河床上で渦による逆流が存在する上流限から円柱の上流端までの距離である。直径が 5.9, 8.9

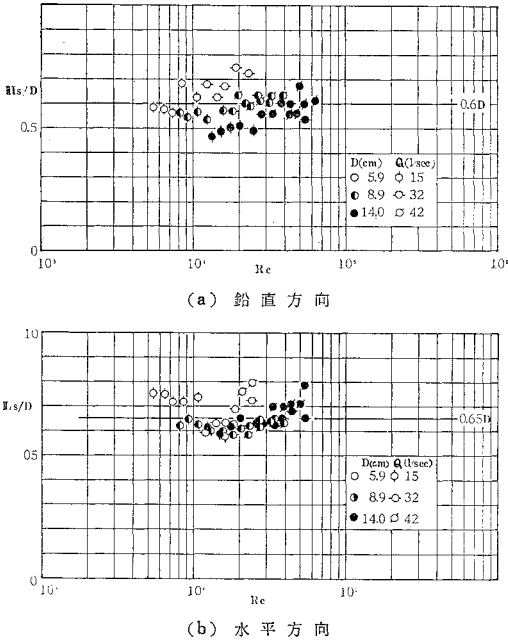


図-14 よどみ面渦領域のスケール

および 14.0 cm の三種類の円柱を用い、流速を種々変化させて観察した H_s および L_s を示している。渦が時間的に変動しているため H_s および L_s を厳密に決めることは難しく実験データにかなりのばらつきがみられるが、水理量の変化に対して特定の顕著な傾向はみられず円柱径で無次元化した値はほぼ一定となっている。すなわち、 k_1 および k_2 を一定として D を円柱径とすると、

$$H_s/D \approx k_1, L_s/D \approx k_2 \dots \dots \dots (33)$$

である。宇民²²⁾の実験によると、渦軸の中心までの円柱先端からの距離は平均的にほぼ $0.3D$ で水理量によらないということが報告されている。しかし、河床から渦軸の中心までの距離 z_0 は、水深を H で表わすと、 $z_0/H = \alpha_3 (D/2H)^{m_3}$ で示され、 α_3 および m_3 は Reynolds 数の増加とともにやや減少する傾向があるとしているが、データのばらつきを考えると、 m_3 は平均的に 0.9 の値を示すものと見られ、 z_0 はおもに円柱径に支配され、それにほぼ比例しているとみなせる。したがって、ここでは便宜的に H_s あるいは L_s は式(33)のよう

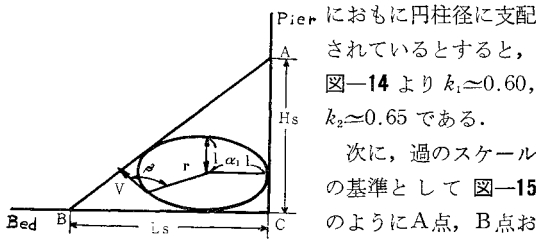


図-15 よどみ面内の渦モデル

におもに円柱径に支配されているとすると、図-14 より $k_1 \approx 0.60$, $k_2 \approx 0.65$ である。

次に、渦のスケールの基準として図-15 のようにA点、B点およびC点で囲まれる領

域を考えると、渦のスケールを単純にモデル化するためにあたって、いま H_s および L_s を二辺に持つ三角形に内接するような楕円形(長軸を $\alpha_1 l$, 短軸を l とする)の渦が存在するものとすれば、幾何学的条件より、

$$l = H_s \{ (K^2 + 1)^{1/2} - K \} / \{ 1 - K + (K^2 + 1)^{1/2} \} \dots \dots \dots (34)$$

