

## 低平地都市河川網における動的応答解析の一手法

ON A SCHEME FOR DYNAMIC RESPONSE ANALYSIS IN  
URBAN RIVER NETWORKS

江藤 剛 治\*・西村 克 己\*\*

By Takeharu ETO and Katsumi NISHIMURA

## 1. 結 論

## (1) 適応制御的洪水防御における諸問題

本論文では低平地都市河川網の適応制御的洪水防御における動的応答解析のための一手法を提案し、この手法の有効性と実河川への適用上の諸問題について検討する。

まず、時々刻々の水文量予測に基づく適応制御的洪水制御のトータル・システムについて概観し、本手法の位置づけを行う。

一般的な適応制御的洪水防御の内容は図-1のごとくまとめられる。

ここで、雨量予測、最適化手法、流出解析、洪水追跡などについては別途研究が進められている。図中応答解析の一手法として DRA (Dynamic Response Analysis: 動的応答解析法) とあるのが本論文で提案される手法である。また、ここで洪水追跡が入っているのは若干奇異に感じられるかもしれないが、この点に関しては後述する。

たとえば、水資源問題などの低水問題ではこの種の応

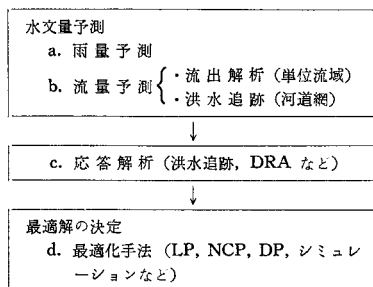


図-1 適応制御的洪水防御の内容

答解析は必要としない。なぜなら、ある取水点の流量は、流達時差などを考慮することなく、単純に、上流各点の自然流量および貯水池などの利水施設からの放流量の線形和として表わされるからである。よって、この場合はこの効果を組み込んで水系全体としての最適化問題を数理計画法により定式化することも容易であり、実際に解を得ることもそう難しくはない。

一方、通常の河川網の治水問題では、流達時差、流下に伴う水理学的な洪水波の変形などを無視することはできない。この場合は上流治水施設（たとえば貯水池）からの放流量が下流防御地点にどのように変形して伝達されるかが条件式群の中に組み入れられる必要がある。建設省淀川ダム統合管理事務所では、河道の洪水追跡にも貯留関数法を、北上川では単位関法を用いて、シミュレーション法により最適解を決定している。しかしながら、この場合も、線形貯留関数・単位関法などの線形関数関係により洪水伝播（あるいは応答特性）を近似的に表現することができ、数理計画法による定式化も比較的容易である。LP を用いた例については、すでに筆者ら<sup>1)</sup>、高棹・小尻ら<sup>2)</sup>による解析例も示されている。

低平地都市河川の洪水防御においては、この問題は最難問のひとつとなる。次項にわが国有数の低平地都市河川である旧淀川・寝屋川水系の現況を紹介することにより、この問題の重要性、あわせて本手法の意義を明らかにする。

## (2) 寝屋川水系の概要

寝屋川水系は大和川の旧河道であり、徳川時代の大和川付替・明治時代の淀川付替工事ののちは、新淀川堤防、大和川堤防、生駒山系、上町台地に囲まれた低湿地河川網を形成した。その中心部は、つい先年までの地下水の過剰くみ上げのための地盤沈下により、河口部からはかなりの距離を有するにもかかわらず、いわゆる海拔 0 メートル地帯をなしている。

\* 正会員 工博 近畿大学助教授 理工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 (株) ケー・エー・ケー技術研究所

内水常襲地帯に一般的ごとく、この流域でも、もはや自然流下のみによる効果的な内水排除は、ほとんど不可能となっている。すなわち、

1) 内水の寝屋川河道への排除については、洪水時寝屋川水位が堤内地盤高より高いので、ポンプ排水によらざるをえない。

2) 寝屋川河道の外水については、唯一の流下口である旧淀川との合流部の河積が拡大不能であること、河床勾配が非常に小さいことにより、自然流下流量には限界がある。

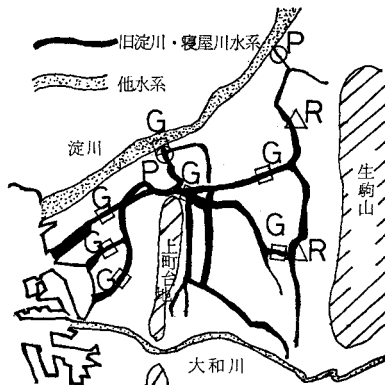
よって、現在、大阪府土木部都市河川課の手で進められている工事計画では、内水の人為的コントロールが大きな特徴となっている。すなわち、

1) 第一寝屋川上流部から、寝屋川導水路を経て  $260 \text{ m}^3/\text{s}$ 、下流部からは城北運河を経て毛馬ポンプ場より  $200 \text{ m}^3/\text{s}$ 、いずれも淀川へ強制排水する。

2) 流域中上流部2地点に治水緑地(遊水池)をもうけて、それぞれ  $100\sim 300 \text{ m}^3/\text{s}$  のピーク流量カットを行う。

3) 第二寝屋川最上流端、恩智川合流点には、ループをなしている河道網の流量配分のために、可動堰が備えられている(この設備は、現計画完了時には固定化される可能性もある)。

