

地下水流出の流域における特性変化と場所的スケール

AVERAGING PROCESS AND SPATIAL SCALES OF GROUND-WATER-RUNOFF

高木 不折*・Fritz G. Rohde**

By Fusetsu TAKAGI and Fritz G. ROHDE

1. 序

今日の水文学のかかえている重要な問題に、(i)流域を lumped system として扱うか、distributed system として扱うかということ、(ii) 流出現象のもつ場所的・時間的スケール、(iii) 流域の構造をどのように捕えるべきかということがら、さらに、(iv) 流域内部で起こる現象の物理的側面と確率統計的側面をどのように結びつけるべきかといった問題がある。

こうした問題については、これまでもいくつかの研究があるが、そのほとんどが主として短期間に起こる、いわゆる洪水流出を対象としており、地下水の流出については研究の蓄積も少なく、上にあげたことがらのほとんどが未知のまま残されているといつてよい現状である。

従来考究されてきた lumped system として持つ流域の特性は distributed system としての流域特性の総合として理解されるべきものであり、流域の内部で起こる種々の物理的現象の統計的な意味での総合であると考えられる。また、こうした総合化は流域のもつ構造・スケールとの係わりで表面に現われてくるものであることはいうまでもない。

このように考えると、流域全体としての性質が、流域内部での現象とどのように関連しつつ表に現われてくるかを論議する必要に迫られる。以上のように、冒頭にあげたいくつかの問題は、実はすべてが相互に密接な関係を持っているのである。本研究は、地下水の流出現象を対象として、以上の問題を考究しようとしたものである。そのために、流出特性の基本ともいべき低減特性を取り上げ、理論的な検討をする一方、流域面積が 10 km² から 100 000 km² にいたる本邦および西ドイツの

43 の流域について実証的な考察を加えた。こうした考察を基礎に、前記の問題それぞれについて新しい指針を与えようとしたものである。

2. 低減特性

上記の目的のため、本研究では lumped model^{(1),(2)} と distributed model^{(3),(4)} を用いる。前者は、流域全体としての低減特性を地下水帯内の流れの特性を基礎として定義するものであり、後者は、流域内部での流出過程における低減特性の変化・平均化過程を議論するために用いた。それらの基本的事項についてはすでに発表しているので、本章、次章では本論文に必要なことがらのみについて触れておく。

長期間の不被圧地下水の流出は、Fig. 1 のモデルに代表され、基礎方程式は、地下水帯への水供給のない低減状態について、

$$\frac{\partial H_u}{\partial t} = \beta H_u \frac{\partial^2 H_u}{\partial x^2}, \quad \beta = k_u / r_u \dots\dots\dots (1)$$

となる。この解、すなわち水位の変動状態は、

$$H_u(x, t) = \frac{1}{\lambda t + 1} \left\{ -\frac{\lambda}{2\beta} x^2 + \frac{h_{u0} - H_{u0}}{L_u} x + \frac{\lambda}{2\beta} L_u x + H_{u0} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる。上式中の記号は、 x : 位置座標、 t : 低減開始後の時間、 $H_u(x, t)$: 水位、 L_u : 地下水帯の長さ、 k_u : 透水係数、 r_u : 間隙率である。式(2)中の λ は固有値であって、初期・境界条件によって定まり、

$$\lambda = \frac{2\beta}{L_u^2} (H_{u0} - h_{u0}) \dots\dots\dots (3)$$

である。さて、流出口の幅の要素を考慮すると、河川で

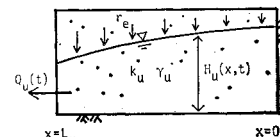


Fig. 1 Runoff model of unconfined component.

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

** Dr.-Ing. 西ドイツ、アーヘン工科大学教授 土木工学科

の地下水流出流量 Q_u の低減は、初期流量を Q_{u0} として次式で与えられる。

$$Q_u(t) = Q_{u0} / (\lambda t + 1)^2 \dots\dots\dots (4)$$

この低減の割合を与える λ は、実は初期流量 Q_{u0} と次の関係にあることが示される。

$$\lambda = K \sqrt{Q_{u0}} \dots\dots\dots (5)$$

すなわち、低減曲線は、

$$Q_u(t) = Q_{u0} / (K \sqrt{Q_{u0}} t + 1)^2 \dots\dots\dots (6)$$

となる。

こうして定義された K も流出流量の低減の状態を与えるが、これは流域の地形・地質的要素と流域内部の水の場所的な分布状態によって決定される値である²⁾。すなわち、水の場所的な分布状態が、場合場合で変化しない流域では、 K は流域固有の値となる。この意味で、ここでは K を地下水流出の低減特性値として扱うことにする。

3. 流域水の挙動に関する変分原理

(1) 流域と力学系

流域を面的に見ると、流域の上流部より流出した水は、途中の流出水を集めながら順次下流へと流下し、やがて流域最下流端に達する。このように、巨視的には、流出現象は一方向的に見えるが、地下水流出について考えると、平地や盆地地域などでは河水と河川周辺の地下水は互いに干渉しており、かつ必ずしも一方向的ではなく、下流側の状態いかんによっても上流部の水の挙動が定められている。すなわち、こういう領域は水の挙動に対して1つの力学系を構成しているのである³⁾。このように考えると、地下水の流出、流下システムは、Fig. 2 に示すような力学系の直列および並列の一方向的な連鎖からなっていることがわかる。個々の力学系では、河水・地下水といった流域水がそれぞれ干渉して系全体としての挙動をし、その結果として流出水は系の最下流端より次の力学系へと流下しているのである^{3), 4)}。

実際の流域で、このような力学系がどのような領域に対応するかについては、まだ定まった考え方はない。それは、われわれの眼に直接触れる表面流出の現象とは異なっており、地下水流の場が地下

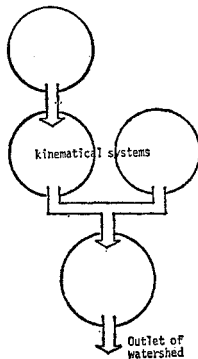


Fig. 2 Watershed as links of kinematical systems.

