

2相流としての不飽和鉛直浸透解析

ANALYSIS OF VERTICAL INFILTRATION AS TWO-PHASE FLOW

高木 不折*・森下 忠司**

By Fusetsu TAKAGI and Tadashi MORISHITA

1. 序

流出問題、山腹斜面の崩壊などに関連して、雨水の土中への浸透現象の解明は重要である。土中への浸透水量の算定・評価には Gardner¹⁾, Horton²⁾ あるいは Kostiaikov³⁾ らの浸透能方程式があり、流出解析、農業土木の分野で広く用いられてきた。一方、理論的には Buckingham⁴⁾ や Brigg⁵⁾ にはじまる一連の毛管ポテンシャル派の研究がある。Klute⁶⁾ による拡散型方程式の導入以後は、この型の方程式の解析・数値解法が行われるようになり^{7), 8)}、とくに、いわゆる土砂中への浸透に関しては Philip⁹⁾ によってほぼ完成されたといえよう。ただ、これらは、間隙空気が浸透水と容易に置換される場合を対象として解析しているのだから、間隙空気が閉塞される状態での浸透現象を扱うという点では、まだ問題が残されている。間隙空気が閉塞される場合の現象については、現象の複雑さゆえに、主として実験的な研究がされ^{10), 11)}、定性的な検討が繰り返されている段階にあるといってもよい。

本研究では、間隙空気が開放された場合、および閉塞された場合のいずれの場合にも用いられ、かつできる限り簡単な不飽和浸透の数学モデルとして、Petroleum reservoir engineering の分野で用いられている2相流方程式^{12)~14)}の適用を試みた。この2相流方程式は、土中での石油ガスと石油、あるいは、石油と水の流れを扱っているのだから、同様な考え方を雨水の浸透での水と空気の流れの解析に応用した。水と空気に対する2相流方程式について、間隙空気が開放されている場合と閉塞されている場合の両方の条件で差分計算を行い、その結果を実験値と比較検討した。

2. 不飽和鉛直浸透のモデル

(1) 基礎式

土層上面が水平な不飽和土層への雨水の浸透では、水と空気の運動は鉛直方向のみであると考えられるので、以下においては、1次元の取り扱いを行う。非常に大胆ではあるが、ここでは、水と空気いずれに対して

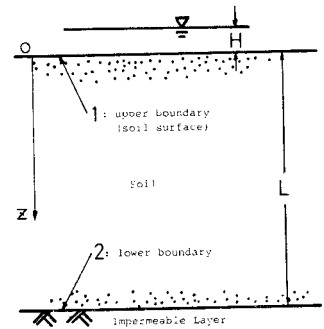


図-1 浸透モデル

も、Darcy 則が成立するものと考え、水と空気の流れに対して、Darcy 則はそれぞれ次のようになる。

$$V_w = -\frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial z} - \rho_w g \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$V_a = -\frac{k \cdot k_{ra}}{\mu_a} \left(\frac{\partial P_a}{\partial z} - \rho_a g \right) \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 V_w : 水の Darcy 流速、 V_a : 空気の Darcy 流速、 k : absolute permeability、 k_{rw} : 水の relative permeability、 k_{ra} : 空気の relative permeability、 μ_w : 水の粘性係数、 μ_a : 空気の粘性係数、 P_w : 水圧、 P_a : 空気圧、 ρ_w : 水の密度、 ρ_a : 空気の密度、 g : 重力加速度、 z : 土層上面からの深さである。

空気の圧縮性は別途考えることにして、問題を簡単にするために、流体の圧縮性を無視すれば、水と空気に対する連続方程式は、それぞれ次のように記述される。

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\frac{\partial V_w}{\partial z} \dots \dots \dots (3)$$

$$\phi \frac{\partial S_a}{\partial t} = -\frac{\partial V_a}{\partial z} \dots \dots \dots (4)$$

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 日本国有鉄道盛岡工務局

上式中、 ϕ : 間隙率, S_w : 水の飽和度, S_a : 空気の飽和度 (間隙の体積を 1.0 とした場合の空気の占める体積), t : 時間である。

連続式 (3), (4) と Darcy 則 (1), (2) を用いて, 次の 2 つの非線型偏微分方程式がえられる。

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial z} - \rho_w g \right) \right\} \dots\dots (5)$$

$$\phi \frac{\partial S_a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{k \cdot k_{ra}}{\mu_a} \left(\frac{\partial P_a}{\partial z} - \rho_a g \right) \right\} \dots\dots (6)$$

間隙中に存在するのは, 水と空気のみであるから, 飽和度の定義から次式が成立する。

$$S_w + S_a = 1.0 \dots\dots\dots (7)$$

また, 空気と水とは混合しないので, 2 流体の圧力の間には差が生じる。この圧力差は毛管圧 (capillary pressure) P_c であり, 飽和度の関数である (P_c の符号は正とする)。

$$P_a - P_w = P_c \dots\dots\dots (8)$$

以上のようにして得られた式 (5)~(8) が 2 相流としての不飽和鉛直浸透の基礎式である。式 (5), (6) を加えれば, 左辺がゼロになることに注目して, これらを加えたのち, z について積分すれば, 時間 t のみの関数 $V(t)$ が得られる。

$$V(t) = \frac{P_{a1} - P_{a2} + \int_1^2 \frac{dP_c}{1 + \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{\mu_w}{k_{rw}}} + \rho_w g \int_1^2 \frac{dz}{1 + \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{\mu_w}{k_{rw}}}}{\int_1^2 \frac{dz}{k \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{ra}}{\mu_a} \right)}} \dots\dots\dots (9)$$

