

潜在変動モデルによる日降水量時系列の解析 とそのシミュレーション

ANALYSES AND SIMULATION OF DAILY PRECIPITATION SERIES
BY LATENT VARIATION MODEL

室 田 明*・江 藤 剛 治**

By Akira MUROTA and Takeharu ETO

1. 緒 論

水資源計画の基礎資料として、水水量の時空間的変動特性を解析・把握しておくことは非常に重要な課題である。

一方、水水量の時空間的偶然変動のある極端な組み合わせの結果として生ずる渇水現象は、いわば無限の組み合わせあるいはパターンを有しているはずであり、この意味で渇水パターンを固定化する現行の基準渇水年方式による水資源計画にはすでに多くの批判が投げかけられているところである。たとえば、利根川の O ダム、吉野川の S ダムなどこのことが主因となって深刻な問題を起こしている例も多い。

これに対する最も自然な計画策定方式は、十分長い、かつ空間的にも完備した豊富な実測水文資料を入力とする、利水システムのシステム・シミュレーションに基づいて計画を策定する方式であろう。いくつかの流域では水文資料の不十分さは否めないながらも、基準渇水年方式の補助的手段としてこの方式がすでに採用されている。

このように、シミュレーションによる計画策定手法は実用的には重要な手法であるにもかかわらず、計画手法として必ずしも正当な評価を受けていないようにみえる。水資源計画に限って見た場合、その理由として次のようなものが考えられる。

- i) 十分な水文資料を入手することが困難な場合が多い。
- ii) システムに内在する他の不確定要因の影響が大きく、あまり高精度の解を得ることは意味がない。
- iii) 数理計画法にみられるごとく、系統的アルゴリズムに従って最適解にいたることを保証するような数学的

裏付けがない。

以下、補足する。通常の流域では水文資料が完備しているのはたかだか 20~30 年程度であり、この程度の資料数では現行の基準渇水年に対応する 10 年に一度の渇水の確率評価、多くの渇水パターンに対する計画の良否の比較・検討などの目的にははなはだ不十分であるといわざるをえない。

他の不確定要因の例としては、たとえば、水需要構造に内在する社会科学的各種要因などが考えられる。

以上の考察より筆者らはすでに、月単位水水量時系列の解析とその模擬発生¹⁾、日~月単位水水量に対する時間単位と分布・時系列特性の関係²⁾などを論じてきた。

本論文ではさらにわが国における水資源計画の基礎資料として最も重要と考えられる多地点の日降水量時系列を対象としてその特性解析、模擬発生手法の確立などを試みた。

2. 既往の研究

数時間~数日単位の降水量時系列は降水・無降水事象からなる“間歇的”かつ“持続的”時系列であり、さらに降水条件つきでは指数分布あるいは逆 J 字型分布に従う連続量となる。このような量のもつ特性を無理なく一般的に解析することは非常に難しい。この問題に対する既往の主たる研究成果としては次のようなものがある。

- i) 時系列的に完全な独立性を仮定した研究（筆者らの研究を含めて多数）。
- ii) 無降水部分と降水部分においてそれぞれの特性を個別に解析したもの（石原・池淵³⁾、端野・室田⁴⁾、端野ほか⁵⁾）。
- iii) やや特殊な取り扱いであるが、蒸発散量を負の降水として導入し、無降水部分・降水部分を 1 つの連続分布に置き換えた角屋・文達・福島の方法⁶⁾。

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 近畿大学助教授 理工学部土木工学科

端野・室田の研究は長期河床変動計算の入力として、角屋・丈達・福島の研究は大規模な内水排除計画の入力として開発された手法である。

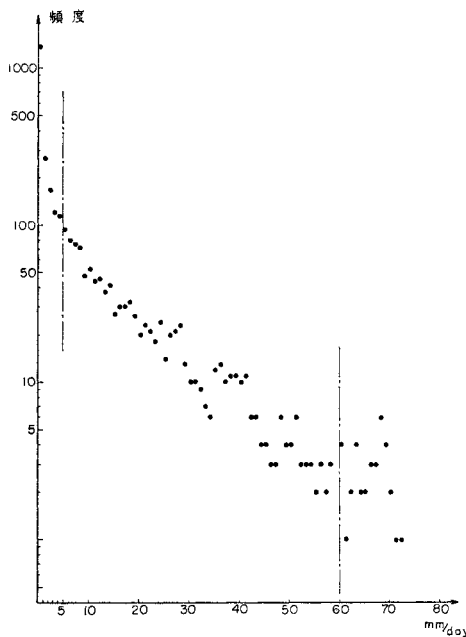
これらは、いずれも工夫をこらした手法であるが、便宜的な手法であるという感は否めないし、それぞれに実用上大きな問題点を有している。これは、とりもなおさず、単なる正規分布や独立過程近似による通常の統計解析法では、前述のごとき、取り扱い上面倒な諸性質を有する日降水量時系列の解析・模擬発生などは困難であることを裏づけている。

さらに、つけ加えれば、これらの既往の研究目的からも明らかなように、日降水量の模擬発生モデルは水資源問題のみならず、広く水工計画全般に対して非常に重要な手段のひとつとなることがわかる。

3. 日降水量時系列の物理的発生機構とモデルの構成

既往の研究に比してより有効かつ正確と考えられる日降水量時系列の解析・模擬発生手法の確立のためには、あまり早急に便宜的な発生手法の考案に走ることなく、ひとまずは問題としている系列の物理的な発生機構を十分に考察したのち、解析のための確率・統計的モデルを構築することが望ましい。

まず、実測資料の持つ二、三の性質より発生機構を推量してみる。既往の研究によれば、日降水量時系列は次



図一 日雨量ヒストグラムの例、大阪、6~8月 (7年分資料)

表一 実測降水量時系列の例

月日	1960			1970		
	大阪	尾鷲	豊岡	大阪	尾鷲	豊岡
8/1	—	—	—	0.5	9.5	2.0
2	—	0.2	—	0.0	0.0	0.0
3	—	0.0	0.0	—	1.5	2.5
4	3.3	0.1	—	—	—	—
5	0.4	0.6	—	—	—	—
6	—	0.4	—	—	0.0	0.0
7	—	—	—	5.5	0.0	31.0
8	—	4.8	—	5.5	22.0	—
9	5.3	35.8	—	8.5	1.0	—
10	15.7	96.4	4.3	—	—	—
11	1.0	99.3	19.2	—	0.0	—
12	76.7	178.3	44.2	0.0	0.0	—
13	27.0	2.1	43.6	—	—	—
14	30.5	108.4	8.5	4.5	102.0	37.5
15	0.0	90.1	0.0	6.5	86.0	43.0
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴

のような性質を持つというのがひとつの常識となっているようである。

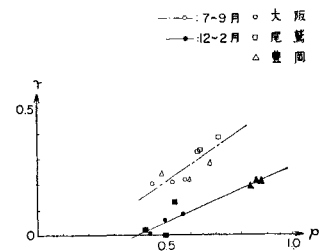
- i) 指数分布に従う。
- ii) 独立か非常に弱い持続性を持つ系列である。

しかしながら、降水現象といえども物理現象である以上、持続的かつ連続な時間関数として表わされると考えるのが自然であろう。

図一に日降水量の頻度分布の例を、表一に近畿圏の3測候所(大阪・尾鷲・豊岡)の日降水量時系列の例を示す。

分布については 1~5 mm/day のある値を閾値として別の分布に従っているようにみえる。時系列的には一べつただけでこの系列がほぼ独立、あるいは非常に弱い持続的系列であるとは到底みなしえないことがわかる。

一方、降水量資料のみから得られるその他の時系列的な性質についても解釈を加えることが難しい場合がある。たとえば、降水確率 p の大なる梅雨期、冬期の北陸の降水量などの場合は日雨量といえども自己相関係数 r はかなり高い値となるようである。逆に p が小なる地点では r が小さくなるという傾向があるように思える。しかしながら、 p が特に小さいとき(たとえば干ばつ時)には、無降水事象の持続性が非常に強いわけで、単に $r=0$ のみの理由で統計的にこの季節の降水時系列の持続性を無視してよいであろうか? このような特性は降水現象の間歇性を無視して単



