

水理構造物基礎の浸透流に関する理論的研究

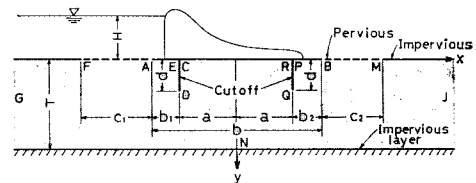
THEORETICAL STUDY ON SEEPAGE FLOW UNDER
HYDRAULIC STRUCTURES佐 渡 公 明*
By Kimiteru SADO

1. ま え が き

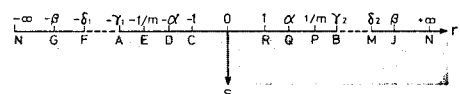
ダムやせきなどの水理構造物の基礎地盤を浸透する定常状態の被圧流は、周知のように Darcy 則に従い Laplace の方程式で表わされる。Weaver¹⁾, Pavlovsky²⁾, Muskat³⁾, Polubarinova-Kochina⁴⁾ など多くの研究者が各種の境界条件に対し、この 2次元 Laplace 方程式の解析解を等角写像によって求めている。しかし、これらは 図-1 (a) に示す上流側浸透面の長さ c_1 および下流側浸出面の長さ c_2 をそれぞれ無限大として扱っている。実際には c_1, c_2 は有限であり、Muskat も仮縮切矢板に対し c_1, c_2 を有限に取扱わなければならないことを指摘している⁵⁾。

この有限な c_1, c_2 の影響を始めて明らかにしたのは、Chawla である。Chawla は止水矢板が 1 本で浸透層の深さ T が無限大の場合⁶⁾ と有限の場合⁷⁾ (表-1 の Case No. I-1) それぞれについて、 c_1, c_2 が構造物底辺に働く揚圧力 p と構造物下流端 B 点 (図-1 (a) 参照) での動水勾配 I_B に与える影響を報告している。しかし、彼は全揚圧力 P 、構造物上流端 A 点まわりのモーメント M 、浸透流量 Q および浸出面の平均動水勾配 \bar{I} については議論していない。これに先立ち、嶋は模型実験によって生ずる誤差を評価するために、矢板がない場合に対し p と Q に与える c_1, c_2 の影響、傾斜不浸透層の影響を報告している⁸⁾。矢板が 2 本ある場合は、本間・浜田⁹⁾ が解いているが、矢板の位置や打込み深さの影響、 c_1 と c_2 の影響、さらに P, M, Q および \bar{I} については言及していない。

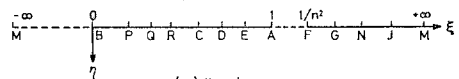
本論文では最初に 2. において、長さの等しい矢板が 2 本ある場合 (表-1 の I-2) について写像関数を示し、次に矢板の位置、本数 (0~2 本)、打込み深さ d 、 c_1 および c_2 が各種の水理量 (p, P, M, Q, I_B, \bar{I}) に与



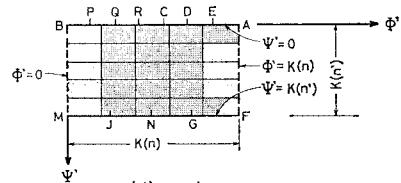
(a) z-plane



(b) t-plane



(c) zeta-plane



(d) w-plane

図-1 Schwarz-Christoffel 変換

える影響を検討する。

さて、浸透流量や揚圧力の軽減のため構造物底辺に排水孔が設置される場合があるが、これに対して Brahtz¹⁰⁾, 丹羽¹¹⁾, 上田・杉尾¹²⁾ の報告がある。Brahtz, 丹羽は写像関数やよどみ点位置を数値積分で求めているのに対し、上田・杉尾は解析的に求めている。しかし、上田・杉尾は動水勾配について言及していないし、また、排水孔の位置および大きさが水理量に与える影響を十分検討していない。排水孔があるとき、等角写像によって解析解が得られるのは、表-1 の II-1 と II-2 の場合である。

* 正会員 工修 北見工業大学助教授 開発工学科

表—1 Schwarz-Christoffel 変換による解析解の可能性

Case No.	I-1	I-2	I-3	II-1	II-2	II-3	II-4	II-5	II-6
矢板本数	0, 1	2	3	0, 1	2	0	0	0	0
排水孔個数	0	0	0	1	1	1	1	1	2
T	有限	有限	∞	∞	∞	有限	∞	∞	∞
c_1	有限	有限	∞	∞	∞	∞	有限	∞	∞
c_2	有限	有限	∞	∞	∞	∞	∞	有限	∞
被積分関数の分母の根号内	ζ 平面 $\rightarrow w'$ 平面 3 次式	z 平面 $\rightarrow t$ 平面 4 次式	z 平面 $\rightarrow t$ 平面 6 次式	ζ 平面 $\rightarrow w$ 平面 4 次式	z 平面 $\rightarrow t$ 平面 ζ 平面 $\rightarrow w$ 平面 4 次式	ζ 平面 $\rightarrow w$ 平面 5 次式	ζ 平面 $\rightarrow w$ 平面 5 次式	ζ 平面 $\rightarrow w$ 平面 5 次式	ζ 平面 $\rightarrow w$ 平面 6 次式
解析解	可能	可能	不可能	可能	可能	不可能	不可能	不可能	不可能

本論文 3. においては、排水孔の特性を明らかにするために、表—1 の II-1 で矢板がない場合を取り上げ、排水孔の流入・流出を支配するよどみ点の位置は、排水孔内圧力と Heuman のラムダ関数との大小関係により 3 分類されることを示す。続いて排水孔の位置および大きさが各種の水理量に与える影響を調べる。特に排水孔が構造物底辺の中央に位置する特別な場合は、揚圧力を求める無限級数和を閉じた式で表現でき、 P と M は積分が可能となり、その物理的意味が明確になる。なお、排水孔の位置や大きさが P に及ぼす影響については、丹羽¹³⁾ が電気アナログ実験により検討している。

一般にクイックサンドおよびパイピングに対する安定性の検討には、Terzaghi¹³⁾ が浸出面の上流端 B 点から水平距離 $d/2$ 、深さ d なる範囲で考察した安全率や限界動水勾配が用いられているようである。上記のように、浸出面の長さ c_2 の有限性を考慮する場合には、B 点と同様に浸出面下流端 M 点 (図—1 (a) 参照) 付近の動水勾配も問題となる。そこで、4. において異方性地盤中の仮締切矢板を取り上げ、浸出面上下流端より取ったある区間内の平均動水勾配の大小関係、さらに水平と鉛直方向の透水係数の比、 c_1, c_2 、矢板の打込み深さおよび地盤の掘削深さが浸透流量や動水勾配に与える影響を調べる。

なお、浸出面上下流端や排水孔の上下流端は Schwarz-Christoffel 変換が適用される多角形の頂点に対応するため、動水勾配の特異点である。このような場合、動水勾配を評価するのに本報では、この点を端を含むある区間内の平均動水勾配を用いている。

2. 矢板の影響

(1) 矢板が 2 本ある場合の写像関数

a) 透水層の厚さが有限な場合

図—1 (a) の $z(=x+iy)$ 平面は、水理構造物基礎地盤の等方性浸透流場を表わし、打込み深さ d が互いに等

しい 2 本の矢板を有し、 T, c_1 および c_2 がそれぞれ有限な場合の物理平面である。上記以外の図中の記号は、次のとおりである。

- H : 水理構造物より上下流の水位差,
- b : 構造物底辺の長さ, $2a$: 矢板 2 本の間隔,
- b_1 : 上流側矢板から構造物上流端 A 点までの距離,
- b_2 : 下流側矢板から構造物下流端 B 点までの距離.