上式中の添字 1, 2 および積分上下限の 1, 2 は, 図-1 に示すように, 土層上面, 土層不透水下面での値, 状態を意味する。

一方, 式 (5) において, $\partial P_w / \partial z$ を式 (8) の関係を用いて消去すると,

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{1 + \frac{k_{ra}}{\mu_a} \frac{\mu_w}{k_{rw}}} \cdot \left\{ V(t) + \frac{k \cdot k_{ra}}{\mu_a} \left(\frac{\partial P_c}{\partial z} + \rho_w g \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。

次に, 上に得られた式 (9), (10) を無次元化するために, 次の無次元量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{z}{L}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \eta = \frac{(P_a / \rho_w \cdot g)}{L} \\ \psi &= \frac{(P_c / \rho_w \cdot g)}{L}, \quad v = \frac{V(t)}{(L/T)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここで, L : 土層厚, $T = L/K$, $K = (k \rho_w g) / \mu_w$ である。式 (11) の関係を用いると, 式 (9), (10) は書き換えられて, 次のような無次元の基礎式が得られる。

$$v(\tau) = \frac{\eta_1 - \eta_2 + \int_1^2 \frac{d\psi}{1 + \alpha \cdot \frac{k_{ra}}{k_{rw}}} + \int_1^2 \frac{d\xi}{1 + \alpha \cdot \frac{k_{ra}}{k_{rw}}}}{\int_1^2 \frac{d\xi}{k_{rw} + \alpha \cdot k_{ra}}} \dots\dots\dots (12)$$

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{1 + \alpha \cdot \frac{k_{ra}}{k_{rw}}} \cdot \left\{ v(\tau) + \alpha \cdot k_{ra} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} + 1 \right) \right\} \right] \dots\dots (13)$$

ここで, $\alpha = \mu_w / \mu_a$ である。

(2) 差分方程式と計算方法

式 (13) を差分表示するために, 図-2 のように, $\xi-\tau$ 平面を $\Delta \xi$ と $\Delta \tau$ によって分割する。この $\xi-\tau$ 平面で, $\xi = i \cdot \Delta \xi$, $\tau = j \cdot \Delta \tau$ として, 式 (13) を差分表示すると,

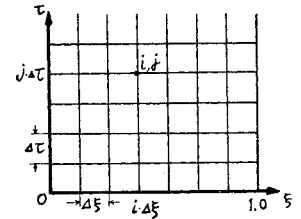


図-2 差分計算のための座標

$$\frac{\phi}{\Delta \tau} (S_{wi,j+1} - S_{wi,j}) = M_{i+1/2,j} (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j} + \Delta \xi) - M_{i-1/2,j} (\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j} + \Delta \xi) + v(\tau) (F_{i+1,j} - F_{i,j}) \dots\dots\dots (14)$$

となる。ここで, M, F は次式で与えられる。

$$M_{i+1/2,j} = - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha k_{rai,j}}{(\Delta \xi)^2 \left(1 + \alpha \frac{k_{rai,j}}{k_{rwi,j}} \right)} + \frac{\alpha k_{rai+1,j}}{(\Delta \xi)^2 \left(1 + \alpha \frac{k_{rai+1,j}}{k_{rwi+1,j}} \right)} \right]$$

$$M_{i-1/2,j} = - \frac{1}{2} \left[\frac{\alpha k_{rai,j}}{(\Delta \xi)^2 \left(1 + \alpha \frac{k_{rai,j}}{k_{rwi,j}} \right)} + \frac{\alpha k_{rai+1,j}}{(\Delta \xi)^2 \left(1 + \alpha \frac{k_{rai+1,j}}{k_{rwi-1,j}} \right)} \right]$$

$$F_{i+1,j} = - \frac{1}{(\Delta \xi) \left(1 + \frac{k_{rai+1,j}}{k_{rwi+1,j}} \right)}$$

$$F_{i,j} = - \frac{1}{(\Delta \xi) \left(1 + \frac{k_{rai,j}}{k_{rwi,j}} \right)}$$

式 (14) において, j 以前のタイムステップの項を移項すると

$$S_{wi,j+1} = S_{wi,j} + \frac{\Delta \tau}{\phi} M_{i+1/2,j} (\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j} + \Delta \xi) - \frac{\Delta \tau}{\phi} M_{i-1/2,j} (\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j} + \Delta \xi) + \frac{\Delta \tau}{\phi} v(\tau) (F_{i+1,j} - F_{i,j}) \dots\dots\dots (15)$$