となる。ここに、 $K = \alpha_1 H_s / L_s$ である。式(33)で $k_1 \approx 0.60$, $k_2 \approx 0.65$ を用いれば、 $K = 0.96 \alpha_1$ となり、 $\alpha_1 = 1$ すなわち円形の渦を仮定すれば、その渦の半径 l は次のようになる。

$$l = 0.183 D \dots \dots \dots (35)$$

(2) 渦内の流速分布

円柱前面よどみ面内の逆流域内でも河床にごく近い場所では流れは河床に平行に流れている。また、よどみ面

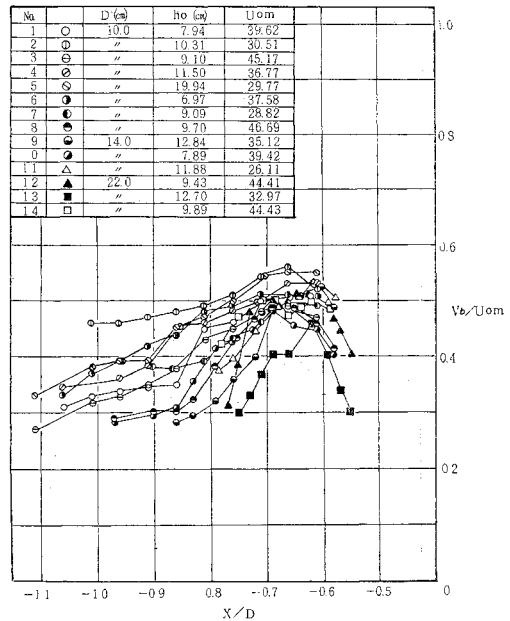


図-16 よどみ面渦内の河床での流速

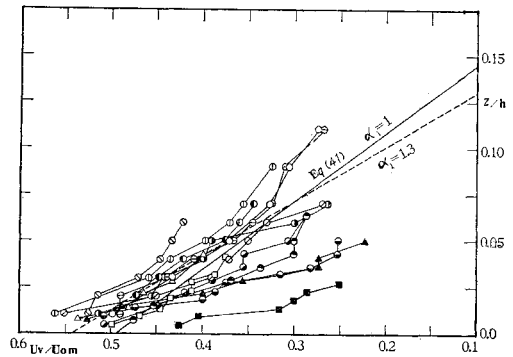


図-17 よどみ面渦内の鉛直方向流速分布

逆流域の河床上における流速のうちで最大流速が生じている断面では、渦流は河床に平行である。このように渦流内でも河床に平行な流れの流速は小型ピトー管で測定可能であるので、染料をそれらの場所での流れに注ぐことによって流れが河床に平行であることを確かめ、試作した内径1mmの真ちゅう管製ピトー管によってこれらの流速を測定した。実験装置・水路等は前節で述べたものと同じである。図-16はよどみ面河床上($z=0.1$ cm)における渦による逆流速 v_b の実測結果である。実験条件は同図に示されているように円柱径 D は 10 cm, 14 cm および 22 cm の三種類で水深と流速を適宜変化させている。横軸は円柱よどみ面に沿って円柱中心からの水路方向距離 x を D で無次元化したものであり、河床流速 v_b を一様流の平均流速 u_{om} で無次元化したものが縦軸である。 $x/D = -0.5$ が円柱の上流端であるが、 v_b/u_{om} はそこから上流に行くにつれて急激に大きくなり、 $x/D = -0.6 \sim -0.7$ あたりで最大となり、その後緩やかに減少する。ピトー管の特性・精度から低流速が測定できないため、どのあたりで逆流域がなくなるかは流速分布からは明確ではないが、最大流速の生じる位置がほぼ橋脚径のみで決まり、 $x/D = -0.6 \sim -0.7$ であることは式 (35) の妥当性を裏づけているものと考えられる。次に、渦の河床面流速が最大となる場所での鉛直方向の流速を実測したものが図-17である。実験条件は図-16に示してあるものと同一である。逆流速は河床付近で最大となり河床から離れるに従ってほぼ直線的に減少している。これらの速度分布を説明するために次のような一つのモデルを設定する。

円柱のない場合のよどみ面の循環と円柱のある場合の循環との差 $\Delta\Gamma$ は次のように表わされる²³⁾。

$$\Delta\Gamma = -u_{os}D/2 \quad \dots\dots\dots(36)$$

ここで、 u_{os} は円柱のない場合の一様流の水面流速であり、 D は円柱径である。いま、渦が式 (34) で示されるような形で回転しているとすると、渦の循環を求めるにあたって、渦における角運動量保存の法則、すなわち面積速度が一定となることより、

$$|\vec{v} \times \vec{r}| = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{r}| \sin \beta = \text{const.} (=C) \quad \dots\dots\dots(37)$$