4) 河口部、すなわち、旧淀川河口3川(安治川・木津川・尻無川)には台風時高潮防衛のためにアーチ型大水門が設備されている。



P: 大規模ポンプ設備, G: 水門, R: 治水緑地  
図-2 旧淀川・寝屋川水系平面図

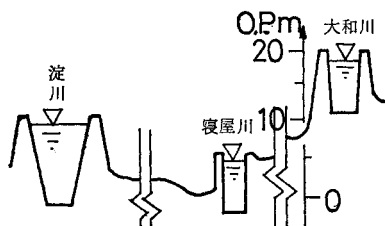


図-3 旧淀川・寝屋川水系断面図

5) 内水の寝屋川への排除のために、河道に沿っておもなものだけで数十のポンプ設備がある。これらの状況を図-2, 3 に示している。

今後、このような大施設群の逐次完工に伴って、重要な技術的問題点のひとつとして、全施設の統合管理問題がクローズ・アップされてくることは容易に予想される。現状でも、すでに、既設の設備の操作について現場担当者は、しばしば決断を要することがあると聞く。

この場合、最大の問題点となるのは、各施設の稼動が流域内各防御地点の水量にどのような影響を及ぼすのかが簡単には予測できないことである。

これに対するひとつの技術的解答を与えることが本論文の目的である。たとえば、あるポンプ場放流量を変化させたとすると、低平地都市河川網であるがために、その影響は上下流を問わず流域全域に及ぶ。まして全施設を稼動したときの特定の1施設の影響度を調べることは難問といわざるをえない。先述の通常の河川の貯水池群統合管理などの場合は、この点では、ある貯水池放流量は下流方向のみへ伝達し、しかも流量さえ計算すれば準定常流仮定により水位はすぐ求まるから、問題ははなはだ簡単となっている。

### (3) 本論文の概要

各施設の稼動が各防御点の水量に及ぼす影響の分析(今後応答解析とよぶ)を行うためには、原理的には、流況に影響する諸条件、すなわち、ポンプ排水量・排水量の時間変化率・河口潮位・潮位の時間変化率・降雨条件……などを種々変えて、それらの諸条件の各組み合わせに対して逐一応答解析を行えばよい。しかしながら、このようにすべての組み合わせに対して、しらみつぶしに応答解析を行うというのは洗練された手法であるとはいえない。さらに、この場合はシステムの状態を支配する要因の組み合わせの数は莫大な数にのぼる。

筆者らは数年前よりこの問題に取り組み、このような低平地河川における洪水追跡法として One-Step Lax-Wendroff 法を若干改良した数値計算法を提案した。また、寝屋川の実測水量と計算結果との比較により、この手法の精度、有効性についても確かめた<sup>3)</sup>。

本論文では、この成果とカルマン・フィルター理論とを組み合わせ、さらに人為的ガウス雑音を導入することにより、時々刻々、そのときのシステムの状態、たとえば、河口潮位条件・降雨条件・河道各点水量などに応じて動的に応答解析を行う手法を検討する。

## 2. 動的応答解析法概念

まず、本論文で取り上げた問題の基本的なシステム特

性について考える。いうまでもなく、非線形・非定常システムであり、さらに不都合なことには分布定数システムとなっている。このような一般的なシステムのシステム・アナリシスは非常に難しい。

制御工学の知識から、このような問題に対して次のような手法が有効であることが知られている。

- 1) 適当なパルス状の外力に対するいわゆるインパルス応答を求める。
- 2) 白色雑音に近い雑音を入力し、出力波形との関係から応答関数を求める。

たとえば、流出解析における瞬間単位図 (Instantaneous Unit Hydrograph) は前者の例である。

本論文では、基本的には後者の考え方により次のような手法を検討している。

- 1) 河道網の不定流シミュレーションを2系列について行う。この2系列は、一方の系列の人為的操作可能な各防御施設の水理量 (たとえばポンプ排水量) にガウス雑音を加えているという点を除けばまったく同一の計算である。加えた雑音が入力信号となる。すなわち、一方のシミュレーションにより、河道に沿う各防御点において、人為的雑音を伴わないもとの洪水波形が得られる。一方、これと独立に計算される他方の洪水波形は、もとの洪水波形に、流域のいくつかの点で加えられた人為的雑音の影響による微少な変動が重ねられたものとなっている。

- 2) よって、各防御基準点の水理量 (たとえば水位) について、2系列の計算結果には当然若干の差異が生ずる。この差異を出力信号として取り出す。

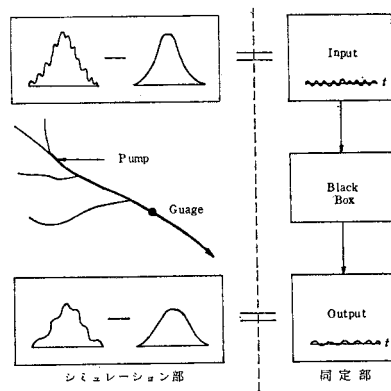
- 3) この入力雑音がどのように増幅、減衰あるいは時差を伴って出力雑音に変換されたかを、通常の集中定数システムに対するシステム解析法の適用により解析する。

換言すれば、人為的に加えた入力雑音と出力雑音のみに着目して解析することにより、問題を集中定数システムに置きかえ、これに対して適当な制御工学の手法を適用して、時々刻々の応答解析を行おうというわけである。

