

初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究

A STUDY ON THE ULTIMATE STRENGTH OF COMPRESSION PLATE WITH INITIAL IMPERFECTIONS

小松 定夫*・北田 俊行**
By Sadao KOMATSU and Toshiyuki KITADA

1. まえがき

著者らは先に文献 1)において残留応力と初期たわみを有する圧縮板について弾塑性解析を行ったが、本文においては、その解析法を用いてこの種の初期不整を有する圧縮板に関し種々のパラメトリック解析を行い、その結果から極限強度特性について二、三の考察^{2),3)}を行ったのでここに報告する。

一般に圧縮力を受ける部材あるいは構造物の強度に関しては、弾性線形座屈あるいは弾塑性線形座屈問題（固有値問題）、弾性有限たわみ問題および弾塑性有限たわみ問題として理論的に解析されたり、また、実験的研究成果に基づいた近似的な計算方法が推進されている。圧縮板の場合においても、当初は弾性線形座屈問題として取り扱われていたが、今日では弾性有限たわみあるいは弾塑性有限たわみ問題として解析されるようになってきた。こういった解析法の変遷の裏には次の 2 つの要因が大きく影響しているものと思われる。その 1 つには溶接構造物の発達があげられる。特に、溶接構造部材には残留応力や初期たわみなどの不可避の初期不整が必ず付随することが明らかにされるようになった。線形座屈理論は初期不整を持たない理想状態にある部材を対象としているが、圧縮部材においては、この種の初期不整がその耐荷力に著しく不利な影響を及ぼすことが定性的に認められるに至り、線形座屈理論では真の耐荷力を算定することができないことがわかつてきた。そこで、これらの初期不整を十分考慮できる弾塑性有限たわみ理論を圧縮部材の極限強度解析に適用する必要性が高まってきたわけである。またもう一つの要因は大型コンピューターの出現とその発達により複雑な弾塑性有限たわみ理論による解析が可能になったことがあげられる。

さて、最初に圧縮板の強度を求めようとしたのは Bryan (1891)⁴⁾ であった。彼はエネルギー法を用いて周辺単純支持で一方向に圧縮された板の限界座屈応力度 σ_{cr} を求めている。その後 Bleich (1924)⁵⁾ は比例限界を越えた領域での板の座屈問題を取り扱っている。彼は圧縮軸方向に関しては材料は接線弾性係数 $E_t (= \tau \cdot E)$ に、直角方向に関しては塑性域でも弾性係数 E に従うという異方性の仮定を用いて座屈応力を求めている。その結果は $\sqrt{\tau}$ 公式としてよく知られている。Timoshenko (1913)⁶⁾ も同様な考え方から比例限界を越えた板の座屈問題を取り扱っている。彼は E_t にかわり等価弾性係数 E_R を用いて直交異方性板として取り扱っている。また、Chwalla (1928) および Rös-Eichinger (1932) は塑性域においても材料の等方性は保持されるとして圧縮板の座屈強度を求めており⁷⁾。そして塑性域ではあらゆる方向に材料は等価弾性係数 E_R に従うとしている。

一方、1925 年ごろから多次元応力状態に対する塑性理論の研究が盛んになり、それらが塑性域における板の座屈解析にも取り入れられるようになった。この塑性理論には Hencky-Nadai に代表される塑性変形理論と Prandtl-Reuss に代表される塑性流れ理論がある。したがって、板の塑性座屈理論にも 2 つの立場があった。塑性変形理論の立場にある研究としては Ilyushin の研究 (1947)⁸⁾ がある。Ilyushin は板が塑性域に入ってから座屈する瞬間にストレイン・リバーサルを認める等価係数法的な考え方を用いていた。もう一つの立場の塑性流れ理論を用いる座屈理論としては Handelman-Prager の研究 (1947)⁹⁾ がある。この研究も等価係数法的な考え方でストレイン・リバーサルを認めている。ところが、当時、柱の塑性域での座屈解析において、接線係数理論が正しいのか等価係数理論が正しいのかという議論が 1889 年に Engesser が接線係数理論を発表してから 1947 年に Schanley¹⁰⁾ がその議論に終止符を打つまで実に 50 年近くも続いていた。板の塑性域における座屈問題におい

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科教室

** 正会員 工修 大阪大学講師 工学部土木工学科教室

てもこの Shanley の研究の影響を受け、板は座屈する瞬間にはストレイン・リバーサルを起こさないとする接線係数法的な研究に取って変った。かくして Handelman-Prager の理論は Pearson (1950)¹⁰⁾ により接線係数法に修正され、Ilushin の研究は Stowell (1948)¹¹⁾ により同様に修正された。また、Bijlaard (1949)¹²⁾ も塑性変形理論に基づく独自の理論を発表している。ここでも塑性域では座屈の瞬間にストレイン・リバーサルは起こらないとしている。ところが、塑性理論としては不完全と考えられている塑性変形理論に基づく Stowell, Bijlaard の解析結果の方が塑性流れ理論を基礎としている Pearson の解析結果よりも実験値とよりよく一致しているという皮肉な結果に終わっている。この矛盾は、上述のような線形座屈理論では取り扱うことのできない板の不可避の初期たわみに起因するものであることが、その後明らかにされた。また、柱の座屈の場合と異なり板の場合には塑性域のみならず弾性域においても溶接などによる残留応力の座屈強度に及ぼす影響が大であることも明らかにされた。まず、圧縮板に関して残留応力の座屈強度に及ぼす影響を明らかにした研究としては吉識・藤田・川井 (1960)¹³⁾ の弾性域の座屈に関するもの、上田・Tall (1967)¹⁴⁾ の弹性・弾塑性・塑性座屈に関する研究がある。上田・Tall は Pearson の塑性流れ理論と Stowell の塑性変形理論のそれぞれの場合に基づいて残留応力を有する圧縮板の座屈解析を Ritz 法を用いて行っている。西野・Tall (1969)²²⁾ 注) も Bijlaard の塑性変形理論に基づいた塑性域における座屈解析を差分法により行い種々の残留応力を有する圧縮板の座屈曲線を提示している。そして、これらの研究成果が現行の道路橋示方書(以下道示といふ)の圧縮板の幅厚比規定の決定の基礎資料となっている。また、塑性流れ理論が実験値とあまり一致しないのはどういうわけであるかを解明するため山本 (1955)¹⁵⁾ はサンドイッチ板の簡単な模型を考え E/E_t が大なる時はごくわずかの初期たわみの存在により座屈応力が急激に減少することを明らかにした。すなわち、初期たわみのある場合は板の凹面側では圧縮荷重と直角方向にも曲げによる圧縮応力が発生し、それが板の降伏を早めるため柱の場合とは異なり初期たわみの存在が非常に重大になることを明らかにした。鋼材のような場合には E/E_t が大であるので初期たわみを考慮する必要性が特に認識されなければならない。

一方、比較的幅厚比の大きい圧縮板の座屈後の強度を求める目的とした研究はかなり古くから行われている。まず、von Kármán-Sechler-Donnell (1932)⁶⁾, Marguerre (1937)^{5), 16)}, Levy (1942)¹⁷⁾ らは、面内荷重を受けて有限変位を生ずる板に関する von Kármán の基礎

注) * 印は文献 1) の文末の文献番号を表わす。

微分方程式を解くことにより、初期たわみのない圧縮板の座屈後の有効幅を求めている。また、初期たわみをもつ板の有限変位に関する Marguerre の基礎微分方程式は Coan (1951)*²⁵⁾, 八巻 (1959)¹⁸⁾ などにより解かれている。八巻は種々の境界条件を持つ場合について有効幅を図示し、また、圧縮板の極限強度を与える近似式を提示している。Abdel-Sayed (1969)¹⁹⁾ も von Kármán および Marguerre の微分方程式を解き後座屈領域における板の有効幅を算定している。

以上のような解析的な方法ではなく実験結果を基にして圧縮板の極限強度あるいは極限状態における有効幅を近似的に求める方法も von Kármán (1932)¹⁶⁾, Winter (1948)²⁰⁾, Dwight-Moxham²¹⁾ などにより研究されている。ここで Winter の有効幅公式は AISI (American Iron and Steel Institute) の軽量形鋼の有効幅の規定に採用されている。ちなみに、この有効幅の概念を最初に提案し用いたのは von Kármán であった。