この z 平面の浸透領域 ($0 \leq y \leq T$) を 図—1 の各点の対応のもとに、 $t(=r+is)$ 平面と $\zeta(=\xi+i\eta)$ 平面の半平面を介して、無次元化した複素ポテンシャル平面 $w'(=\phi'+i\psi')$ の長方形領域に写像する。

まず、 z 平面の浸透領域を t 平面の下半面に写像する関数は、Schwarz-Christoffel 変換を用いて

$$z = C_1 \int_0^t \frac{(t^2 - \alpha^2) dt}{(t^2 - \beta^2) \sqrt{(t^2 - 1)(t^2 - 1/m^2)}} = mC_1 \left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} - 1 \right) \Pi \left(\varphi, \frac{1}{\beta^2}, m \right) + mC_1 F(\varphi, m) \dots (2.1)$$

となる。ここに、 $\varphi = \sin^{-1} t, 0 < \alpha < 1/m < \beta, 0 < m < 1, F(\varphi, m)$: 引数 φ ・母数 m の第 1 種楕円積分、 $\Pi(\varphi, 1/\beta^2, m)$: 引数 φ ・パラメーター $1/\beta^2$ ・母数 m の第 3 種楕円積分である。 m, α, β および C_1 は未知定数で P, Q, R, N 各点の対応より得られる次の式 (2.2・a ~ d) を使って求められる。すなわち、 m を仮定し式 (2.2・a, b) より β, α を計算し、式 (2.2・c) が所要の精度で満足するまで m を仮定しなおし、最後に式 (2.2・d) より C_1 を計算する。

$$m\beta sn(aK'/T, m) = 1 \dots (2.2 \cdot a)$$

$$\frac{\alpha}{\beta} \left\{ 1 + \frac{2KK' \sqrt{(\beta^2 - 1)(m^2 - 1/\beta^2)}}{2KK'Z(\varphi_1, m) + \pi F(\varphi_1, m)} \right\}^{1/2} = 1 \dots (2.2 \cdot b)$$

$$\frac{F(\varphi_1, m)}{K'} \left\{ \frac{d}{a} - \frac{F(\varphi_2, m')}{K} \right\} = \Omega_1(\varphi_1, \varphi_2) \dots (2.2 \cdot c)$$

$$mKC_1 \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 = a + \frac{2}{\pi} TKZ(\varphi_1, m) \dots (2.2 \cdot d)$$

ここに、 $m' : m$ の補母数 $= \sqrt{1-m^2}$, $K, K' : m, m'$ を母数とする第1種完全楕円積分, $Z(\varphi_1, m) : \text{引数 } \varphi_1 \cdot \text{母数 } m \text{ の Zeta 関数} = E(\varphi_1, m) - EF(\varphi_1, m)/K, m\beta \sin \varphi_1 = 1, E : m$ を母数とする第2種完全楕円積分, $m'\alpha \sin \varphi_2 = \sqrt{\alpha^2 - 1}, E(\cdot, \cdot) : \text{第2種楕円積分}, \text{sn}(\cdot, \cdot) : \text{Jacobi の楕円関数},$

$$\varrho_1(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \frac{2q^n}{(1-q^{2n})} \times \sin \frac{n\pi F(\varphi_1, m)}{K} \frac{\sinh \frac{n\pi F(\varphi_2, m')}{K}}{K}$$

$q : \text{テータ関数の Nome} = \exp(-\pi K'/K).$

なお、完全楕円積分の記号は、母数が m または m' のときは m, m' を省略し、 m および m' 以外を母数とするときは、その母数を表記することにする。

t 平面の $\tau_1, \tau_2, \delta_1, \delta_2$ は式 (2.1) を第1, 2種楕円積分で表わし、次に実数部・虚数部に分解して得られる次式を逐次近似法により解いて得られる*。

$$\left. \begin{aligned} (a+b_i)/T &= f_i(\tau_i), \\ (a+b_i+c_i)/T &= f_i(\delta_i) \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.3)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1(r) &= \left\{ \frac{mC_1}{T} \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 - \frac{2}{\pi} Z(\varphi_1, m) \right\} F(\varphi_3, m) \\ &\quad + \varrho_2(\varphi_1, \varphi_3) \\ \varrho_2(\varphi_1, \varphi_3) &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{(1+q^{2n})}{(1-q^{2n})} \sin \frac{n\pi F(\varphi_1, m)}{K} \\ &\quad \times \sin \frac{n\pi F(\varphi_3, m)}{K} \\ mr \sin \varphi_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.4)$$

次に、 t 平面の下半面と ζ 平面の上上面との変換式は次の式 (2.5) で表わされ、 ζ 平面の F 点の座標は式 (2.6) の逆数となる。

$$\zeta = \frac{(\tau_1 + \delta_2)(\tau_2 - t)}{(\tau_1 + \tau_2)(\delta_2 - t)} \dots\dots(2.5)$$

$$n^2 = \frac{(\tau_1 + \tau_2)(\delta_1 + \delta_2)}{(\tau_1 + \delta_2)(\delta_1 + \tau_2)} \dots\dots(2.6)$$

この n^2 は、一次変換である式 (2.5) の非調和比である。

最後に、 ζ 平面の上上面を w' 平面の長方形内部に写像する関数は、Schwarz-Christoffel 変換を用いて、

$$\left. \begin{aligned} w' &= C_2 \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{\sqrt{\zeta(\zeta-1)(\zeta-1/n^2)}} = F(\sin^{-1} \sqrt{\zeta}, n) \\ C_2 &= \frac{1}{2n} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.7)$$

* 第3種楕円積分はそのままでは計算不能で第1種, 2種楕円積分および三角関数や双曲線関数を含む無限級数和(本文の $\varrho_i, i=1\sim 5$) で表わさなければならない。その表現はパラメーターと母数の値により5通りに分類される。ここで生ずる無限級数和は、テータ関数を使って表わすこともでき、収束の早い級数である。

第1, 2種楕円積分は、引数 φ が複素数および $\sin \varphi > 1$ のとき、実数部・虚数部に分解される¹⁵⁾。

となる。 $w' (= \Phi' + i\Psi')$ は、速度ポテンシャル Φ および流れ関数 Ψ を次式により無次元化した複素ポテンシャルである。

$$\Phi' = \frac{\phi}{kh} K(n), \Psi' = \frac{\psi}{Q} K(n') \dots\dots(2.8)$$

ここに、 k は透水係数、 n' は n の補母数、 Q は z 平面に垂直方向の単位幅あたりの浸透流量である。

矢板2本の打込み深さが異なる場合は、2本の矢板を実軸上に異なった長さで表わした t' 平面を用意¹⁶⁾、 t' 平面を介して z 平面から t 平面に写像すればよい。しかし、未知定数の決定が非常に複雑になり実用的でない。

b) 透水層の厚さが無限大の場合

$T = \infty$ のときは式 (2.2.a) より $\beta = \infty$ なので、 t 平面において N 点を省き J, G 点を $\pm \infty$ に取ると、 z 平面から t 平面への写像関数は次のように簡単になる。

$$mz = C_1 \{ (1-m^2\alpha^2) F(\varphi, m) - E(\varphi, m) \} \dots\dots(2.9)$$

次に、点 P, Q, R の対応より次式が得られる。

$$\frac{\pi d}{2aK'} + Z(\varphi_i, m') - \sqrt{\left(\frac{E'}{K'} - m^2 \right) \left(\frac{K'}{E'} - 1 \right)} = 0 \dots\dots(2.10. a)$$

$$\left. \begin{aligned} m' \sin \varphi_i &= \sqrt{1-m^2K'/E'} \\ am &= \sqrt{E'/K'}, C_1 = -2maK'/\pi \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.10. b\sim d)$$

ここに、 E' は m' を母数とする第2種完全楕円積分である。 m は式 (2.10.a) より得られ、 α, C_1 はそれぞれ式 (2.10.c, d) より求まる。また、 t 平面の $\tau_1, \tau_2, \delta_1, \delta_2$ は次式より得られる。

$$\left. \begin{aligned} (a+b_i)/b &= f_2(\tau_i), \\ (a+b_i+c_i)/b &= f_2(\delta_i) \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.11)$$

$$f_2(r) = \frac{2aK'}{\pi b} \left\{ E(\varphi_3, m) - \left(1 - \frac{E'}{K'} \right) F(\varphi_3, m) + \frac{1}{r} \sqrt{(m^2r^2-1)(r^2-1)} \right\} \dots\dots(2.12)$$

t 平面 $\rightarrow \zeta$ 平面 $\rightarrow w'$ 平面と変換する写像関数は $T = \text{有限}$ の場合と同じである。