上記の手法に対して若干の異論もあろう。たとえば、入出力信号に関して、

- 4) 雑音ではなく決定論的な信号にする。
- 5) 人為的に雑音を加えるのではなく、システム内に在る雑音を利用する。あるいは2系列のシミュレーションを行わずとも、1系列のシミュレーションに適当な雑音を加えることにより同様の解析が可能であるなど。

前者については、電子計算機による系統的データ処理では、決定論的信号よりも雑音の統計的処理による方が容易となる場合が多い。この傾向はシステム変数が増加



図—4 動的応答解析法説明図

すればするほど強くなる。

後者については、できるだけ正確な応答解析を行うためには、十分に性質のわかった雑音を利用すべきであることはいうまでもない。また、1系列から応答解析を行うのも可能ではあるが、解析精度上の効率が悪く、2系列の場合と同等の精度を保持するためには、少なくとも数倍以上の計算量が必要となる。

結論として、1)~3) に提示した手法が低平地都市河川の応答解析に最も適しているといえよう。

本論文ではこれら 1)~3) の手順を総称して「動的応答解析法 (Dynamic Response Analysis)」とよんでいる。ここで「動的」とは、単に物理量が瞬間的に変化しているのみならず、応答特性自身が非定常に、状況に応じて変化することを意味している。これらを概念的に図—4 に示している。

### 3. 動的応答解析の具体例

#### (1) シミュレーション部

—Modified One-Step Lax-Wendroff 法—

本論文では河道網洪水シミュレーションに対して、筆者らの提案した Modified One-Step Lax-Wendroff 法<sup>3)</sup> (以後 One-Step L-W 法と略す) を用いた。

この方法は陽形式かつ時間に関して2次の微係数までを差分した実用的かつ高精度の差分法である。

基礎式は次のとおりである。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \partial \mathbf{F} / \partial x = \mathbf{L} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\mathbf{U}$  は未知量ベクトル、 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{L}$  は  $\mathbf{U}$  の関数である。差分メッシュの  $x$  軸・時間軸ステップを指定する添字をそれぞれ  $i$ 、 $n$  とし、 $\mathbf{U}_i^{n+1}$  を  $\mathbf{U}_i^n$  のまわりにテイラー展開して適当な連続条件のもとに変形すれば、

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n + \Delta t \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)_i^n + \frac{\Delta t^2}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} \right)_i^n$$

$$\begin{aligned}
 &+ O(\Delta t^2) \approx U_i^n + \Delta t \cdot \left\{ L_i^n - \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_i^n \right\} \\
 &- \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( \frac{\partial F}{\partial U} \right) \cdot \left( -\frac{\partial F}{\partial x} + L \right) \right\} \right]_i^n \\
 &+ \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \left( \frac{\partial L}{\partial t} \right)_i^n \dots \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

これまでの多くの数値計算例により、洪水流に対しては右辺最後の項は無視できることがわかっている。すなわち、この項の影響は最大限各計算水理量の有効数字4～5桁目に影響する程度である。よって、この項を無視して差分化すれば、

$$\begin{aligned}
 U_i^{n+1} &= U_i^n - \frac{\Delta t}{2} \frac{dF}{dx} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) \\
 &+ \frac{\Delta t^2}{2} \frac{d^2 J}{dx^2} \{ J_{i+1/2}^n \cdot (F_{i+1}^n - F_i^n) \\
 &- J_{i-1/2}^n \cdot (F_i^n - F_{i-1}^n) \} + \Delta t \cdot L_i^n \\
 &- \frac{\Delta t^2}{4} \frac{d^2 L}{dx^2} (J_{i+1}^n \cdot L_{i+1}^n - J_{i-1}^n \cdot L_{i-1}^n) \\
 &\dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

ここに、 $J = \partial F / \partial U$  なるヤコビアンで、ここでは

$$J_{i+1/2}^n = (1/2) \cdot (J_{i+1}^n + J_i^n)$$

とした。

次に各ベクトル・マトリックスの内容と補足事項について説明する。洪水追跡における式(1)の内容は連続式と運動の式であるが、河口部に位置する低平地都市河川網では射流状態が起こることはほとんど考えられないこと、および差分化のしやすさを考慮して、本論文では運動の式としてオイラー・ベルヌイユ型のエネルギー保存の式を用いた。エネルギー補正係数  $\alpha \approx 1.0$  とみなし、横流入が局所的に直接エネルギー式に与える影響を無視すれば、

$$\left. \begin{aligned}
 U &= \begin{pmatrix} A \\ u \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} Au - q^* \\ 1/2 \cdot u^2 + gh(A) + gz \end{pmatrix} \\
 L &= \begin{pmatrix} 0 \\ -gn_f^2 u |u| / R(A)^{4/3} \end{pmatrix}, J = \begin{bmatrix} u, A \\ g/a, u \end{bmatrix}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $A, z, h(A), R(A), n_f$  はそれぞれ流積、河床高、水深、径深、マンングの粗度係数、また、単位幅あたりの横流入量を  $q$  とするとき、 $q^* = \int_0^x q dx$  である。

一方、ヤコビアン  $J$  における  $a$  は、流積  $A$  と水深  $h$  の関係を  $A = ah + b$  線形近似したときの  $h$  の係数であるが、 $J$  が関係するのが  $\Delta t$  に関する2次の微小項であり、この程度の近似で十分な精度を保つことができた。