以上の多くの研究の結果、① 理想圧縮板における弾塑性挙動、② 圧縮板の強度に及ぼす残留応力の影響、③ 圧縮板の座屈後の有限変位挙動、④ 圧縮板の強度に及ぼす初期たわみの影響など個々の要因についてはある程度明らかにされてきた。しかし、実際の板には残留応力や初期たわみあるいは荷重の偏心などの初期不整が必ず共存する。そして、現状においてはこれらの初期不整が圧縮板の極限強度に及ぼす総合的な影響がどのように現われるかについては不明確な段階にある。特に、その極限状態付近の圧縮板では弾塑性有限たわみのきわめて非線形な力学的挙動が顕著に現われると考えられるので、これらの要因の総合的影響が特に重要であると考える。その後、岡村・吉田 (1970)²²⁾ が選点法を用いて初期たわみを有する圧縮板の弾塑性有限たわみ解析に成功している。さらに、大坪 (1971)²³⁾, Needleman-Tvergaard (1976)²⁴⁾ の初期たわみを有する圧縮板の同様な理論的研究がある。それに対して上田・安川・矢島・池上・大南 (1975)^{25), 42)}, Crisfield (1975)²⁶⁾ は初期たわみと残留応力を同時に有する圧縮板の極限強度解析を行っている。著者ら (1975)¹¹⁾ も上記の各種初期不整の総合的影響を調べるために、これらの研究とは独立に残留応力と初期たわみを同時に有する圧縮板の弾塑性解析を行った。

一方、初期不整の中でも特に重要な残留応力の発生およびその分布に関する研究については Rao-Tall (1961), Rao-Estuar-Tall (1964)²⁸⁾ の軟鋼溶接部材に関する実測研究、同じく西野 (1964)²⁹⁾ の高張力鋼溶接部材に関する実験的研究がある。これらの研究により板パネルの残留応力分布の傾向がほぼ明らかにされた。さらに Dwight-Moxham (1969)²¹⁾ は実験的研究を基礎とした残留応力の推定公式を提案している。

最近の英國の暫定設計規定 I.D.R.³⁰⁾では Dwight-Moxham の推定公式を具体的に取り入れている点は注目に値する。

現在のところ、わが国および諸外国の示方書においては残留応力のみを考慮した座屈理論を基礎にして圧縮板の設計規定を定めているものが多い^{*24), *31), 31)~33)}。このようなすう勢の中で現在最も必要とされているものは残留応力および初期たわみなどの初期不整の総合的影響を十分に考慮した圧縮板の極限強度に関する基礎的資料を充実させることである。そしてその資料を基礎にして圧縮板の設計法の合理化を推進することであろう。

本研究は、この種の基礎的資料を提供することを目的として行ったものである。特に、今回は周辺単純支持の板の端部に一様な相対圧縮変位を与えた場合について取り扱っている。本文では、まず本解析法による解析結果と他の解析解との比較検討を行い本解法の精度の検証を行った後、種々の初期たわみ、残留応力、縦横比および無次元幅厚比 $R (= b/t \sqrt{\sigma_y/E} \cdot (12(1-\nu^2)/\pi^2 k))$ をパラメーターとしてパラメトリック解析を行い圧縮板の極限強度特性について考察している。さらに、その結果を基にして圧縮板の設計資料としての強度曲線を提示している。また、この圧縮強度曲線の有用性を種々の実験結果^{*27), 21), 25), 35), 36)}との比較により立証している。最後に、この圧縮強度曲線を基礎にして Dwight-Moxham の設計公式²¹⁾および各国の圧縮板の設計規定^{*24), *31), 30)~34)}について比較検討を行っている。

2. 解析法

本文における解析では文献 1) で示した解析法を用いた。

ここでは吊橋・斜張橋のタワー、ピア、トラス橋の圧縮部材、アーチ橋のアーチリブ、箱桁橋の圧縮フランジなどを構成している板パネルを解析の対象としている。これらの板パネルの縦横比は 1 より大きい場合がほとんどである。この細長い板パネルに面内圧縮力が作用すると、板は縦横比の値に近い整数個の横たわみ半波形が生じて極限状態に至ると考えることができる。その際、初期たわみとしては横たわみ波形と同じものを考えるのが安全側の処置であると思われる。いま、この横たわみ波形の縦方向半波長を a とする。すると、この細長い板パネルの極限強度は 1 つの半波形で極限状態に至る幅 b 、長さ a なる周辺単純支持の圧縮板のそれに等しいと考えられる。すなわち、横たわみ波形の節線間に半波形の初期たわみ（式（3））を有する縦横比 α が a/b なるように分割された単純支持圧縮板について取り扱えばよいことになる。

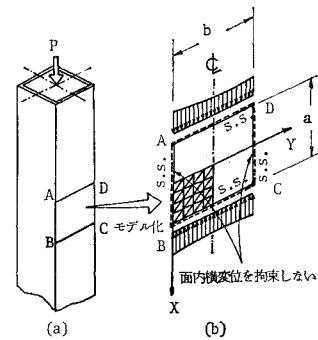


図-1 モデル化 1

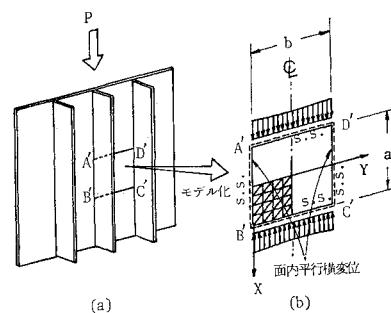


図-2 モデル化 2

図-1 (a) に示すように、これらの板パネル ABCD が面内に隣接パネルを有していない場合には側辺 AB および DC は面内横変位に対して拘束を受けず、図-1 (b) のような周辺単純支持の圧縮板にモデル化することができる。この種の境界条件のことを以下、面内自由という。この境界条件の取り扱いは文献 1) と同様である。次に図-2 (a) に示すように隣接パネルを有する板パネル A'B'C'D'について考えてみる。そして補剛材間の板パネルが補剛材位置で節となる局部座屈を起こしたとする。この場合、隣接パネルと着目パネルの境界における面内横変位は互いに対称性をもっている。さらに、載荷辺の全長にわたって横変位に対する拘束がないものとすると、この種の板パネルの側辺は面内に直線のままで平行横変位すると仮定するのが安全側であると考える。この境界条件を以下面内平行横変位という。面内平

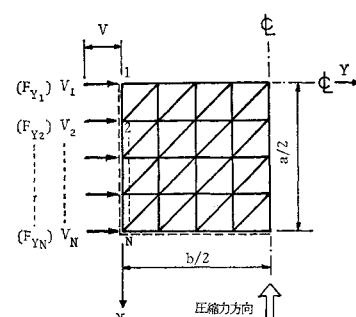


図-3 面内平行横変位の場合の境界条件

行横変位の場合、板パネルの側辺 $A'B'$ および $D'C'$ では以下に示すような境界条件を考慮して全体の剛性マトリックスの修正を行っている。すなわち、図-3 を参照にして、

$$F_{y_1} + F_{y_2} + F_{y_3} \dots + F_{y_N} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

ここで、 V , F_y は Y 軸方向の節点変位および節点外力を表わす。

3. 数値計算結果とその考察

(1) 他の理論解との比較

面内自由の場合の本解析法の精度の検証はすでに文献で行った。そこで、面内平行横変位の場合の本解析結果の検証を行うために同じ境界条件のもとの八巻⁽⁸⁾の解析解（たわみ波形に2重3角級数の4項までを用いた束解）と比較している。その比較を図-4に示す。同図より本法による解は面内平行横変位の場合も八巻の厳密解によく一致していることがわかる。ただ変位が非常に大きいところではすこし八巻の解より変位がいくぶん大きくなっているようである。しかし、一般に用いられる圧縮板ではこのあたりまで変形が大きくなる前に材料が降伏して極限強度に至る。したがって、この誤差はあまり問題とならない。本法の精度がこのように非常に好であるのは剛体変位を除去する方法を巧みに採用しているために有限変位の影響を十分に追跡できるからであると考える。

また、最近とみに多くの研究者によって初期たわみと残留応力を同時に受ける圧縮板の弾塑性有限たわみ解析が行われるようになった。そこで、文献27)に掲げられている Crisfield, Moxham, Harding⁴³⁾の解と本法による解との比較を行って図-5に示す。ここに、 ϵ は平均圧縮ひずみで、 $\epsilon_y = \sigma_y/E$ である。いずれの解析につい

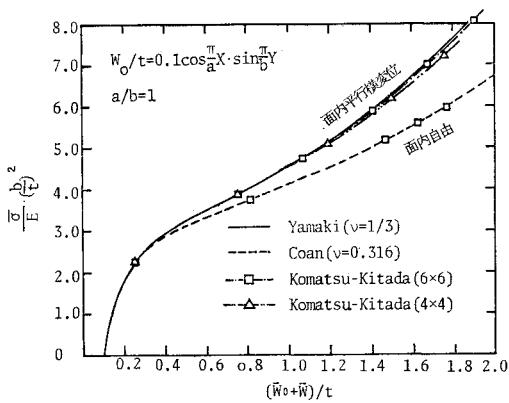


図-4 解析解との比較

表-1 比較計算に用いた板の諸元

	a/b	b/t	ν	E	σ_y	t	\bar{W}_b/b	σ_{rc}/σ_y
A	0.875	40	0.3	206 200	250	3.175	0.0011	0.177
B	0.875	55	0.3	206 200	250	3.175	0.00117	0.1225
C	0.875	80	0.3	206 200	250	3.175	0.0012	0.081

(E : N/mm 2 , σ_y : N/mm 2 , t : mm)