(2) 矢板が2本ある場合の水理量算定

始めに、水理構造物底辺に作用する揚圧力を求める。 ρg を浸透水の単位重量として、揚圧力 p は、

$$\frac{p}{\rho g H} = \frac{\Phi'}{K(n)} + \frac{y}{H}$$

と表わされるが、構造物底辺では $y = s = \Psi' = 0$ なので、式 (2.7), (2.5) より次の式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\rho g H} &= \frac{F(\tau, n)}{K(n)}, \\ \sin \tau &= \sqrt{\frac{(\tau_1 + \delta_2)(\tau_2 - r)}{(\tau_1 + \tau_2)(\delta_2 - r)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.13. a, b)$$

x 座標と r 座標の対応は, $T=$ 有限の場合式 (2.1) より

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0, |x| \leq a \text{ のとき,} \\ \frac{x}{T} = \left\{ \frac{m\alpha^2 C_1}{\beta^2 T} - \frac{2}{\pi} Z(\varphi_1, m) \right\} F(\varphi, m) \\ \quad + \mathcal{Q}_3(\varphi, \varphi_1) \dots\dots\dots(2.14 \cdot a) \\ \mathcal{Q}_3(\varphi, \varphi_1) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{2q^n}{(1-q^{2n})} \\ \quad \times \sin \frac{n\pi F(\varphi, m)}{K} \sin \frac{n\pi F(\varphi_1, m)}{K} \\ y=0, a < |x| \leq \infty \text{ のとき,} \\ x/T = f_1(r) \dots\dots\dots(2.14 \cdot b) \end{array} \right.$$

となり, $T=$ 無限の場合は式 (2.9) より次式となる.

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0, |x| \leq a \text{ のとき,} \\ \frac{x}{b} = \frac{2aK'}{\pi b} \left\{ E(\varphi, m) - \left(1 - \frac{E'}{K'}\right) \right\} F(\varphi, m) \\ \quad \dots\dots\dots(2.15 \cdot a) \\ y=0, a < |x| \leq \infty \text{ のとき,} \\ x/b = f_2(r) \dots\dots\dots(2.15 \cdot b) \end{array} \right.$$

全揚圧力 P および 構造物上流端まわりのモーメント M は, 式 (2.13・a) を積分して, $T=$ 有限の場合は,

$$\frac{P}{\rho g H T} = \int_{-r_1}^{-1/m} f_3(r) dr + \int_{-1}^1 f_3(r) dr + \int_{1/m}^{r_2} f_3(r) dr \dots\dots\dots(2.16)$$

$$\frac{M}{\rho g H T^2} = \int_{-r_1}^{-1/m} f_4(r) dr + \int_{-1}^1 f_4(r) dr + \int_{1/m}^{r_2} f_4(r) dr \dots\dots\dots(2.17)$$

$$\left. \begin{array}{l} f_3(r) = \frac{C_1 F(\tau, n)}{TK(n)} \frac{(r^2 - \alpha^2)}{(r^2 - \beta^2) \sqrt{(r^2 - 1)(r^2 - 1/m^2)}} \\ f_4(r) = f_3(r) \frac{(x+a+b)}{T} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(2.18 \cdot a, b)$$

と得られ, $T=$ 無限の場合は, 上式の T を b に変え, 式 (2.18・a) の右辺の $(r^2 - \beta^2)$ を省けばよい.

次に浸透流量を求める. 図-1 の ζ 平面で ξ, η 方向の流速をそれぞれ u^*, v^* とすれば, 浸出面 $B-M$ 上では $u^*=0$ で, v^* は式 (2.7) より,

$$v^*_{\eta=0} = \frac{kH}{2nK(n) \sqrt{\xi}(\xi-1)(1/n^2-\xi)}$$

となり, これを $-\infty$ から 0 まで積分して浸透流量は,

$$\frac{Q}{kH} = \frac{K(n')}{K(n)} \dots\dots\dots(2.19)$$

と得られる. 最後に, 浸出面上での動水勾配 I と平均動水勾配 \bar{I} の算定式を導く. 動水勾配は, 浸出面上で考えていることに注意して,

$$I = -\frac{H}{K(n)} \frac{\partial \Psi'}{\partial x} = \frac{iH}{K(n)} \frac{dw'}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dt} \frac{dt}{dz} \frac{dz}{\partial x} \dots\dots\dots(2.20)$$

と表わされ, $dw'/d\zeta, d\zeta/dt$ はそれぞれ式 (2.7), (2.5) より求め, dt/dz は $T=$ 有限な場合式 (2.1) より得られ結局 I は,

$$I = \frac{iH}{2C_1 K(n)} \frac{(t^2 - \beta^2)}{(t^2 - \alpha^2)} \times \sqrt{\frac{(r_1 + \delta_2)(r_2 + \delta_1)(t^2 - 1)(t^2 - 1/m^2)}{(t + r_1)(t + \delta_1)(t - r_2)(t - \delta_2)}} \dots\dots\dots(2.21)$$

となり, $T=$ 無限の場合は右辺の $(t^2 - \beta^2)$ を省けばよい. 式 (2.21) は $t=r_2, \delta_2$ が特異点であるため, このままでは浸出面上下流端の動水勾配 I_B と I_M は計算できない. しかし, 下流側矢板が B 点に一致したときの I_B は, $r_2=1/m$ となり特異点が除かれ, 次のようになる.

$$I_B = \left\{ \begin{array}{l} \frac{H}{C_1 K(n)} \frac{(m^2 \beta^2 - 1)}{(1 - m^2 \alpha^2)} \sqrt{\frac{m'^2 (r_1 + \delta_2)}{2m(1 + mr_1)(m\delta_2 - 1)}} \\ \quad (T=有限) \\ \text{上式で } (m^2 \beta^2 - 1) \text{ を } m^2 \text{ に変える } (T=無限) \end{array} \right. \dots\dots\dots(2.22)$$

ここで述べた I_M のように, ある一点での動水勾配が特異点のため得られないときは, その点を端に含むある区間内の平均動水勾配を考えてみる. 図-2 に示すように浸出面の両端より取った区間 ε ($0 < \varepsilon \leq c_2$) 内の平均動水勾配を, $B-B'$ 間で $\bar{I}_{B-\varepsilon}$, $M'-M$ 間で $\bar{I}_{M-\varepsilon}$ とすると, これらは式 (2.20) より次のように得られる.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{B-\varepsilon} &= \frac{1}{\varepsilon} \int_{a+b_2}^{a+b_2+\varepsilon} I dx \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{H}{c_2} \frac{K(n')}{K(n)} \quad (\varepsilon=c_2) \dots\dots\dots(2.23 \cdot a) \\ \frac{H}{\varepsilon} \frac{F(\tau_1, n')}{K(n)} \quad (0 < \varepsilon < c_2) \end{array} \right. \\ &\quad \dots\dots\dots(2.23 \cdot b) \end{aligned}$$

$$\bar{I}_{M-\varepsilon} = \frac{H}{\varepsilon} \frac{F(\tau_2, n')}{K(n)} \quad (0 < \varepsilon \leq c_2) \dots\dots\dots(2.24)$$

ここに,

$$\left. \begin{array}{l} \sin \tau_1 = \sqrt{\frac{(\delta_2 + r_1)(r_2^* - r_2)}{(\delta_2 - r_2)(r_2^* + r_1)}}, \\ \sin \tau_2 = \sqrt{\frac{(\delta_1 + r_2)(\delta_2 - \delta_2^*)}{(\delta_1 + \delta_2^*)(\delta_2 - r_2)}}, \\ (a+b_2+\varepsilon)/T = f_1(r_2^*) \\ (a+b_2+c_2-\varepsilon)/T = f_1(\delta_2^*) \end{array} \right\} (T=有限)$$