に3次元的な広がりを持っているので、これまでは概念的な説明³⁾がされてきたに過ぎない。こうした力学系を流域構造と結びつけようというのも本論文の意図の一つである。

(2) 変分原理

Fig. 3 は前節で述べた1つの力学系である³⁾。この力学系は河川水と地下水（それぞれの運動の場を S, G と記す）からなり、これらの成分水は互いに干渉し合いながら系全体として挙動している。両者の干渉も含めたそれぞれの挙動、すなわち、この系全体としての挙動は次の変分原理に従っている。

$$\delta \left\{ \int_G L_g dx_i + \int_S L_s ds \right\} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$$L_g = \gamma \frac{\partial H_g^*}{\partial t} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} k H_g^* \left(\frac{\partial (H_g + z_0)}{\partial x_i} \right)^2 - r (H_g + z_0) \dots\dots\dots (8)$$

$$L_s = B_s (H_s + \varepsilon + z_0) \frac{\partial H_s^*}{\partial t} + \frac{2}{3} \frac{B_s}{n} H_s^{*5/3} \cdot \left\{ - \frac{\partial (H_s + \varepsilon + z_0)}{\partial s} \right\}^{3/2} \dots\dots\dots (9)$$

であって⁴⁾、これらはそれぞれ地下水、河川水の local potential とよばれる。また、上式中の諸記号は以下のとおりである。

- x_i : 地下水の運動の場に対してとった直角座標, $i=1, 2,$
- s : 河川の流れ方向, および地下水領域 G の周辺にそった距離, 反時計方向を正とする,
- z_0 : 基準水平面より, 不透水面(層)および河床までの鉛直高,
- θ_i, θ_s : 不透水層の x_i 方向 ($i=1, 2$), s 方向と水平のなす角, $\sin \theta_i = - \frac{\partial z_0}{\partial x_i}, \sin \theta_s = - \frac{\partial z_0}{\partial s}$, また $k \sin \theta_i = f_i$ と記す,
- $H_g(x_i, t)$: 地下水深 $H_g(x_1, x_2, t)$ の略記,
- $H_s(s, t)$: 河川水深,
- n : マニングの粗度係数,
- B_s : 河川幅,
- ε : 河水のもつ速度水頭,
- r : 地下水層の間隙率,
- r : 地下水帯単位面積あたりの水供給強度,

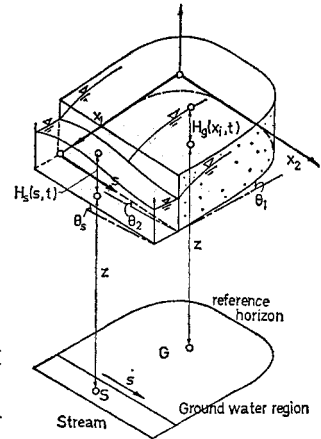


Fig. 3 A kinematical system

$\int_G dx_i$: 面積積分 $\iint_G dx_1 dx_2$ の略記,

$\int_S ds$: 河川にそっての線積分,

なお, 式 (7) の変分計算に際しては, $H_g^*(x_i, t)$, $H_s^*(s, t)$ をいったん固定したうえで, $H_g(x_i, t)$, $H_s(s, t)$ のみについて変分を考え, その結果を補助条件式

$$\left. \begin{aligned} H_g(x_i, t) &\equiv H_g^*(x_i, t) \\ H_s(s, t) &\equiv H_s^*(s, t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

とともに用いなければならない。この H_g^* , H_s^* は現実には起こる水深分布であって, 式 (7) の変分は H_g^* , H_s^* のまわりの仮想変位 δH_g , δH_s について考えるのである。また,

$$\left. \begin{aligned} |H_g^*(x_i, t)| &\gg |\delta H_g(x_i, t)| \\ |H_s^*(s, t)| &\gg |\delta H_s(s, t)| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

と考えている。

式 (7) の Euler-Lagrange 方程式および河川 S と地下水帯 G の境界での自然境界条件は, それぞれ地下水の運動方程式, 河水の運動方程式を両者の干渉も含めて表現するのである。なお, この変分原理のもつ物理的意義などについては参考文献に譲る⁴⁾。

4. 力学系における低減特性の変化

前節の原理を低減特性の流域内部での変化過程の議論に応用するために, Fig.

4 に示すモデルを考える³⁾。このモデルは1つの力学系を示したもので, 性質を異とする n 個 ($j=1, 2, \dots, n$) の地下水の領域, 河川部分からなっているものとする。取り扱いを簡単にするために, 河水も地下水も一次元的な流れをするものと考えよう。地下水の運動は前述の不被圧地下水の挙動, 式 (2) で表現されるが, もし河川との干渉などがなければ, j 番目領域での地下水流出の低減は式 (3) の λ_j , あるいは式 (6) の K_j という特性を持っているものとする。添字の j は j 番目領域の値を意味している。さらに, 河川の上流端からは, 低減係数 K_s をもった式 (6) 型の流入があるものとする。また, この水は系内の流出水と干渉するが, 系全体としての挙動, すなわち, 低減特性を λ^* あるいは K^* と記すことにする。

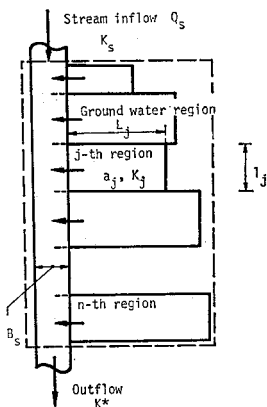


Fig. 4 Kinematical system.