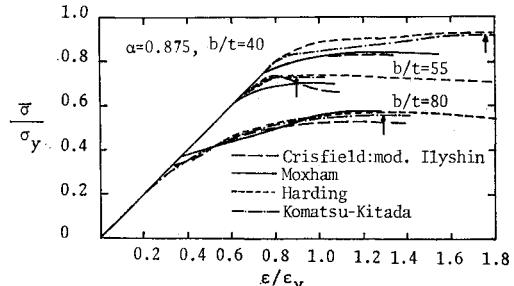


図-5 Crisfield, Moxham, Harding による解との比較でも表-1に掲げる同一の諸元を用いている。ただし、残留応力の分布形状については若干の差異が存在している。Moxham と Harding は板厚方向に板を 5 層に分割し板厚方向の弾塑性の広がりを考慮した解析を行っており、Moxham は Ritz 法を用い、Harding は板の有限要素法を用いてわみの微分方程式を dynamic relaxation により解いている。また、Crisfield は曲げと軸方向力を受ける場合の Ilyushin の全断面降伏判定条件を少し改良した降伏判定条件を用いて有限要素法により解析を行っている。図より明らかなように、本法は Harding の解とよく一致している。ただ $b/t=40$ の場合、平均圧縮応力度の最大値（最大平均応力度）は、Harding の解とよく一致しているが、そこに至る平均圧縮応力度-平均ひずみ曲線は少し離れている。これは本法では残留応力分布を図-6 の A タイプに仮定したため降伏による有効断面積の減少が急激に起きたためと思われる。Harding の仮定した残留応力分布の詳細は不明であるが、彼の解析結果より判断すると引張残留応力の分布形を三角形に仮定しているように思われる。そのために Harding の解は図-5 に示すようななめらかな曲線となっているものと思われる。Moxham の解は Ritz 法による近似解であり、Crisfield の解は板厚方向の弾塑性の広がりを考慮することができないので精度が低下しているものと思われる。そこで、本法と Harding の解の比較のみを考えると、両者がよく一致している点から判断して弾塑性範囲においても本法の妥当性が立証できるのではないかと思われる。

(2) パラメトリック解析

a) 解析モデル

パラメトリック解析に用いる残留応力分布としては図-6に示す代表的な3つのタイプを考えることにする。

A タイプは Dwight-Moxham²¹⁾ によって用いられたもの、B タイプは著者らが実測した補剛板の残留応力分布をもとに理想化したもの¹⁾。C タイプは西野・Tall²²⁾、上田・Tall¹⁴⁾などによって仮定されたものである。これらのうちで最も危険となるタイプを求めるため次のような解析を行った。縦横比 a/b を 1、残留応力 σ_{rc} を $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$ 、初期たわみ \bar{W}_0 を $\bar{W}_0/t = 0.1$ 、無次元幅厚比 R を 1.3（残留応力の影響を受けやすい幅厚比）とし、面内自由の圧縮板の最大平均応力度を 3 つのタイプのそれぞれについて解析を行った。その結果を表-2 に最大平均応力度に差はない強度を与えていているので A タイプを用いることに

さらに、実際の板パネルの初期たわみは非常にランダムな波形をしており、その初期たわみをそのまま数学的に表現するのは非常に難しい。そこで今回のパラメトリック解析では 2. に述べた理由により板パネルの初期たわみ波形を座屈横たわみ波形に類似した以下の関数で表わす。

$$W_0 = \bar{W}_0 \cdot \cos \frac{\pi}{a} X \cdot \sin \frac{\pi}{b} Y \dots \dots \dots \quad (3)$$

以上のような仮定のもとに、板幅を $b=48\text{ cm}$ 、降伏点を $\sigma_y=2400\text{ kg/cm}^2$ に固定し、縦横比 $\alpha(\alpha=0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.25)$ 、初期たわみ \bar{W}_0 ($\bar{W}_0/t=0.1, 0.2, 0.3, \bar{W}_0/b=1/150$)、残留応力 σ_{rc} ($\sigma_{rc}/\sigma_y=0, -0.3, -0.4, -0.5$) および無次元幅厚比 $R(R=0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3)$ をパラメーターとしてパラメトリック解析を行った。また、メッシュ割りは残留応力の分布形状などの関係で $3\times 3, 4\times 4, 4\times 5, 6\times 6$ などを用いた。なお、文献1)でメッシュ割りが 3×3 以上であれば十分な精度の解

表-2 残留応力の分布形状と最大平均応力度

	$\sigma_{rc}=0$	A-タイプ	B-タイプ	C-タイプ
$\bar{\sigma}_m/\sigma_y$	0.630	0.527	0.528	0.544

($\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$, $\bar{W}_0/t = 0.1$, $R = 1.35$, $\alpha = 1$)

が得られることを
示している

b) 縦横比 1 の
圧縮板の極
限強度特性
(面内自由)

以下に縦横比 1 の場合数値計算結果の代表例を示す。まず、図-7 に $R=0.7$, $\bar{W}_0 = 0.1$ の圧縮板の平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}$ と板の中央たわみ

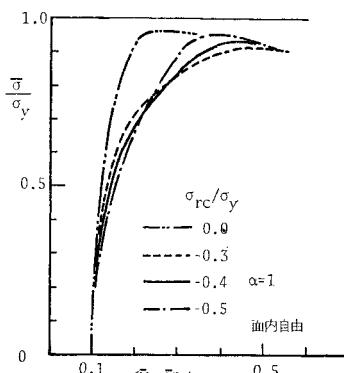


図-7 平均圧縮応力度と中央たわみの関係 ($R=0.7$)

\bar{W} の関係を残留応力 σ_{rc} をパラメーターにしてプロットしてある。 σ が小さい間は残留応力の大きい圧縮板の方が剛性が小さくたわみ \bar{W} も大きくなっている。しかし、残留応力の大きい圧縮板ほど最大平均応力度が大きく現われている。自己平衡の残留応力の分布形状を図-6 のように仮定した場合、圧縮残留応力 σ_{rc} が大きくなると引張残留応力の分布幅 b_t が広くなり、そのため、この引張残留応力の影響が耐荷力にわずかに有利に働き若干高めの強度を与えたと思われる。たとえば、 $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.3$ の場合の引張残留応力の分布幅 b_t に比し、 $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.5$ の場合の b_t は約 10% 広くなっている。さらに、図-7 と図-8 を比較すると、 $R=0.7$ の場合は $R=1.3$ の場合に比して残留応力による最大平均応力度の低下はわずかであることがわかる。

次に、図-8 に $R=1.3$ の場合の同様な曲線を示す。この場合は、残留応力が増加するにつれて剛性が低下していることがわかる。また、 $R=1.3$ の場合には図-7 の $R=0.7$ の場合とは異なり、残留応力によりかなりの最大平均応力度の低下が認められる。しかし、残留応力 σ_{rc}/σ_y が $-0.3 \sim -0.5$ との範囲ではあまり低下量の差

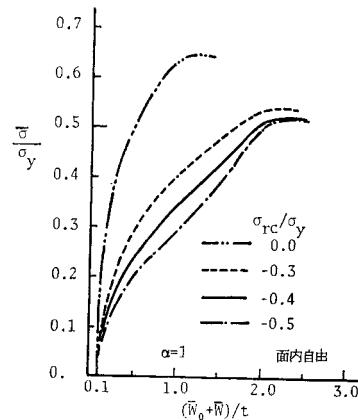


図-8 平均圧縮応力度と中央たわみの関係 ($R=1.3$)

異が現われていない。

初期たわみを $\bar{W}_0/t = 0.1, 0.2, 0.3$ および $\bar{W}_0/b = 1/150$ と仮定した 4 ケースについて残留応力 σ_{rc} をパラメーターとして変化させ最大平均応力度曲線 $\bar{\sigma}_m$ を図-9～12 に示した。ちなみに、 $\bar{W}_0/b = 1/150$ は道示の製作規定の限界値を意味する。これらの図より、 R が 0.7 付近から 0.9 付近に至るまで残留応力の存在により最大平均応力度の低下が徐々に顕著になり R が 0.9 付近より大きい領域ではその低下量はほぼ一定している。また、残留応力の存在により最大平均応力度は低下するが、 $-0.5 \leq \sigma_{rc}/\sigma_y \leq -0.3$ の範囲では全般的にみて残留応力の大きさによる差異は認められないことがわかる。さらに期初たわみが小さいほど残留応力による最大平均応

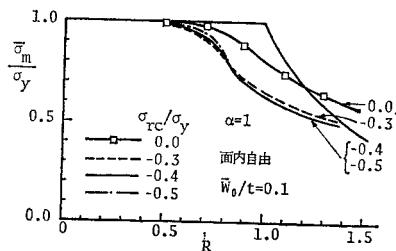


図-9 残留応力と最大平均応力度の関係 ($\bar{W}_0/t = 0.1$)

