

【ノート】

土の熱伝導率に関する一考察

STUDY ON THE THERMAL CONDUCTIVITY OF SOIL

松本 順一郎*・大久保 俊治**

By Junichiro MATSUMOTO and Toshiharu OHKUBO

1. はじめに

土の熱伝導現象は土のもつ複雑さを反映し多くの要因から構成され、それらが互いに影響しあっている。影響因子として、① 固相を構成する土粒子の熱伝導率、② 含水量、③ 間隙率、④ 乾燥密度、⑤ 土粒子間隙の配列状態、⑥ 土の粒度、構造、組成、⑦ 温度などが考えられる。

従来、二相系混合材料の熱伝導機構に関する研究は数多く、層状モデルによる方法と球状モデルによる方法が一般に行われている。両方法とも電流と熱流との類似性を仮定して理論的展開を行っている。層状モデルによる方法として Woodside¹⁾、Tsao²⁾、Cheng³⁾ の研究などがあり、球状モデルによる方法として Maxwell⁴⁾、Eucken⁵⁾ の研究などがあげられる。しかし、三相系混合材料である土の熱伝導機構は二相系よりいっそう複雑であり、土の熱伝導モデルは二、三提案されているにすぎない。粕淵は土の熱伝導率に及ぼす多くの影響因子のうち水分がもっとも大きな影響を及ぼすことを実験的に示し、水分増加に伴う熱伝導率の変化を定性的なモデルで明らかにした⁶⁾。また、著者らは粕淵のモデルを修正し、粗粒子に対する定量的なモデルを提案した⁷⁾。しかし、著者らのモデルは細粒土に対して適用できず、土の熱伝導モデルを電流と熱流の類似性から考案するのは困難であると思われる。

そこで、土中の水分増加とともに水分が土粒子と土粒子をつなぐ熱橋となり、その熱橋の数が増すにつれて熱伝導率が増加するとしてモデル化を試みた。

2. 熱伝導モデル

土の熱伝導率と水分の関係について、土の熱伝導率に

及ぼす水分の影響は見かけの保水膜厚がおよそ $0.5 \times 10^{-2} \mu$ 以上の含水状態で顕著となり最適含水比以上では水分の影響はほとんどないことが著者らにより実験的に示されている⁷⁾。そこで次のようなモデルを考える。

水分の増加すなわち見かけの保水膜厚（土中の全含水体積を土粒子の全表面積で除したもの）が大きくなるに従い、土中の間隙が水分で飽和される。飽和された間隙は熱伝導に有効に働く熱橋となり熱伝導を行うと考える。

ここで、次のように仮定する。

(1) 土中にある間隙の代表径 l の密度分布関数 $f(l)$ は連続的かつ正規分布する。

(2) 見かけの保水膜厚 t が間隙の代表径 l の $1/2$ になると、代表径が l 以下の間隙は水で飽和され熱伝導に関与する熱橋となる。

(3) 土の飽和状態において、すべての間隙は熱橋として働く。

(4) 土の熱伝導率は水分がない状態での熱伝導率 k_0 と熱橋の全間隙数に対する相対的な数 N によって決定できる。

間隙の代表径が l_1 より小さい間隙の相対累積度数 n_{l_1} は次式で得られる。

$$n_{l_1} = \int_0^{l_1} f(l) dl \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $f(l)$ は $l=0$ から間隙の最大代表径 l_{\max} までの区間で存在する。

間隙代表径が l_1 以下の間隙を飽和するのに必要な見かけの保水膜厚 t_1 は $l_1/2$ であるので、見かけの保水膜厚が t_1 の含水状態で飽和される間隙の相対累積度数すなわち熱橋の相対的な数は n_{l_1} に等しく次式を得る。

$$N = n_{l_1} = \int_0^{l_1} f(l) dl = \int_0^{t_1} f(t) dt \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 N は熱橋の相対的な数である。