さて, 考えている力学系全体としての挙動を算定するためには, 適当な試験関数を式 (8), (9) の H_g , H_s , H_g^* , H_s^* に使い, 式 (7) の変分原理が成立するように試験関数に含まれる未知パラメーターの値を決定すればよい。この試験関数として, 地下水深 H_{gj} , H_g^* については, それぞれ λ_j , λ^* をパラメーターとする式 (3) の型のものを用い, 河川では時間的水深変化は式 (2) と同様 (パラメーターは λ_s) で, かつ河川区間で場所的には直線的な水深分布をするものと考えた。

このような仮定に立つと, 式 (7) の変分原理は, 場および河川に沿っての積分であるから,

$$\delta \cdot \sum_j \left\{ \int_{G_j} L_{gj}(x, t, \lambda_j, \lambda^*) dx_i + \int_{S_j} L_{sj}(s, t, \lambda_s, \lambda^*) ds \right\} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

と書かれる。近似計算ではあるが, この式が成立するような λ^* , すなわち, 系全体としての挙動を表わす λ^* の値が求められ, さらに, これを低減特性 K^* に書き改めると,

$$K^* = \frac{\sum_j p_j q_j^{3/2} K_j - \frac{Bl}{C} q_s^{3/2} K_s}{\sum_j p_j q_j} \dots\dots\dots (13)$$

となる^{3), 4), 注)}。ここで,

p_j : j 番目地下水領域の地形地質条件で定まる定数,

q_j, q_s : 初期時の下流端流量, j 番目領域からの地下水流出流量, 上流より流入する河川流量をそれぞれ, Q_{u0j}/Q_{u0} , Q_{u0s} としたとき,

$$\left. \begin{aligned} q_j &= Q_{u0j}/Q_{u0}, \quad q_s = Q_{u0s}/Q_{u0}, \\ q_s + \sum_j q_j &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

すなわち, 初期時の最下流端流量のうち, どれだけが系内の地下水領域からの流出水か, また, どれだけが上流部よりこの系内に流入した河川水かを示す。

B : 河川幅

C : $Q = CH_s^2$ と近似した場合の係数

l : 河川長

である。

さて, 式 (13) は, 上流より低減特性 K_s で河川を通じてこの系内に入った河川水は, 系内の水と干渉し, 地下水領域 (低減特性 K_j) からの流出水を合わせて, 最下流端からは新たな低減特性 K^* で流下・流出することを意味している。式 (13) の形式からわかるように, こ

注) 式 (13) の誘導の考え方については, 文献 3) を参照されたい。ここでは文献 3) の場合とは異なり, よりくわしく local potential (8), (9) を用いて K^* を求めたが, その結果の式 (13) はやはり文献 3) の結果と等しい式となった。

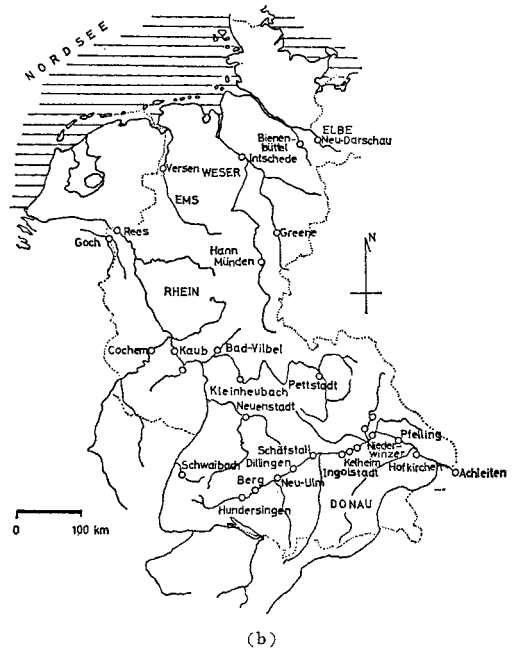
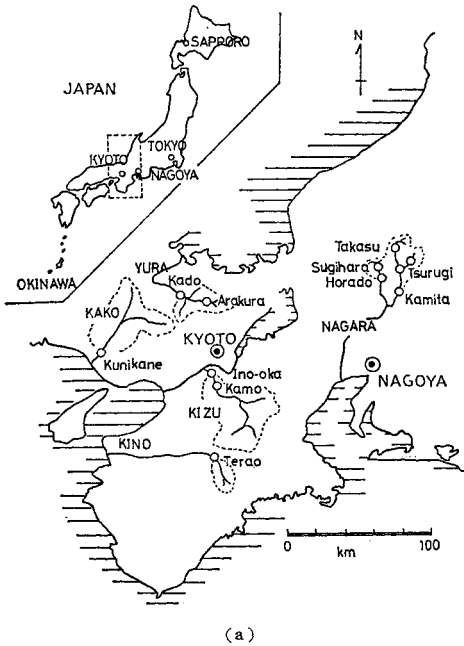


Fig. 5 Watersheds concerned.

の場合 K^* は K_j と K_s の一次結合、あるいは重みつき平均になるのである。なお、実際の流域は力学系の連鎖であって、このような平均化がそれぞれの力学系で何段階も繰り返されているのである。

5. 解析対象流域と低減特性値

解析の対象としたのは、Fig. 5 に示す本邦 17、西ドイツ 26 の合計 43 流域である⁷⁾。流域の詳細については割愛するが、各流域それぞれで数多くの低減部を解析した結果得られた低減特性 K の分布状態の例を確率分布密度の形式で Fig. 6 に示す。