安定条件はよく知られた C.F.L. 条件 (Courant-Lévy Friedrich の条件) に一致する。

上流・下流境界条件についてはおのおの流量あるいは水位を与えて、連続式をいわゆる Box 型差分したもの

を用いて残りの諸量を決定した。いうまでもなく、この式は Implicit 型となり、たとえば、最上流端を  $i=1$  とすると、

$$\begin{aligned}
 &(A_1^{n+1} + A_2^{n+1} - A_1^n - A_2^n) / \Delta t \\
 &+ (Q_2^{n+1} + Q_2^n - Q_1^{n+1} - Q_1^n) / \Delta x = 0 \\
 &\dots \dots \dots (5)
 \end{aligned}$$

$A_2^{n+1}, Q_2^{n+1}$  は式(3)によって与えられているから、未知量は  $A_1^{n+1}, Q_1^{n+1}$  となり、 $A_1^{n+1}$  を水位の関数として与えるかあるいは  $Q_1^{n+1}$  を与えて残りの量を計算する。

分合流点においては常流に対して通常行われるごとく、i) 水位連続条件、ii) 流量連続条件、iii) 式(5)で表わされる連続式を用いて  $h^{n+1}, Q^{n+1}$  を求めて、これから残りの諸量を計算した。水位連続条件は分合流点近傍における摩擦損失を無視し、潮汐振動・洪水流においては非定常性はそれほど大きくないことから加速度項も無視し、さらに対象とする河道区間においては潮位によりせき上げられた常流状態であるから、慣性項  $u^2/2g \ll h + z$  と考えて慣性項も形状によるエネルギー損失も無視した場合の近似的なエネルギー保存条件と考えられる。よって、たとえば非定常性の強い波動現象や、射流状態の起こる可能性のある水路などに対して、無批判に上記の3条件を用いることはできない。

以上の手法を旧淀川・寝屋川水系の河道網に適用し、安定性・精度などの検証を行った。幸い旧淀川・寝屋川水系では大阪府土木部により、昭和46年1月27日～28日において河道網の主要な諸地点で水位・流量の同時観測が行われており、ここではその実測結果と数値計算結果の比較を行った。河口水位については同日の大阪港潮位で代用し、上流の流量も実績のものを与えた。その結果、水位のみならず流量についても両者は見事に一致することがわかった<sup>3)</sup>。

(2) パラメーター同定部

残された問題は、入力雑音がどのように増幅あるいは減衰し、また、時間遅れを伴って防御地点の雑音に変換されるかを解析することである。雑音成分のみを比較することにより、解析対象システムはすでに集中定数系に置き換えられているから、これに対しては制御工学の適当な手法を用いればよい。たとえば、日野によって土木工学に導入されたカルマン (Kalman) の理論に基づく同定法<sup>4)</sup>などが考えられる。カルマンの理論の水文学における日野の用い方は以下のようである。

$$\begin{cases} X_{k+1} = \Phi X_k + \delta \dots \dots \dots (6) \\ Y_{k+1} = A X_{k+1} + \epsilon \dots \dots \dots (7) \end{cases}$$

として、 $X_k$  を同定すべきパラメーター、 $\Phi$  が  $k$  ステップから  $(k+1)$  ステップに移行するときの  $X_k$  の

遷移状態を支配するマトリックス、 $Y_{k+1}$  は観測量ベクトル、および  $A$  は  $X_{k+1}$  から  $Y_{k+1}$  への変換マトリックスでともに既知である。さらに  $\Phi$  については定常性を仮定して  $\Phi=I$  とおいている。水文学で最も興味深いのはいろいろな条件に対して  $X$  がいかに変化するか、すなわち  $\Phi$  の内容にむしろ興味があるのであるが、事前に  $\Phi$  に関する情報をうることは難しいと考えられ、 $\Phi=I$  とおくのもある意味ではやむをえない。しかしながら、この場合は非定常性・非線形効果などは式 (7) 中に漠然と含まれることになり、実際の現象とは若干ギャップがあるという印象は拭いきれない。

いうまでもなく日野の論文はすばらしい成果であるが、上記のごとき問題点もないとはいえないので、既発表の筆者の論文では式 (6) を考えず、式 (7) のみにより逐次  $X_k$  の値を修正・同定するという立場をとった。

のちにカルマン理論を用いた場合と、式 (7) のみによる場合の各種同定効率を比較したところ、カルマン理論による方がはるかにすぐれていることが判明した。よって、本論文の同定部には、(6)、(7) 両式によるカルマン理論のみが用いられている。

本論文では  $Y_k$  に出力雑音、すなわち防御点水位変動における雑音成分、 $A$  に入力雑音を入れて、 $X_k$  を同定することになる。

簡単のために、1 入力・1 出力の場合について、式 (7) を書きなおすと、

$$y_k = a_k^1 x_k^1 + a_k^2 x_k^2 + \dots + a_k^L x_k^L + \dots + a_k^L x_k^L + \varepsilon_k \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $y_k$ 、 $a_k^l$ 、 $x_k^l$  はそれぞれ  $y_k$ 、 $A$ 、 $x_k$  の要素である。

すなわち、 $k$  ステップの出力雑音  $y_k$  は、そのステップからさかのぼること  $L$  ステップまでの入力雑音  $a_k^l$  に適当な係数  $x_k^l$  を乗じたものの線形和として表わされるとしている。このとき  $x_k^l \sim x_k^L$  は線形応答関数に対応しているはずである。