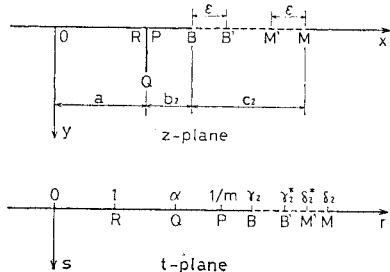


図-2 平均動水勾配の区間

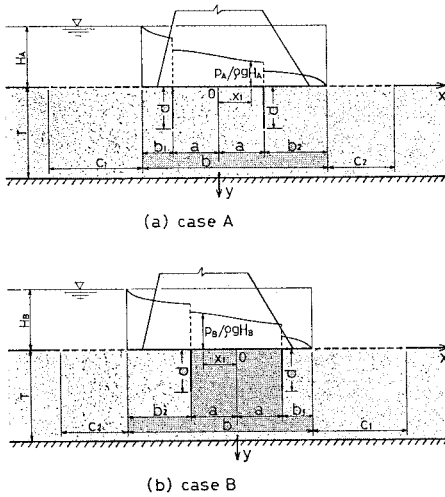


図-3 y 軸に関し互いに対称な浸透流場

$$\left. \begin{aligned} (a+b_2+\varepsilon)/b &= f_2(\gamma_2^*) \\ (a+b_2+c_2-\varepsilon)/b &= f_2(\delta_2^*) \end{aligned} \right\} (T=\infty)$$

なお、式 (2.23・a) と式 (2.19) より $Q=k\bar{I}_{B-c_2}c_2$ となり、Darcy 則を満足している。流線図を描くには、 T = 有限の場合式 (2.1), (2.5) および (2.7) を実数部・虚数部に分解し、 $t=r+is$ の値を与えて $z=x+iy$ を求め、他方同じ t の値に対し $w'=\phi'+i\psi'$ を決めればよい。

次に、浸透流場の対称性と水量との関係について検討する。図-3 に示す浸透領域は、Case A の $x \geq 0$ の範囲が Case B の $x \leq 0$ (複号同順) の範囲に y 軸に関し対称になっている。Case A, B に対する諸量に添字 A, B をつける。さて、Case A, B では a, d, T が等しいから式 (2.2・a~d) より $m_A=m_B, \alpha_A=\alpha_B, \beta_A=\beta_B, C_{1A}=C_{1B}$ となる。また、 b_1 と b_2, c_1 と c_2 が互いに入れ換わっているため式 (2.3) より $\gamma_{1A}=\gamma_{2B}, \gamma_{2A}=\gamma_{1B}, \delta_{1A}=\delta_{2B}, \delta_{2A}=\delta_{1B}$ が得られ、式 (2.6) より $n_A=n_B$ である。

よって、式 (2.19) より次の式 (2.25) が導かれ、もし $k_A H_A = k_B H_B$ ならば式 (2.26) を得る。

$$\frac{Q_A}{k_A H_A} = \frac{Q_B}{k_B H_B} \dots\dots\dots (2.25)$$

$$Q_A = Q_B \dots\dots\dots (2.26)$$

いま、構造物底辺上において、Case A の $x=x_1$ に対応する r 座標を $r=r_1$ とすれば、第 1, 2 種楕円積分は奇関数であるから、式 (2.14・a, b) より Case B の $x=-x_1$ に対応する r 座標は $r=-r_1$ となる。したがって、図-3 に示す Case A の $x=x_1$ での揚圧力 p_A と Case B の $x=-x_1$ での揚圧力 p_B は、式 (2.13・a, b) より、

$$\frac{p_A}{\rho g H_A} = \frac{F(\tau_A, n_A)}{K(n_A)}$$

$$\sin \tau_A = \sqrt{\frac{(\gamma_{1A} + \delta_{2A})(\gamma_{2A} - r_1)}{(\gamma_{1A} + \gamma_{2A})(\delta_{2A} - r_1)}}$$

$$\frac{p_B}{\rho g H_B} = \frac{F(\tau_B, n_A)}{K(n_A)}$$

$$\sin \tau_B = \sqrt{\frac{(\gamma_{2A} + \delta_{1A})(\gamma_{1A} + r_1)}{(\gamma_{2A} + \gamma_{1A})(\delta_{1A} + r_1)}}$$

と示される。ここで、 $\cot \tau_A = \sqrt{1-n_A^2} \tan \tau_B$ の関係があるので $F(\tau_A, n_A) + F(\tau_B, n_A) = K(n_A)$ となり¹⁵⁾、次の式 (2.27) が得られ、もし $H_A = H_B = H$ ならば式 (2.28) を得る。

$$\frac{p_A}{\rho g H_A} + \frac{p_B}{\rho g H_B} = 1 \dots\dots\dots (2.27)$$

$$\frac{p_A + p_B}{\rho g H} = 1 \dots\dots\dots (2.28)$$

式 (2.28) は Case A, B の揚圧力分布曲線が、揚圧力分布図の点 ($x=0, p=0.5\rho gH$) に関し互いに点対称になることを表わしており、全揚圧力の和は次のようになる。

$$P_A + P_B = \rho g H b \dots\dots\dots (2.29)$$

さらに、 $b_1=b_2, c_1=c_2$ のとき Case A と B は、構造物底辺中央 ($x=0$) に関し上下流対称な同一の浸透流場となり、その揚圧力曲線は、揚圧力分布図の中心点 ($x=0, p=0.5\rho gH$) を通り、この中心点に関し点対称となる。このとき、全揚圧力は次のように一定になる。

$$P_A = P_B = 0.5 \rho g H b \equiv P_0 \dots\dots\dots (2.30)$$

ここに、 P_0 は揚圧力分布を三角形としたときの全揚圧力、あるいは矢板がなく $T=c_1=c_2=\infty$ のときの全揚圧力である。

ところで、 $H_A = H_B = H, k_A = k_B$ のときは、図-3 の Case B の流れを左右逆にして Case A に重ね合わせると、容易に式 (2.26), (2.28), (2.30) が得られる。さらに、この結果は矢板が 2 本より多い場合にも当然適用される。しかし、 $H_A \neq H_B, k_A \neq k_B$ のときに成立する式 (2.25), (2.27) は、線形系の重ね合せによっては説明できない。

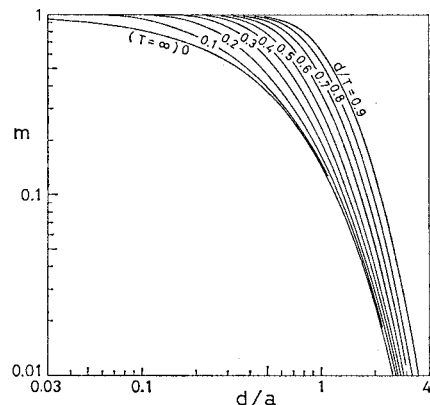


図-4 矢板 2 本に対する母数

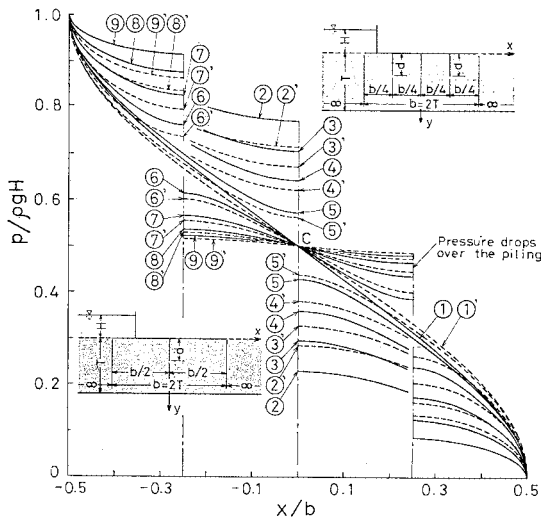


図-5 対称な浸透流場の揚圧力分布

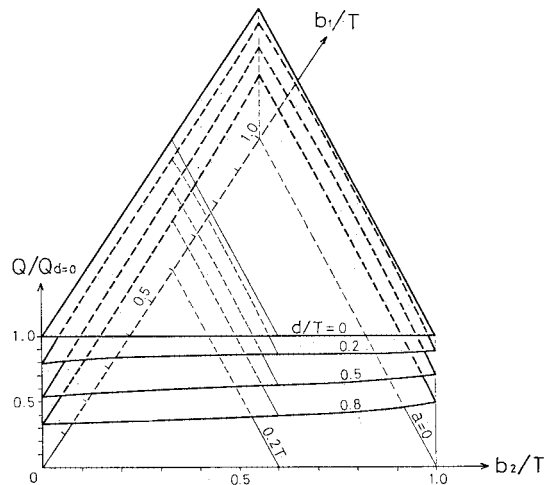
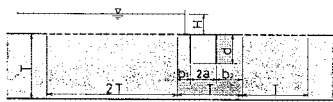
(3) 数値計算