6. 低減特性と流域地形

(1) 低減特性と流域面積

低減特性 K の値は、流域の地層構造（地下水帯の幅、長さ）、地質的条件（透水係数や間隙率など）と流域内部の水の場所的分布状態で定まるが、もし流域の幅（地下水帯の長さ） L_u と流出口の幅（河川に沿った流域の長さ） B_u と流域面積 A とが、それぞれ

$$B_u \propto \sqrt{A}, \quad L_u \propto \sqrt{A} \dots \dots \dots (15)$$

の関係にあるものとする、低減特性 K は流域面積と反比例することが理論的に導かれる²⁾。

$$K \propto A^{-1} \dots \dots \dots (16)$$

さて、Fig. 7 は実際の流域で求めた低減特性の平均

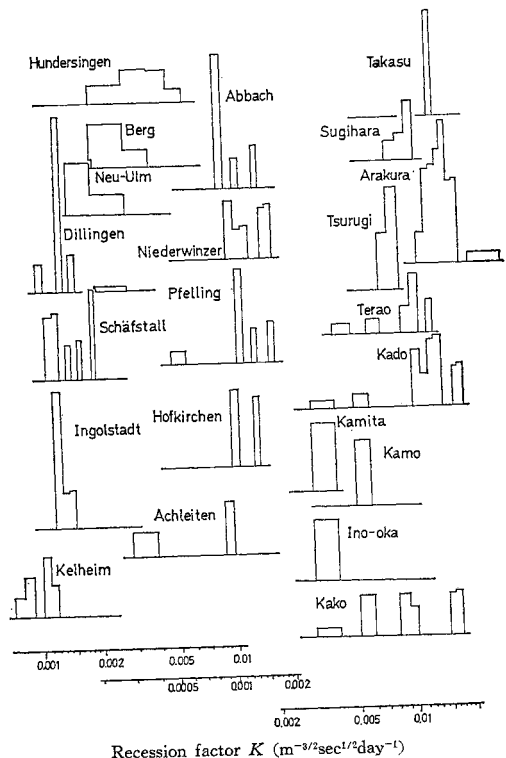


Fig. 6 Distribution of recession factor K .

値 K 。をそれぞれの流域面積 A に対してプロットしたものである。すべてのプロットについては、両者の間に式 (16) のような一定の関係はみられないが、図に示した

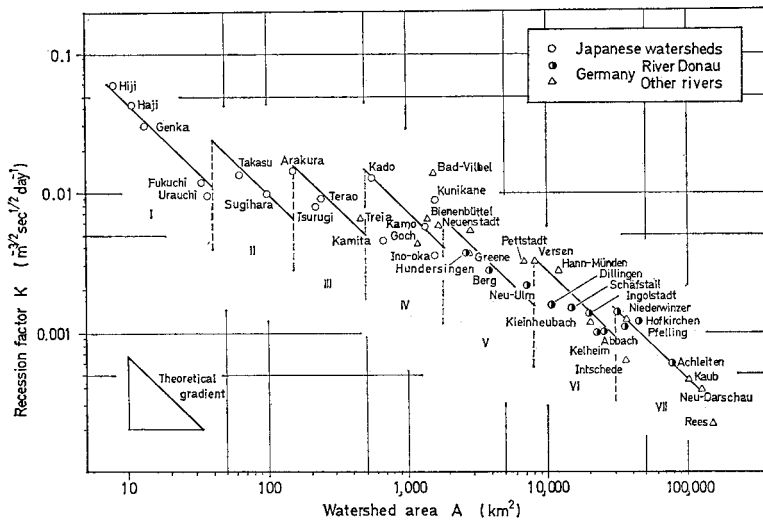


Fig. 7 Relationships between watershed area A and the mean recession factor K_0 .

Table 1 Grouping of watersheds.

group number	catchment area km²
I	~ 50
II	50~ 150 (or 200)
III	150~ 500 (or 700)
IV	500~ 1 600
V	1 600~ 8 000
VI	8 000~30 000
VII	30 000~

ように、流域面積によっていくつかのグループに分けると、それぞれのグループの範囲内では、すなわち流域面積のある範囲内ではちょうど式(16)と同様の関係が K と A との間に成立していることがわかる。

このように、低減特性のもつ性質が流域面積によってかなり明瞭にグループ分けできるのは、地下水流出についての1つの場所的スケールの現われにほかならない。すなわち、それぞれのグループの範囲内の流域では、地下水流出は同一の場所的スケールに属し、違ったグループの現象は互いに異なった場所的スケールの現象に属するのである。こうしたグループの流域面積の範囲を Table 1 に示す。

(2) 地下水流出と流域オーダー

低減係数は流域面積の増加とともに徐々に連続的に変化するが、流域面積がある限界を越すと不連続に変わり、新しいグループでまた連続的に変化している。このような構造は流域自体のもつ構造と深い関係にある。すなわち、河川に沿って上流から下流へと進めば、ある範囲では集水面積は徐々に連続的に増加するが、河川がかなり大きな支川を含むと、集水面積は合流点の上下で不連続的に変化する。こうした眼で Fig. 7 を振り返る

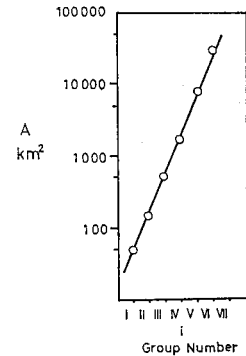


Fig. 8 Watershed area and group numbers.

と、低減特性が流域面積の増加に対して不連続に変化した直後の流量観測点は、大きな支川との合流点のすぐ下流、あるいは

やや下流に位置していることが見られる。たとえば、由良川の角観測点は高屋川との合流点の少し下流の位置にあり、Donau 川では、Neu-Ulm, Niederwinzer, Ingolstadt, Hofkirchen, Pfelling などの観測点、また、Weser 川の Intschede といった観測点も同様な位置にある。こうした事実から、上述のグループの境界、低減特性値の不連続な変化は、本川の集水域と支川のそれにおける特性の差違、あるいは水の分布状態の差違によるものと考えられる。

Fig. 8 は Table 1 にあげた各グループの流域面積の限界値を、グループ番号 i に対してプロットしたものである。ひとめでわかるように、 i 番目グループの限界流域面積について、次の関係式が成立する。

$$A_i/A_{i+1}=0.27(=\text{constant}), i=I, II, \dots \dots (17)$$

この式はいわゆる流域面積則と同じ構造をしている。流域面積則は、オーダー u の流域の平均面積 \bar{A}_u は R_a または V を一定値として、

$$\bar{A}_u=\bar{A}_1 \cdot R_a^{u-1} \text{ または } \bar{A}_u/\bar{A}_{u+1}=V \dots (18)$$