以上は線形応答の場合であるが、非線形性を導入するためには  $a_k^l \times a_k^l$ 、あるいはより高次の項を式 (8) に加えて、これに対する係数を同定すればよい。

カルマンの理論については原論文、日野の論文<sup>4)</sup>などを参照されたい。

(3) 入出力雑音について

入力雑音については次のようにして作成した正規乱数を用いた。

$$\varepsilon_k = \sqrt{-2 \ln \zeta_{1,k}} \cos(2\pi \zeta_{2,k}) \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $\zeta_{1,k}$ 、 $\zeta_{2,k} : [0, 1]$  の独立な一様乱数。

$$\eta_{k+1} = \rho \eta_k + \sqrt{1-\rho^2} \cdot \varepsilon_{k+1} \dots \dots \dots (10)$$

$$z_{k+1} = \sigma \cdot \eta_{k+1} \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 $\sigma$ 、 $\rho$ ：それぞれ正規乱数  $z_k$  の標準偏差、相関係数。

この  $z_k$  をそのまま式 (7) の  $A$  に用いることには次のような問題がある。

- 1) 差分計算の時間単位は1分のオーダーであり、あるじょう乱を与えたとき、これが河道網各点の水量に影響を及ぼしている時間は少なくとも1時間以上である。このとき逆にある防御点の出力雑音は、その時間ステップから少なくとも60ステップ(60分/1分)以上前までの入力雑音の影響を受けることになり、これに伴って同定すべき係数ベクトル  $x_k$  も60以上の要素を持つことになる。要素の数が増えることは同定効率上好ましくない。
- 2) 実際の施設の操作時間単位は10分~1時間程度と考えられ、あまり小さい時間単位の応答特性を知ることには無意味である。

できるだけ小さい時間単位すなわち差分計算の時間単位で逐次修正(同定)を可能とし、かつ上記の問題点を克服するために、入出力雑音として次のような移動平均化した雑音を用いた。

$$\left. \begin{aligned} a_k^1 &= (z_k + \dots + z_{k-n+1})/n \\ a_k^2 &= (z_{k-n} + \dots + z_{k-2n+1})/n \\ a_k^l &= (z_{k-(l-1)n} + \dots + z_{k-ln+1})/n \\ a_{k+1}^1 &= (z_{k+1} + \dots + z_{k-n+2})/n \\ a_{k+1}^2 &= (z_{k-n+1} + \dots + z_{k-2n+2})/n \\ a_{k+1}^l &= (z_{k-(l-1)n+1} + \dots + z_{k-ln+2})/n \end{aligned} \right\} \dots \dots (12)$$

すなわち、差分計算時間単位を  $dt$  とすれば、 $dt = n \Delta t$  を操作時あるいは同定時の時間単位とし、得られるデータをより有効に利用して同定効率を上げるため、 $a_k^l$  に新たに得られる雑音  $z_{k+1}$  を加えて、 $z_{k+n+1}$  を除いたものを時間ステップ  $(k+1)$  における入力雑音  $a_{k+1}$  として採用しているわけである。 $x_k^l$ 、 $y_k$  についても同様である。

入力雑音・出力雑音という表現は、システム雑音  $\delta$ 、 $\varepsilon$  と混同しやすいので、以下ではこれらを入力信号・出力信号とよぶことにする。

4. 適用上の問題点と検討事項

本手法の有効性は次の2点から検討されるべきである。

- 1) 同定精度
  - 2) 時間応答性
- すなわち、システムの非定常な変化にできるだけすみやかに追従して高精度の同定、修正を可能とするような手法が望ましい。これらは、次の諸性質により支配される。

- 1) システムの性質
  - 2) 入出力信号の性質
  - 3) 仮定したシステム雑音の性質
- その他

本手法の場合システムの性質はさらに次のようにわけて検討すべきである。

- 1) 水理学的特性（真の特性），
- 2) 差分計算に伴うみかけの伝達変形特性。

通常，後者も無視しえない。本論文ではこの効果を無視しているが，これが問題となる場合は，次に述べる理由から  $\rho$  として比較的大きな値を与え，また，場合によってはより高精度の差分法を用いればよい。

入力信号の性質は  $\rho, \sigma$  で規定される。たとえば  $\rho=0$  とすると， $x_k$  は白色雑音に近い性質を有することになり，入力信号の情報量が増して時間応答性の改善に寄与するはずである。一方，このとき水理学的平滑化効果，数値減衰，分散効果を強く受け，さらに  $\sigma$  の大きさによっては差分計算上の数値不安定要因ともなりうる。

システム雑音の効果については，たとえば  $\sigma$  を大きく仮定すれば，定常に近い状態では，時間的な変動の少ない高精度の同定が行える。しかしながら，非定常なシステム状態の変化に対しては逆に時間応答性が悪くなるという相反する効果をもっていることが予想される。

これらの関係をできるだけ定量的に把握することが以下の目的である。

これまでの記述よりわかるとおり，動的応答解析法に内在する問題点は，水理学上の問題・支配偏微分方程式の数値計算上の問題・制御工学上の問題などが相互に関連して生起しており多面的な検討を要する。