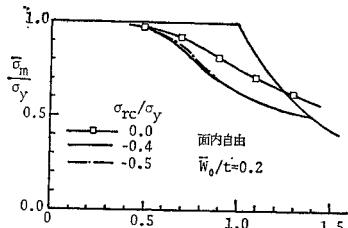


図-10 残留応力と最大平均応力度の関係 ($\bar{W}_0/t = 0.2$)

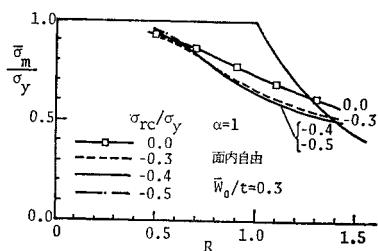


図-11 残留応力と最大平均応力度の関係 ($\bar{W}_0/t = 0.3$)

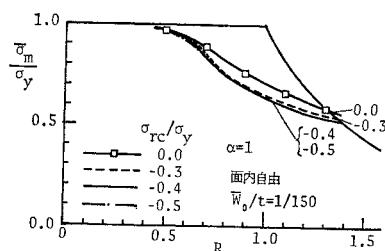


図-12 残留応力と最大平均応力度の関係 ($\bar{W}_0/t = 1/150$)

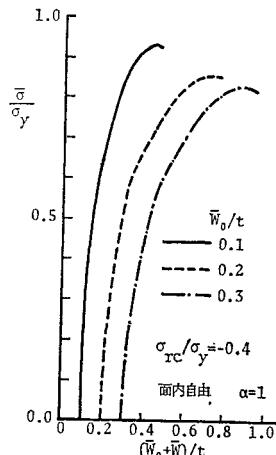


図-13 平均圧縮応力度と中央たわみの関係 ($R=0.7$)

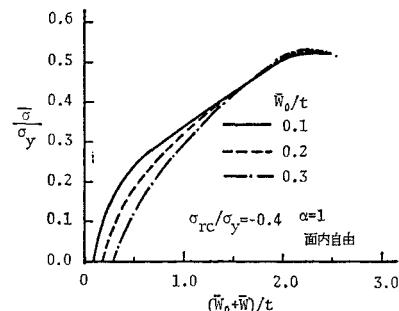


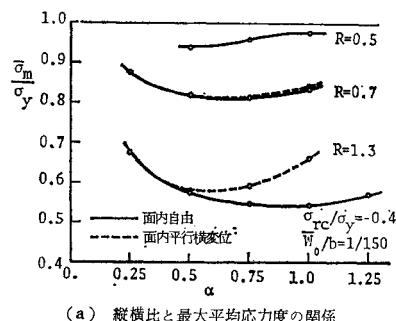
図-14 平均圧縮応力度と中央たわみの関係 ($R=1.3$)

度の低下の度合が大きいことが図-9～11を比較することによってわかる。

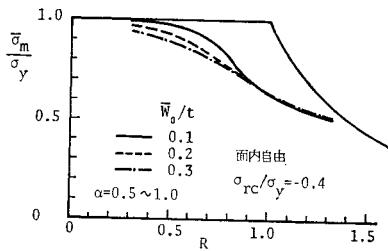
図-13, 14 に残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$ (一定) として R が 0.7 と 1.3 のそれぞれの場合について平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}$ と板の中央たわみ \bar{W} との関係を初期たわみをパラメーターに示してある。この図より、 $R=0.7$ の場合には図-7に示した残留応力の場合とは異なり最大平均応力度は初期たわみにかなり敏感であることがわかる。逆に大きい幅厚比 $R=1.3$ の場合には図-14に示すように初期たわみの大きさによる最大平均応力度の差異は認められないことがわかる。

c) 縦横比 α と最大平均応力度 $\bar{\sigma}_m$ の関係

初期たわみを $\bar{W}_0 = b/150$ 、残留応力を $\sigma_{rc} = -0.4 \sigma_y$ に固定し、無次元幅厚比 R を 0.5, 0.7, 1.3 に変化させた場合の最大平均応力度 $\bar{\sigma}_m$ と縦横比 α の関係を図-15(a) に示す。この図より、面内平行横変位の場合 $\alpha = 0.5$ 付近で $\bar{\sigma}_m$ が最小になることがわかる。また、面内自由の場合には、 $R=1.3$ では $\alpha = 1.0$ 付近で、 $R=0.5$ では 0.5 付近で $\bar{\sigma}_m$ が最小になり、 $R=0.7$ では 0.75 付近で最小になるが 0.5～1.0 の区間で $\bar{\sigma}_m$ はほぼ同じであることがわかる。本論文では紙面の都合上、解析結果は示さなかったが、この傾向は初期たわみ

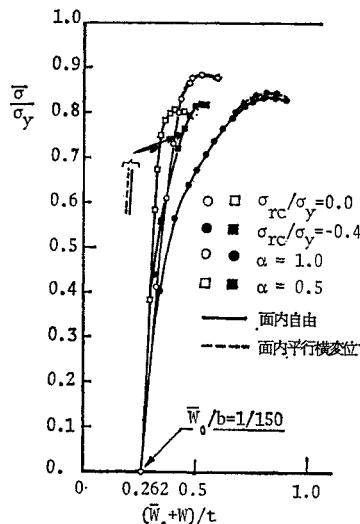
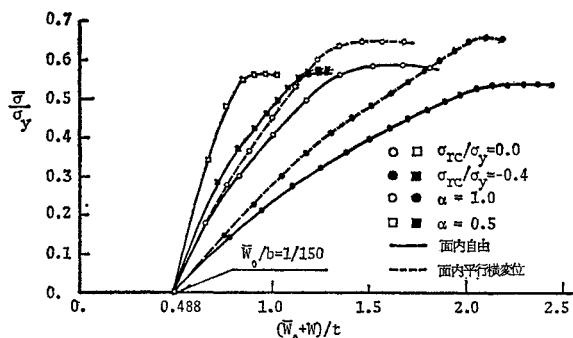


(a) 縦横比と最大平均応力度の関係



(b) 初期たわみと最大平均応力度の関係

図-15 縦横比を考慮した場合の最大平均応力度

図-16 平均圧縮応力度と中央たわみの関係 ($R=0.7$)図-17 平均圧縮応力度と中央たわみの関係 ($R=1.3$)表-3 計算に用いた縦横比 α

面内 境界条件	$R=0.3$	$R=0.5$	$R=0.7$	$R=0.9$	$R=1.1$	$R=1.3$
面内自由	0.5	0.5	0.75	1.0	1.0	1.0
面内平行横変位	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

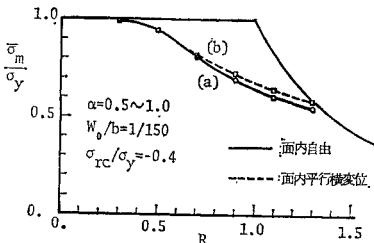
(ただし $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$ の場合)

図-18 面内境界条件と最大平均応力度の関係

(a), (b) : 圧縮強度曲線

(縦横比を考慮した場合)

\bar{W}_0 が $0.1t \sim 0.3t$ の範囲についても同じであることがわかった。さらに、残応力が存在しない板では、面内自由および面内平行横変位の場合とも、すべての R の領域で α が 0.5 付近で $\bar{\sigma}_m$ が最小となることがわかった。

残応力 σ_{rc} を $-0.4\sigma_y$ に固定した以下の解析では、図-15 (a) を参照して、表-3 に示す縦横比を用いて極限強度解析を行った。

表-3 に示す縦横比を用いて、初期たわみ \bar{W}_0 を $0.1t, 0.2t, 0.3t$ に変化させた場合の面内自由の板の無次元幅厚比 R と最大平均応力度 $\bar{\sigma}_m$ の関係を図-15 (b) に示す。この図より R が 0.9 付近より大なる領域では初期たわみの大きさによる最大平均応力度の差異はほとんど認められないことがわかる。また、 R が 0.9 付近より小さくなるにつれて除々に初期たわみの影響を強く受けるようになり、 $R=0.7$ の付近で最も敏感に影響を受けることがわかる。

d) 面内の境界条件と最大平均応力度の関係

図-16～18 に面内平行横変位の場合と面内自由の場合の圧縮挙動の比較を示す。図-16, 17 は $\bar{W}_0/b=1/150$ で $R=0.7$ と 1.3 、縦横比 $\alpha=0.5$ と 1.0 のそれぞれの場合の平均圧縮応力度 $\bar{\sigma}$ と中央たわみ \bar{W} の関係を示したものである。 $R=0.7$ の板では $\alpha=0.5$ および 1.0 の場合とも面内境界条件が最大平均応力度に及ぼす影響はほとんどないことがわかる。

$R=1.3$ の場合、 $\alpha=0.5$ ではなくその影響はなく、 $\alpha=1.0$ の場合にはその影響が大であることがわかる。この図-16, 17 と図-15 (a) より次のことが一般的にいえる。すなわち、無次元幅厚比 R が 0.7 から大きくなるほど、また、縦横比 α が 0.5 から 1 に近づくにつれて面内の境界条件の影響が顕