図二 降水確率 p と自己相関係数 r の関係

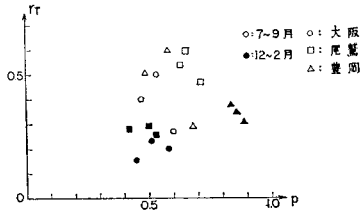


図-3 降水確率 p とテトラコリック相関係数 r_T の関係

純相関を計量したことに由来している可能性は高い。

図-2 に上記3地点の夏期と冬期の日降水量の自己相関係数 r と降水確率 p の関係を示している。明らかに上述のごとき関係が見られる。本質的に降水確率 p と降水時系列の持続性とは独立な量であるから、通常の自己相関係数 r が、正しく降水量時系列の持続性を代表するならば、プロットされた点は p と無関係にランダムに散らばるはずである。このように明瞭な関係が存在するという事実より、物理的な発生機構の中にこのような性質を生ずべき機構が組み込まれていることが推量される。幸運にも、後述の潜在変動モデルによれば、このような性質がまったく自然な形で再現される。

次に物理的な機構について考察を加える。降水現象の発生は大気中の乱れ(数式的には、たとえば渦度)と強い相関を有しているはずである。この乱れの発生自身もかなり間歇的であるが、それが生起するための条件となるマクロな気象要素はより連続的かつゆるやかな変動を呈する。たとえば、気象学関係の降水発生予測の研究においては、多くの地点の気温、湿度、気圧、風速その他の気象要素の線形結合として表わされる変数 η と、降水発生条件を多重回帰分析し、 η がある限度以上になると降水が発生するなどの報告もある。これらの降水発生予測の基礎となる気象要素は、降水現象に比較すれば時間的連続性のかなり強い物理現象である。このような事実を基礎として降水量時系列の発生過程について考察してみる。

上記の考えに従って $\eta(t)$ を数多くの気象要素 $\eta_i(t)$ の線形結合として表わしておく。ただし、対応する回帰係数を β_i とする。

$$\begin{cases} \eta(t) = \beta_0 + \beta_1 \eta_1(t) + \dots + \beta_i \eta_i(t) + \dots + \beta_n \eta_n(t) \\ \eta(t) > \eta_* \text{ のとき降水 } (r > 0), \text{ かつ } \varepsilon_\eta \neq 0 \\ \eta(t) \leq \eta_* \text{ のとき無降水 } (r = 0), \varepsilon_\eta = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

いま、 $\eta(t) > \eta_*$ について、降水量 $r(t)$ が $\{\eta(t) - \eta_* + \varepsilon_\eta\}$ のある関数 $r(\eta - \eta_* + \varepsilon_\eta)$ として表わされるとする。もちろん降水時には、より高周波の乱れ(たとえば時間単位程度)が発生し、実際の降水量は $r(\eta - \eta_*)$ のまわりに分布するから、この効果を表わすために ε_η な

る付加乱れ項をつけ加えている。

結局、この場合、間歇性は式(1)の後者の2つの式により表現される。また、これらの関係は η に 図-4 の太線で示すとき $r(\eta)$ なるフィルターをかけることに相当する。

$\eta(t)$ 確率分布について考える。 $\eta_1(t), \dots, \eta_i(t), \dots, \eta_n(t)$ がそれぞれ確率的に変動するとき、これらの線形結合で表現される $\eta(t)$ の分布は、特に卓越変動成分がないときは n の増加とともに正規分布に漸近する。特に、各 $\eta_i(t)$ が正規分布に比して比較的ひずみの少ない分布に従うときには、この近似はより高精度で成り立つ。実際には $\eta_i(t)$ として挙げられる各現象は少なくとも日降水量分布よりは正規分布に近い、ひずみの小さい確率分布に従う。所詮、このような潜在的変動の厳密な確率分布を知ることはできないが、本論文では以上の考察と後述の技術的理由により、この変動に正規分布モデルを仮定してみた。

このようなモデルを潜在変動モデルとよぶことにする。

さらに、大気中の乱れの特徴から、潜在変動モデルとして次の2種のモデルが考えられる。

- i) 付加乱れの発生が潜在変動にあまり影響しない場合。
- ii) 強く影響を及ぼす場合。

前者の例としては冬期の日本海側の降水現象が考えられる。この場合、潜在変動要因として大陸の高気圧の消長が支配的と考えられるが、日本海岸での降水がこれに強く影響を及ぼすとは考えられない。

本論文では前者のモデルを考えて、モデルの構築・解析を進めている。

4. 潜在変動モデルにおける各種相関構造の計量

以上のようなモデルは概念的にはいくらかでも複雑・精密なものにすることができる。しかしながら、そのモデルを特性づける諸量を的確に抽出し、さらに、そのモデルに従って当該系列を再生することができるようなモデルの構築は非常に難しい問題である。本章では、この点を念頭に置きながら潜在変動モデルの構築に必要な相関構造の推定法について考察することにする。

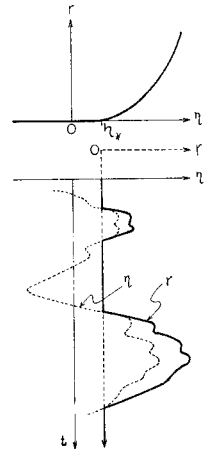


図-4 日降水量時系列に関する潜在変動モデル

(1) 潜在変動成分 η の時空間相関構造の推定とテトラコリック相関係数

実際に観測される降水量資料は、 η と ϵ_η の双方の影響を受けているから、これから潜在変動 η のみの相関構造を抽出するには工夫を要する。いま、降水量には無関係に、降水事象か無降水事象かのみ着目することによれば、このような付加乱れ ϵ_η や、潜在変動から降水量への非線形変換の影響は除去できる。このときの問題は $r=0, r \neq 0$ という2つのカテゴリーの属性相関を推定する問題となる。

属性相関の推定に関しては種々提案されているが、本報告ではテトラコリック相関係数を採用した。これは、Pearson による潜在的2変数正規分布を仮定した一連の属性相関推定理論の最も単純な2カテゴリーの場合の解であるが、現在用いられることはほとんどないようである⁹⁾。

本論文であえてこの指標を採用した理由は以下のとおりである。

- i) 前述のごとく実際にそれほどひずみの大きくない潜在変動の存在が予想される。
- ii) 降水量時系列はひとつの変数が $r=0, r \neq 0$ という属性統計的性質と、 $r > 0$ なる条件つきでの連続量としての性質を同時に有するから、両者の特性を同じ尺度で測れる理論でなければ現象の統一的解析に不都合である。
- iii) 多地点降水量時系列のシミュレーションによる再現に適用可能な理論は、現在のところ多変数正規分布理論のみである。これを用いるためには正規分布仮定に基づく相関係数を求めておく必要がある。
- iv) 実際の資料解析より計算されたテトラコリック相関係数 r_T は、2カテゴリー属性関連分析に通常用いられるユールの関連係数 Q とほとんど完全に1対1に対応する。

テトラコリック相関係数 r_T は次式で近似的に計算しうる⁹⁾。

$$r_T = \cos \left\{ \pi \frac{\sqrt{(\alpha B)(A\beta)}}{\sqrt{(AB)(\alpha\beta)} + \sqrt{(\alpha B)(A\beta)}} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

本論文の場合、たとえば、以下のごとくである。

- $\left\{ \begin{array}{l} A: j \text{ 日が降水事象} (k \text{ 地点が降水事象}) \\ \alpha: j \text{ 日が無降水事象} (k \text{ 地点が無降水事象}) \end{array} \right.$
- $\left\{ \begin{array}{l} B: j' \text{ 日が降水事象} (k' \text{ 地点が降水事象}) \\ \beta: j' \text{ 日が無降水事象} (k' \text{ 地点が無降水事象}) \end{array} \right.$
- (αB): 上記 α, B の事象が同時に生起する確率あるいは回数、ほかも同様。

(2) 降水条件付き相関係数と上位標本からの相関係数の推定

降水条件付きの資料が、図-4 に示すとき潜在変動の上位標本に付加乱れ ϵ_η を加えて生じたものとする。

潜在変動に正規変動を仮定したことに比べて、この仮定には若干無理がある。たとえば、図-1 から、また直感的にも付加乱れ成分の分布としては極度にゆがんだ分布が想定される。よって以後の議論は、実際的な意味からは、潜在変動の相関構造と降水条件付き変動のオーダー的比較のための解析法を与えるものと考えてよい。手順は以下のとおりである。