この式が飽和度分布算定の基礎方程式となる。

具体的な計算方法としては、式 (12) による $v(\tau)$ の計算と、式 (15) による S_w の決定の 2 つに大別される。式 (12) 中の η_1 と η_2 とは境界条件により定まり、また他の項は初期条件が与えられれば数値積分によって計算することができる。このようにして得られた $v(\tau)$ の値を式 (15) に代入すれば式 (15) 右辺はすべて既知の量になり、次のタイムステップの飽和度が順次算定されることになる。

このような非線型偏微分方程式の数値解のもつ精度あるいは誤差については、今日まだ系統だった論議をすることはできない。本研究の計算にあたっては、いくつかの差分間隔について計算し、それらのうち、解の収斂性、ならびに結果の安定性のよいものを数値解として用いている。すなわち、Capillary を無視した場合と豊浦標準砂については、 $\Delta\tau=0.0005$, $\Delta\xi=0.01$ とし、Capillary の効果のある場合については、 $\Delta\tau=0.000025$, $\Delta\xi=0.01$ としている。

こうしてえられた結果は、飽和度の分布あるいは進行状況などを議論するうえでは十分な精度を持っている。本論文での計算誤差は、計算上のステップを進めても、順次累加されるものではなく、無視できるほど小さいことが確認された。

(3) 境界条件と初期条件

初期条件として、土層全体にわたって一定の飽和度を与える。境界条件は、土層上面と下面で飽和度がそれぞれ一定値であるとした。空気圧に対する境界条件は、土層上面では次式で与える。

$$\eta_1 = \frac{H}{L} + \frac{P_{atm}}{L} + \psi_1 \dots\dots\dots (16)$$

H は地上での湛水深、 L は土層厚、 P_{atm} は大気圧であり、 ψ_1 は土層上面での毛管圧の値である。降雨によって地表付近の飽和度が高くなった状態での土中への浸透が、ここでの計算の主対象であるので、実際の計算にあたっては、 $\psi_1=0$ と近似した。土層下面での空気圧に対する境界条件は、間隙空気が開放される場合は大気圧と等しくすればよい。間隙空気が閉塞される場合には、空気が土層から逸脱する前後で次のようにした。すなわち、浸透初期には間隙空気がすべて封入されると考え、ボイルーシャルの法則より平均的な間隙空気圧を求めた。

$$\eta_2 = \eta_a \frac{U_0}{U(\tau)} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $\eta_a = P_{atm}/L$ であり、 U_0 は初期の間隙空気の体積、 $U(\tau)$ は浸透開始後時間 τ での間隙空気の体積である。 $U(\tau)$ は U_0 と累積浸透水量との差として求められる。第 1 回目の空気逸脱の条件としては次式を用いた。

$$v(\tau) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$v(\tau)$ は水の流速と空気の流速の和を意味している。上式の条件は間隙空気圧が一定で、空気逸脱が連続的に生じるという仮定から導かれたものである。1 回目の空気の逸脱までは、土層上面では空気の流れが存在せず水の流れのみであって、 $v(\tau)$ は浸透能に等しい。式 (18) では間隙空気上昇にともなう浸透能の減少が進み、やがて浸透能がゼロになって、水と空気が土層のごく近辺で不安定なつり合い状態になった時、間隙空気が逸脱するという条件を示している。さて、間隙空気が一度逸脱した後は空気は間歇的に抜ける。空気圧の上昇限度は土粒子間に形成されたメニスカスの保持する圧力によって決められるので、空気圧は細かい変動を示すが、時間平均的にはほぼ一定値を示すといわれている¹⁰⁾。そのために、浸透水量と逸脱した空気の体積はほぼ等しく、土層上面では水と空気の流速は断面および時間について平均すれば、絶対値が同じで、符号が逆、すなわち、 $v(\tau)=0$ である。結局、式 (12) で $v(\tau)=0$ とおくと、間隙空気が間歇的に逸脱する場合の土層下面での空気圧は次式で与えられることになる。

$$\eta_2 = \eta_1 + \int_1^2 \frac{d\psi}{1 + \alpha \frac{k_{ra}}{k_{rw}}} + \int_1^2 \frac{d\xi}{1 + \alpha \frac{k_{ra}}{k_{rw}}} \dots\dots (19)$$

なお、間隙空気閉塞の特殊な場合として、土層下面での空気圧が大気圧以上の一定値を保つという条件についても計算を行った。

3. Klute の式と 2 相流方程式

(1) Klute の式

不飽和浸透に関する有名な Klute の式⁹⁾は、一般的には、diffusivity coefficient ($D(\theta)$) を用いて展開されるが、2 相流基礎式と比較するために、ここでは次の形式について計算を行った。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = r(K(\theta) \cdot r\theta) \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 θ は体積含水率、 $K(\theta)$ は不飽和透水係数、 ϕ は水頭であらわした全ポテンシャルである。ここで、全ポテンシャルとしては重力ポテンシャルと負圧のみと考えた。式 (20) で、 $\theta = \phi S_w$ とした後に、鉛直一次元の場合について書き直すと、

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} \left(-\frac{\partial P_c}{\partial z} - \rho_w g \right) \right] \dots (21)$$

となる。この式を、さらに、式 (11) の無次元量によって書き換えると、

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \left[k_{rw} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} + 1 \right) \right] \dots\dots\dots (22)$$