と書かれ、 R_a, V の値は大略 $R_a=3\sim 4, V=0.30\sim 0.25$ であるといわれてきた⁹⁾。このように、式(17)と式(18)、そしてそれぞれの一定値の値を比較すれば、前述のグループ分けは、実は流域のオーダーと深い関係にあることがわかる。

(3) 地下水流出と流域地形

河道のオーダーという概念は、物理的な観点からみると、非常に長い時間スケールではいわゆる浸食過程に対するものであり、流出という点では浸食過程の結果生れた河道の集水過程、特に流域の地表近辺での集水状況を表現しようとするものである。水文学の分野では、それ

は主として地表近辺で起こる直接流出の現象との関連で考究されてきた。

一方、地下水流出のもつ主要な特性は主として地下水帯内部での流動機構によって支配され、その結果がいわゆる低減特性や貯留遅延効果といった形式でわれわれの眼に触れると考えられてきた。ところで、地下水の流出といっても、地表に流出した水を対象としているわけで、本来、流域の地表近辺の性質と無関係ではありえない。こうした地表近辺の問題は、従来は地下水の流出口、いかえれば、地下水帯と地表の交わりといったごく概念的な形式で扱われていたにすぎない¹⁾。

ところで、本章で観察された事実、流域面積による場所的スケールと流域オーダとの関係は、地下水流出の現象と河道網、集水状況といった流域の地表形状との係わりを明瞭にしている。換言すれば、地下水流出の特性も直接流出などと同様に流域の地表近辺での性質にかなり支配されていることになる。しかしながら、この事実は、「地下水流出の諸特性が、流出の母体、地下水帯内での流れの力学的機構によって定まる」という従来の基本的考え方^{1),2)}と矛盾するものではない。低減の状態が、地下水帯内の流れによって基本的には式(6)の関数形で与えられることを忘れてはならない。また、ここでは集水状況・地表近辺の状態を述べたが、これはまた地下の地下水帯の広がり、地下の構造とも密接に係わりあっている。こうした流域の構造については後に議論する。

7. 流出過程における低減特性の平均化

(1) 低減特性のばらつき

以上、それぞれの流域での低減特性 K の平均値につ

いて議論した。前述したように、実際には K の値は流域面積ばかりでなく、低減開始時の流域の状態、水の場所的な分布状態によって変化し、1つの流域であっても必ずしも固有の値とはならずに変化する。

Fig. 9 は Fig. 7 と同様な図に、各流域での K の値のばらつきの範囲を直線で重ねて示したものである。この図には特に詳細な解析をした流域についての値のみを記し、さらに、数か所の流域については K の値の分布状態も示した。図を見ると、まず流域面積が 50 km^2 以下の非常に小さい第Iグループの流域では、 K の値はばらつきの小さい流域固有の値となっていることがわかる。また、第IIグループ以下の流域では、それぞれのグループの範囲内では、流域面積の増加とともに K のばらつきの範囲が徐々に減少している。図中の点線はこの傾向を示したものである。

前述したように、大きな支川との合流点のやや下流の観測点、すなわち、 K の値が不連続に変化した直後では、 K の値は大きく変化し、角、国包、Pfelling の例に見られるように、1段階小さいグループの値に対応するような値を取っている場合も見受けられる。後述する流域の構造とも合わせ考えると、このことはこれらの流域では、支川の性質が表に現われず、本川の性質によって K の値が決定される場合もあることを意味している。いかえると、本川の集水域と支川の集水域からの流出流量の比といった、流域内部の水の場所的な分布状態による影響の現われを暗示しているといつてよい。

このような大きなばらつきを持った特性も、さらに集水立下するにつれ、徐々にばらつきの少ない流域固有の値に近接している。この過程は、流域内部での集水流下過程での平均化の状態の現われとしてきわめて暗示的である。

(2) 低減特性の平均化過程

流域内部での低減特性の変化については 4. で論じ、式(13)を得たが、実際の流域での解析で得られる低減特性 K の値は、実は式(13)の K^* に対応する。上に述べたことがらには、 K^* の値が流域固有の値を常にとる流域や、場合場合に応じてかなりばらつく流域があることを示している。いま、式(13)をふり返ると、 K^* はある力学系への河川流入水のもつ特性 K_j ($j=1, 2, \dots, n$) の加重平均とな

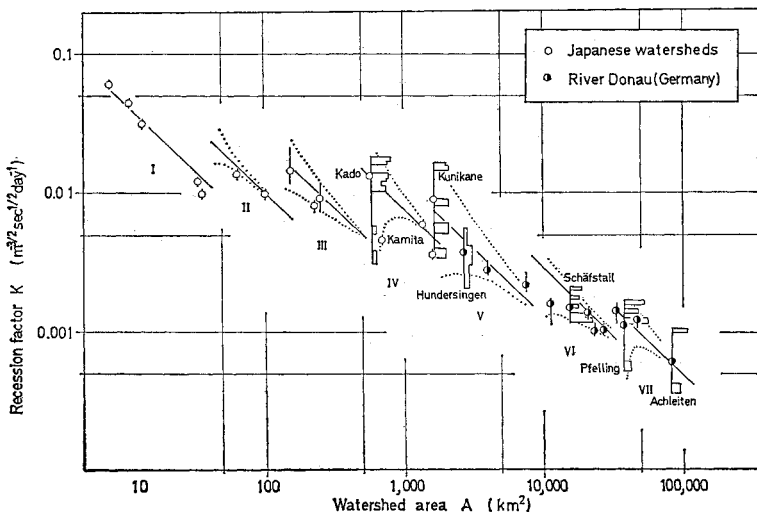


Fig. 9. Scattering of the recession factor K .