### 5. 単一河道に対する適用と検討

上述のごとく検討項目が非常に多く，また，それらが複雑に関係しているので，検討対象をできるだけ明確にする必要がある。よって，まずできるかぎり単純化した

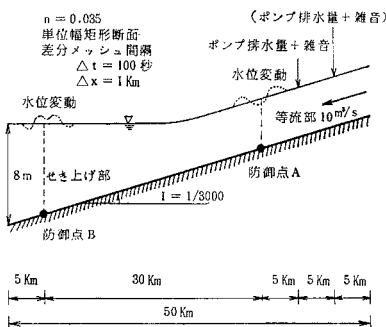


図-5 適用河道例（単一河道の場合）

モデルに対して動的応答解析法を適用してみた。

すなわち，図-5 に示すひとつのポンプ排水場のみを有する一本の単位幅矩形断面河道を考えた。まず，ポンプ排水量は  $0 \text{ m}^3/\text{s}$  としてこれに人為的に正規乱数を加えた。これが入力信号である。出力信号は等流部（点 A），およびせき上げ部（点 B）で検出した。

まず，線形応答について検討し，次に非線形項を導入した場合についても若干の考察を加えた。さらに入力信号を2点から与えた場合についても検討している。

#### a) 同定例

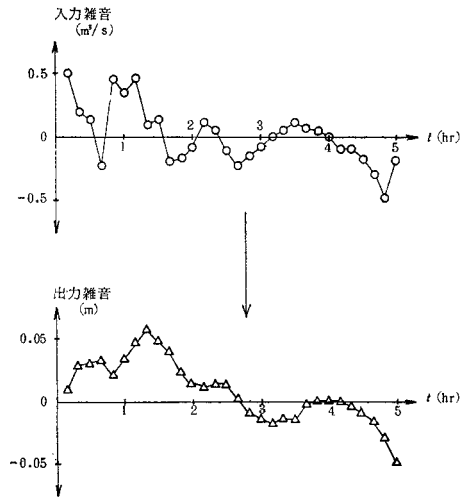
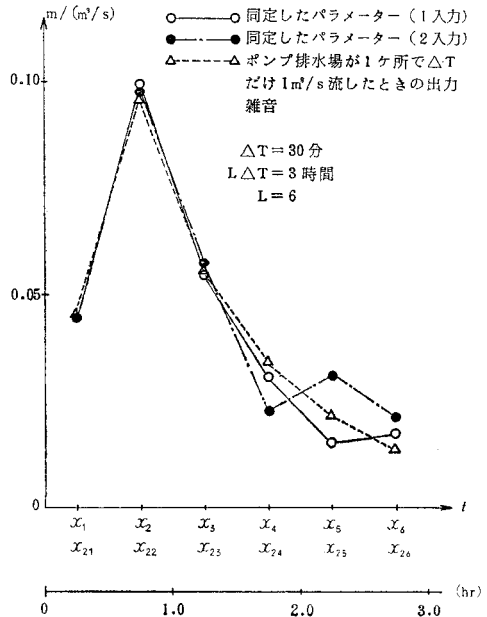


図-6 入出力雑音例（出力A点）



○, ●は本論文の手法による  
△はいわばインパルス応答  
 $x_{12}, x_{21}$  は式 (8) の  $x_k^i$  に対応  
図-7 応答関数例（A点）

まず、大略の特性を把握するために、 $\Delta T, L, \rho, \sigma$  をそれぞれ 30 分, 6, 0.0,  $1.0 \text{ m}^3/\text{s}$  としたときの同定例を示す。

点 A に対して 10 分間隔で入出力信号を示したものが図-6 である。人為的雑音を入出力信号とした応答関数例を図-7 に示す。この図はたとえば 30 分間  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  だけポンプ排水を行えば、これにより、その 30 分間の A 点の平均水位は  $0.045 \text{ m}(x_1)$  だけ上昇し、次の 30 分間の平均水位は約  $0.10 \text{ m}(x_2)$  上昇することを意味する。排水量が  $Q \text{ m}^3/\text{s}$  のときはこれらの値を  $Q$  倍にすればよい。無限時間後にはこの値は当然 0 に漸近するし、図より伝達時差は 30 分~1 時間であることがわかる。

精度の検証のためにインパルス応答に対応するもの、すなわち、この場合は 30 分間のみ  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  を排水し、A 点水位の変動成分を 30 分ごとに平均化したものを図中に並記している。両者はよく一致している。

一方、無限時間  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  を放流し続けたとすれば、A 点水位は、 $\sum_{i=1}^{\infty} 1 \times x_i$  だけ上昇するはずである。一方、この値は河道流量を  $11 \text{ m}^3/\text{s}$  とした等流水深に一致しなければならない。この例では、 $\sum_{i=1}^6 x_i = 0.27 \text{ m}$  であり流量  $11 \text{ m}^3/\text{s}$  と  $10 \text{ m}^3/\text{s}$  に対する等流水深差は  $0.29 \text{ m}$  となる。応答関数が  $l=6$  で打ち切られていることを考えれば、両者はきわめてよく一致しているといえる。

時々刻々同定した応答関数  $x_k$  によって計算された出力信号と検出出力信号の比較例を図-8 に示す。

以上の図・検討より動的応答解析法が高精度の手法であることがわかる。

次に初期値を 0 としたときの  $x_k$  の時間的変化例を図-9, 10 に示す。  $x_1, x_2$  については 1.5 時間後に、その他についても 3~5 時間後には完全に収束解が得られていることがわかる。  $x_6$  は 3 時間後 ( $\Delta T \times L$ ) までは