(4) の仮定より次式を得る。

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東北大学助手 工学部土木工学科

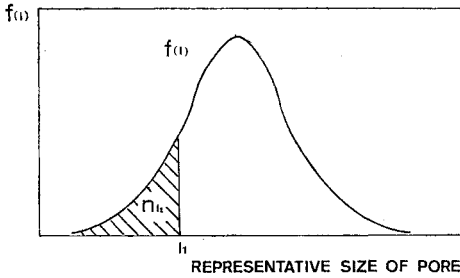


図-1 間隙代表径の密度分布

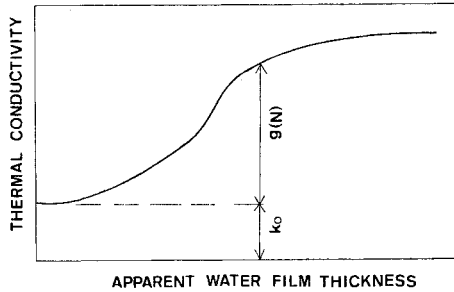


図-2

$$K = k_0 + g(N) \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 K ：土の熱伝導率、 k_0 ：水分がない状態での土の熱伝導率、 $g(N)$ ：水分の増加による熱伝導率の増加量で相対的な熱橋数の関数である。

いま、 $g(N)$ の関数型として単純な一次式を仮定する。

$$g(N) = aN \dots\dots\dots(4)$$

$$\therefore K = k_0 + aN \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 a は土の種類により決まる定数である。

水分が熱伝導に有効となる見かけの保水膜厚 t_a と水分の影響がほとんどなくなる状態での t_b との算術平均厚 t_m において $N=0.5$ とすると次式を得る。

$$t = t_m = (t_a + t_b) / 2; N = N_m = 0.5 \dots\dots\dots(6)$$

$t = t_m$ における熱伝導率を K_m とすると次式が成立する。

$$K_m = k_0 + aN_m \dots\dots\dots(7)$$

また、同様に、 $t = t_a$ において次式が成立する。

$$K_a = k_0 + aN_a \dots\dots\dots(8)$$

ただし、

$$N_a = \int_0^{t_a} f(t) dt \dots\dots\dots(9)$$

k_0, K_a, K_m を実験結果より求めることにより、式(7)から a 、式(8)から N_a がそれぞれ算出できる。

次に t について規準化変換を行う。

$$Z = \frac{t - t_m}{\sigma} \dots\dots\dots(10)$$

$$N = \int_{-\infty}^Z f(Z) dZ \dots\dots\dots(11)$$

式(8)から算出した N_a を用いて正規分布の表より Z_a を読み取り、式(10)に Z_a 、実験より求めた t_a を代入することにより標準偏差 σ が決定できる。 t_m は t_a, t_b を実験的に求めることにより算出できる。

このようにして求めた σ, t_m を用いて式(10)、(11)よりある t における N が算出でき、さらに式(5)より熱伝導率が計算できる。

3. 熱伝導モデルの適用

白石川砂A、青葉山ローム、人工混合砂質ロームの実験結果⁷⁾について比較検討を行う。

土の熱伝導率に及ぼす水分の影響は見かけの保水膜厚がおおよそ $0.5 \times 10^{-2} \mu$ 以上の含水状態で顕著となり最適含水比以上では水分の影響はほとんどないことが著者らにより明らかにされた⁷⁾。そこで t_a として $0.5 \times 10^{-2} \mu$ を用いて、 t_b, k_0, K_a, K_m は実験結果より求めた。

a) 白石川砂Aの場合

乾燥密度 1.7 g/cm^3 での実験結果より、

(1) 水分がない状態での熱伝導率 $k_0 = 0.30 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(2) $t_a = 0.5 \times 10^{-2} \mu$ での熱伝導率 $K_a = 0.32 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(3) $t_b = 4.0 \times 10^{-2} \mu$ である。

(4) $t_m = 2.25 \times 10^{-2} \mu$ で $K_m = 0.76 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(1)~(4)の条件を用いて熱伝導率を推定する。

式(6)、(7)より、

$$a = 0.920 \dots\dots\dots(12)$$

式(8)より、

$$N_a = 0.0217 \dots\dots\dots(13)$$

また、正規分布の対称性より、

$$N_b = 1 - N_a \therefore N_b = 0.9783 \dots\dots\dots(14)$$

正規分布の表より、 $N_b = 0.9783$ で $Z_b = 2.02$ となる。 $Z_b = 2.02, t_b = 4.0 \times 10^{-2} \mu$ を式(10)に代入して次式を得る。

$$\sigma = 0.8663 \times 10^{-2} \mu$$

$$\therefore Z = \frac{t - 2.25 \times 10^{-2}}{0.8663 \times 10^{-2}} \dots\dots\dots(15)$$