の関係を用いると、この渦の循環 Γ_2 は、

$$\Gamma_2 = \oint \vec{v} ds = -2\pi C \{1 + (\alpha_1^2 - 1)^2 / 8\alpha_1^2\} \quad \dots\dots\dots(38)$$

となる。ここに、 \vec{v} : 速度ベクトル、 \vec{r} : 位置ベクトル、 β : \vec{v} と \vec{r} の交角である。

式 (36) で表わされる循環の減少量 $\Delta\Gamma$ も、式 (38) で表わされる循環も円柱の存在によって生じたものであって、よどみ面内の循環の保存を考慮すると Γ_2 は $\Delta\Gamma$ の変形したものと考えられる。しかし、円柱近傍ではよどみ面近くの流線は若干弯曲するため、必ずしも単位幅を考えたよどみ面内だけで循環が一定という条件は満た

されていないけれども、 Γ_2 は $\Delta\Gamma$ となんらかの強い相関関係があり、いま仮にそれらのあいまいさを k_0 にしわよせして、 $\Gamma_2 = k_0\Delta\Gamma$ とすると、式 (36) および (38) から C は次式で示される。

$$C = k_0 u_{os} D / 4\pi \{1 + (\alpha_1^2 - 1)^2 / 8\alpha_1^2\} \quad \dots\dots\dots(39)$$

また、渦軸を通る鉛直方向流速分布として、 $\delta \leq z \leq l$ の間では渦外縁で u_{vb} 、渦中心で 0 となる直線分布を考える。 δ は後で述べる渦内河床面で発達する境界層厚 (図-19 参照) で、 l は河床から渦軸までの距離である。渦が河床と接する位置では、 $r=l$ 、 $\beta=\pi/2$ であるから、 $u_{os} = (1+n\sqrt{g/\kappa h_0^{1/6}})$ を考慮すると、式 (37) および (39) より、角速度 ω は、

$$\begin{aligned} \omega = u_{vb}/l = C/l^2 &= \frac{k_0 u_{os} D}{4\pi l^2 \{1 + (\alpha_1^2 - 1)^2 / 8\alpha_1^2\}} \\ &= \frac{k_0 \alpha_1^2 (1+n\sqrt{g/\kappa h_0^{1/6}})}{\pi k_4^2 D \{1 + (\alpha_1^2 - 1)^2 / 8\alpha_1^2\}} u_{om} \quad \dots\dots\dots(40) \end{aligned}$$

となるから、 $\delta \leq z \leq l$ では、流速分布は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} u_v(z) = (l-z)\omega &= \left(\frac{k_4}{2\alpha_1} - \frac{z}{D}\right) \frac{k_0 \alpha_1^2}{\pi k_4^2} \\ &\times \frac{(1+n\sqrt{g/\kappa h_0^{1/6}})}{\{1 + (\alpha_1^2 - 1)^2 / 8\alpha_1^2\}} u_{om} \quad \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

ただし、 $k_4 = 2l/D$ (式 (34) 参照) である。一般に、 $\delta/l \ll 1$ であるので、上で実測した河床上での流速 u_{vmax} は、式 (41) において、 $z=0$ での流速と同じであるとみなせるから、

$$\begin{aligned} u_{vmax} = u_v(0) &= \frac{k_0 \alpha_1}{2\pi k_4} \frac{(1+n\sqrt{g/\kappa h_0^{1/6}})}{\{1 + (\alpha_1^2 - 1)^2 / 8\alpha_1^2\}} u_{om} \\ &= k_3 u_{om} \quad \dots\dots\dots(42) \end{aligned}$$

ここに、 k_3 は今の実験では流れにほとんど左右されない定数であるから、渦流域内で河床上での最大流速はほぼ一様流での平均流速に比例することがわかる。図-17において、実線は $\alpha_1=1$ (円)、 $k_0=1$ としたときの式 (41) による計算式であり、破線は $\alpha_1=1.3$ (楕円) に対する計算式である。実測した流速分布は、円柱径が大きいつきにばらつきが大きいが全体的には直線分布に近いと考えられ、渦形としては、 $\alpha_1=1.3$ の楕円を考えた場合に近い分布形としているようである。次に、図-1