- i) 適当な変換により、正規分布の上位標本分布を、実測降水量の降水条件付き分布に変換する。
- ii) 相関係数 r_r の2変数正規分布に従う変数に、この変換を施して得られる2変数の相関係数が、実測降水量の降水条件付き相関係数 r_r' に対応するものと仮定して、 r_r を推定する。

具体的には以下のごとくである。

$$r_r = \begin{cases} a(\eta - \eta_*)^m & \eta > \eta^* \text{ のとき,} \\ 0 & \eta \leq \eta_* \text{ のとき.} \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$

η が標準正規変動に従うとすれば、実績降水量の降水確率 p 、降水量の降水条件付き平均値 μ 、標準偏差 σ より η_*, a, m は容易に求まる。

さらに、解析対象としている二つの降水量に 1, 2 を付して区別し、 η_1, η_2 の結合密度関数を $f(r_r; \eta_1, \eta_2)$ とするとき、2変数正規変動における相関係数 r_r を資料より直接計算されるみかけの相関係数 r_r' の間には次の関係がある。

$$r_r' = \int_{\eta_{*1}}^{\infty} \int_{\eta_{*2}}^{\infty} (r_1 - \mu_1)(r_2 - \mu_2) f(r_r; \eta_1, \eta_2) d\eta_1 d\eta_2 / \cdot (p_1 \cdot p_2) / (\sigma_1 \cdot \sigma_2) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、未知量は r_r だけであるから、Newton-Raphson 法によりこれを逆算した。| r_r' | が小さいときは、ときとして、計算が収束しない場合があったことを付記しておく。

(3) 付加乱れ ϵ_η の分散推定

本来 ϵ_η は η の強度と強い相関があると考えられる。これを次の2成分に分けて考え、粗い近似として線形関係数を仮定する。

$$\epsilon_\eta = a\eta + \epsilon_\eta' \dots\dots\dots (5)$$

右辺第1項は η の値により定まる成分であり、 ϵ_η' は $\eta, a\eta$ に独立な成分である。前項の相関構造の推定において η の代わりに η に比例する成分を用いると考えても、得られる相関係数は変化しないから、今後 $(1+a)\eta$ を η と考え、これに独立な変動成分 ϵ_η' を ϵ_η と

書く。このとき、降水量時系列は次のように表現される。“降水条件つき降水量時系列は潜在の変動により一意的に決まる変動成分 η と、これに独立な ϵ_η により構成される”。

このように、一般に降水条件では η に ϵ_η が加わるので、潜在的に2変数正規分布を仮定して補正した降水条件付き相関係数 ($\eta > \eta_*$ なる上位標本により推定された相関係数) r_η は、潜在変動成分の相関係数、すなわちテトラコリック相関係数 r_T より小となるはずである。 ϵ_η の平均値を“0”とすれば、その分散はこの r_T と r_η の差異より計算できる。すなわち、若干の考察と計算のち次式のように求められることがわかる。

$$\sigma_\epsilon^2 / \sigma_\eta^2 = r_T / r_\eta - 1 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\sigma_\epsilon^2, \sigma_\eta^2$ はそれぞれ ϵ, η の分散。

一方、全変動を σ_r^2 とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^2 &= \sigma_\eta^2 + \sigma_\epsilon^2 \\ \sigma_\epsilon^2 / \sigma_r^2 &= 1 - r_\eta / r_T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

5. 実測資料の解析

実測資料の解析においては、潜在変動モデルの同定に直接必要なもののみならず、より広く各種統計量を解析して、潜在変動モデルの構築およびそれを用いた水資源計画のシミュレーションの基礎資料として役立つのが望ましい。よって以下では分布構造、渇水指標、各種相関構造、降水量予測の可能性、さらには気温と降水量・降雪確率の関係などについて広汎な解析あるいは解析法の呈示を行っている。

資料は月単位に区切って、ひとまずは同一の月内では等質の資料が得られるものとした。

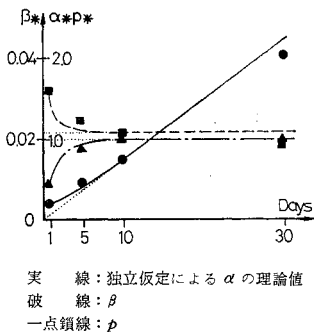
(1) 頻度分布

わが国の日～旬降水量時系列の頻度分布について、大略次のことがいえる。

i) 1～5 mm/day 程度のある値を閾値として、その上下では別の分布に従う。

ii) 5 mm/day 以上では指数分布的分布に従う。

通常は n 個の指数分布の和は形状母数 n なるガンマ分布に従うわけであるが、このような間歇性のある系列では別の性質をもつ。これに関



図—5 時間単位と降水量の分布特性との関係

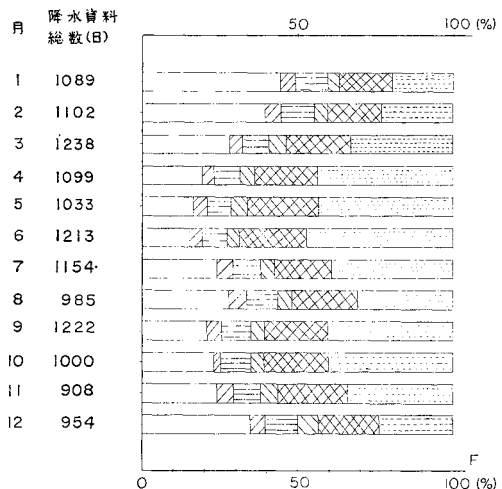
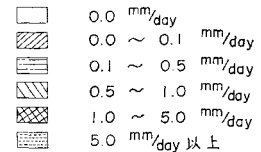
しては筆者らの独立性を仮定して時間単位と降水量分布の関係論じた研究がある²⁾。図—5 に結果を再録している。ここで、 α : 形状母数、 β : 尺度母数。この図より明らかなどおり、たとえば、大阪の8月では時間単位10日程度までの降水量分布は $\alpha < 1.0$ となり、指数分布ないしは逆J字型分布に従っていることがわかる。よって日単位のみならず、多少時間単位を大きく取ったとしてもこの程度の時間単位までは指数あるいは逆J字型分布であるというやっかいな性質をのがれて各種の統計量に関する議論あるいは模擬発生などを行うことはできない。逆に旬以上を時間単位として採用することは、わが国の水資源計画の実情から見て実際的でない。

一方、図—5 で α, β とも実測値が独立性を仮定した理論値とよく一致している。ただ、 n が大となると、 α, β とも実測値がやや小さい値をとるがこれが持続性の効果である。このように高水・低水を含む全体としての分布特性においては持続性の影響はそれほど大きくない。

図—6 には降水条件付き累積分布の例を示している。図よりわかるとおり、降水条件のうち 0.0～0.1 mm/day のほとんど無降水と同様の日が 20～50%、0.0～1 mm/day の間には 30～65% が入ることがわかる。

次に、これら下位標本を除いた場合に分布特性がどのように変化するか調べてみる。

指数分布は形状母数 $\alpha (= \mu^2 / \sigma^2) = 1$ のガンマ分布である。よって、 α の値と閾値の関係から分布形状の変化を定量的に把握しよう。結果の例を図—7 に示す。こ



図—6 日降水量の累積分布の例、大阪、降水条件付き(資料70年分)

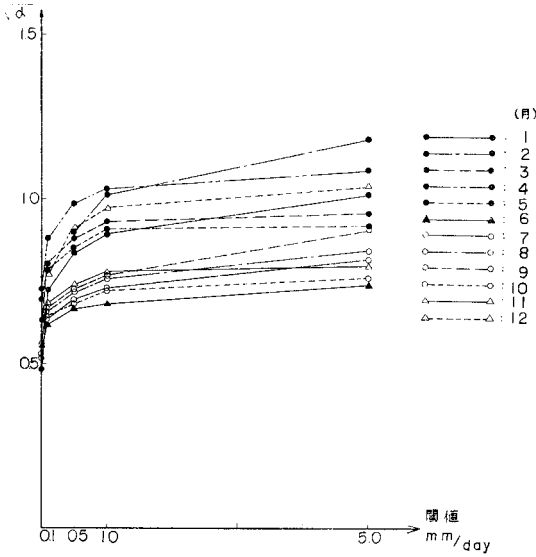


図-7 上位標本の分布形状の例, 大阪

で、縦軸には $\sqrt{\alpha}$ を取っている。

図よりわかるように、閾値を 1~5 mm/day 程度とすると指数分布 ($\alpha=1$) に近い分布に漸近するようである。

一方、実際の水資源計画において、1 mm/day 以下の降水は實際上ほとんど無降水とみなせるから、1 mm/day 程度を閾値としてそれ以上を降水、以下を無降水とみなせば降水量時系列の取り扱いはかなり容易となる。