式(15)よりある見かけの保水膜厚 t での Z が計算でき、式(11)より N が算出できる。次に式(5)、(12)より熱伝導率 K が決定できる。計算結果を表-1に示す。実験結果と推定値を図-3に示す。

b) 砂質ロームの場合

乾燥密度 1.35 g/cm^3 での実験結果より、

(1) $k_0 = 0.15 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(2) $t_a = 0.5 \times 10^{-2} \mu$ で $K_a = 0.34 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

ある。

(3) $t_b = 1.0 \times 10^{-2} \mu$ である。

(4) $t_m = 0.75 \times 10^{-2} \mu$ で $K_m = 0.648 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(1)~(4) の条件を用いて、白石川砂 A の場合と同様に熱伝導率を推定する。

式 (6), (7) より,

$$a = 0.996 \dots\dots\dots(16)$$

式 (8) より,

$$N_a = 0.1908 \dots\dots\dots(17)$$

正規分布の対称性より ($N_b = 1 - N_a$),

$$N_b = 0.8092 \dots\dots\dots(18)$$

正規分布の表より, $N_b = 0.8092$ で $Z_b = 0.876$ である。

Z_b, t_b を式 (10) に代入して次式を得る。

$$\sigma = 0.2854 \times 10^{-2} \mu \dots\dots\dots(19)$$

$$\therefore Z = \frac{t - 0.75 \times 10^{-2}}{0.2854 \times 10^{-2}} \dots\dots\dots(20)$$

式 (5), (11), (16), (20) より計算した結果を表-2 に示し、実験結果との比較を図-4 に示す。

c) 青葉山ロームの場合

表-1 砂 A の熱伝導率推定値

t ($\times 10^{-2} \mu$)	Z	N	K (kcal/m·hr·°C)
0	—	—	0.30
1	-1.443	0.0745	0.369
2	-0.2886	0.3863	0.665
3	0.8658	0.8067	1.042
4	2.020	0.9783	1.160
5	3.174	0.9993	1.219
6	4.329	0.9999	1.220

表-2 砂質ロームの熱伝導率推定値

t ($\times 10^{-2} \mu$)	Z	N	K (kcal/m·hr·°C)
0	—	—	0.15
0.2	-1.9271	0.0270	0.177
0.4	-1.2263	0.1101	0.260
0.6	-0.5255	0.2998	0.449
0.8	0.1752	0.5695	0.717
1.0	0.8760	0.8095	0.956
1.2	1.577	0.9426	1.089
1.4	2.278	0.9886	1.135
1.6	2.978	0.9986	1.145

表-3 ロームの熱伝導率推定値

t ($\times 10^{-2} \mu$)	Z	N	K (kcal/m·hr·°C)
0	—	—	0.13
0.2	-2.245	0.0123	0.140
0.4	-1.429	0.0765	0.190
0.6	-0.6122	0.2702	0.341
0.8	0.2041	0.5809	0.583
1.0	1.020	0.8461	0.800
1.2	1.837	0.9669	0.884
1.4	2.653	0.9960	0.907

乾燥密度 1.1 g/cm^3 での実験結果より。

(1) $k_0 = 0.13 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(2) $t_a = 0.5 \times 10^{-2} \mu$ で $K_a = 0.25 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

(3) $t_b = 1.0 \times 10^{-2} \mu$ である。

(4) $t_m = 0.75 \times 10^{-2} \mu$ で $K_m = 0.52 \text{ kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ である。