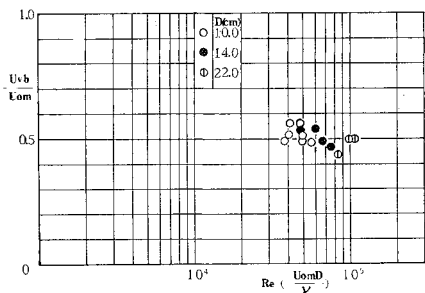


図-18 よどみ面渦内の最大流速

18 は 図-16 で示される河床流速の最大値を一様流の平均流速で無次元化したものと円柱径を基準とした Reynolds 数 ($u_{0m}D/\nu$) との関係を示したものである。式 (42) より, $u_{vmax}/u_{0m}=k_3$ となるのがわかるが, いま, $\alpha_1=1, k_0=1$ とし, $k_4=0.37$ (式 (35) より) を用いて k_3 を計算すると, 実験に用いた水理条件に対しほぼ一定で, $k_3 \approx 0.50$ となる。この結果が 図-18 で示されるように実測結果と良好な一致をしていることより, 最大流速に関しては $\alpha_1=1$ の円形渦のモデルで説明できることがわかる。以上の結果はよどみ面では円柱の存在による循環の減少分が渦の循環に変形しているという考え方の妥当性のある程度裏づけており, よどみ面内のはく離渦は円形に近い強制渦として運動しているということが推定できる。

(3) 渦による河床せん断力

前節で河床面における最大流速 u_{vmax} は式 (42) で示されることを導いたが, この流速と河床せん断力との

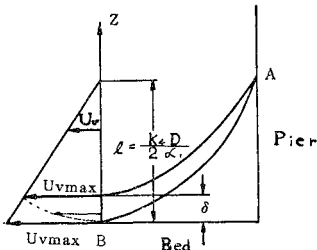


図-19 記号図

関係を求める必要がある。いま, 図-19 のように渦流が円柱に接する点 (A 点) から境界層が渦外縁に沿って, 発達し, u_{vmax} が生じている断面 (B 点) で層厚 δ が δ_{max} になっていると仮定する。 $z \leq \delta_{max}$ での流速分布として Blasius の 1/7 乗則を仮定し, 境界層外縁での流速が u_{vmax} に等しいと仮定すると,

$$u/u_{vmax} = (z/\delta_{max})^{1/7} \dots\dots\dots (43)$$

の流速分布式が得られる。さらに, 渦外縁円弧 \widehat{AB} に沿って発達する境界層の受ける抵抗は, 実際には河床と橋脚および弧 \widehat{AB} で囲まれた部分が固体でないため平板における境界層発達状況とは必ずしも同じではないが, 弧 \widehat{AB} での抵抗が固体壁での抵抗に相当するものと考え, 平板における従来の境界層発達過程の研究結果がこの場合にも便宜的に適用できるとすると, 渦流による河床せん断力 τ_{vb} と境界層厚 δ_{max} との関係は,

$$\tau_{vb}/\rho u_{vmax}^2 = 0.0225(\nu/u_{vmax}\delta_{max})^{1/4} \dots\dots (44)$$

$$\delta_{max} = 0.37 x(u_{vmax}x/\nu)^{-1/5} \dots\dots\dots (45)$$

である²⁴⁾。ここに, x は境界層が発達し始めてからの距離である。いま, $\alpha_1=1$ (円形の渦) を考える場合, δ の発達し始める A 点から河床面に渦流が接する B 点までの距離 x を円周の 1/4, すなわち $\pi l/2$ と便宜的に考える。

$l \gg \delta_{max}$ であるから, u_{vmax} として u_{vb} を用いると,

$x = \pi l/2 = \pi k_4 D/4$ および式 (42) より求められた u_{vmax} を用いて式 (44), 式 (45) を考慮すると, τ_{vb} は,

$$\tau_{vb}/\rho u_{0m}^2 = 0.0225 \left(\frac{k_0}{2\pi k_4} \right)^2 \left(\frac{1}{0.37} \right)^{1/4} \times \left(\frac{8\nu}{k_0 D u_{0s}} \right)^{1/5} \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\pi h_0^{1/6}} \right)^2 \dots (46)$$