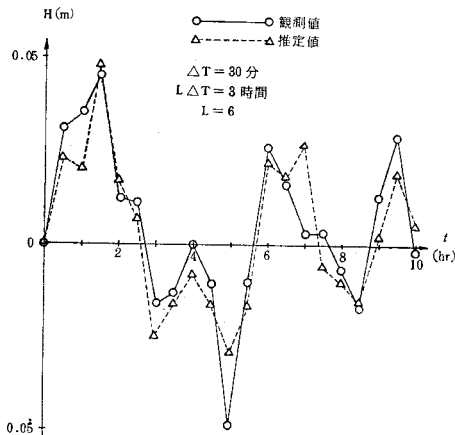


図-8 出力雑音の観測値と推定値 (A点)

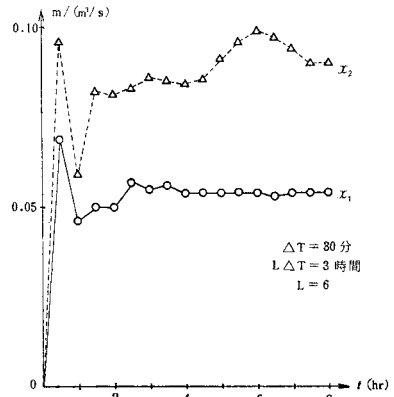


図-9 応答関数の時間的変化例 (A点)

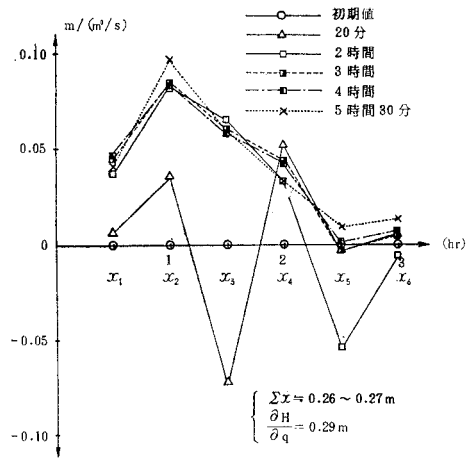


図-10 応答関数の時間的変化の例 (A点)

物理的に同定不可能であることを考えれば、本手法が時間応答性のうえからもすぐれた手法であることがわかる。

b) 入力信号について

入力信号については  $0.0 \leq \rho \leq 0.95$  の範囲で検討したが、当然  $\rho$  が小さいほど時間応答性がよい。本検討例では幸い、 $\rho=0$  としても出力信号が検出でき、また、差分計算の発散要因ともならなかった。よって、以後のほとんどのケースで  $\rho=0$  としている。 $\sigma$  についても二、三検討したが、発散要因とならない範囲で大きく取る方がよい。以下では  $1 \text{ m}^3/\text{s}$  としている。

c) 同定部のシステム雑音

$P, Q, R$  を推定誤差の共分散行列、システム雑音  $\delta$ 、 $\epsilon$  の分散ベクトルとする。これらについて種々検討した。結果は以下のとおりである。

i)  $P$  の初期値については 0 あるいは極端に大きな値を与えないかぎり同定効率に影響しない。本例では  $10^{-24}$  以下、80 以上では発散した。

ii)  $Q=0$  がよい。

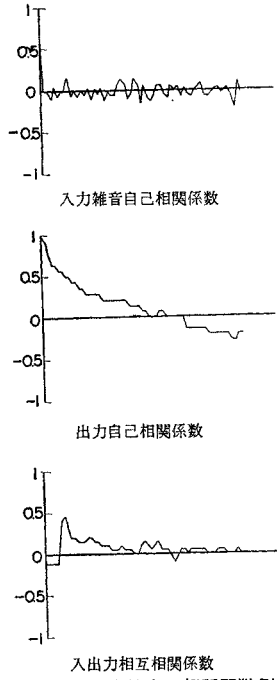


図-11 A点雑音の相関関数例

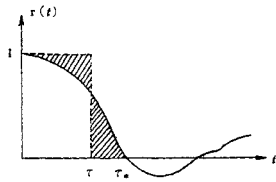


図-12 時定数の決定

入力信号の持続性に対して  $\Delta T$  を過小に、また、出力信号の持続性に対して  $L\Delta T$  を過大に取ることは意味がない。これらについて検討した。

入出力信号の自己相関、相互相関関数例を 図-11 に示す。

入出力信号の持続性を 図-12 に示すごとく、積分スケールの表示する。ここでは次の量を用いた。

$$\tau = \int_0^{\tau_*} r(t) dt$$

ここに、 $r(t)$ ：自己相関係数、 $\tau_*$ ： $r(t)$  が最初に 0 となる  $t$  の値。

入力信号に対する値を  $\tau_I$ 、出力信号に対応する値を  $\tau_o$  としてまとめたものが 表-1 である。

本節の成果をより一般的に用いるためには時間単位  $\Delta T$ 、打切時間長  $L\Delta T$  をこのような  $\tau_I$ 、 $\tau_o$  との関係で評価しておく方が望ましい。結果は以下のとおりである。

- i)  $L\Delta T$  は  $5\tau_o \sim 10\tau_o$  とすれば十分である。
- ii)  $\Delta T$  については  $\tau_I < \Delta T < \tau_o$  で実際の評価時