(2) 渇水指標

前筋に示したごとく、降水量の全般的な分布特性に関しては、日降水量の持続性はほとんど影響しない。

一方、渇水時においては持続性・分布特性がかなり強く影響する可能性がある。逆にそれがなければ独立・指数分布仮定で十分日降水量時系列を近似できることになり、本研究は実用上なんの意味も持たないことになる。

以下、ある種の渇水指標について、実測降水量資料から得られる結果と“指数分布”および時系列的“独立性”を仮定して得られる結果とを比較する。

渇水指標としては次のような量を用いた。

i) 日降水量系列を n 個加え、これを継続期間 n で除した系列を作る。これを \bar{r}_n (mm/day) と書く。

ii) この系列について確率評価し、非超過確率 ϵ を危険度と考えて一定値を与えたときの対応する \bar{r}_n の値を求める。これを $\bar{r}_{n\epsilon}$ と書く。

ϵ をパラメーターとする $\bar{r}_{n\epsilon} \sim n$ の関係は、危険率 ϵ を一定としたときの渇水継続期間

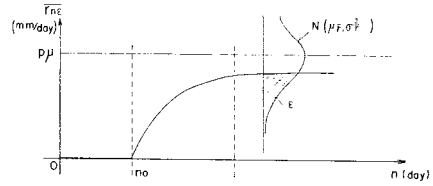


図-8 渇水強度～継続期間曲線の一般形 (ϵ が小のとき)

n と、対応する渇水強度（ここでは期間内の平均降雨強度） $\bar{r}_{n\epsilon}$ の関係を示す曲線となっている。

まず、この曲線のもつ一般的な性質を調べるために、独立・ガンマ分布系列について考えると、図-8 に示されるような形状となる。ここで、

$$n_0 = \log \epsilon / \log(1-p) \dots \dots \dots (8)$$

すなわち、 ϵ が小さいときは $\bar{r}_{n\epsilon}$ は $0 < n < n_0$ の間で 0 となる。また、 n が大きくなってくると \bar{r}_r の分布は次の正規分布に漸近することが示される²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \mu_{\bar{r}} &= E(\bar{r}_n) = p\mu \\ \sigma_{\bar{r}}^2 &= Var(\bar{r}_n) = p\sigma^2 + (1-p)(2-p)\mu^2 \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

ここに、 μ, σ^2 : 原分布の平均値, 分散。

以上の解析を以下の 2 系列に適用した。

- i) 大阪の各月の実測日降水量のみをつないで作った系列、
- ii) 降水確率・日降水量の平均値などは実測資料の値を用い、独立系列・指数分布を仮定して模擬発生した系

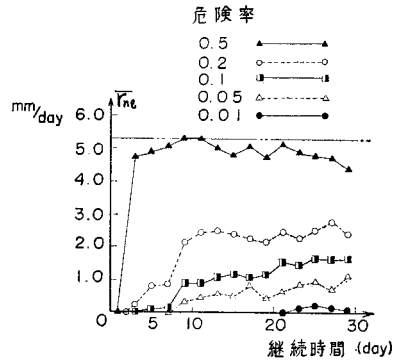


図-9 渇水強度～継続期間曲線の例, 大阪, 6~10 月

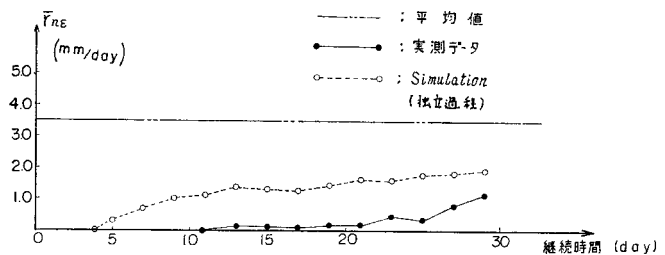


図-10 独立・指数分布過程との比較例, 大阪, 8 月 (危険率 10%)

列,

結果の例を 図-9, 10 に示す.

これより, 独立・指数分布仮定では渇水時の実測水文資料のもつ特性をまったく再現しえないことがわかる.

ただ, この例では独立性の仮定と分布の仮定の両者が影響しているため, どちらがより強く影響しているのかは定かでない. しかしながら, n_0 , すなわち, ある危険率に対する無降水継続日数については分布の影響はない. 図に見られるとおりこの値についても実測資料と独立系列を仮定してシミュレートされた資料に対する値は大きく異なっている.

以上より, 利水計画においては, 日降水量における持続性も決して無視できない性質であることがわかる.

(3) テトラコリック相関係数

時差 0~2 のテトラコリック相関行列の例を表-2 に示す. さらに閾値を 0~5 mm/day の間で変化させたときの時差 1 日の自己相関係数 r_T の変化の例を図-11 に示す. これらの図より次のようなことがわかる.

i) テトラコリック自己相関係数はかなり大きな値(最大で 0.6 程度)となる. これらの値は表-1 に示した降水量時系列からわれわれが直感的に予想する値に近いと考えられる.

ii) 時差 1 日の自己相関を r_T とすると, 時差 2 日の場合は r_T^2 で近似できるようであり, 単純マルコフ系

表-2 テトラコリック相関行列の例, 8 月
(0 mm/day 以上を降水とする)

r_T	j 日			j-1 日			j-2 日			
	大阪	尾鷲	豊岡	大阪	尾鷲	豊岡	大阪	尾鷲	豊岡	
j 日	大阪	1	0.713	0.592	0.423	0.439	0.399	0.154	0.247	0.286
尾鷲	0.713	1	0.505	0.467	0.546	0.368	0.257	0.313	0.317	
豊岡	0.592	0.505	1	0.406	0.363	0.512	0.174	0.092	0.301	

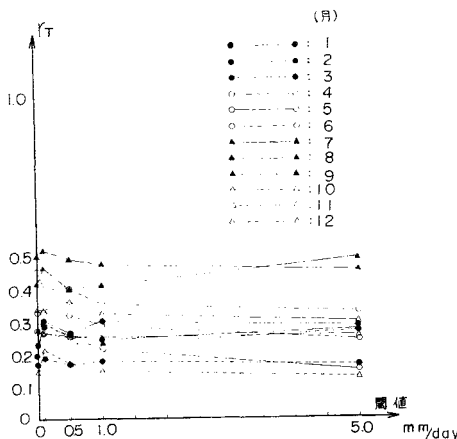


図-11 r_T (あるいは降水確率) とテトラコリック自己相関係数との関係の比較例, 大阪

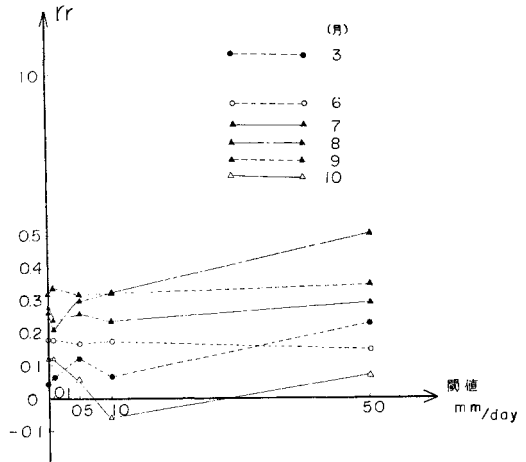


図-12 同降水条件付き自己相関係数 r_T を式(3), (4) で補正した値 r_r との比較例, 大阪

列近似が成り立つようである.

iii) r_T は閾値によってほとんど変化せず一定の値を取る. すなわち, 降水確率の変化によってほとんど変化しない.

図-3 には r_T と降水確率の関係を記している. 図-2 の通常の相関係数の場合と異なり, この場合は期待されるとおり, r_T は p に無関係に定まる値となる.