となる。すなわち, よどみ面内で渦による最大河床せん断力は, 式 (46) の右辺が水理量の変化に対して大きな変化は示さずほとんど一定となるから, 一様流の平均流速の 2 乗にほぼ比例することがわかる。また, 渦による河床せん断力 τ_{vb} を ρu_{v*}^2 のように表わすと,

$$u_{vb}/u_{v*} = \phi \dots\dots\dots (47)$$

で関係づけられる流速係数 ϕ は,

$$(1/\phi) = (0.0225)^{1/2} (1/0.37)^{1/8} (8\nu/k_0 D u_{0s})^{1/10} \dots\dots\dots (48)$$

となる。

これまで考えてきた河床せん断力は平均的なもので, 渦のようにかなりの変動のある流れでは, 河床せん断力も時間的に変動している。たとえば, 砂礫の移動の有無などを論じる場合には平均的なせん断力よりは最大せん断力の方がより重要な意味をもつ。一般に正規分布をする変動量においては, 有為な最大値は平均値と標準偏差の m 倍 (通常 $m \approx 3$) との和で表わされることが多いが, ここでも, 最大有効摩擦速度 u_{v*e} を,

$$u_{v*e} = (1/\phi) u_{vbe} = (1/\phi) (u_{vb} + m\sigma_{u_{vb}}) = (1/\phi) (1+k) u_{vb} \dots\dots\dots (49)$$

で表わす。ここに, $k = m\sigma_{u_{vb}}/u_{vb}$, u_{vbe} : B 点における最大河床流速, u_{vb} : B 点における平均河床流速, $\sigma_{u_{vb}}$: u_{vb} の標準偏差である。いま, この標準偏差の渦内での大きさを知るために小型ピトー管の動圧管と静圧管とを差圧計に接続し, 動ひずみ計によって増幅することによって流速の変動を実測した結果が 図-20 に示されている。同一水理条件で実測した一様流の河床でのものも同時に示してあるが, 一様流においては, 本実験条件のもとでは, σ/u_b はほぼ一定値 0.1 と比較的小さいが, 渦流では 0.55~0.65 となり一様流の場合よりはるかに大

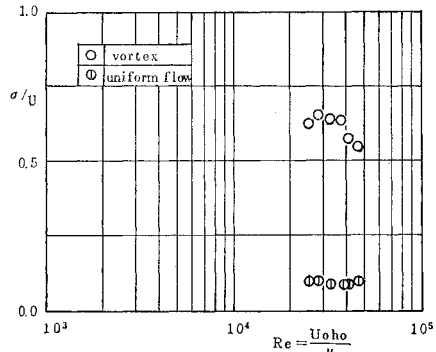


図-20 渦内および一様流での河床流速変動

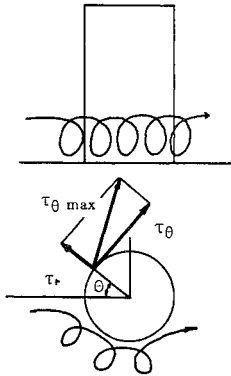


図-21 はく離渦の概念図

きい値を示しており、渦流内河床での砂の移動のあるなしを論じる場合は、せん断力の変動をも加味した $u_{*e} = u_* + m\sigma u_a$ という考え方の必要を示している。吉川ら²⁵⁾は円柱周辺での砂の移動の有無から一様流中での河床せん断力 τ_{*0} と渦域でのそれ τ_{vbe} の比 τ_{vbe}/τ_{*0} が約 1.5 になることを実験的に示している。いま、これらの実験結果を式 (49) から求められる、

$$\tau_{vbe}/\tau_{*0} = (1/\phi)^2 (1+k)^2 \left(\frac{k_0}{2\pi k_1} \right) \left(\frac{n\sqrt{g}}{h_0^{1/6}} \right)^{-2} \times \left(1 + \frac{n\sqrt{g}}{\kappa h_0^{1/6}} \right)^2 \dots\dots\dots (50)$$

に代入すると、 k の値はほぼ 1.5 となる。すなわち、式 (49) における m の値は、 $m \approx 1.5 / (0.55 \sim 0.65) \approx 2.7$ となる。