表-1 時定数

$\sigma$	$\tau_I$	$\tau_o$	
		A	B
0.0	0	19	43
0.5	3	22	44
0.7	6	25	45
0.8	8	28	46
0.9	16	34	50
0.95	33	43	59

$\tau_I$ ：入力、 $\tau_o$ ：出力、単位(分)

iii)  $R$  は小さい値では同定効率にほとんど影響しないが、0 では発散した。最適な値は各要素が  $10^{-5}$  の場合であった。

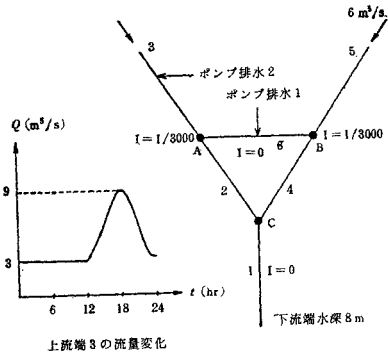
しかしながら、カルマン理論を他の問題に適用した例では、 $R$  の仮定のしかたで同定部のシステム特性がまったく変わってしまうという例もみられたので、 $R$  に関する結論はまだ問題を残していると考えている。

d) 入出力信号の持続性と時間単位・打切時間長

間単位にあわせるように選ぶ。

e) 非線形効果

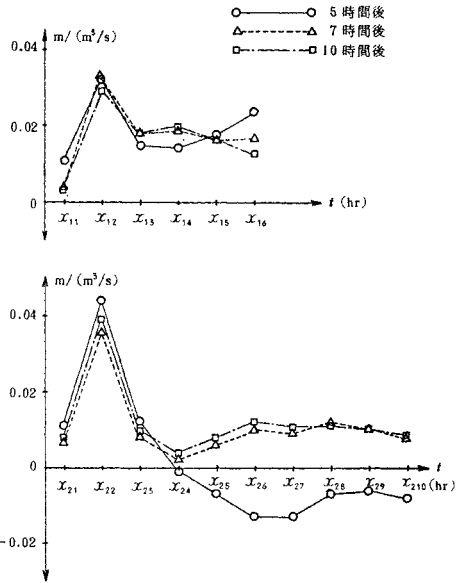
さらに  $a_k^I \times a_k^{II}$  の 2 次項を導入して、定常、非定常



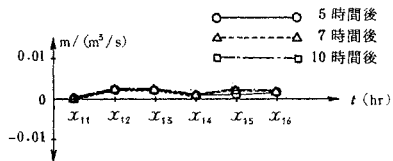
上流端3の流量変化

各河道長はすべて 10 km、すべて単位幅河道

図-13 適用河道例(河道網の場合)



(a) A 点



(b) C 点

上はポンプ排水1による応答、下は2による応答、 $\Delta T=30$ 分

図-14 応答関数



(上流からの流下流量を洪水波形に類似した波形とする)の場合の係数同定を行ったが、特に特徴的な性質も精度の向上もみられなかった。そればかりか項数の増加に伴って同定効率を低下させる結果となった。よって、本論文では線形の場合のみを扱っている。しかしながら、これが一般的結論かどうかは断定できない。

#### f) 入力信号が複数(2点)の場合

図-5のごとくさらに5km上流から入力信号を加えて、2入力とした場合について検討を行った。図-7にはこの場合の同定例も並記してある。

結論として時間応答性が若干悪くなるが同定精度上は問題ない。

## 6. 河道網に対する適用例

図-13に示す6河道・3合流点・2入力信号を有する河道網に対して、動的応答解析法を適用した。

結果を図-14(a), (b)に示す。

定常解を得るのに5時間以上を要し、若干時間応答性が悪くなっているのがわかる。原因としては応答関数の打ち切り長が長すぎるなどが考えられるがこの点については未検討である。

一方、収束したとみなしうる応答関数形は直感と一致する形状を示している。

## 7. 結 論

非定常・非線形・分布定数システムをなす低平地都市

河川網の動的応答解析法を提案し、適用性、問題点などの検討を行った。

1入力・1出力のシステムに対しては本手法は精度上・時間応答性の両面についてすぐれた強力な手法であることが確かめられた。

2入力のシステムについては時間応答性が若干低下する傾向がみられる。今後、多入力のより一般的なシステムに対して本手法を適用する場合にこの点が問題となる可能性もあるので、実流域を含むより多くのケースに対して本手法を適用し、適用限界の検討・手法の改良などを続ける必要がある。

謝辞：本研究は文部省科学研究費災害科学 特別研究「流域の都市化に伴う洪水流出形態の変化予測(代表者：京都大学防災研究所教授 角屋 睦)」の補助により行われた。本研究を行うにあたり、“大阪大学工学部 室田 明教授”，ならびに“京都大学防災研究所 角屋 睦教授を初めとする上記研究会の諸先生”に終始熱心なご討議をいただいた。記して謝意を表する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) 前田 強・江藤剛治：ピーク流量最小化を主目的とする貯水池群操作の新解法，第31回年次学術講演会講演概要集，1976。
- 2) 高棹琢磨・小尻利治・藤井 修：複数ダム・複数基準地点システムにおける洪水制御に関する研究，昭和51年度関西支部年次学術講演会講演概要集。
- 3) 室田 明・神田 徹・江藤剛治：都市河川の洪水追跡手法について，第17回水理講演会講演集，1973年。
- 4) 日野幹雄：水流出予測へのカルマン・フィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，1974年。

(1977.6.20・受付)