著に現われることがわかる。また、図-18には $\bar{W}_0/b=1/150$ で $\sigma_{rc}/\sigma_y=-0.4$ の場合の最大平均応力度曲線 $\bar{\sigma}_m$ を示す。この図より、 R が 0.7 付近より小さい領域の板では側辺の面内境界条件が最大平均応力度に及ぼす影響はほとんどなく、 R が 0.7 より大きくなるにつれてその影響が徐々に増加し、面内平行横変位の方が面内自由の場合より最大平均応力度が多少大きくなってくることがわかる。しかし、いずれにしても 図-18 からわかるように縦横比を考慮した最小の極限強度については面内境界条件の影響は実用的には大したことではないと考えられる。

(3) 圧縮板の設計資料としての圧縮強度曲線

3. (2) で示したパラメトリック解析の結果より以下のような強度曲線が得られた。この強度曲線を求めるにあたり、まず、初期たわみの上限値は道示の限界値である $\bar{W}_0/b=1/150$ とする。また、種々の残留応力の実測結果^{37), 38)}を見ると、 σ_{rc}/σ_y はほぼ 0.4 以下におさまっているため、残留応力の上限値は $\sigma_{rc}/\sigma_y=-0.4$ とする。すると、この強度曲線は、面内自由の場合は 図-18 の曲線 (a)、面内平行横変位の場合は同図の曲線 (b) に一致するはずである。以下、この (a), (b) 曲線を本圧縮強度曲線、さらに、この曲線で表わされる最大平均応力度を本圧縮強度という。また、卓上計算機を用いて簡単に本圧縮強度の計算ができるように 図-18 に示した本圧縮強度曲線を 3 次関数で補間し、次の近似曲線を与えた。

i) 面内自由の場合

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_m/\sigma_y &= 0.702 R^3 - 1.640 R^2 + 0.654 R + 0.926 \\ &: 0.3 \leq R \leq 1.3 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ii) 面内平行横変位の場合

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_m/\sigma_y &= 0.542 R^3 - 1.249 R^2 + 0.412 R + 0.968 \\ &: 0.3 \leq R \leq 1.3 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

これらの近似曲線を 図-19 に示す。図中□および○印の値は理論解析による計算値を示す。この理論値に対する式 (4), (5) による近似値の誤差は 1.5% 以下である。しかし、実際には安全側の曲線として面内自由の場合の

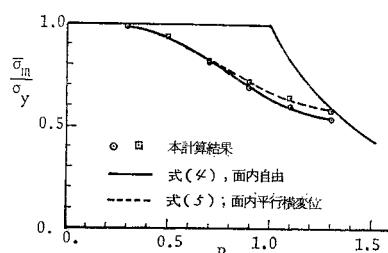


図-19 圧縮強度曲線（近似曲線）

本圧縮強度曲線を設計曲線に用いるのが簡便である。

4. 本圧縮強度曲線と種々の実験結果との比較

正方形箱型短柱に関して西野・Tall²⁷⁾ (上田・Tall¹⁴⁾, Dwight-Harrison²¹⁾, Dwight-Chin²¹⁾, Dwight-Moxham²¹⁾ が行った模型試験結果ならびに側辺を単純支持したパネルに関して Dwight-Ractliffe³⁶⁾, 上田・安川・矢島・池上・大南²⁵⁾, 前田・日笠³⁵⁾ が行った模型実験の結果と本圧縮強度曲線（面内自由の場合）とを比較し、その有用性を検証する。特に箱型短柱試験の場合については柱としての全体座屈による圧縮強度の低下が含まれていると考えられる実験値を除外する目的で無次元細長比 $\lambda (=1/2\pi\sqrt{\sigma_y/E}\cdot l/i)$, i : 回転半径, l : 柱長) が 0.2 以下の実験値のみを採用した。また、上田ら、および前田・日笠の実験結果のうち初期たわみが大きく道示の製作規定を満足していない供試体、すなわち初期たわみ \bar{W}_0 が $b/150$ 以上の中は除外した。さらに、前田・日笠の実験供試体の中には残留応力の性状を調べるため人為的に大きな初期たわみが導入されているものが含まれているので残留応力 σ_{rc} が $0.4\sigma_y$ より大きい場合の実験値は除外した。また、無次元幅厚比 R が 1.5 より大きい供試体はあまり実際的ではないのでこれも全般的に除外した。そして、これらの実験結果と本圧縮強度曲線の比較を 図-20 に示す。ほとんどの実験結果が本圧縮強度曲線より上にあり、本論文による強度曲線の有用性が証明できたものと思われる。ただ、 R が 1.0 付近より大きい領域で本曲線よりもわずかに下まわっている実験値が二、三見受けられる。

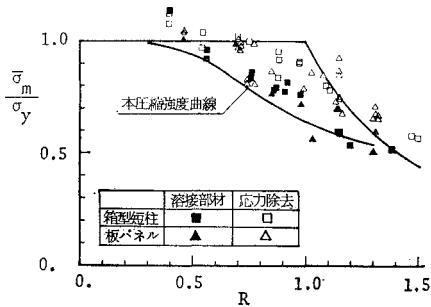


図-20 圧縮強度曲線と実験値との比較

5. Dwight-Moxham の設計公式²¹⁾との比較

Dwight-Moxham は彼らの実験結果^{21), 36)}に基づき次式の許容応力度公式を提案している。

$$\text{許容応力度 } f = \left(\frac{1.65\sqrt{E\cdot\sigma_y}}{b/t} - \sigma_{rc} \right) \div 1.7 \text{ ton/in}^2 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

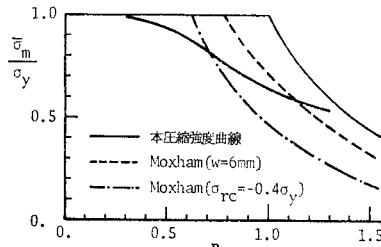


図-21 Dwight-Moxham の設計公式との比較

ここに、圧縮残留応力 σ_{rc} には次式を提案している。

$$\sigma_{rc} = \sigma_y / \left(\frac{\sigma_y \cdot b/t}{0.6 C(w/t)^2} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 C は応力のディメンションを持つ係数で約 400 ton/in² としている。 w は容接ビードの脚長である。

式 (6) の 1.7 は安全率であり、1.7 を取り除くと圧縮強度曲線に対応する。脚長 w を一般によく用いられている 6 mm とした場合と直接残留応力を $\sigma_{rc}=0.4\sigma_y$ とした場合の圧縮強度曲線 (Dwight-Moxham) を図-21 に示す。ただし、降伏点は $\sigma_y=2400 \text{ kg/cm}^2$ 、板幅は $b=48 \text{ cm}$ として計算を行った。同図に本文で提案した圧縮強度曲線をも示し Dwight-Moxham の圧縮強度曲線と比較している。図-20 で、本圧縮強度曲線は多くの実験結果の下限値を与えると考えられる。それに対して脚長 $w=6 \text{ mm}$ の場合の Dwight-Moxham の曲線は R が 0.3~1.1 の領域では少し危険側の値を与える。また、式 (6)において $\sigma_{rc}=0.4\sigma_y$ (一定) を仮定した一点鎖線の曲線は R が 0.8 より大なる領域では実験結果 (図-20) とまったく違った傾向を示し、かなり安全側の値を与えることがわかった。

6. 本圧縮強度曲線と各国の圧縮板の設計規定との対比

初期たわみと残留応力の影響を考慮に入れた弾塑性有限たわみ理論によるパラメトリック解析の結果を基にして得られた本圧縮強度曲線と日本、ドイツ、イギリス、アメリカの圧縮板の設計規定との対比を以下に示す。

(1) 道路橋示方書^{*24)}

道示の圧縮強度曲線 σ_{mJ} と許容応力度曲線 σ_{AJ} を図-22 に示す。道示では安全率 ν_B を 1.7 と定めている。しかし、道示の許容応力度の本文で得られた圧縮強度に対する実安全率 ν^* は $R=0.7$ においてその最小値 ν_{min}^* が 1.39 となっていることが図-22 および図-30 よりわかる。道示の期待する安全率 $\nu_B=1.7$ からのこの約 18% の安全率の低下分は初期不整、特に初期たわみの存在によるものであることが図-23, 24 からわかる。

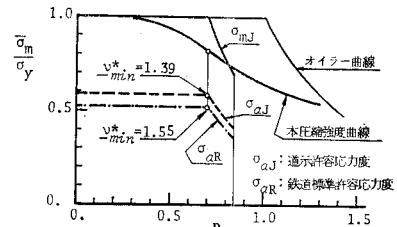
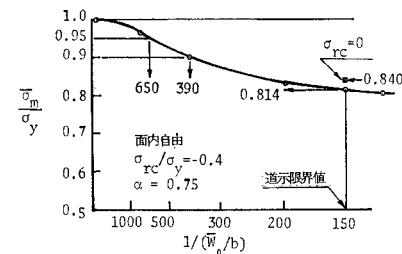