次に、よどみ面以外の渦流については、この渦流は図-21 にみられるように円柱に沿って下流に運ばれいわゆる馬蹄形渦を形成する。従来の実験結果によると、円柱に沿う馬蹄形渦のスケールは円柱前面から側面にかけてほぼ一定であることが報告されているが、円柱周辺河床に設けられた孔からの染料注入によって河床での染料の排除域を調べた著者の実験でもこのことはほぼ正しいことが認められた。いま、渦流域の任意の θ 断面における最大河床せん断力を求めるにあたって、よどみ面で生じた渦は大きさおよび強さが保持されながら円周に沿って円柱周辺のポテンシャル流速に代表される流速で運ばれていると考える。図-21 のように円柱軸を原点とする円筒座標系を考え、 θ 方向の基準面としてよどみ面をとると、はく離渦域内の $\theta = \theta$ での最大せん断力 $\tau_{\theta max}$ が $r = D/2$ でのポテンシャル流を考えた $r\theta$ 方向のせん断力 τ_{θ} と渦による r 方向のせん断力 τ_r の合成せん断力として生じると考えると、

$$\tau_{\theta max} = \sqrt{\tau_{\theta}^2 + \tau_r^2} \dots\dots\dots (51)$$

で与えられる。ここで、渦によるせん断力 τ_r は式 (46) の τ_{vb} と同じであると仮定したから、一様流での平均流速 u_{om} で表わされる。一方、円柱に沿う $r\theta$ 方向のせん断力 $\tau_{\theta} = \rho u_{*e}^2$ については、そこでの流れを一様流での平均流速と同じように平均流速として仮に Manning 平均流速公式を用いれば、 u_{om} を断面 $\theta = \theta$ 、 $r = D/2$ での $r\theta$ 方向の平均流速（水深方向の平均）とすれば、 $u_{*e} = (n\sqrt{g}/h^{1/6})u_{om}$ となる。したがって、ポテンシャル流理論より求まる円柱表面 ($r = D/2$) での $r\theta$ 方向の

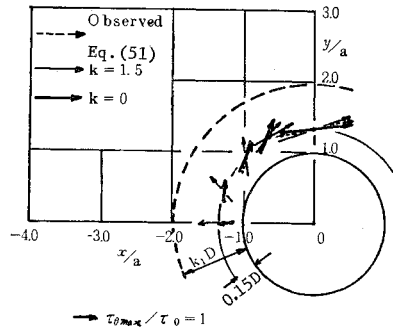


図-22 渦流内の河床せん断力

流速が $u_{\theta m} = 2u_{om} \cdot \sin \theta$ で表わされることを考慮すると結局、 $u_{*e} = (n\sqrt{g}/h_0^{1/6}) \cdot 2 \cdot u_{om} \sin \theta$ となるから、 $\tau_{\theta}/\rho u_{om}^2 = (n\sqrt{g}/h_0^{1/6})^2 \cdot 4 \cdot \sin^2 \theta \dots\dots\dots (52)$ となる。

図-22 は $\tau_{\theta max}/\tau_{*0}$ の場所的变化を示したもので、矢印で大きさおよび方向を示している。図中、太い実線は式 (51) で $k=0$ (流れの変動を考えないで平均流のみを考えた場合) の場合で、細い実線は $k=1.5$ の場合を示しているが、これらは表-1 に示す水理条件に対する理論値である。点線の矢印が実測値であって図-13 (b) の一部である。実測値はプレストン管で測られているため平均的な値を示していると考えられ、太い実線とほぼ一致する。また、細い実線は渦流が変動しているせん断力が最大になったときのせん断力特性を示しているため実測することができないが、実際に観察される円柱周辺河床上での砂の動く方向に一致している。これらの実験的事実は、式 (51) の妥当性を裏づけているものと考えられる。

4. あとがき

本研究では、橋脚周辺における流れと河床への掃流力を推定することを目的として、円柱周辺部の流れの様相を理論的・実験的に明らかにしたが、得られたおもな結果は次のとおりである。