まず、矢板が2本あるときの母数 m の値を 図-4 に示す。図-5 は $c_1=c_2=\infty$, b および矢板位置が一定で、 $x=0$ に関し上下流対称な浸透流場の揚圧力分布を示し、このときの水理量を 表-2 に示す。これより、矢板本数 (0~2 本) と矢板打込み深さ d/T ($T=\infty$ のときは d/b) の影響、さらに T が有限の場合と無限大の場合

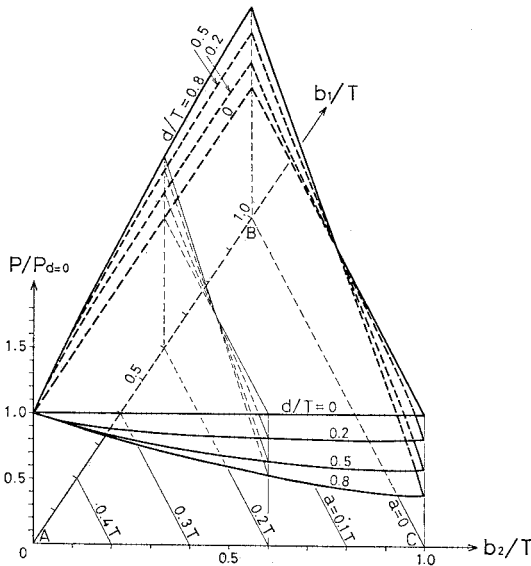
の相違がわかる。また、対称な浸透流場の特長 (揚圧力曲線は図の中心点 C を通り、 C に関し点対称で、 $P=P_0$) が確かめられる。なお、矢板1本の場合は、Chawla が導いた写像関数^{6),7)}を用いて水理量を求めている。

ところで、 P や M の計算は数値積分によらなければならないが、数値積分の誤差については、高橋・森¹⁰⁾が提案している誤差評価式が参考になる。

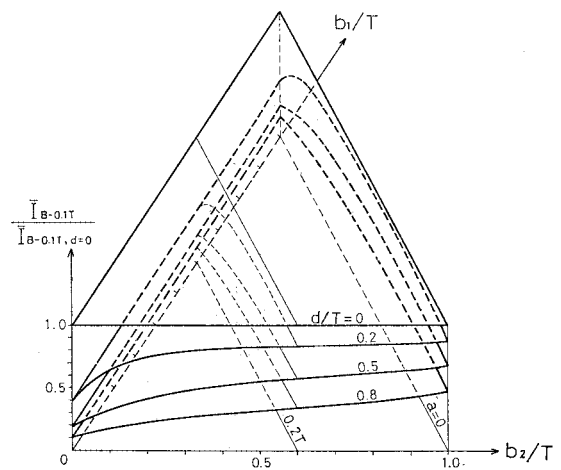
次に、 $c_1/T=2$, $c_2/T=1$, $b/T=1$ とし、矢板の本数 (0~2 本)、打込み深さおよび位置を変えたときの水理量変化を、矢板がないときの値に対し無次元で表わしたのが 図-6 (a)~(c)、図-7 である。たとえば、図-6 (a) において、 $B-C$ 線上 ($a=0$) の値が矢板1本の場合を示し、 $d/T=0$ の三角形平面は矢板がない場合で、この三角形平面と交差する曲面が矢板2本の場合である。これより Q と $\bar{I}_{B-0.1T}$ は、矢板本数を増すかあるいは打



(b) 浸透流量 ($Q_{d=0}=0.52913 \text{ kH}$)



(a) 全揚圧力 ($P_{d=0}=0.50226 \text{ pgHT}$)



(c) 平均動水勾配 ($\bar{I}_{B-0.1T, d=0}=1.9011 \text{ H/T}$)

図-6 矢板の本数 (0~2 本)、打込み深さおよび位置による水理量変化

込み深さを深くすれば、矢板位置に無関係に減少する。すなわち、クリープ長の増加による浸透流量や動水勾配の減少を示している。しかし、 P や M (モーメントの図は紙数の関係で省略) の増減には矢板位置も関係していることがわかる。ところで、矢板2本の場合、水理量を最大または最少にする矢板位置がすべて曲面の3边上 ($b_1/T=0, b_2/T=0, a=0$) にきている。そこで、この3边上における水理量変化を詳細に示したのが図-7である。

透水層の厚さを一定として、 c_1, c_2, b および平均動水勾配の区間 ε を種々変えて、水理量を最大または最小にする矢板位置を求め、最終的にまとめたのが表-3である。表-3の矢板位置の欄は、 d が一定なとき水理量を最大または最小にする矢板位置を示し、これに対する d の影響を矢板打込み深さの欄に記している。図-6, 7を描くにあたって、 d/T が大きく a/T が小さいときは、図-4からわかるように母数 m が非常に小さくなる。このような場合は、Landen 変換を何回か使い母数の大きな楕円積分や楕円関数に変換して計算を行っている^{17), 18)}。

次に、 c_1, c_2 が水理量に及ぼす影響を矢板2本の場合について示した一例が図-8(a)~(d)、図-9である。 c_2 が一定のもとで c_1 が増加すると上流側浸透面から浸透する流量が多くなるので水理量は当然増加する。図-8において c_1/T が 0.25~無限大に変化したときの平均増加量は、 P が 4.8%、 M が 5.7%、 Q が 6.1%、 I_B が 5.5% である。他方、 c_1 が一定で c_2 が増加する

表-2 図-5 の記号と水理量

矢板本数	図-5 の記号	T	d/T	d/b	$P/\rho g H b$	$M/\rho g H b^2$	Q/kH	$b\bar{I}_{B-0.1b}/H$				
0	①	有限	0	0	0.5000	0.1833	0.3470	1.6613				
	①'	∞			0.5000	0.1875	∞	1.9810				
1	②	有限	0	0.2	0.5000	0.1808	0.3388	1.6174				
	③			0.4					0.2	0.1751	0.3153	1.4938
	④			0.6					0.2	0.1676	0.2782	1.3061
	⑤			0.8					0.4	0.1588	0.2259	1.0534
	②'	∞	0	0.1	0.5000	0.1854	∞	1.9468				
	③'			0.2					0.1807	1.8538		
	④'			0.3					0.1751	1.7249		
	⑤'			0.4					0.1697	1.5827		
	2	⑥	有限	0	0.2	0.5000	0.1807	0.3289	1.5459			
		⑦			0.4					0.2	0.1759	0.2848
⑧		0.6			0.3					0.1712	0.2292	0.9910
⑨		0.8			0.4					0.1668	0.1664	0.6992
⑥'		∞	0	0.1	0.5000	0.1851	∞	1.8776				
⑦'				0.2					0.1810	1.6508		
⑧'				0.3					0.1772	1.4164		
⑨'				0.4					0.1741	1.2186		

と、下流側浸出面から浸透水が浸出しやすくなるので P, M, I_B は減少し Q は増加する。この平均増減量は、 c_2/T を 0.25~無限大まで変えた図-8では、 P が 4.8%、 M が 8.3%、 Q が 6.1%、 I_B が 92% となり、 I_B に対する c_2 の影響が特に強いことがわかる。また、図-8の例では、 c_1/T および c_2/T が 2 以上になると、 c_1/T と c_2/T を無限大とみなすことができる。平均動水勾配についても、 c_1 より c_2 の影響が強いことが図-9よりわかる。また、同図では $c_2/T \leq 0.97$ で $\bar{I}_{B-0.1T} \leq \bar{I}_{M-0.1T}$ 、 $c_2/T > 1$ で $\bar{I}_{B-0.1T} > \bar{I}_{M-0.1T}$ となっている。