図-22 道路橋示方書および鋼鉄道橋設計標準との対比

図-23 初期たわみと最大平均応力度の関係 ($R=0.7$)

具体的に説明すれば次のとおりである。道示の限

界無次元幅厚比である $R=0.7$ の場合について、

初期たわみ W_0 と最大平

均応力度 σ_m の関係を図

-23 に示している。道示

の限界初期たわみ W_0/b

=1/150 における最大平

均応力度 σ_m の降伏点 σ_y

からの低下量は 19% である。

残留応力を一定にしたまま初期たわみを小さくしていくと、 σ_m を σ_y まで高め

ることができる。すなわち、 $R=0.7$ で初期たわみがほ

とんどない板では、 σ_m は残留応力にまったく影響され

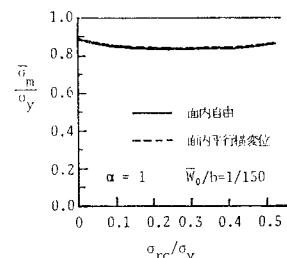
ないことがわかる。ところが、初期たわみが $W_0/b=1/150$

の板で残留応力のみを 0 とすると、 σ_m の σ_y からの低

下量は 16% となり、3% だけ残留応力の影響を受ける

ことがある。図-24 に同じく $R=0.7$ で $W_0/b=1/150$

の場合の残留応力 σ_{rc} と最大平均応力度 σ_m の関係を

図-24 残留応力と最大平均応力度の関係 ($R=0.7$)

からわかる。以上のことをより詳しく説明すれば、道示の限界無次元幅厚比である $R=0.7$ の場合について、初期たわみ W_0 と最大平均応力度 σ_m の関係を図-23 に示している。道示の限界初期たわみ $W_0/b=1/150$ における最大平均応力度 σ_m の降伏点 σ_y からの低下量は 19% である。残留応力を一定にしたまま初期たわみを小さくしていくと、 σ_m を σ_y まで高めることができる。すなわち、 $R=0.7$ で初期たわみがほとんどの板では、 σ_m は残留応力にまったく影響されないことがわかる。ところが、初期たわみが $W_0/b=1/150$ の板で残留応力のみを 0 とすると、 σ_m の σ_y からの低下量は 16% となり、3% だけ残留応力の影響を受けることがある。図-24 に同じく $R=0.7$ で $W_0/b=1/150$ の場合の残留応力 σ_{rc} と最大平均応力度 σ_m の関係を示している。残留応力度による最大平均応力度の低下量は $|\sigma_{rc}/\sigma_y|$ が 0.5 以下では 3% 以下であることがわかる。以上のことより、無次元幅厚比が $R \leq 0.7$ の場合については最大平均応力度の低下は主として初期たわみによるものであるといつてよい。さらに、図-18, 24 より、 $R \leq 0.7$ の場合には側辺が面内自由と面内平行横変位の場合の最大平均応力度の差はわずかであることがわかる。

さて、道示の許容圧縮応力度の本圧縮強度に対する最小実安全率 $\nu_{min}^*=1.39$ の意味については確率論的な立場から議論すべきであると思われる所以ここではこれ以

上言及しないこととする。

(2) 鋼鉄道橋設計標準

(1974 年改訂, 1975 年一部改正)³²⁾

鋼鉄道橋設計標準（以下鉄道標準といふ）の圧縮強度曲線は道示のものとまったく同じであるが、安全率を $\nu_B = 1.9$ としているため許容応力度曲線は図-22 に示すように道示の曲線より若干下回っている。したがって、鉄道標準による許容応力度の本圧縮強度に対する最小実安全率 ν_{min}^* は 1.55 となり道示より若干大きくなっていることがわかる（図-22, 30 参照）。

(3) 本州四国連絡橋上部構造設計規準³³⁾

この規準の圧縮板に関する設計概念および安全率は道示とまったく同じである。したがって、この設計規準の本圧縮強度に対する最小実安全率 ν_{min}^* は道示と同様 1.39 となる。ただし、この設計規準では HT 70, HT 80 材に対する制限幅厚比を追加している点が道示と異なっている。

(4) DIN 4114^{31), *32)}

DIN 4114 の圧縮強度曲線 σ_{vk} および 1952 年に定められた許容応力度曲線³¹⁾と 1973 年に暫定的に定められた許容応力度曲線³³⁾を 図-25 に示す。1952 年の規定の安全率 ν_B は幅厚比とともに変化するが幅厚比が大きい領域では 1.35 (一定) となっている。ところが、1969 ～1971 年に海外で続発³⁹⁾した鋼箱桁橋の落橋事故の後、安全率 ν_B が暫定的に 1.71 と改められた³²⁾。1952 年および 1973 年の DIN 4114 に従った許容応力度の本圧縮強度に対する実安全率 ν^* は、 $R=1.04$ で最も小さくなり、その最小実安全率 ν_{min}^* はそれぞれ 0.98, 1.24 となっている。ちなみに 1969 年にオーストリアのダニーューブ河で落橋³⁹⁾した新ウィーン・ドナウ橋の無次元幅厚比 R は 0.945 であり、この R 値における DIN 4114 (1952) の許容応力度の本圧縮強度に対する実安全率 ν^* は 0.99 となっており、このドナウ橋の落橋事故の引きがねが板パネルの局部圧縮破壊にも一因があることを裏づけるものである。

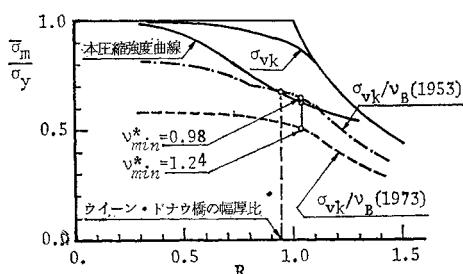


図-25 DIN 4114 との対比

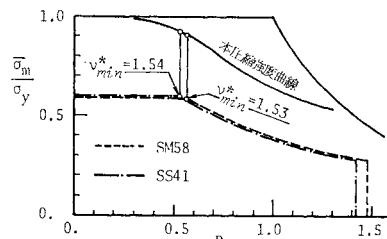


図-26 BS 153 との対比

(5) BS 153³⁴⁾

BS 153 の Part 4 の 1.7 「圧縮板」では鋼材の種類によって異なる有効幅公式を与えており、また、この有効幅 b_e は溶接部材とそうでない場合では異なる。本圧縮強度曲線は溶接部材を対象としているため、BS 153 の有効幅のうち溶接部材に対するもののみについて比較検討を行った。比較する鋼材としては道示の SS 41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$) と SM 58 ($\sigma_y = 4600 \text{ kg/cm}^2$) の 2 種類とした。これらの鋼材は BS 153 の Grade 43 と Grade 55 に相当するものである。溶接部材の場合の Grade 43 と 55 に対する BS 153 の有効幅公式は次のとおりである。

i) Grade 43 に対して

$$\left. \begin{aligned} b_e &= b : b/t \leq 30 \\ b_e &= 40 t(b/t-18)/(b/t-14) : 30 \leq b/t \leq 80 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ii) Grade 55 に対して

$$\left. \begin{aligned} b_e &= b : b/t \leq 23 \\ b_e &= 30 t(b/t-18)/(b/t-10) : 23 \leq b/t \leq 60 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

いま、全断面有効とした場合の許容応力度 $\bar{\sigma}_a$ を次式で与える。

$$\bar{\sigma}_a = b_e/b \cdot \sigma_a \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

ここで、 σ_a は BS 153 で定められている有効幅部分に対する許容応力度である。式 (10) を用いて関係式 (8), (9) を $\bar{\sigma}_a$ と無次元幅厚比 R との関係式に置換すると次のとおりになる。

i) SS 41 に対して

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_a/\sigma_y &= 0.6 : R \leq 0.533 \\ \bar{\sigma}_a/\sigma_y &= 0.6 \times 0.711 \times (1 - 0.320/R) / (R - 0.249) : 0.533 \leq R \leq 1.422 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

ii) SM 58 に対して

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_a/\sigma_y &= 0.588 : R \leq 0.566 \\ \bar{\sigma}_a/\sigma_y &= 0.588 \times 0.566 \times (1 - 0.245/R) / (R - 0.1886) : 0.566 \leq R \leq 1.477 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

式 (11), (12) に示す許容応力度曲線および本圧縮強度

曲線を 図-26 に示す。BS 153 の許容応力度曲線は本圧縮強度曲線と非常によく相似している。したがって、BS 153 の許容応力度の本圧縮強度に対する実安全率 ν^* の最大値と最小値の差が他の示方書の場合のそれと比較してかなり小さいことが 図-30 よりわかる。その最小値 ν_{\min}^* は SS 41 の場合 $R=0.53$ で 1.54, SM 58 の場合は $R=0.57$ で同じく 1.53 となっている。よって、BS 153 に規定されている有効幅公式 (8), (9) がかなり合理的なものであることが明らかになった。