っている。この観点に立てば、 K^* が常に流域固有の値をとるのは、以下に述べる2つの場合であると考えてよい。

i) 流域内部の水の場所的分布状態、すなわち、下流端流出水のうちどれほどが、上流よりの河川流入水に、また系内の地下水流出に依存するかという量、式(14)の q_s, q_j が常に一定しており、したがって、平均化の重みも一定している場合。

ii) たとえ、水の分布状態 q_s, q_j が変化し、重みも変化しても、非常に流域が大きいか、あるいは多種多様な地質が複雑に組み合わさっているために、すなわち、 n が非常に大きいために、いわゆる平均化過程が卓越して、その結果として K^* の値が外見上ほぼ一定となる場合。

前述した流域面積の小さいグループ (Fig. 9 参照) で固有の低減特性が現われるのは、上の i) の場合に対応している。また、各グループで流域面積が大きくなると K が一定値となっているのは ii) の場合に対応している。そして、これら以外の流域については、場合場合の水の分布状態いかんによって、 K が種々の値を取りうるのである。

いま、Fig. 9 で流域面積 585 km² の角地点と、面積 713 km² の長良川・上田地点とを比べると興味深い。この2地点は、流域面積の大小関係が逆であるにも係わらず、前者は第IVグループに属し、後者はあたかも第IIIグループに属するかに見える。そして前者のばらつきは大きく、後者ではほとんど一定値となっている。角地点のばらつきについては、すでに(1)で触れた。ところが、後者の上田地点について特に興味深いのは、「その上流流域がきわめて複雑な地質状態であること」である。すなわち、非常に多種多様な地質の領域(しかも一つ一つはかなり狭い)が互いに複雑に入り混じって流域を構成している。そして、その複雑さは、上田観測点と上流部の剣観測点の間の領域ではなほだしい。すなわち、上田流域の場合には前述した ii) の平均化が特に卓越し、それがために流域固有の K 値が観察されるのである。

(3) 実際の流域での解析例

一つ一つの力学系での低減特性の変化、あるいは平均化過程は式(13)で与えられる。いま、流域を Fig. 10 に示す力学系の連鎖と考え、 i 番目の力学系を考えよう。この系内の性質を異にする $j=1, 2, \dots, n_i$ 個の地下水帯の低減特性を K_{ij} とし、最下流端

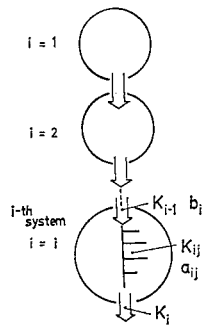


Fig. 10 A kinematical system.

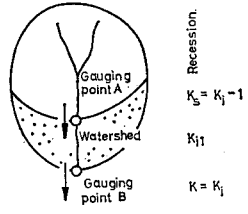


Fig. 11 Conceptual explanation of the kinematical system concerned.

での低減特性を K_i (前述の K^* に相当する)、河水としての流入水の特異 K_s は、 $i-1$ 番目領域よりの流出水の特異に等しく K_{i-1} と記す。このようにすると、式(13)は、

$$K_i = \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} q_{ij}^{3/2} K_{ij} + b_i q_{is}^{3/2} K_{i-1} \dots \dots \dots (19)$$

と書き改められる。ここで、 a_{ij}, b_i は、それぞれ系内 j 番目地下水帯、上流よりの河川流入水が平均化過程でもつ重みの係数であり、また、 q_{ij}, q_{is} は i 番目系についての q (式(14)参照)の値である。

式(19)を実際の流域で検証するためには、実は系内部についての多くの情報が必要ではあるが、このように多くの観測のされている流域はほとんどない。そこで、ここでは、Fig. 11 に示すように一つの河川に沿って上流A地点、下流B地点で観測がされている所を取り上げ、このAB両地点間の残流域を第 i 番目の力学系として考えることにする。さらに、この系の内部の詳細は扱わず、 $j=1$ すなわち、系の内部はまったく一様であるものとして解析した。

ここでの解析の対象としたのは、西ドイツ9領域、本邦2領域である。実際の解析では、数多くの低減状態についてのA, B地点での情報 $K_i, K_{i-1}, q_{ii}, q_{is}$ より、逆に系内部の状態 $K_{ij}, b_i/a_{ij}$ を評価するという方法をとった。

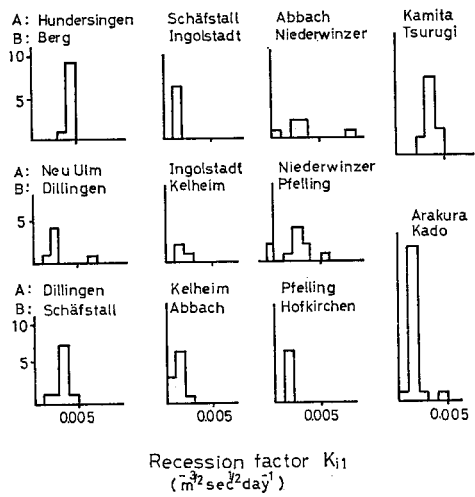


Fig. 12 Histogram of recession factor K_{i1} .

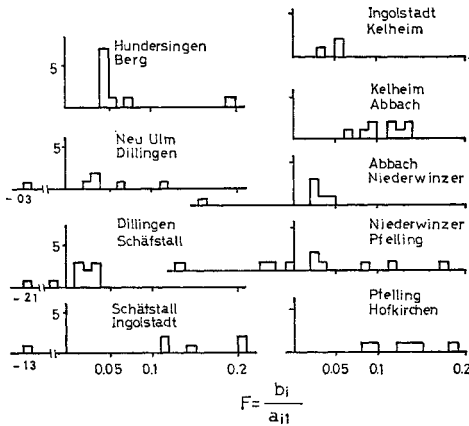


Fig. 13 Histogram of the factor F .