表-3 水理量を最大、最小にする矢板位置と矢板打込み深さの影響

水理量の最大・最小	矢 板 位 置				矢板打込み深さ ³⁾
	矢 板 1 本	矢 板 2 本		矢板 1, 2 本	
			上流側矢板 (b_1)		下流側矢板 (b_2)
全揚圧力, モーメント	最大	下流端 ($b_2=0$)	$d \rightarrow$ 大, $b_1 \rightarrow$ 大 ¹⁾	下流端 ($b_2=0$)	大
	最小	上流端 ($b_1=0$)	上流端 ($b_1=0$)	$d \rightarrow$ 大, $b_2 \rightarrow$ 大	大
浸 透 流 量	最大	$> b_1=b/2$ より上流側 $c_1=c_2$ $b_1=b/2$ $< b_1=b/2$ より下流側	図-6 (b) の曲面内で左記の矢板1本に漸近する位置		小
	最小	$>$ 下流端 $c_1=c_2$ 上, 下流端 ²⁾ $<$ 上流端	上 流 端	下 流 端	大
平均動水勾配	最大	$d \rightarrow$ 大, $b_1 \rightarrow$ 小	図-6 (c) の曲面内で左記の矢板1本に漸近する位置		小
	最小	下 流 端	上 流 端	下 流 端	大

1) d が深くなるにつれ b_1 を大きくすることを意味する。
 2) 矢板位置が上, 下流端いずれでも同じ最少浸透流量になる。
 3) 左表に示す水理量の最大値をさらに大きく, 最小値をさらに小さくするには d をどのように変えたらよいかを示す。

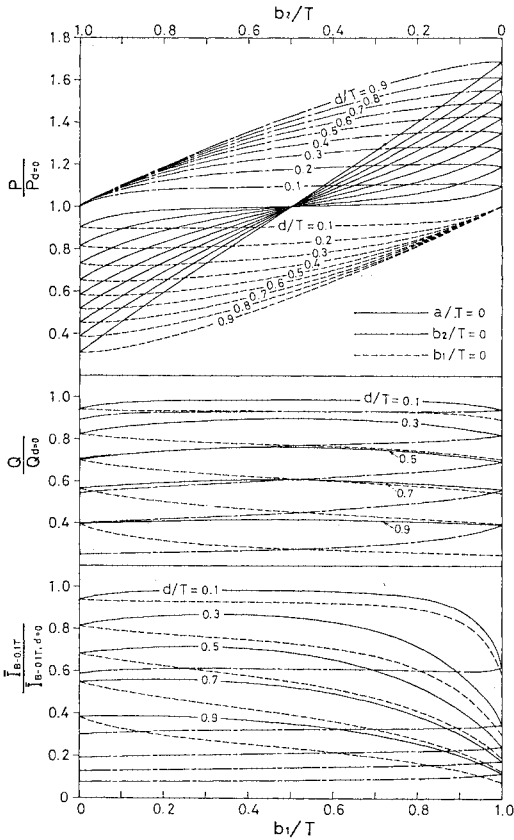


図-7 図-6 の曲面の3辺上における水量変化

これは、他の条件が一定で c_2 が小さくなると浸出面においては、下流端付近の流線が上流端付近より密になるためである。なお、ここで述べた c_1, c_2 の影響は、矢板がない場合および1本の場合も定性的に同様である。

3. 排水孔の影響

(1) Schwarz-Christoffel 変換

水理構造物底辺に排水孔があるときは、図-10 に示すようによどみ点 S が生ずる。よどみ点の位置は、排水孔内圧力 p_d とよどみ点の圧力 p_s により次のように分類され、

- (i) $p_s > p_d \dots\dots$
 S 点は排水孔より下流側, $l_2 < s < b$
- (ii) $p_s = p_d \dots\dots$
 S 点は排水孔内, $l_1 \leq s \leq l_2$
- (iii) $p_s < p_d \dots\dots$
 S 点は排水孔より上流側, $0 < s < l_1$

これに対応して、流線の概略は図-10 (i)~(iii) となる。ここに、 l_1 は構造物上流端 A より排水孔上流端

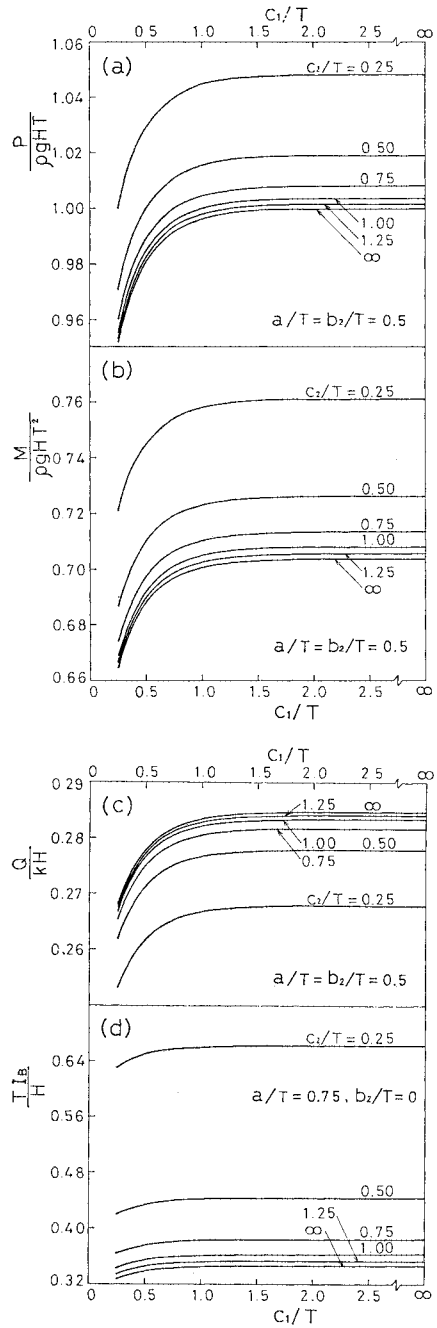


図-8 P, M, Q, I_B に対する c_1, c_2 の影響 (矢板2本, $d/T=0.4, b_1/T=0.5$)

E までの距離, s は構造物上流端よりよどみ点までの距離, $l_2 = l_1 + c$, c は排水孔の大きさである。

始めに、(i) の場合について、図-10 (i) の各点の対応のもとに、物理平面 z の浸透領域 ($y \geq 0$) を z 平面の半平面を介して、複素ポテンシャル平面 w に変換する写像関数を求めてみよう。

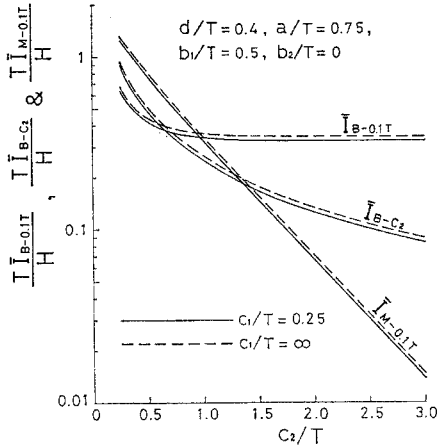


図-9 平均動水勾配に対する c_1, c_2 の影響 (矢板2本)

z 平面の浸透領域を ζ 平面の上半面に変換する関数は $\zeta = 1 - z/b$(3.1)

である。次に、 ζ 平面の上半面を w 平面の半無限多角形内部に写像する関数は、Schwarz-Christoffel 変換を使って、

$$w = C_1 \int_0^\zeta \frac{\zeta - 1 + s/b}{\sqrt{(\zeta - 1)(\zeta - 1 + l_1/b)(\zeta - 1 + l_2/b)\zeta}} d\zeta + C_2 \dots\dots\dots(3.2)$$