表-3 には大阪 8 月の前期無降水継続日数を条件とするテトラコリック自己相関係数を示している. たとえば, 前期無降水日数 5 日の欄は, $(i-6)$ 日~ $(i-2)$ 日の引き続く 5 日間が無降水事象で

表-3 前期無降水継続条件付きテトラコリック自己相関係の例, 大阪 8 月 (閾値数 1 mm/day)

前期無降水日数	前期無降水条件付	前期降水あり
1	0.454	0.287
3	0.474	0.338
5	0.480	0.370
7	0.430	0.409
10	0.411	0.390

あるか否かの, それぞれの条件に対するテトラコリック自己相関係数を示している.

前期無降水条件では自己相関係数が若干高くなり, 逆に前期降雨条件では若干低くなる傾向が見られる.

この結果より, 大阪の 8 月の潜在変動成分は, 自己相関係数 0.5 程度の渇水現象に大きく寄与するような比較的持続性の高い変動成分と, 雷雨などに対応するような自己相関係数 0.3 程度のほぼ独立に近い成分より構成されているようにみえる. なお, このような条件を付さない通常のテトラコリック相関係数 r_T は, 大阪 8 月の例で 0.42 程度である.

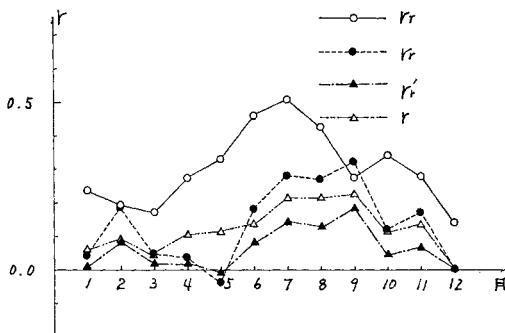
別の見方をすれば, 日降水量時系列の潜在変動, あるいは降水事象・無降水事象の系列は, 単純マルコフ・モ

表一4(a) 降水条件付き相互相関係数、自己相関係数 r_r' の例 (閾値 1mm/day)

		r_r' : 相互相関			r_r		
		大阪	尾鷲	豊岡	大阪	尾鷲	豊岡
大	阪	1	0.6	0.7	1	0.639	0.612
尾	鷲	0.6	1	0.46	0.639	1	0.382
豊	岡	0.7	0.46	1	0.612	0.382	1

表一4(b) 表一4(a) を式 (3), (4) で補正したもの

		大阪	尾鷲	豊岡	自己相関係数
		大	阪	1	0.38
尾	鷲	0.38	1	0.23	0.160
豊	岡	0.43	0.23	1	0.100



図一13 各種自己相関係数の比較例, 大阪

デルでは正確には表現しえないことがわかる。

前期無降水日数が大きくなると、無降水条件と、降水条件の相関係数には顕著な差が見られなくなるが、いまのところ、その理由はあきらかではない。

(4) 降水条件付き相関係数・付加乱れの分散

降水条件付き相互相関係数・自己相関係数 r_r' の例を表一4(a) に示す。これらを正規分布の上位標本から得られたものとし、式 (3), (4) を用いて補正した値 r_r を表一4(b) に示す。この表には参考のためにテトラコリック相互相関行列も示している。また、あまり大きな負の値を生じない月について閾値をかかえて自己相関係数 r_r を求めた例を図一12 に示す。単純相関 r 、テトラコリック相関 r_T 、降水条件付き相関 r_r' それを補正したものの r_r の各自己相関係数の比較例を図一13 に示す。これらの図より次のようなことがわかる。

- i) 自己相関係数については $r_T \geq r_r$ がほぼ成り立つ (図一13)。
- ii) 相互相関係数についてテトラコリック相関係数 r_T と補正した降水条件付き相関係数 r_r はほぼ同程度の値となる。すなわち $r_T \approx r_r$ (表一4(b))。
- iii) r_r も閾値の変化、すなわち降水確率によってほとんど変化しない (図一12)。

iv) 上記 i) より降水条件では潜在変化に独立な新たな乱れが加わっていると解釈できよう。

v) 上記 ii) より、解析した資料について、日を単位すれば、潜在変動成分、あるいはそれによって支配される降雨現象の空間スケールと、付加乱れの空間的スケールとは同程度であるらしい。

次に、付加分散の大きさについて検討する。このためには 図一13 で、 r_T と r_r を比較すればよい。潜在変動・全変動に対する付加乱れの分散は式 (6), 式 (7) で概算できる。

図一13 と、他の地点に対する同様な図から次のような結果が得られた。

- i) 12・1 月：大阪・尾鷲では、降水条件付き自己相関係数は $r_r' = 0.0 \sim 0.05$ と非常に小さい。補正した r_r についても $0.0 \sim 0.15$ 程度である。一方、 r_T は $0.15 \sim 0.3$ となるから、付加乱れ成分の割合 σ_e^2/σ_r^2 を計算すると、 $50 \sim 100\%$ 程度となる。豊岡では r_r も比較的大きく付加乱れ成分もただか $30 \sim 10\%$ 程度であり、ほとんど潜在変動成分によって支配されていることがわかる。
- ii) 2 月：各地点とも $r_r \approx r_T$ となる。よって付加乱れ成分は 0% である。
- iii) 3~5 月： r_r が年を通じて最小となる期間である。すなわち、時系列的に独立な付加乱れ項が卓越する期間で、特に 4 月では各地点に対して、付加分散はほとんど 100% となる。
- iv) 6・7 月： r_r も $0.2 \sim 0.45$ と比較的大きいが、潜在的な連続性 r_T が最大となる期間で $0.4 \sim 0.6$ にも及ぶ。このため $\sigma_e^2/\sigma_r^2 = 40 \sim 70\%$ となる。
- v) 8・9 月： r_r と r_T がほぼ等しくなる。特に 9 月については各地点に対して $r_r \approx r_T$ 。よって付加乱れは 0% 。
- vi) 10・11 月： r_r も r_T も比較的高く、付加乱れは $0 \sim 65\%$ 程度となる。

以上より、近畿圏における日降水量の変動特性をまとめてみると以下のごとくであろう。

日降水量は自己相関係数 $0.2 \sim 0.6$ 程度の潜在的変動成分に、これと時系列的に独立な降水条件付き付加乱れ成分が加わって生じている。付加乱れ成分の全変動に占める割合はオーダ的に 50% 程度であるが季節・地域によって異なり、春期で最大 (4 月では 100%) となり、台風期に最小 (9 月で 0%) となる。

一方、付加乱れ成分の空間的相関構造は潜在変動成分のそれにほぼ一致する。

(5) 気温と降水・降雪条件の相関

以上のごとく属性分析の手法は、水水量変動の解析に

表-5 気温・降水・降雪条件の相関の例、豊岡1月
(閾値 -0.5°C , 1 mm/day, 1 cm/day)

j日	j日		j-1日	
	降水	気温	降水	気温
降水	1	0.017	0.411	0.027
気温	0.017	1	-0.194	0.673
j日	降水条件付			
	降雪	気温	降雪	気温
降雪	1	-0.701	0.773	-0.512
気温	-0.710	1	-0.728	0.673

においても強力な武器となりうる。特に、実用上有用な2変数正規分布理論に直結するテトラコリック相関係数の有効性は再認識されてしかるべきである。以下、属性分析の手法による水資源計画上重要な二、三の水文量特性の解析例を示す。

中部以北の河川では融雪出水が重要な水資源となる。あるいは逆に洪水の原因となる場合も多い。この場合は降水量時系列のみを発生させるだけでは十分ではないので、気温時系列、さらに、それと降水・降雪事象の発生条件との関係などを検討しておくことは重要である。本節では豊岡の資料について検討した。

ここで、気温としては資料の前処理より、用いた資料について降雪条件と最も高い相関を有するとみなされた日最低気温を用い、 -0.5°C を閾値とし、降雪については1 cm/dayを閾値としてテトラコリック相関係数を求めた。なお、このような解析では、それぞれの気象要素、観測年によって日界が異なるので注意を要する。表-5を参照して結果のみを述べると、

- i) 最低気温と当日の降水量はほとんど無相関である。
- ii) 降水条件と次日の最低気温には弱い負相関がある。
- iii) 降水条件つき資料で、最低気温と降雪条件には高い負相関がある。
- iv) さらに降雪条件と次日の最低気温にはより高い負相関がある。