この式を差分表示すると次式となる。

$$S_{wi,j+1} = S_{wi,j} - \frac{d\tau}{\phi(D\xi)^2} [k_{rwi+1/2,j}(\psi_{i+1,j} - \psi_{i,j}) - k_{rwi-1/2,j}(\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j})] - \frac{d\tau}{\phi \cdot d\xi} [k_{rwi+1,j} - k_{rwi,j}] \dots\dots\dots (23)$$

上式中の i, j の定義は 2 相流式におけるものとまったく同様である。境界条件としては、土層の上面下面でそれぞれ飽和度一定とし、初期条件は土層全体で一定飽和度とする。

(2) Klute 式と 2 相流式

2 相流基礎式と Klute の式の比較を行うために、空気圧と水圧の関係式 (8) を空気圧一定という条件下で z について偏微分すると、

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = - \frac{\partial P_w}{\partial z} \dots\dots\dots (24)$$

となる。これを 2 相流基礎式 (5) に代入すれば次式が得られる。

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} \left(- \frac{\partial P_c}{\partial z} - \rho_w g \right) \right]$$

上式は Klute の式とまったく同じである。つまり Klute 式は 2 相流基礎式において空気圧を一定としたものに等しい。Klute の式で対象とするような湛水深のきわめて浅い場合には、土層上面での空気圧は大気圧とほぼ等しいので、Klute 式では土層全体で間隙空気圧が大気圧に等しいと仮定していることがわかる。また、大気圧を基準にすれば、間隙空気圧はゼロとなり、 P_c と P_w の関係は

$$P_c = -P_w \dots\dots\dots (25)$$

となる。一方、2 相流式では水圧と毛管圧の絶対値の間に間隙空気圧分だけのギャップがあるものとして扱っていることがわかる。

4. 不飽和鉛直浸透実験

実験装置の本体は、直径 15 cm、長さ 20 cm のフランジ付アクリルパイプを 10 個鉛直に接続したものである。それぞれのアクリルパイプの中心には、飽和度測定用の感体を取り付けてある。感体は、アクリル枠に銅板を張り付けたものと、ガラスフィルターブロックの 2 種類を用いた。両者とも電気抵抗式であって、極板間の交流抵抗を測定することにより、土中の含水比(飽和度)が求められる。

装置の上部には越流堰の付いた高水槽を設け、水は給水槽下面の小さい穴から細かい水滴状で砂層上面に供給する。間隙空気圧の条件を変化させるために、実験装置容最下端の条件を変えた。すなわち、間隙空气が浸透水と易に交換される場合には、装置最下部には穴のあいたア

クリル板を用い、間隙空气が閉塞される場合の実験では最下部は完全に密閉している。また、土層下面での間隙空气圧を大気圧以上の一定値に保つためには、装置下部より細いパイプを出し、この先を水中に浸して土層下面に一定の空気圧を与えた。

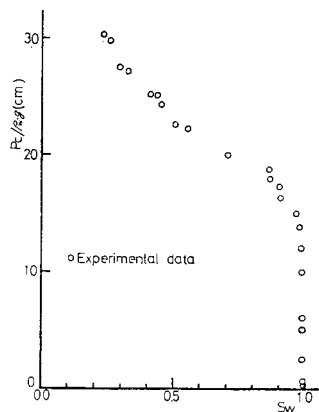


図-3 毛管上昇実験結果

実験に用いた試料砂は豊浦標準砂であって、その物理的特性は

- K : 0.033 1 cm/sec
- ϕ : 0.345 4
- 均等係数: 1.705
- 曲率係数: 0.862
- 10% 粒径: 0.132 mm
- 30% 粒径: 0.160 mm
- 60% 粒径: 0.225 mm

である。実験に際しては、とくに試料砂の締めめはせず、初期条件としては気乾状態とした。

給水槽への通水を開始(時間原点)すると、砂層上面からの浸透水量よりも、わずかに給水能力の方が大きいので、瞬時に砂層上面に湛水が生じる。この湛水深は実験中変化することがないように制御した。実験開始後、時々刻々の飽和度の変化状態、ならびに空気圧の変化状態はカセット・データレコーダーに記録されたのち、これを A-D 変換して種々の値を求めた。また飽和度の進行状態は、試料内に埋められた 10 個の水分析感体によって、それぞれの点での飽和度が 0.55 となる時間を測定した。

他方、浸透実験とは別に、毛管ポテンシャルと飽和度の関係を求めるために、毛管上昇実験などを行ったが、その結果は図-3 に示すとおりである。

5. 計算結果と実験結果および考察

(1) 計算の準備

数値計算に先立って relative permeability と capillary pressure の関数形および水と空气の粘性係数比を決める必要があるため、本論に入る前にこれらについて触れておこう。

水の relative permeability は capillary pressure と飽和度の関係から求められる。Fatt ら¹⁵⁾によれば、 k_{rw} の関数形は次式によって求めることができる。

$$k_{rw} = \int_0^{S_w} \frac{dS}{P_c^3} / \int_0^{1.0} \frac{dS}{P_c^3} \dots\dots\dots (26)$$