となる。よどみ点と排水孔の速度ポテンシャルを ϕ_s, ϕ_d 、よどみ点の流れ関数を ψ_{se} (z 平面に垂直方向の単位幅あたりの、排水孔への流入量を表わす) として、式(3.2)を B, S, F, E, A の各点の対応に適用すれば、次式が得られる。

$$C_2 = i\psi_{se} \dots\dots\dots(3.3 \cdot a)$$

$$\phi_s = iC_1 \left[\pi \left\{ \frac{F(\varphi_1, m)}{K} A_0(\theta, m) + \Omega_4(\varphi_1, \theta) \right\} - \frac{2(s-l_1)F(\varphi_1, m)}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} \right] \dots\dots\dots(3.3 \cdot b)$$

$$\phi_d = iC_1 \left[\pi \{ 1 - A_0(\xi, m) \} - \frac{2(s-l_2)K}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} \right] \dots\dots\dots(3.3 \cdot c)$$

$$\psi_{se} = 2iC_1 K' \left\{ \frac{s-l_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} - Z(\theta, m') \right\} \dots\dots\dots(3.3 \cdot d)$$

$$\frac{iC_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} = \frac{kH - \phi_d}{2(s-l_2)K + \pi\sqrt{l_2(b-l_1)}A_0(\xi, m)} \dots\dots\dots(3.3 \cdot e)$$

ここに、

$$m = \sqrt{\frac{l_1(b-l_2)}{l_2(b-l_1)}}, \sin \varphi_1 = \sqrt{\frac{l_2(b-s)}{s(b-l_2)}}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{l_1}{b}}, \sin \xi = \sqrt{l_2/b}$$

$$\pi A_0(\theta, m) = 2\{ (E-K)F(\theta, m') + KE(\theta, m') \},$$

$$\Omega_4(\varphi_1, \theta) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{2q^n}{(1-q^{2n})} \sin \frac{n\pi F(\varphi_1, m)}{K} \times \sinh \frac{n\pi F(\theta, m')}{K},$$

$A_0(\cdot)$ は Heuman のラムダ関数である。

式(3.3・b~e)より s, C_1, ψ_{se} および ϕ_s は次のようになる。

$$s = l_2 + \frac{\pi\sqrt{l_2(b-l_1)}}{2K} \left\{ 1 - A_0(\xi, m) - \frac{\phi_d}{kH} \right\} \dots\dots\dots(3.4 \cdot a)$$

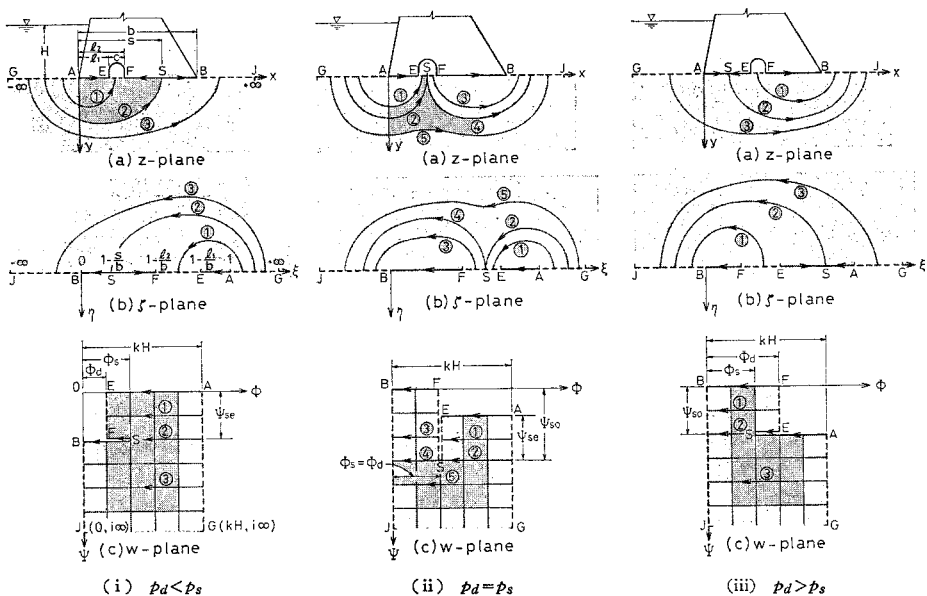


図-10 よどみ点と写像

$$= l_1 + \frac{\pi \sqrt{l_2(b-l_1)}}{2K} \left\{ A_0(\theta, m) - \frac{\Phi_d}{kH} \right\} \dots\dots\dots(3.4 \cdot b)$$

$$C_1 = -ikH/\pi \dots\dots\dots(3.5)$$

$$\frac{\Psi_{se}}{kH} = \frac{2K'}{\pi} \left\{ \frac{s-l_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} - Z(\theta, m') \right\} \dots\dots(3.6)$$

$$\frac{\Phi_s}{kH} = \frac{F(\varphi_1, m)}{K} - \frac{\Phi_d}{kH} + \Omega_4(\varphi_1, \theta) \dots\dots(3.7)$$

図-10 (ii) の写像関数は, (i) と同じ式 (3.1), (3.2) である。ただし, 式 (3.2) の未知定数は, C_1 と s が (i) と同じで, $C_2=0$ となる。排水孔への流入量 Ψ_{se} と排水孔からの流出量 Ψ_{so} は次のように示される。

$$\frac{\Psi_{se}}{kH} = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{s-l_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} - Z(\theta, m') \right\} F(\varphi_2, m') + \Omega_3'(\varphi_2, \theta) \dots\dots\dots(3.8)$$

$$\frac{\Psi_{se} - \Psi_{so}}{kH} = \frac{2K'}{\pi} \left\{ \frac{s-l_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} - Z(\theta, m') \right\} \dots\dots\dots(3.9)$$

ここに, Ω_3' は 2. で定義した Ω_3 の母数 m を補母数 m' に変えた無限級数であり,

$$\sin \varphi_2 = \sqrt{\frac{l_2(s-l_1)}{s(l_2-l_1)}}.$$

図-10 (iii) の場合も, 同様に式 (3.1), (3.2) が写像関数で, 式 (3.2) の未知定数は (ii) と同じである。 Φ_s と Ψ_{so} はそれぞれ次のように得られる。

$$\frac{\Phi_s}{kH} = \frac{\Phi_d}{kH} + \left(1 - \frac{\Phi_d}{kH} \right) \frac{F(\varphi_3, m)}{K} + \Omega_1(\varphi_3, \xi) \dots\dots\dots(3.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi_3 &= \sqrt{\frac{l_2(l_1-s)}{l_1(l_2-s)}} \\ \frac{\Psi_{so}}{kH} &= -\frac{2K'}{\pi} \left\{ \frac{s-l_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} - Z(\theta, m') \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.11)$$

なお, 式 (3.6), (3.9) および (3.11) の右辺は符号が違っただけで, Ψ_{se} と Ψ_{so} はともに正の値で算出される。

次に, 式 (3.4・a, b) より p_d を使って, よどみ点の位置を分類すると, 次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad & l_2 < s < b \text{ のとき,} \\ & p_d / (\rho g H) < 1 - A_0(\xi, m) \\ \text{(ii)} \quad & l_1 \leq s \leq l_2 \text{ のとき,} \\ & 1 - A_0(\xi, m) \leq p_d / (\rho g H) \leq A_0(\theta, m) \\ \text{(iii)} \quad & 0 < s < l_1 \text{ のとき,} \\ & A_0(\theta, m) < p_d / (\rho g H) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.12)$$

(2) 水理量の算定

a) 排水孔の位置が任意の場合

揚圧力 p は, よどみ点の位置に無関係に同一の式で表わされる。すなわち, 排水孔より上流側 $A-E$ 区間 (図-10 参照) の揚圧力は, 式 (3.2) の積分を行って,

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\rho g H} &= \frac{p_d}{\rho g H} + \left(1 - \frac{p_d}{\rho g H} \right) \frac{F(\varphi, m)}{K} + \Omega_1(\varphi, \xi) \\ \sin \varphi &= \sqrt{\frac{l_2(l_1-x)}{l_1(l_2-x)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.13 \cdot a, b)$$