平易に解釈すれば、豊岡1月の資料について降水量と最低気温は無関連とみなせるが、雪のあった翌日の気温は多少低い、ということであり、ii)の性質もこれに起因する。

(6) 降水量の長期予報精度

実際に利水システムのシミュレーションを行う場合に、降水量予報をどの程度信頼すべきかは判断に迷うところである。橋本¹⁰⁾は関東の各気象台の3か月降水量予報について適中率を調べた。本論文ではさらにA管区気象台の1971年9月から1975年10月の月降水量予報

表-6 降水量の長期予報精度 (関連表は上旬予報)

予報	実績			
	多い	並	少ない	
やや多いか半年並	4	0	3	
半年並	7	10	9	
やや少ないか半年並	6	4	7	
C_r	上旬予報			0.048
	中旬予報			0.058
	下旬予報			0.0022

(注) C_r : クラマーのコンティンジェンシー係数

(月初めに出すその月の上・中・下旬の降水量予報)について適中率を調べた。

予報の方は、“半年よりやや多い”、“半年なみか、やや多い”をひとつのカテゴリーとし、“半年なみ”でひとつ、さらに“半年よりやや少ない”、“半年なみか、やや少ない”を3番目のカテゴリーとした。

実測値は30年分の旬雨量を統計処理し、各月に対して多い、普通、少ない、の各カテゴリーに入る確率を等しくするように閾値を定めた。

表-6に結果を示す。上旬の予報について、クラマーのコンティンジェンシー係数は $C_r=0.048$ 、 $\sqrt{C_r}$ でも0.219であり、この程度の値ではほとんど当たらないとみなして差しつかえない。中旬予報でも C_r は同程度の値となっているが、この場合は関連表を検討してみると負関連となっている可能性が高い。季節別の解析も試みたが同様の結果が得られた。

どちらにしろ、水資源計画では、数日以後の降水は予報と無関係にほとんど純ランダムに降るとして大過ない。

(7) その他

そのほかテトラコリック時空間相関行列の因子分析、経年変化なども調べたが、断定できるような成果は得られなかった。これらについては資料をより充実させたのち再度検討したい。

どちらにしろ、以上の解析により、潜在変動モデルの妥当性・有効性が十分に検証されたといえるであろう。

6. 多地点日降水量時系列の模擬発生

以上の成果を踏まえて、多地点日降水量時系列の模擬発生モデルを提案する。

模擬発生モデルの構築で最も安易な方法は、資料解析の方向を逆にさかのぼることである。しかしながら、この方法はしばしば複雑、かつ一般性を欠くモデルの提案につながるという弊害を生ずる。よって資料解析の方向とは若干離れる部分があっても、実用的な意味で簡潔か

つ資料解析結果をよく再現するようなモデルが望ましい。

以下に提案するモデルは、基本的に“潜在変動成分の発生—降水条件付き乱れの付加”という考え方に従いながら、簡潔性を保つために、いくつかの新しいアイデア、便宜的手法、定数同定のための図表などがつけ加えられている。

以下、紙数の関係で結論的な部分のみを列記することにする。

閾値については 1 mm/day 以上を降水とし、それ以下は無降水とみなすことにした。

(1) 潜在変動成分の発生

本研究では、まず潜在変動成分に 1 次マルコフ系列を仮定することとし、実測結果と合致しない点について修正のための若干の技法を考えることにする。

この場合、潜在変動成分は正規変動なので、容易に Matalas モデルが適用しうる⁷⁾。すなわち、

$$\eta_j = A_\eta \cdot \eta_{j-1} + B_\eta \cdot e_j \dots\dots\dots(10)$$

ここに、

A_η, B_η : $K \times K$ の係数行列

e_j : $N(0, 1)$ に従う独立な乱数

η_j : j 日、 k 地点の潜在変動成分 η_{jk} を要素とするベクトル

j, k : それぞれ、日・地点を指定する添字 ($1 \sim J, 1 \sim K$)

$$\left. \begin{aligned} A_\eta &= R_{-1} R_0^{-1} \\ B_\eta B_\eta^T &= R_0 - A_\eta R_{-1}^T \\ R_0 &= E(\eta_j \cdot \eta_j^T) \\ R_{-1} &= E(\eta_j \cdot \eta_{j-1}^T) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

すなわち、 R_0, R_{-1} は時差 0, 1 の相互相関行列。ここで、 R_{-1} の j と $j-1$ の前後関係には注意を要する。

Young and Pisano¹¹⁾ と同様に、 B に 3 角行列を仮定すれば、 A_η, B_η の要素は容易に求まる。

(2) 付加乱れ成分の発生

付加乱れ成分の分布形状について、われわれはまだ十分な知識をもっていない。しかしながら、直感的には指数的、あるいは逆 J 字的分布に従うと考えられる。

相互相関構造については 5.(4) の結論のひとつより、降水条件付きの潜在変動の相互相関構造 r_T あるいは降水条件付き単純相関係数 r_r' にはば一致する。

時系列的には独立とする。

以上より、付加乱れ成分については、空間的には降水条件つき単純相互相関行列に一致する相関行列をもち、時系列的には独立な指数乱数によりシミュレートする。

多変数指数乱数は、2 変数正規分布と 2 変数指数分布の関係¹²⁾を利用して、以下のようにして発生できる。

- i) 多変数指数乱数が満たすべき相互相関行列を $R_{E'}$ とし、その要素の平方根を要素とする行列を R_E とする。ただし、 $\rho_{E'kk'} \geq 0$ 、ここに、 $\rho_{E'kk'}$ は $R_{E'}$ の要素。
- ii) 式 (10) の特別な場合として

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= B_E \cdot e_\zeta, \xi = B_E \cdot e_\xi \\ B_E B_E^T &= R_E \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

B_E には上記と同じく 3 角行列を仮定する。このとき ζ, ξ は次の式を満たす標準正規乱数となる。

$$E(\zeta_k \cdot \zeta_{k'}) = E(\xi_k \cdot \xi_{k'}) = \rho_{Ekk'} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 $\rho_{Ekk'} = \sqrt{\rho_{E'kk'}}$ であり、 R_E の要素。

$$\text{iii) } \varepsilon_k = \frac{1}{2} (\zeta_k^2 + \xi_k^2) \quad (k=1, 2, \dots, K)$$

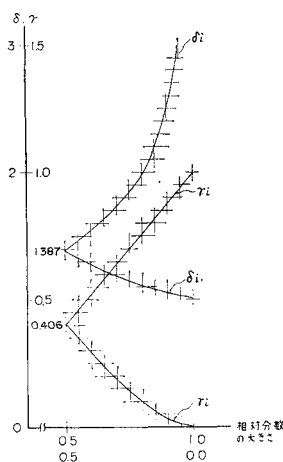
このとき、 ε_k は $R_{E'}$ を相関行列とする。尺度母数 β が 1 の指数乱数となる。

(3) 付加乱れと潜在変動の合成・日降水量への変換

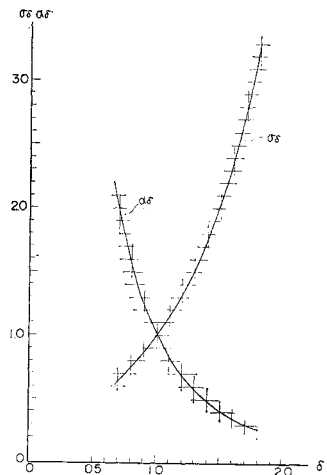
正規乱数の場合は、線形結合により数個の変数を容易に合成できるが、本論文のような場合はかなりの工夫を要するので、ある程度は便宜的な手法に頼らざるを得ない。

簡単のために結論のみを示す。

- i) $\eta_k \geq \eta_{*k}$ を満たす上位標本を $\beta=1$ の指数分布に変換しておく。これを η_{Ek} と書く(補遺 I)。
- ii) η_{Ek} を x_{1k} 、 ε_k を x_{2k} と書くとき、次式により x_{1k}, x_{2k} を合成して近似的に $\beta=1$ の指数分布 x_k に変



図—14 付加分数の大きさより $\delta, \gamma_i (i=1, 2)$ を求めるための図



図—15 指数乱数より所要の逆 J 字型分布乱数を得るための α_1, α_2 を決定するための図

換できる (補遺 II).

$$x_k = r_{1k} \lambda_{1k}^{\delta_{1k}} + r_{2k} \lambda_{2k}^{\delta_{2k}} \dots (14)$$

付加分散の全分散にしめる割合 $\sigma_{\epsilon_k}^2/\sigma_r^2$ を与えれば 図-14 により r, δ が求まる (補遺 II 参照). ただし, $r_k < r_{*k}$ のとき ϵ_k の値にかかわらず $\lambda_{2k} = 0$ とおく.