(6) I.D.R.³⁰⁾

a) Part II

I.D.R. の Part II による耐荷力曲線を図-27 に示す。I.D.R. ではこの耐荷力を基にして荷重係数設計法(荷重係数 1.0~1.5)と許容応力度設計法(安全率1.2)を併用しており、その実安全率については具体的な設計条件が与えられないと総合的に議論することはできないので両者の比較に留めておく。

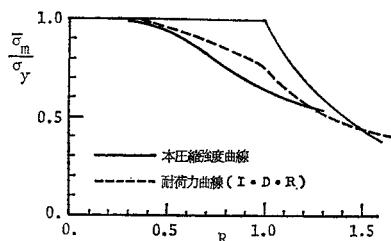


図-27 I.D.R. (Part II) との対比

b) Part III

Part III では、面内自由と面内平行横変位の場合の2通りについて耐荷力(strength)と供用限界(serviceability limit)を計算できる図と式を示している。また、Part III では定量的な残留応力および初期たわみの取り扱いも可能となっている。この点が他の示方書と異なる点である。

図-28 に面内自由と面内平行横変位のそれぞれの場合についての耐荷力曲線と供用限界曲線を示す。ただし、これらの曲線の算定に際して残留応力はいずれの場合も本圧縮強度曲線の場合と同じく $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$ と仮定した。また、残留応力の取り扱いについては次に示す Part III の 18.1 「初期不整」に掲げられている式を用い

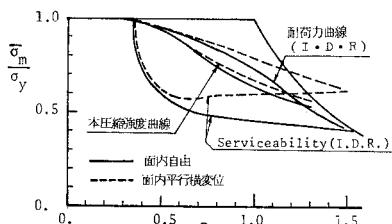


図-28 I.D.R. (Part III) との対比 ($\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$)

て残留応力を初期たわみに換算する計算法を採用した。

ここで、初期たわみ δ_0 としては I.D.R. の Part IV に規定されている最大初期たわみを用いた。図-27 の耐荷力曲線は図-28 の面内自由の場合の耐荷力曲線とよく一致している。

Part II と同様、耐荷力に対しては荷重係数設計法と許容応力度設計法を併用し、供用限界に対しては荷重係数設計法（荷重係数 0.8～1.2）を用い、いずれか安全な方で設計するよう定めているが、具体的な設計条件が与えられないかぎり実安全率についての総合的な議論はできない。

(7) AASHTO^{*31)}

AASHTO の 1.7.129 節「合成箱桁」に示されている荷重係数設計法のために設けられている耐荷力曲線と、同じく 1.7.105 節「ボトムプレートの設計」に定められている許容応力度曲線を図-29 に示す。 $R=0.95$ においてこの許容応力度の本圧縮強度に対する実安全率 ν^* は最小値 $\nu_{\min}^*=1.39$ となっていることが図-29 および 図-30 よりわかる。

(8) 各国示方書の実安全率の比較

各国示方書による許容応力度の本圧縮強度に対する実安全率 ν^* および最小実安全率 ν_{min}^* を 図-30 および表-4 に示す。表-4 より、最小実安全率 ν_{min}^* は、DIN 4114 (1973) の 1.24 が最も低く、鉄道標準の 1.55 が最も大きいことがわかる。わが国の道示の最小実安全率 $\nu_{min}^*=1.39$ は他の示方書の最小実安全率と比較する

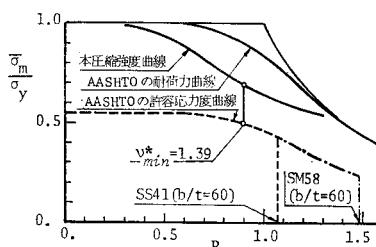


図-29 AASHTO (1973) との対比

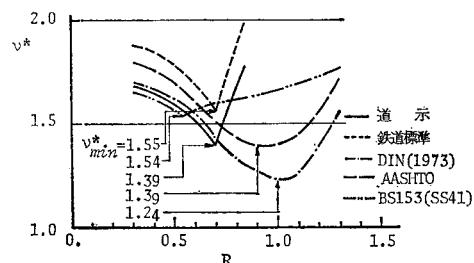


図-30 ν^*-R 曲線

表-4 各国示方書の最小実安全率 ν_{min}^* の比較

	道示 (1972)	鉄道標準 (1975)	本四規準 (1975)	DIN 4114 (1973)	BS 153 (1972)	AASHTO (1973)
ν_{min}^*	1.39	1.55	1.39	1.24	1.54	1.39

とちょうど中間的なところにあることがわかる。また、図-30を見ると、道示と鉄道標準では $R=0.7$ で急激に実安全率が低下し R が 0.7 から離れるにつれ急激に実安全率が増加することがわかる。DIN 4114, AASHTOについてそれぞれ $R=1.05, 0.95$ を中心として広範囲の R 値に対して実安全率が低くなっている。ところが、BS 153 では R のすべての範囲で実安全率 ν^* がほぼ一定していることがわかる。これは BS 153 の有効幅公式がかなり合理的な設計公式であることを示している。

7. 結論

初期たわみおよび残留応力を有する周辺単純支持の一方圧縮板の弾塑性有限たわみ解析に基づくパラメトリック解析を行い以下の成果を得た。

(1) 本解析結果を、弾性有限たわみ領域については八巻, Coan の厳密解と、弾塑性域については Moxham, Crisfield, Harding の解と比較して本解析法の妥当性と精度の良好なことを立証した。

(2) 側辺の 2 種の面内境界条件に対して、初期たわみ \bar{W}_0 、残留応力 σ_{rc} および無次元幅厚比 R をパラメーターとして、板の最大平均応力度を算定できるいくつかの図を提示した。

(3) R が道示で規定された上限値 0.7 付近より小さい領域では残留応力が最大平均応力度に及ぼす影響はほとんどなく、 R が 0.7 付近から 0.9 付近に至るにつれ、その影響は徐々に顕著となり、 R が 0.9 付近より大なる領域ではその低下量がほぼ一定してくることがわかった。また、残留応力の存在により最大平均応力度は低下するが、残留応力の大きさが $-0.5 \leq \sigma_{rc}/\sigma_y \leq -0.3$ の範囲内ではその低下量はほぼ一定となることがわかった。さらに、残留応力による最大平均応力度の低下の場合は初期たわみが小さいほど大きいことがわかった。

(4) 残留応力とは逆に、初期たわみが最大平均応力度に及ぼす影響は R が 0.7 付近で最も顕著に現われ、 R が 0.9 付近より大なる領域ではほとんどその影響がないことがわかった。

(5) 面内自由と面内平行横変位の場合の最大平均応力度の差は R が 0.7 付近より大きくなるにつれて徐々に大きくなり、道示に規定された R の上限値 0.7 より小さい領域ではほとんど面内境界条件の影響がないことがわかった。

(6) 面内自由と面内平行横変位の場合についての圧縮強度曲線を設計資料として提示し、さらに実用の便に供するため、その強度曲線を近似式で表わした。

(7) 面内自由の場合の本圧縮強度曲線を種々の実験結果と比較してその有用性を明示している。

(8) 各国示方書に示されている圧縮強度曲線あるいは許容応力度曲線と本圧縮強度曲線とを対比して種々の考察を加えた。そして、各示方書で規定されている許容応力度の本圧縮強度に対する実安全率 ν^* を算定した。 ν^* 値は無次元幅厚比 R により変化するがその最小値 ν_{min}^* は道示の場合 1.39、鉄道標準：1.55、本四規準：1.39、DIN 4114 (1973) : 1.24、BS 153 : 1.54、AASHTO : 1.39 となった。また、 R に対する ν^* の変化状態から判断して BS 153 の有効幅公式の合理性が本圧縮強度曲線によって立証することができた。

(9) 道示の実安全率 ν^* は 1.39 であり、道示の期待する安全率 1.7 より 18% のくい込みが認められた。この 18% の安全率のくい込みのうち初期たわみによるものが 15%，残留応力によるものが 3% であることがわかった。

8. あとがき

今回は周辺単純支持の圧縮板の強度特性について述べたが、一辺が自由で三辺が単純支持の圧縮板についてもパラメトリック解析を行い種々の考察を行っている^{2), 3), 40)}。この種の圧縮板の極限強度特性に関する報告は近く発表する予定である。

最後に、本研究にあたり当時、本学大学院生の宮崎清司氏（現在三菱重工業株式会社）および岡田純一氏（現在住友金属工業株式会社）に協力を得たことを付記しここに感謝の意を表します。

【記号】

a : 板の長さ、横たわみ半波長

b : 板幅

b_e : 板パネルの有効幅

b_t : 残留引張り応力の分布幅

C : 溶接による圧縮力とビード断面積を関係づける Moxham の提案した係数 (ton/in²)

E : 弾性係数

E_t : 接線弾性係数

E_R : 等価弾性係数

f : 許容応力度 (ton/in²)