豊浦標準砂での capillary pressure-飽和度曲線は、図-3 のプロットの中央を通る曲線とした。 S_w を 100 等分して、これに対応する capillary pressure を 図-3 から求めて数値積分を施し 図-4 の relative permeability が得られる。実際の計算では、図-4 に曲線をフィットさせて得た関係式

$$k_{rw} = S_w^{2.785} \dots\dots\dots (27)$$

を用いた。

豊浦標準砂の空気に対する relative permeability は 2 相流に関する論文^{12)~14)}を参考にして 2 次式と仮定した。

$$k_{ra} = (S_w - 1.0)^2 \dots\dots\dots (28)$$

計算値のみを比較する場合には、水と空気の relative permeability は 2 次式と仮定している。

$$k_{rw} = 2.5(S_w - 0.3)^2 \dots\dots\dots (29)$$

$$k_{ra} = 2.5(S_w - 0.9)^2 \dots\dots\dots (30)$$

上式で定義される飽和度の範囲は、 $0.3 \leq S_w \leq 0.9$ である。

飽和度の非常に高い領域では、 k_{ra} は實際上ゼロに等しいと考えてよく、また飽和度が低い範囲では、 k_{ra} はほぼ 1.0 であると考えられる。一方、 k_{rw} についても、entrap air の効果によって、土中の飽和度が 1.0 に達しえないことを考えると、飽和度が 1.0 より若干低い状態で $k_{rw} = 1.0$ に達するとするのが妥当であろう。このように考えれば、飽和度の上記の範囲外では、 k_{ra} 、 k_{rw} の値は

$$\begin{aligned} S_w < 0.3 \text{ では } & k_{ra} = 1.0 & k_{rw} = 0.0 \\ S_w > 0.9 \text{ では } & k_{ra} = 0.0 & k_{rw} = 1.0 \end{aligned}$$

であると考えてよい。

なお、ここで対象としているのは、毛管水と重力水である。この

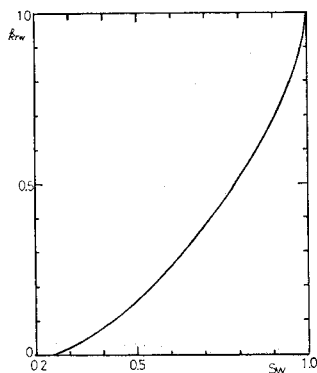


図-4 豊浦標準砂の relative permeability

ような扱いが、どの程度の飽和度の範囲で可能であるかについては、今後の検討にまたねばならないが、一応

$$\left(\begin{array}{l} \text{吸着水によって土粒子} \\ \text{表面が覆われた状態} \end{array} \right) < S_w < 1.0$$

の範囲で可能であろうかと思われる。

capillary pressure-飽和度曲線は 図-3 の結果に正接曲線をあてはめて用いた。水と空気の粘性係数は、浸透中に温度変化がないものとして、それぞれ 1.0 cP と 0.02 cP を使い、両者の比 $\alpha = \mu_w / \mu_a = 50.0$ として計算した。

(2) 間隙空気を開放した場合

これは、土砂層の最下端を通じて間隙空気が抜けることによって、間隙空気が浸透水と比較的に容易に置換される場合である。図-5 および 図-6 はこのような条件下での飽和度分布の時間的変化状態を示したもの(計算値)である。両図とも $\eta_1 = \eta_2 = 0$ という境界条件を用いているが、図-5 では capillary の効果を見出し、図-6 では capillary の効果を考慮している。capillary の効果が、浸潤前線付近での飽和度の場所的変化を緩やかにしていることがわかる。図-7 は、上の 2 つの計算例について、地表近辺での、いわゆる浸透能の時間的減衰状態を示したグラフである。両方の曲線ともに、指数関数的な減少形態を見せている。

従来の研究との比較をするために、Klute の式と 2 相流基礎式による解を比べたのが、図-8 と 図-9 である。初期条件、境界条件および relative permeability、粘性係数比、absolute permeability はまったく同じにして計算してある。図-8 の飽和度分布を見ると、2 相流基礎方程式の方が浸潤前線の進行が遅い。これは浸潤前線前面における間隙空気の抵抗によるものである。浸

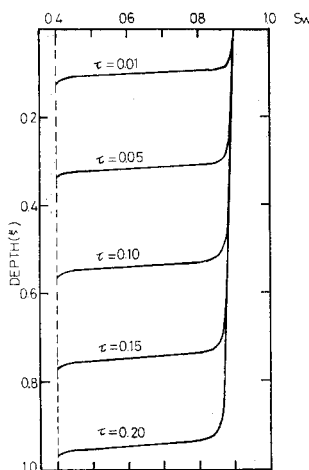


図-5 飽和度分布(間隙空気開放, psi=0)

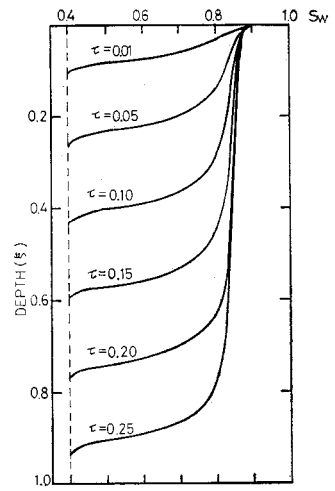


図-6 飽和度分布(間隙空気開放, psi(S_w=0.3)=0.1)