ただ $\sigma_{\epsilon_k}^2/\sigma_r^2$ の値は大きくばらつくので, 本論文では $\sigma_{\epsilon_k}^2/\sigma_r^2$ がおおむね 30% を越える月については一率に付加分散 50% を加えることとし, これより小さいときは 0% とした.

iii) x_k を次式により形状母数 $\alpha (= \mu^2/\sigma^2)$, 標準偏差 σ の日降水量 y_k に変換する (補遺 II).

$$y_k = r_k x_k^{\delta_k} \dots (15)$$

当該日降水量の α_k, σ_k を与えれば, 図-15 より $\delta_k, \sigma_{\delta}$ が求まる. このとき,

$$r_k = \sigma_k / \sigma_{\delta} \dots (16)$$

(4) 気温と降雪条件

本論文では, 降水条件付きの最低気温と降雪条件から, Matalas モデルにより降水量と独立に最低気温・降雪条件系列を発生した.

(5) 手法のまとめ

以上をまとめておくと, 日降水量時系列の模擬発生に必要な資料の予備解析は以下の 3 点のみである.

- a. 降水確率 p , 降水条件付き分布の μ, σ ,
- b. 時差 0, 1 のテトラコリック相関行列 r_T .
- c. 降水条件付き相関行列, 自己相関係数 $r_{r'}$.

これより以下の諸量が求まる.

- i) A_{η}, B_{η} : r_T および式 (11) より,
- ii) B_E : $r_{r'}$ および式 (12) より,
- iii) η_* : p と正規分布表より,
- iv) $r_{1k}, \delta_{1k}, \dots$: 自己相関係数について $r_T, r_{r'}$ と式 (7) より σ_{2k}^2/σ_1^2 が 30% を越えるかどうか判定, のち 図-14 より,
- v) r_k, δ_k : μ, σ より α を求め, 図-15 式 (16) より.

以上が求まれば, 式 (10), (12), (14), (15) より容易に多地点降水量時系列の模擬発生ができる.

このように前章の日降水量時系列に関する広範囲な解

析結果を, 実用的な程度に簡潔なモデルにまとめることができた.

(6) シミュレーション例

以上のモデルにより 1 月と 8 月の 70 年分の多地点降水量時系列を発生した. 同時に豊岡の最低気温・降雪条件系列も発生した. 本手法の特徴によりこのような取り扱いも容易である. シミュレーション値と実測値の比較を 表-7~9 に示す. 各種相関構造から分布特性にいたるまで両者はみごとに一致している.

次に, 水資源計画上重要な無降水継続期間について, シミュレーション値と, 実測の 70 年間の資料との比較例を 図-16 に示す. 大阪の 8 月の例は雷雨性の降雨が卓

表-7 実測値とシミュレーション値の比較, 分布特性, 1 月 (閾値 1 mm/day)

1 月	大 阪		尾 鷲		豊 岡		
	実 測	シミュレ- ーション	実 測	シミュレ- ーション	実 測	シミュレ- ーション	
降水確率	0.183	0.185	0.177	0.171	0.698	0.704	
降水条件付き	μ	7.17	7.52	18.67	20.2	11.27	11.16
	σ	7.25	8.49	31.58	35.5	10.60	10.12
	α	0.978	0.784	0.349	0.324	1.130	1.212
	β	0.136	0.104	0.0187	0.0160	0.100	0.109
降雪確率 (降水条件付)					0.635	0.620	

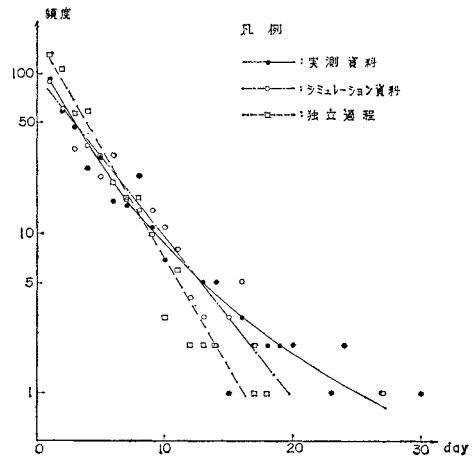


図-16 無降水継続日数分布の比較例, 大阪, 8 月 (70 年分資料, 閾値 1 mm/day)

表-8 実測値とシミュレーション値の比較, テトラコリック相関係数 (閾値 1 mm/day), 8 月

j 日	大阪	実測	j 日			j-1 日			j-2 日		
			大阪	尾 鷲	豊 岡	大阪	尾 鷲	豊 岡	大阪	尾 鷲	豊 岡
			実測	シミュレーション	実測	シミュレーション	実測	シミュレーション	実測	シミュレーション	実測
j 日	大阪	実測	1	0.639	0.612	0.415	0.342	0.399	0.178	0.112	0.185
		シミュレーション	1	0.670	0.661	0.420	0.358	0.412	0.225	0.158	0.248
	尾鷲	実測	0.639	1	0.382	0.498	0.600	0.357	0.336	0.309	0.229
		シミュレーション	0.670	1	0.433	0.498	0.558	0.395	0.310	0.319	0.270
	豊岡	実測	0.612	0.382	1	0.395	0.181	0.527	0.234	0.093	0.187
		シミュレーション	0.661	0.433	1	0.459	0.270	0.500	0.185	0.066	0.228

表一9 実測値とシミュレーション値の比較、
降水条件付相関係数 (閾値 1mm/
day), 1月

		大阪	尾鷲	豊岡	自己相関
大阪	実測	1	0.53	0.15	-0.128
	シミュレーション	1	0.564	0.193	-0.106
尾鷲	実測	0.53	1	0.45	0.090
	シミュレーション	0.564	1	0.335	-0.087
豊岡	実測	0.15	0.45	1	0.133
	シミュレーション	0.193	0.335	1	0.133

越するとみえてあまりよく一致しない例であるが、それでも無降水継続期間が18日以下では両者はよく一致している。参考のために独立過程近似の計算結果も記入している。より詳細に検討すると次のようなことがわかる。

i) すでに指摘されているように本論文の手法(1次マルコフ・モデル)では無降水継続期間分布は指数分布(半対数紙上で直線)をなす。一方、実測値ではわずかに下に凸の曲線となることが多い。図の例ではこれが明瞭である。

ii) 大阪の8月の例では、無降水継続期間が小さいときは、勾配がより急となり、独立仮定の勾配に近くなる。この勾配が前日の無降水条件付き無降水確率に一致することが容易に証明できる。これより、結論として、大阪の8月の無降水継続期間分布は、継続期間が小さいとき、雷雨性のほとんど独立に近い降雨現象に支配されていることがわかる。また、これとは別により大きい持続性を持つ潜在的変動が実際の渇水現象を支配していることがわかる。本論文のモデルはこれらの平均値をよく再現している。

iii) ほかの例では無降水継続期間が小さいときは、実測値の勾配は、本論文のシミュレーション値よりやや大きく、独立過程近似よりは小さいという例が多かった。

表一10に、無降水継続期間と、これを超過した回数を比較している。シミュレーション値は、独立過程近似に比較すれば、かなりよい精度で実測結果を再現するが、20日以上無降水が継続する場合については、発生

表一10 実測値とシミュレーション値の比較、無降水継続日数の上位標本の累積度数例、大阪(8月, 70年分資料, 閾値 1mm/day)

		無降水継続日数		
		15日以上	20日以上	25日以上
実測		17	7	2
シミュレーション値	$r_T=0.0$ 独立過程	2	0	0
	$r_T=0.42$ 1次マルコフ過程	11	1	1
	$n_D \geq 5日, r_T=0.5$ $n_D < 5日, r_T=0.3$	16	5	1