Fig. 12 はこのようにして求められた、「AB 両地点間の領域の低減特性値 K_{ii} 」の分布状態をヒストグラムとして示したものである。二、三の領域では K の値にかなりのばらつきが見られるが、ほとんどの領域では、分布形はシャープであって、それぞれの領域（系内部）での特性量としてほぼ一定の K_{ii} の値が見い出される。

一方、上流よりの流入水と、系内の地下水流出水の平均化過程での係数の比

$$F = b_i/a_{ii} \dots\dots\dots(20)$$

を考えよう。この F の値をやはりヒストグラムとして示したのが Fig. 13 である。理論的には、 b_i, a_{ii} の値は流域の地形地質状態、河川の状態などで定まり、個々の力学系では一定であって、したがって、 F もまた一定の値である。しかし、Fig. 13 では、 F が一定値と考えられるのは、1, 2 の領域にすぎず、多くは非常に広い範囲にばらついている。ここでの解析計算では、上下流 A, B 地点の値より間接的に内部状態を算定しており、しかも、かなり誤差が入りやすい計算になっている。また、力学系の取り上げ方、系内を一樣と仮定したなどのことがらによって、 F の値が大きくなばらつきを示しているものと思われる。ただ、ここで特に注意すべきは、 F の値は大きくとも 0.2 以下程度であることである。また、0.1 あるいはそれより小さい値を取っている場合が多いことも記憶にとめておこう。

(4) 平均化過程における河川水の役割

一つの力学系内での低減特性の平均化過程にあって、上流よりの河川流入水の特性 K_{i-1} 、および系内の地下水流出水の特性 K_{ii} のもつ重みは、式 (19) より、それぞれ

$$w_{is} = b_i q_{is}^{3/2}, \quad w_{ij} = a_{ij} q_{ij}^{3/2} \dots\dots\dots(21)$$

である。ここでの解析では、 $j=1$ であるから、前者の後者に対する比は、

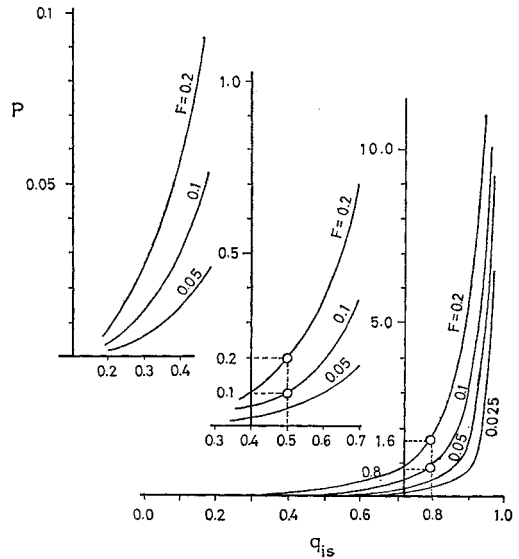


Fig. 14 Weight of stream inflow in averaging process.

$$P = \frac{b_i \cdot q_{is}^{3/2}}{a_{ii} \cdot q_{ii}^{3/2}} = F \times \left(\frac{q_{is}}{1 - q_{is}} \right)^{3/2} \dots\dots\dots(22)$$

と与えられる。この P の値は、式 (19) の平均化において、系内の地下水流出水の持つ重み 1 に対する河川流入水の重みを意味している。

Fig. 14 は F の値を媒介変数として $q_{is} \sim P$ 関係を示したものである。図からわかるように、 $q_{is}=0.8, q_{ii}=0.2$ の場合、すなわち、上流よりの河川流量が系内の地下水流出の 4 倍の場合であっても、平均化の重みの比は、後者の 1 に対して、 $F=0.2$ の場合で $P=1.6$ 倍、 $F=0.1$ の場合では $P=0.8$ 倍となっている。また、河水と系内地下水流出が量的に等しい $q_{is}=0.5, q_{ii}=0.5$ の場合では、 $F=0.2$ に対して $P=0.2$ 、 $F=0.1$ に対して $P=0.1$ 程度と P の値はかなり小さいことがわかる。すなわち、河水としてかなり多くの水量が系内に流入していても、式 (13)、(19) の平均化過程でもつ河水の重みはかなり小さい。いい換えれば、系内地下水流出分の重みの方が相対的に大きいことになる。

ここで解析した領域では、53 個の低減部のうち、 q_{is} が 0.9 より大きいのは 6 例に過ぎず、ほとんどは、 q_{is} が約 0.2~約 0.8 程度であった。また、前節で述べたように、 F の値は大きくとも 0.2 程度までであることを念頭に置いて Fig. 14 を見れば、最下流端での低減特性 K を定めるうえで、系内の地下水流出水の重みがいかに大きいか理解されよう。このように、一つの流域にあって、河川水、より上流部よりの流出水の果たす役割は小さく、低減特性は主として観測点のすぐ上流に位置する力学系の性質によって定まるのである。実際の流域は力学系の連鎖からなっているわけで、式 (13) で与え

られる平均化が繰り返し起こっていると考えられ、しかも上記のように、そのつど力学系内の特性に左右されていると考えられる。

8. 流域構造とランピング

(1) 流域構造

ここでは、地下水流出に対する流域を、どのような構造モデルとして捕えるべきかを考えよう。これまでに議論したことがらを振り返り見れば、考えるべき構造は、次のことがらを合理的に表わすものでなければならない。すなわち、

- i) 流域は力学系の連鎖として表現されること、
- ii) 地下水流出の特性自身は、本質的には地下水帯内の流れで決められること、
- iii) 流域面積によって場所的スケールが定められること、
- iv) 個々のスケールの範囲内では、特性量は流域面積の増加に応じて一定の法則にしたがって連続的に変化するが、次のスケールへの遷移では不連続的な変化をする、
- v) 上記のスケールの分類が、流域のオーダーと結びつけられること、
- vi) いくつかのスケールへの分類にもかかわらず、巨視的には式(15)の仮定が容認されること、
- vii) 個々のスケール内部での特性量の変化・平均化過程が7.の議論で説明されること、
- viii) 構造はあまりに抽象的になり過ぎず、実際の流域の地形状態などを合理的に表現すること、である。