透水の浸入によって浸潤前線前面では空気圧が上昇し、これが前線の進行を遅らせているのである。一方、Klute の式では空気の効果を見無視しているため、この差が 図-8 にあらわれている。

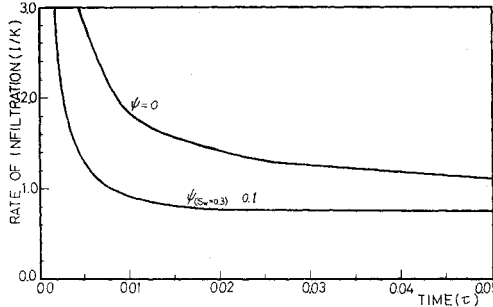


図-7 浸透能 (間隙空気開放, 図-5, 図-6 と同じ計算結果)

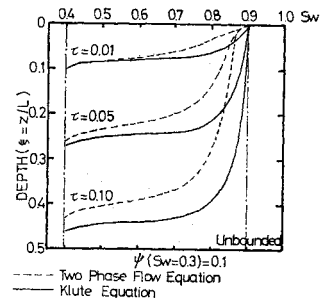


図-8 飽和度分布 (Two phase flow equation と Klute equation の比較)

同じく 図-8 で、浸潤前線の後方、すなわち、上の部分の飽和度を比較すると、Klute 式による方が飽和度が大きい。空気の relative permeability は、飽和度が大きい領域ではきわめて小さな値になる。これは、飽和度が大きくなると空気が間隙中を通過しにくくなるため、この効果が 図-8 の高飽和度領域での差異となって現われているのである。

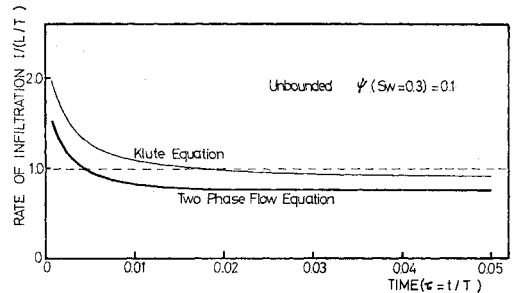


図-9 浸透能 (Two phase flow equation と Klute equation の比較)

一方、Klute の式、より広義には拡散型方程式は間隙空気の効果を見無視しているにもかかわらず、現象をよく説明するといわれてきた。上記の事柄は、従来の計算例は実際に間隙空気圧が土層内部でほとんど大気圧と等しいという場合ばかりではなく、間隙空気の動きを見無視した効果を absolute permeability や relative permeability の値に一部転嫁した場合もあることを想わせる。

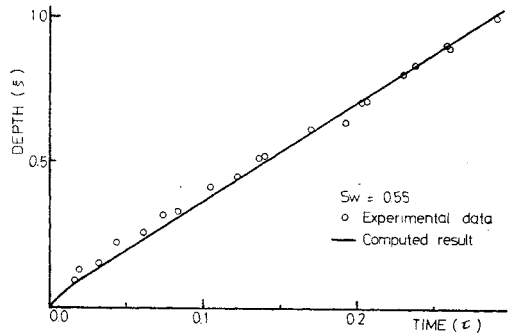


図-10 飽和度の進行状況 (間隙空気開放)

図-9 は 2 相流基礎式と Klute の式の解を浸透能に書き換えたものである。Klute の式の方が浸透能が大きいのも、間隙空気を考慮しているかないかの差によるものである。浸透能の値自身には両者に差は見られるものの、曲線の形は非常によく似ており、Klute の式での absolute permeability を見かけ上やや小さく評価すると、両者の曲線はほぼ一致することが確認された。

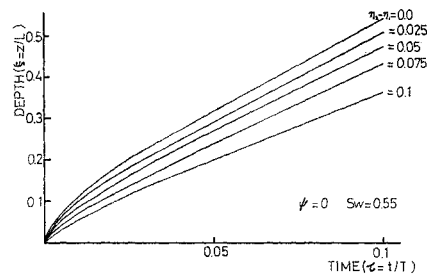


図-11 飽和度の進行状況 ($\eta_2 - \eta_1$ をパラメーターとした計算結果の比較)

図-10 は間隙空気を土砂層の上面下面で開放した場合の飽和度の進行状況を示したものである。図では実験値と計算値を比較している。縦軸に土層上面よりの深さ、横軸に時間をとり、飽和度 $S_w=0.55$ の状態の進行状態を示した。浸透初期には実験値には若干のばらつきが見られるが、浸透が進むにつれて、前線の進行速度が一定になり、計算値と実験値はよく一致している。

(3) 砂層下面の空気圧を一定とした場合

砂層下面での空気圧として、大気圧以上のある一定値を与えた場合を考える。間隙空気閉塞の特殊な場合として、土層下面から、空気がある一定圧力を保って逸脱する場合を扱った。このような場合についての、土砂中への飽和度の進行状況を示したのが 図-11 である。図では $\eta_2 - \eta_1$ を媒介変数としてある。浸透初期を除けば、グラフは直線的で、どの場合にも浸潤前線の進行速度は