(注) r_T : テトラコリック自己相関係数
 n_D : 前期無降水継続日数

確率をかなり過少評価することがわかる。

無降水継続期間分布のより正確な再現のためには、潜在変動成分の発生に、2次マルコフ・モデル、ARI-MAモデルなどのより高度のモデルの採用が考えられる。

ここでは手法上の本質的な変更を要せずしてこの分布を再現するために、次のような一手法を検討してみた。

5.(3)の結果の一つより、5日以上無降水が続いたときは、 $r_T=0.5$ とし、それ以下では $r_T=0.3$ としてシミュレートする。この例は大阪の8月の日雨量時系列の例であるが、これに適用した結果では、実測値におけるほとんど同様の無降水日数分布を得た。表一10にはこの例も並記しているが、結果は実測値によく一致している。多地点の場合には、必要に応じて A_T, B_T を2種用意するなど若干の改良の余地を残している。

7. 結 論

間歇的、かつ持続的の時系列をなし、統計的取り扱いの非常に難しい日単位程度の降水量時系列の解析のために、降水量の物理的発生機構を考慮した降水量時系列モデルを提示した。このモデルを潜在変動モデルとよぶことにした。また、実測降水量時系列より、このモデルを支配する諸量を抽出する手法も提示した。これにより、これまでわれわれが日降水量時系列に対して抱いていた卒直な疑問のいくつかが解明されたと考えている。

一方、これまで水工計画上の諸要求(水資源計画、大規模内水排除、さらに長期河床変動計算等)から種々の日降水量時系列の模擬発生モデルが提案されてきた。これは、実用上非常に重要な課題であるにもかかわらず、既往のモデルは、いずれも便宜的なモデルといわざるをえない。本論文では上述の周到な解析・考察に基づいて、簡便かつ実測日降水量時系列の変動特性をよく再現する、多地点日降水量時系列の模擬発生モデルを提案することができた。このモデルは今後、日降水量時系列を入力とする水工計画全般に対して有力な手段を与えることになると信じている。

謝辞: 本研究は、昭和49, 50年度文部省科学研究費「確率統計水文学に関する最近の進歩と今後の発展に関する研究(代表者: 日野幹雄 東工大教授)」の補助を受けた。また、計算のほとんどをケー・イー・ケー技術研究所 西村克己氏ならびに当時大阪大学学生 長谷川善信氏に遂行していただいた。以上、記して謝意を表する次第である。

補 遺 I

正規乱数の上位標本を指数乱数に変換するには次のよ

うにするのが便利であろう。

η の c.d.f. を $F(\eta)$ とする。このとき、

$$t \begin{cases} = \{F(\eta) - F(\eta_*)\} / \{1 - F(\eta_*)\} & (\eta \geq \eta_*) \\ = 0 & (\eta < \eta_*) \end{cases} \dots\dots\dots (17)$$

とすれば t は $\eta \geq \eta_*$ に対して $[0, 1]$ の一様乱数, $\eta < \eta_*$ に対して 0 となる。 $x = -\log_e(1-t)$ より, x は所用の指数乱数となる。

一方, このような変換を行うと, 相関構造などにひずみ効果を生ずる。この効果はもとの分布が指数分布からはずれているほど大きい。指数分布の形状母数は $\alpha=1$ であるから正規分布の上位標本分布の α がどの程度なるかを検討しておく。結論をいえば、

$$\sqrt{\alpha} = \{f(\eta_*)/p - \eta_*\} / \sqrt{1 + \eta_* \cdot f(\eta_*)/p - f^2(\eta_*)/p^2} \dots (18)$$

ここに, $f(\eta) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-\eta^2/2)$

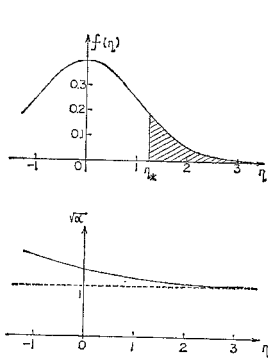


図-17 正規分布の上位標本の形状母数

1 が容易に証明できる¹³⁾。

補 遺 II

x が次式の指数分布に従うとき, y は一種の超ガンマ分布に従う。

$$f(x) = e^{-x} \dots\dots\dots (19)$$

$$y = r x^\delta \quad (r, \delta > 0) \dots\dots\dots (20)$$

より, $f(y) = a y^{\delta-1} \exp(-b y^\delta) \dots\dots\dots (21)$

ここに、

$$b = 1/r^\delta, \quad a = 1/(\delta, r^\delta), \quad \phi = 1/\delta$$

次に, x_1, x_2 を独立とし、

$$y = r_1 x_1^{\delta_1} + r_2 x_2^{\delta_2} \dots\dots\dots (22)$$

とすれば、

$$E(y^n) = E \left\{ \sum_{i=0}^n n C_i r_1^i r_2^{n-i} x_1^{i\delta_1} x_2^{(n-i)\delta_2} \right. \\ \left. = \int_0^\infty \int_0^\infty \sum_{i=0}^n n C_i r_1^i r_2^{n-i} x_1^{i\delta_1} x_2^{(n-i)\delta_2} \right.$$

$$\times e^{-r_1 x_1} e^{-r_2 x_2} dx_1 dx_2 = \sum_{i=0}^n n C_i r_1^i r_2^{n-i}$$

$$\Gamma(i\delta_1 + 1) \Gamma\{(n-i)\delta_2 + 1\} \dots\dots\dots (23)$$

式 (23) で $n=1, 2, 3, \dots$ とすれば, y の 1, 2, 3... 次モーメント $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$ が求まる。

尺度母数が 1 の指数分布では, $\nu_1=1, \nu_2=2, \nu_3=6, \dots$

図-14 は, $\nu_1=1, \nu_2=2$ とし, ガンマ分布の再成性のアナロジーから, 式 (22) の右辺各項の尺度母数を 1 とするという条件を満たすように $r_1, r_2, \delta_1, \delta_2$ を求めたものである。

一方, 式 (22) で $r_2=0$ とすれば, 式 (20), (21) で表わされる y のモーメントが求まる。ここで, $r_1=1$ として 1 次, 2 次モーメントから α と δ の関係を求め図示したものが 図-15 である。この図で α を与えて δ, σ_δ を求める。実測日降水量の標準偏差が σ のとき、

$$r = \sigma/\sigma_\delta$$

いずれにせよ, 補遺 II の各式は, 独立な二つの指数分布の変動を加えあわせて, 新たに近似的に指数分布に従う乱数を発生させるための, あくまでも便宜的な手法であることを断わっておく。

参 考 文 献

- 1) 室田 明・江藤剛治・角湯正剛：広域的な月水文学の解析とそのシミュレーション, 土木学会論文報告集, 第 203 号, 1972.
- 2) 室田 明・江藤剛治・田中 剛：水文学の和に関する統計的研究, 土木学会論文報告集, 第 223 号, 1974.
- 3) 石原謙次郎・池淵周一：日降水量の空間的・時間的確率構造とそのシミュレーションに関する研究, 土木学会論文報告集, 第 197 号, 1972.
- 4) 端野道夫・室田 明：豪雨による山腹土砂生産に関する推計学的研究, 土木学会論文報告集, 第 188 号, 1971.
- 5) 端野道夫：多次元不連続降水時系列に関する研究, 第 19 回水理講演会論文集, 1975.
- 6) 角屋 睦・丈達俊夫・福島 晨：日雨量系列の模擬発生と内水排除計画への適用, 昭和 44 年度土木学会年次講演会講演集, 1969.
- 7) Matalas, N.C.: Mathematical assesment of synthetic hydrology, WRR, Vol. 3, No. 4, 1967.
- 8) Weiss, G.: Shot noise models for the generation of synthetic streamflow data, WRR, Vol. 13, No. 1, 1977.
- 9) 安田三郎：社会統計学, 丸善.
- 10) 橋本 健：水資源管理への長期予報の利用, 土木技術資料, Vol. 15, No. 8, 1973.
- 11) Young, G.K. and Pisano, W.C.: Operational hydrology using residuals, J. hy. div., Proc. ASCE, Vol. 94, No. HY 4, 1968.
- 12) たとえば, Kibble, W.F.: A two-variate Gamma-type distribution, SANKHYA, the Indian Journal of Statistics, Vol. 5, 1941.
- 13) 江藤剛治：物理的な発生機構を考慮した降水量時系列に関する研究, 第 19 回水理講演会論文集, 1975.

(1977. 6. 20・受付)