これらの条件を満たす流域の構造として考えたのがFig. 15である。このような構造については、概念的にはすでに石原によって示された⁹⁾ことがあるが、この構造が前章までで得られた結果によって具体的に裏づけられることがわかる。

図中のいくつかの領域について、その場所的な広がりを考えれば、たとえば上記 ii) や vi) の条件も認められるであろう。これらの領域の分類は物理的には地下水の流れ線によるが、流域の地表形状との関係でもかなり

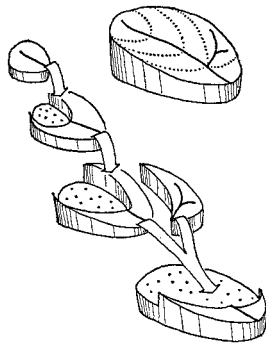


Fig. 15 Watershed structures for groundwater runoff.

はっきりと分類されるのは興味深い。

(2) 流域のランピング

流出のモデルは大別して、lumped system model と distributed system model に分けられる。distributed model は特性曲線法などに代表されるが、従来は洪水流出を対象としたもので、地下水流出を対象としたものはまだないといってよい。3. で述べた分布系としての扱いも、地下水の流出を念頭に置いているが、実はまだ流出のモデルという形式に書き直されていない。従来はほとんどすべて lumped system model で解析されてきたのである。実際の流域は、線形形であれ、非線形形であれ、一つの lumped model,あるいは、いくつかの lumped models の組み合わせとして扱われていた。しかし、このような扱いにもかかわらず、どのような流域では一つの lumped model として扱いうるのか、あるいは扱えないのかという問題については議論が欠落していた。

さて、Fig. 9 をふり返って低減特性 K のばらつきが小さい流域、7. の議論によれば、流域の状態が一樣であるか、平均化過程が非常に卓越する流域では、流出の特性が時間不変の流域固有の値として特定されるわけである。すなわち、こうした流域は1つの lumped model として扱いうるはずである。一方、低減特性値に大きなばらつきのある流域では、場合場合の水の場所的分布状態いかんで系の特性が左右され、水の場所的分布の様子を考慮せねばならない。すなわち、分布モデルにするとか、より小さい流域に対する lumped model の組み合わせにするとといった配慮が必要となる。もちろん、7. (2) で比較した角、上田地点のように、流域自身のもつ地形地質の特徴は考慮せねばならないが、Fig. 9, Table 1 は前述のスケールの問題と同様、地下水流出についての流域ランピングの一つの評価基準を与えるといえるであろう。

9. ま と め

地下水流出の代表的な特性、流量低減特性を取り上げ、その流域内部での変化過程、流出のスケール、流域の構造を論じた。本研究で得られた結果を要約すると次のとおりである。

(1) 地下水流出の特性は地下水帯内の流れの特性によって定められるが、流出現象のスケールは流域面積によって、Table 1 のように分類される。かつ、このスケールは流域のオーダー、すなわち、流域における集水過程と密接な関連を持っている。

(2) 個々のスケールの現象では、低減特性は流域面積の増加に応じて一定の法則(流域面積に反比例)にし

たがって変化するが、次のスケールへの遷移に際しては、特性量は不連続的に変化する。

(3) 個々の力学系では、特性量は式 (13) で示される加重平均化過程にしたがって平均化・一様化されている。

(4) ある流域の特性は、主として流域最下流端に位置する力学系の特性に左右され、上流部領域のもつ重みは比較的小さい。

(5) 流域はいくつかの力学系の直列・並列の連鎖とみなされるが、流域は Fig. 15 に示した構造として捕えるべきである。

(6) 以上の議論を基礎に、地下水の流出を扱ううえで、lumped system として扱おうる流域、distributed system あるいはより小さな lumped system models の組み合わせとして扱うべき流域の判定基準の一つのめやすが得られたことなどである。

1. で触れたように、流出現象のスケール、平均化過程といった問題は、その重要さが指摘されつつも、特にわれわれの眼に直接に触れない地下水流出については論議されず見過されてきた感が強い。本研究では、低減特性といった唯一の性質を取り上げたに過ぎないが、それは地下水流出の重要な特性であって、ここで得られた結論は上記の問題解明に1つの新しい指針を与えるであろう。

本研究は、著者の1人高木が客員教授として、西ドイツ・アーヘン工科大学滞在中に行った共同研究の成果の一つである。本研究の遂行にあたり、西ドイツ Alexander von Humboldt Stiftung 財団より多大の援助を受けたことを記すとともに、筆者らに共同研究の機会を与えられたアーヘン工科大学土木工学科の Rouvé 教授に謹んで感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) 高木不折：低水流出の低減特性に関する研究，土木学会論文集，第128号，pp. 1~11, 1965.
- 2) Takagi, F.: A Study on the Dynamic Process of Ground Water Runoff, Memoires of the Faculty of Engineering, Nagoya University, Vol. 23, No. 2, pp. 221~284, March, 1972.
- 3) Takagi, F.: A Study on the Behaviour of Basin Water by means of the Variational Technique, Proc. JSCE, Vol. 185, pp. 71~81, Jan. 1971.
- 4) 高木不折：流域水の挙動に関する変分原理の物理的意義，土木学会論文報告集，第227号，pp. 27~32, 1974.
- 5) 石原安雄：水文サイクルと数理モデル，水工水理学，第8章，p. 311, 丸善，1972.
- 6) Strahler, A.N.: Quantitative Analysis of Watershed Geomorphology, Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 38, pp. 913~920, 1957.
- 7) Fusetsu Takagi: Variation and Changing Processes of Recession Characteristics in watersheds, Mitteilungen Nr. 19, Institut für Wasserbau und Wasserwirtschaft der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, pp. 5~67, Okt. 1977.

(1977.7.20・受付)