すみやかに一定値に近づくが、 $\eta_2 - \eta_1$ の値が大きくなると、すなわち、土層下面での空気圧が高いほど、浸潤前線の進行が遅くなっている。

図-12 は上と同じ計算例を浸透能として示したものである。 $\eta_2 - \eta_1$ が大となると浸透能が小さくなるが、 $\eta_2 - \eta_1$ が大きくなると浸透能の減衰が速くなっていることは注目すべきであろう。

図-13 は土層を下面に 5 cm・Aq の空気圧を与えた場合の、飽和度の進行の様子を計算値と実験値と比較したものである。土砂層上面の湛水深はゼロにした。間隙空気開放の場合よりばらつきが大きい、実験値と計算値とはほぼよい対応をしているものと思われる。

(4) 間隙空気が閉塞される場合

間隙に空気が閉塞された場合について、浸透能と空気圧の時間的変化の計算例が図-14 である。実際には、間隙空気が閉塞されると、圧力の変化状態は場合によ

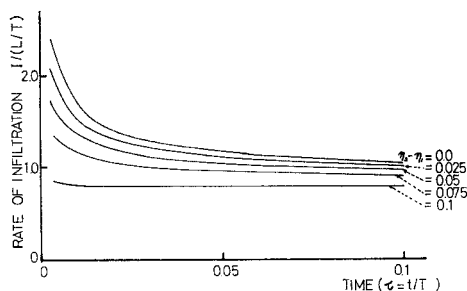


図-12 浸透能 ($\eta_2 - \eta_1$ をパラメーターとした計算結果) の比較

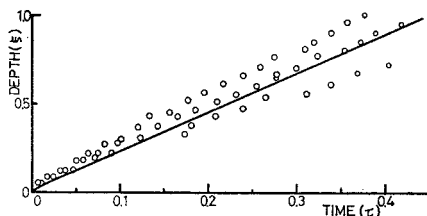


図-13 飽和度の進行状況 (土層下面に圧力を与えた場合 $\eta_2 - \eta_1 = 0.025$)

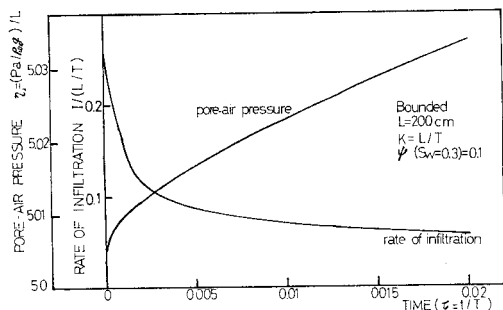


図-14 浸透能と間隙空気圧の時間的変化 (間隙空気閉塞, $\Psi (S_w = 0.3) = 0.1$)

てかなり違ったものになるが、図-14 に示すような変化をする場合が多いことが確認されている¹⁶⁾。一方、間隙空気圧が上昇すると、それに応じて浸透能は減少するが、浸透能自身の値は、間隙空気が開放される場合と比べると、約 1/10 程度となっている。この値も従来の実験によって示された値とほぼ一致している¹⁰⁾。なお、間隙空気圧が上昇して $w(r)$ が 0 に近づくとき差分計算が非常に不安定となるので、図-14 では間隙空気逸脱の状態までは計算していない。図-15 は図-14 と同じ計算について飽和度の分布状況を示したものである。

図-14 および図-15 の計算に用いた方法は、間隙空気圧が高くなると不安定になる欠点があった。空気が土層上面を通じて逸脱する段階まで計算を行うために、Brustkern と Morel-Seytoux¹²⁾ による方法でも計算した。この方法では、capillarity の効果を無視した場合について、浸潤前線の進行が計算できる。間隙空気が閉塞された、土層厚 200 cm、湛水深 10 cm の場合の計算結果が図-16 である。初期の状態は図-14 のものとほとんど同じである。ただ、実際には、いったん間隙空気が逸脱すると、その際どれほどの体積の空気が脱けるかなどによって、その後の空気圧は左右されるので、図-16 の空気逸脱後の状態にはなお問題が残されている。

間隙空気閉塞状態やその逸脱前後についても、実験値と計算値の比較を試みたが、現在のところ、次のような問題が残されている。同じ条件下で行った実験でも、間隙空気圧の上昇パターンおよび空気圧の値に大きな違いがある。土層の不均質などに起因するものもあるが、メニスカスの保持する圧力によって空気圧が決定

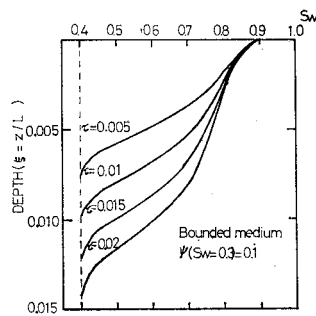


図-15 飽和度分布 (間隙空気閉塞, $\Psi (S_w = 0.3) = 0.1$)