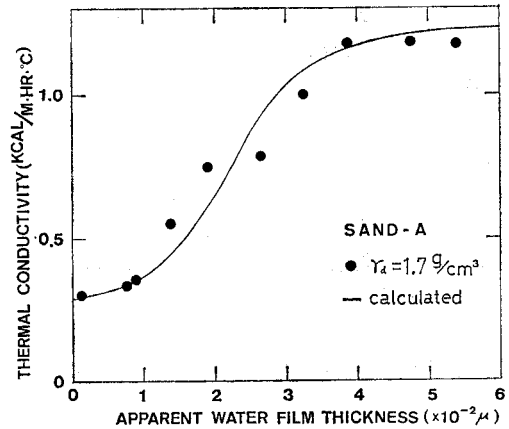


図-3 白石川砂 A

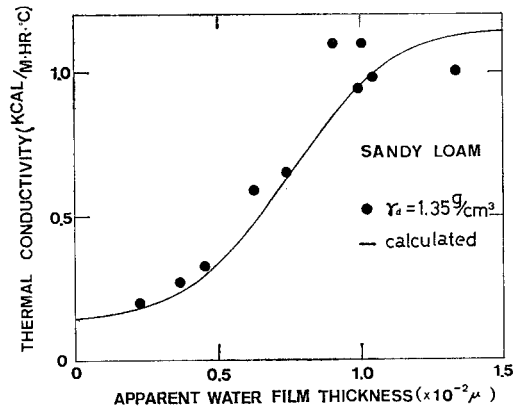


図-4 砂質ローム

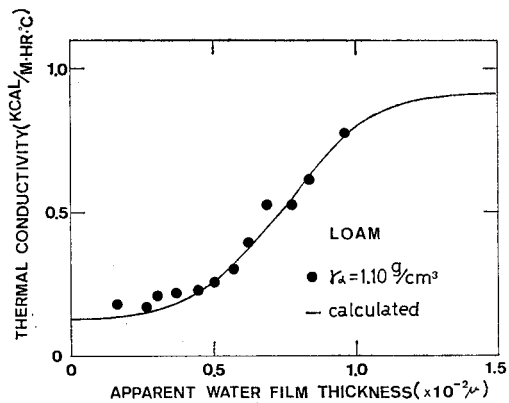


図-5 青葉山ローム

(1)~(4) の条件で同様に計算すると、

$$a=0.780 \dots\dots\dots(21)$$

$$N_a=0.1538 \dots\dots\dots(22)$$

$$N_b=0.8461 \dots\dots\dots(23)$$

$N_b=0.8461$ で $Z_b=1.02$ であり、式 (10) より次式を得る。

$$\sigma=0.2451 \times 10^{-2} \mu$$

$$\therefore Z = \frac{t-0.75 \times 10^{-2}}{0.2451 \times 10^{-2}} \dots\dots\dots(24)$$

Z, N, K の計算結果を表-3 に、実験結果と推定値を図-5 に示す。

4. ま と め

(1) 水分が土粒子と土粒子をつなぐ熱橋として働く熱伝導モデルを提案し、細粒土から粗粒度に関する実験結果とよく一致することを示した。

(2) 飽和状態での見かけの保水膜厚を t_{\max} 、飽和度を S_r % とすると次式が成立する。

$$(t/t_{\max}) \times 100 = S_r$$

ゆえに、見かけの保水膜厚 t を用いたモデル化により、著者らがすでに示している飽和度と熱伝導率の關係の物理的意味が明らかにされた。

参 考 文 献

- 1) Woodside, W., Messer, J.H. : Thermal Conductivity of Porous Media I, Journal of Applied Physics, Vol. 32, No. 9, pp. 1688~1699, 1961.
- 2) Tsao, G.T. : Thermal Conductivity of Two-phase Materials, Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 53, No. 5, pp. 395~397, 1961.
- 3) Cheng, S.C., Vachon, R.I. : The Prediction of the Thermal Conductivity of Two and Three Phase Solid Heterogeneous Mixtures, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 12, pp. 249~264, 1969.
- 4) Maxwell, J.C. : A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd edn., Vol. I and II, Vol. I, pp. 434~440, Dover New York, 1954.
- 5) Eucken, A. : Die wärmeleitfähigkeit keramischer feuerfester stoffe, VDI-Forschungsheft 353, Band 3, 1932.
- 6) 粕淵辰昭 : 土壤の熱伝導率に及ぼす水分の影響, 日本土壤肥科学雑誌, Vol. 43, No.12, pp. 437~441, 1972.
- 7) 松本順一郎・大久保俊治 : 土の伝熱特性に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 257, pp. 43~50, 1977. (1977. 9. 9 - 受付)