$F_{y,i}$: 節点 i の Y 軸方向の節点力

i : 回転半径

k : 座屈係数

l : 箱型柱の長さ

- L_t : 座屈半波長
 P_{\max} : 極限圧縮荷重
 $R = b/t \sqrt{\sigma_y/E} \cdot 12(1-\nu^2)/\pi^2$: 無次元幅厚比
 t : 板厚
 V_i : 節点 i の Y 軸方向の節点変位
 w : 溶接ビードの脚長 (mm)
 \bar{W} : 板中央点のたわみ
 W_0 : 板パネルの初期たわみ (X, Y の関係)
 \bar{W}_0 : 板中央点での初期たわみ
 $\alpha = a/b$: 縦横比
 δ_0 : I.D.R. で規定されている最大初期たわみ
 $\Sigma \delta$: I.D.R. で定められている換算初期たわみ
 $\epsilon = (\text{圧縮変位})/a$: 平均圧縮ひずみ
 $\epsilon_y = \sigma_y/E$: 降伏ひずみ
 $\bar{l} = 1/2 \pi \cdot \sqrt{\sigma_y/E} \cdot l/i$: 無次元細長比
 ν : ポアソン比
 $\nu^* = (\text{本圧縮強度})/(\text{許容応力度})$: 実安全率
 ν_B : 示方書で定める安全率
 ν_{\min}^* : ν^* の最小値
 $\bar{\sigma} = \int_0^b \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dZ dY / bt$: 平均圧縮応力度
 σ_a : 有効幅部分に対する許容応力度 (BS 153)
 $\bar{\sigma}_a = b_e/b \cdot \sigma_a$: 全断面有効とした場合の換算許容応力度 (BS 153)
 σ_{AJ} : 道示で定める許容応力度
 σ_{AR} : 鉄道標準で定める許容応力度
 σ_{cr} : 限界座屈応力度
 $\bar{\sigma}_m = P_{\max}/bt$: 最大平均応力度 ($\bar{\sigma}$ の最大値)
 σ_{mj} : 道示で定める圧縮強度
 σ_{R1} : I.D.R. で定める換算残留圧縮応力度
 σ_{rc} : 残留圧縮応力度
 σ_x : X 軸方向の垂直応力度
 σ_y : 降伏点
 σ_{vk} : DIN 4114 で定める座屈応力度 (理想相当応力度)
 $\tau = E_t/E$

参考文献

- 小松・北田・宮崎：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集，第 244 号，pp. 1~14, 1975 年 12 月。
- 小松・北田・宮崎：圧縮板の極限強度特性に関する研究，土木学会第 30 回年講概要集，I-68, 1975 年 10 月。
- 小松・北田・岡田：初期不整をもつ圧縮板の極限強度と設計幅厚比について，昭和 51 年度土木学会関西支部年講概要集，I-51, 1976 年 5 月。
- 長柱委員会：弾性安定要覧，コロナ社，pp. 365~508, 1961 年。
- Bleich, F. : Buckling strength of metal structures, McGraw-Hill, pp. 302~310, 1952.
- 仲・壽川・久田共訳：チモシエンコ著，挫屈理論，コロナ社，pp. 261~264, 1968 年。
- Ilyushin, A.A. : The elasto-plastic stability of plates, NACA, T.M. No. 1188, 1947.
- Handelman, G.H. and W. Prager : Plastic buckling of a rectangular plate under edge thrusts, NACA, R. 946, 1947.
- Shanley, F.R. : Inelastic column theory, J. Aero. Sci. Vol., 14, pp. 261~268, May, 1947.
- Pearson, C.E. : Bifurcation criteria and plastic buckling of plates and columns, J. Aero. Sci., Vol. 17, pp. 417~455, July, 1950.
- Stowell, E.Z. : A unified theory of plastic buckling of columns and plates, NACA, T.N. No. 1556, 1948.
- Bijlaard, P.P. : Theory and test on the plastic stability of plates and shells, J. Aero. Sci., Vol. 16, pp. 529~541, September, 1949.
- 吉謙・藤田・川井：残留応力が板の挫屈強度におよぼす影響，造船協会論文集，第 107 号，pp. 187~194, 昭和 35 年 5 月。
- Ueda, Y. and L. Tall : Inelastic buckling of plates with residual Stresses, Publications, IABSE, Zürich, pp. 211~254, 1967.
- 山本善一：初期たわみを有する柱と板の塑性変形を伴う挫屈，造船協会論文集，第 97 号，pp. 57~68, 昭和 30 年 5 月。
- 寺沢一雄監修：船体構造学，第 5 章矩形板の座屈，海文堂出版，pp. 257~325, 1974.
- Levy, S. : Bending of rectangular plates with large deflection, NACA, No. 737, 1942.
- Yamaki, N. : Postbuckling behavior of rectangular plates with small initial curvature loaded in edge compression, J. Applied Mech., pp. 407~414, September, 1959 and pp. 335~342, June, 1960.
- Abdel-Sayed, G. : Effective width of thin plates in compression, ASCE, St 10, pp. 2183~2203, 1969.
- Winter, G. : Performance of thin steel compression flanges, Publication IABSE, Liège, p. 137, 1948.
- Dwight, J.B. and K.E. Moxham : Welded steel plates in compression, The Structural Engineer, Vol. 47, pp. 49~66, February, 1969.
- 岡村・吉田：圧縮を受ける長方形鋼板の終局強度，土木学会論文報告集，第 206 号，pp. 1~11, 1972 年 10 月。
- 大坪：平板の弾塑性大たわみ問題の一解法，日本造船学会論文集，第 130 号，pp. 173~182, 昭和 46 年 11 月。
- Needleman, A. and V. Tvergaard : An analysis of the imperfection sensitivity of square elastic-plastic plates under axial compression, Int. J. Solids Structures, pp. 185~201, 1976.
- 上田・安川・矢島・池上・大南：圧縮を受ける長方形板の最終強度に関する研究（第 1 報），日本造船学会論文集，第 137 号，pp. 315~326, 昭和 50 年 5 月。
- Cristfield, M.A. : Full-range analysis of steel plates and stiffened plating under uniaxial compression, Proc. Instn Civ. Engrs., Part 2, pp. 595~624, Dec., 1975.
- 文献 26) に対する Discussion, Proc. Instn Civ. Engrs., Part 2, pp. 445~452, June, 1976.
- Rao, N.R.N., F.R. Estuar and L. Tall : Residual stresses in welded shapes, Welding Research Supplement, pp. 295~306, July, 1964.
- Nishino, F. : Buckling strength of columns and their component plates, A Dissertation for the P.H.D., Lehigh University, 1964.

- 30) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, Interim Design and Workmanship Rules, Part I ~IV, Department of the Environment, Scottish Development Department, Welsh Office, 1973.
- 31) DIN 4114 Blatt 1 : Stahlbau, Stabilitätsfälle(Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Vorschriften, Juli, 1952, Blatt 2, Richtlinien, Februar, 1953, および文献 1) の中の文献 32).
- 32) 鋼鉄道橋設計標準解説, 土木学会, 1974, および国鉄構造物設計事務所・鋼橋設計内規 8-1A, 昭和 50 年 9 月 25 日制定.
- 33) 本州四国連絡橋上部構造設計基準(1976) 同解説(案), 本州四国連絡橋公団, 昭和 51 年 3 月.
- 34) BS 153 : Parts 3 B & 4, Specification for steel girder bridges, British Standards Institution, London, 1972.
- 35) 前田・日笠: 初期不整のある板要素の圧縮耐荷力について, 昭和 51 年度土木学会関西支部年講概要集, I-51, 1976 年 5 月.
- 36) Dwight, J.B. and A.T. Racliffe : The strength of thin plates in compression, Thin Walled Steel Structures, their Design and Use in Building, Symposium at Univ. College of Swansea, 11~14th September, 1967.
- 37) 小松・牛尾・北田: 補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 255 号, pp. 47~61, 1977 年 11 月.
- 38) 牛尾・小松・北田: 実橋の実物大模型による補剛板の残留応力および初期たわみの測定報告, 第 31 回土木学会年講概要集, I-129, 1976 年 10 月.
- 39) 前田: 海外における最近の落橋事故について, 生産と技術, 25 卷, 3 号, pp. 16~35, 1973 年.
- 40) 小松・北田・宮崎: 三辺単純支持で一辺が自由の圧縮板の極限強度について, 昭和 50 年度土木学会関西支部年講概要集, I-14, 1975 年 4 月.
- 41) Moxham, K.E. : Theoretical prediction of the strength of welded steel plates in compression, Cambridge University, Report CUED/C-Struct/TR 2, 1971.
- 42) 上田・安川・矢島・池上・大南: 圧縮を受ける長方形板の最終強度に関する研究(第 2 報), 日本造船学会論文集, 第 140 号, pp. 217~221, 昭和 51 年 11 月.
- 43) Harding, J.E., R.E. Hobbs and B.G. Neal : The elasto-plastic analysis of imperfect square plates under in-plane loading, Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2, pp. 137~158, Mar., 63, 1977.

(1976.9.3・受付)