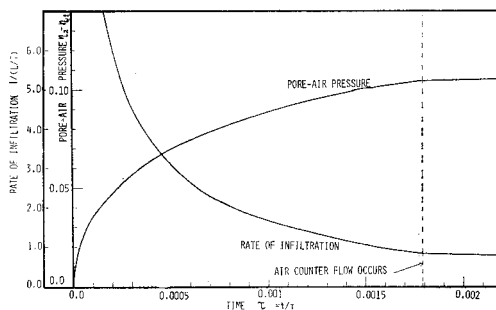


図-16 浸透能と間隙空気圧の時間的変化 (間隙空気閉塞, $\Psi = 0$)

され、土粒子間隙の局所的・微細な現象が浸透現象を左右するのが、上記のような差違・値のばらつきを生む主要原因となっているのである。一方、計算上の面からは、上記の微細な構造が入っていないこと、空気の圧縮性に対する配慮が十分でないこと、さらに、大きな間隙に集中する空気の流れなどもあり、ここでの一次元的な扱いのような $v(z)=0$ という条件は空気逸脱の条件としては不十分であることなどがあげられる。

間隙空気が閉塞・圧縮される場合には、間歇的に浸透水と置換される際の間隙空気圧の評価が重要となる。こうした事柄の取扱いのためには、土砂層の持つ特性についての確率統計的な扱いなども必要となろう。

6. ま と め

不飽和浸透は2相流であるという観点から、浸透現象解析の可能性を探った。その結果、間隙空気圧が開放(浸透水と容易に交換される場合)される場合、および、土砂層下面に一定の空気圧を与えた場合については、2相流基礎式は実験値をうまく表現することが明らかとなった。一方、間隙空気が閉塞圧縮される場合には両者の対応はよくない。これは、本研究では1次元モデルとして扱ったこと、間隙空気の状態方程式の扱いが不十分なこと、また実際の現象では、間隙の局所的微細な現象が間隙空気の挙動を左右することなどのためであろう。

なお、ここで扱った取り扱いと従来の Klute の方程式との関係、Klute の扱いでは、空気の動きを無視した効果を、absolute permeability や relative permeability の評価に負わしていることなどが明らかになった。

以上のような取扱いは、なお多くの問題点を持ってはいるが、今後実験的な研究の裏付けを考慮しつつ、その発展の可能性を考えたいと思っている。

なお、本研究の実験・数値計算には、名古屋大・水文学研究室の HITAC 10-II を使用した。

参 考 文 献

- 1) Gardner, W. and Widstoe, J.A. : Movement of soil moisture, *Soil Science*, Vol. 11, pp. 215~232, 1921.
- 2) Horton, R.E. : The role of infiltration in the hydrologic cycle, *Trans. AGU*, Vol. 14, 1933.
- 3) Kostiaikov, A.N. : On the dynamics of the coefficient of water percolation in soils and on the necessity for studying it from a dynamic point of view for purposes of amelioration, *Trans. 6th Conference, Intern. Soc. Soil Science*, 17~21, 1932.
- 4) Buckingham, R. : Studies on the movement of soil moisture, *U.S. Dept. Agr. Bur. Soils Bull.* 38, 1907.
- 5) Briggs, L.J. : The mechanics of soil moisture, *U.S. Dept. Agr. Bur. Soil Bull.*, vol. 10, 1897.
- 6) Klute, A. : Numerical method for solving the flow equation for water in porous material, *Soil Sci.*, 73, 1952.
- 7) 石原藤次郎・石原安雄：出水解析に関する最近の進歩, 京大防災研年報, 第5号B, pp. 33~58, 1962.
- 8) たとえば 岡 太郎・角屋 隆：裸地斜面域における雨水の浸入と地下水流出(2), 京大防災研年報, 第17号B, pp. 523~533, 1974.
- 9) Philip, J.R. : The theory of infiltration, part 1~7, *Soil Sci.*, Vol. 83~85, 1957.
- 10) 高木不折・馬場洋二：砂中における鉛直浸透の機構に関する研究, 土木学会論文報告集, 第144号, pp. 11~19, 1967.
- 11) Youngs, E.G. and Peck, A.J. : Moisture profile development and air compression during water up-take by bounded porous bodies 1, *Soil Sci.*, Vol. 98, pp. 290~294, 1965, 2, *Soil Sci.*, Vol. 99, pp. 327~334, 1965, 3, *Soil Sci.*, Vol. 100, pp. 44~51, 1965.
- 12) Brustkern, R.L. and Morel-Seytoux, H.J. : Analytical treatment of two-phase infiltration, *Journal of the Hydraulic Div. ASCE*, Vol. 96, 1970.
- 13) Noblanc, A. and Morel-Seytoux, H.J. : Perturbation analysis of two-phase infiltration, *Journal of the Hydraulic Div. ASCE*, 1972.
- 14) Green, D.W., Dabiri, H. and Weinaug, C.F. : Numerical modeling of unsaturated ground water flow and comparison of the model to a field experiment, *Water Resour. Res.*, Vol. 6, 1970.
- 15) Fatt, I. and Dykstra, H. : Relative permeability studies, *Trans. AIME*, 1951.
- 15) 進藤一行：浸透水と間隙空気との交構の機構に関する研究, 名古屋大学卒業論文, 70020, 1970.

(1977.7.4・受付)