- (1) 円柱のごく近傍のはく離渦域を除いて、ポテンシャル流方向およびそれに垂直方向の流速分布状態を明らかにし、その場所での河床せん断力の大きさおよびその方向を理論的に求め、実験によって検証することができた。
- (2) 円柱前面よどみ面内に生じる水平軸をもつ渦内の流速分布は強制渦の分布で直線分布をしており、河床における最大流速は一様流の平均流速にほぼ比例する。
- (3) はく離渦内の半径方向任意断面における最大河床せん断力は、よどみ面内における渦流による最大河床せん断力と渦流がポテンシャル流方向に運ばれることに

よって生じる河床せん断力の合成力として表わされる。

本研究を行うにあたり、終始懇切なご指導をいただいた京都大学工学部 中川博次教授 および計算・製図に尽力いただいた京都大学大学院学生（現在 広島県）河村康君に深く感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) Prandtl, L. : On Boundary Layers in Three-Dimensional Flow, Reports and Transactions, No. 64, British M.A.P., May 1946.
- 2) Moore, R.W. and Richardson, D.L. : Skewed Boundary Layer Flow Near the Bend Walls of a Compression Cascade, Trans. ASME, Vol. 79, pp. 1789~1800, 1957.
- 3) Coles, D. : The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer, Jour. of Fluid Mech., Vol. 1, pp. 191~226, 1956.
- 4) Perry, A.E. and Joubert, P.N. : A Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer, Jour. of Fluid Mech., Vol. 22, pp. 233~250, 1965.
- 5) Johnston, J.P. : On the Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer Generated by Secondary Flow, Trans. ASME, pp. 233~250, March, 1960.
- 6) Hawthorne, W.R. : The Secondary Flow About Struts and Airfoils, Jour. of the Aeronautical Sciences, pp. 588~608, Sept. 1954.
- 7) Lighthill, M.J. : Drift, Jour. of Fluid Mech., Vol. 1, pp. 35~53, 1956.
- 8) 村本嘉雄：開水路弯曲流の内部機構，京都大学防災研究所年報，第8号，pp. 415~427，昭和40年。
- 9) 村本嘉雄：開水路弯曲流の内部機構（Ⅱ），京都大学防災研究所年報，第9号，pp. 525~537，昭和41年。
- 10) Rozovskii, I.L. : Flow of Water in Bends of Open Channels, Published by Academy of Science of the Ukrainian, Izdatel'stvo Akademii Nauk Ukranskoi USSR, 1957.
- 11) Fransis, J.R.D. and Asfari, A.F. : Velocity Distribution in Wide Curved Open Channel Flow, Jour. of Hydraulic Research, IAHR, pp. 73~90, 1972.
- 12) Kikkawa, H., Ikeda, S., Ohkawa, H. and Kawamura, Y. : Secondary Flow in a Bend of Turbulent Stream, Proc. JSCE, No. 219, pp. 107~114, 1973.
- 13) 吉川秀夫・福岡捷二・岩間 汎・小曾川久貴：橋脚の洗掘ならびにその防止に関する考察，土木学会論文報告集，第194号，pp. 83~90，昭和46年。
- 14) Schneider, R.A. and Shen, H.W. : Local Scour around Bridge Piers, Proc. ASCE, HY 6, pp. 1919~1940, 1969.
- 15) 宇民 正：円柱橋脚前方における局所流の研究，土木学会論文報告集，第247号，pp. 61~69，昭和51年。
- 16) 前出 6)
- 17) たとえば，佐々木達郎：等角写像，pp. 82~88.
- 18) 前出 5)
- 19) Suckary, A. : Flow around Bends in an Open Flume, Trans. ASCE, Vol. 115, 1950.
- 20) 村本嘉雄：開水路弯曲流に関する研究，京都大学工学博士論文，pp. 39~44，昭和41年。
- 21) Preston, J.H. : The Determination of Turbulent Skin Friction by Means of Pitot Tubes, Jour. Roy. Aero. Soc. Vol. 58, pp. 109, 1954.
- 22) 前出 15)
- 23) Shen, H.W., Schneider, V.R. and Roper, A.T. : Analytical Approach to Local Scour, Proc. 14th Congress of IAHR, Vol. 3, pp. 151~161, 1967.
- 24) たとえば，藤本武助：流体力学，養賢堂版，pp. 31~57，昭和40年。
- 25) 前出 13)

(1977.5.10・受付)