を得る。同様に, 排水孔より下流側 $F-B$ 区間では,

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{\rho g H} &= \frac{F(\varphi, m)}{K} - \frac{p_d}{\rho g H} + \Omega_4(\varphi, \theta) \\ \sin \varphi &= \sqrt{\frac{l_2(b-x)}{x(b-l_2)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.14 \cdot a, b)$$

となり, 揚圧力は両式とも p_d の一次関数である。

次に, 浸出面上 (図-10 の $E-F$ 区間と $B-J$ 区間) の動水勾配は, 式 (3.1), (3.2) より,

$$I = \frac{H}{\pi} \frac{|s-x|}{\sqrt{(b-x)(l_2-x)(x-l_1)x}} \dots\dots\dots(3.15)$$

と得られ E, F, B の各点では特異点になる。そこで, これらの点から取った区間 ϵ 内の平均動水勾配を $\bar{I}_{E-\epsilon}$, $\bar{I}_{F-\epsilon}$ および $\bar{I}_{B-\epsilon}$ とすれば, 式 (3.15) を積分して次のように求められる。

$$\bar{I}_{E-\epsilon} \frac{\epsilon}{H} = \frac{2}{\pi} F(\tau_1, m') \left\{ \frac{s-l_1}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} - Z(\theta, m') \right\} + \Omega_3'(\tau_1, \theta) \dots\dots\dots(3.16)$$

$$\bar{I}_{F-\epsilon} \frac{\epsilon}{H} = \frac{2}{\pi} F(\tau_2, m') \left\{ \frac{s-l_2}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} + Z(\xi, m') \right\} - \Omega_3'(\tau_2, \xi) \dots\dots\dots(3.17)$$

$$\bar{I}_{B-\epsilon} \frac{\epsilon}{H} = \Omega_5(\tau_3, \xi) - \frac{2}{\pi} F(\tau_3, m') \left\{ \frac{s-l_2}{\sqrt{l_2(b-l_1)}} + Z(\xi, m') \right\} \dots\dots\dots(3.18)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \sin \tau_1 &= \sqrt{\frac{\epsilon l_2}{c(\epsilon+l_1)}}, \quad \sin \tau_2 = \sqrt{\frac{\epsilon(b-l_1)}{c(b+\epsilon-l_2)}} \\ \sin \tau_3 &= \sqrt{\frac{\epsilon l_2}{b(b+\epsilon-l_2)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega_5(\tau_3, \xi) &= \frac{1}{\pi} \ln \frac{\sin[\pi\{F(\xi, m') + F(\tau_3, m')\}/2K']}{\sin[\pi\{F(\xi, m') - F(\tau_3, m')\}/2K']} \\ &+ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{2q'^{2n}}{(1-q'^{2n})} \sin \frac{n\pi F(\tau_3, m')}{K'} \\ &\times \sin \frac{n\pi F(\xi, m')}{K'}. \end{aligned}$$

なお, $0 < s < l_1$ のときの $\bar{I}_{E-\epsilon}$ と $\bar{I}_{F-\epsilon}$ および $l_1 \leq s \leq l_2$ のときの $\bar{I}_{F-\epsilon}$ は, 負の数値として算出される。式 (3.16), (3.17) の ϵ を排水孔の全区間について考えると, 流入あるいは流出の平均動水勾配 \bar{I}_{ce} , \bar{I}_{co} は, 次のように得られ Darcy 則を満足している。

$$\left. \begin{aligned} l_2 < s < b \text{ のとき,} \quad & kc\bar{I}_{ce} = \Psi_{se} \\ l_1 \leq s \leq l_2 \text{ のとき,} \quad & \left\{ \begin{aligned} k(s-l_1)\bar{I}_{ce} &= \Psi_{se}, \\ k(l_2-s)\bar{I}_{co} &= \Psi_{so} \end{aligned} \right\} \\ 0 < s < l_1 \text{ のとき,} \quad & kc\bar{I}_{co} = \Psi_{so} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.19)$$

b) $b=l_1+l_2$ の場合

排水孔の中心が、構造物底辺の中心に一致する特別な場合は、 $b=l_1+l_2$ となり、水理量の算定式が簡単になる。まず、母数は、

$$m=l_1/l_2 \dots\dots\dots (3.20)$$

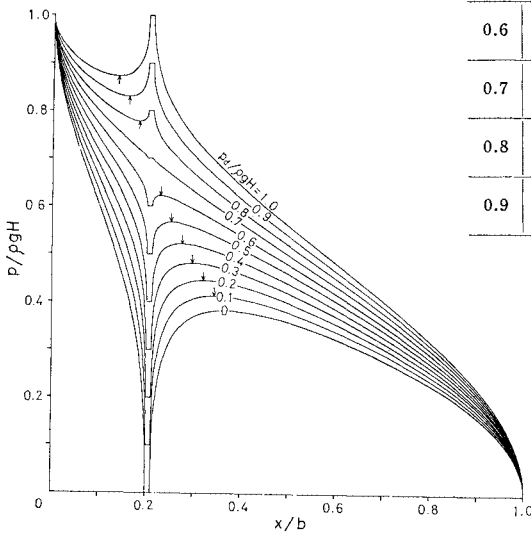
となり、 $\sin \xi = \sin \theta = \sqrt{1/(1+m)}$ 、 $A_0(\xi, m) = 0.5 + (1-m)K/\pi$ であるから、よどみ点の位置は式 (3.4*a) より、

$$s = \frac{b}{2} + \frac{\pi l_2}{4K} \left(1 - \frac{2p_d}{\rho g H} \right) \dots\dots (3.21)$$

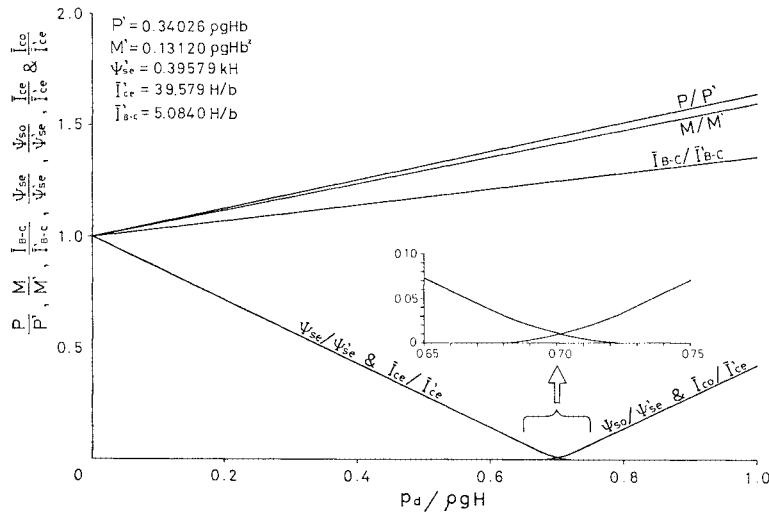
と得られる。排水孔より上流側の揚圧力は、式 (3.13*a) を導く過程で第3種楕円積分のパラメーターと母数が一致するので、次の閉じた式

表-4 $1-A_0(\xi, m)$ と $A_0(\theta, m)$ の値
(上段が $1-A_0(\xi, m)$ 、下段が $A_0(\theta, m)$)

l_1/b	c/b									
	0.001	0.002	0.006	0.01	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.20
0.05	0.851	0.846	0.831	0.820	0.790	0.745	0.707	0.673	0.643	0.520
	0.861	0.864	0.873	0.880	0.892	0.908	0.919	0.926	0.932	0.948
0.1	0.791	0.787	0.775	0.764	0.740	0.700	0.665	0.634	0.606	0.489
	0.798	0.801	0.809	0.816	0.829	0.847	0.860	0.870	0.878	0.903
0.2	0.701	0.698	0.688	0.679	0.659	0.623	0.593	0.565	0.539	0.428
	0.708	0.710	0.717	0.723	0.735	0.754	0.768	0.780	0.790	0.824
0.3	0.628	0.625	0.616	0.607	0.589	0.556	0.527	0.500	0.476	0.369
	0.633	0.635	0.642	0.648	0.659	0.678	0.693	0.705	0.716	0.755
0.4	0.561	0.559	0.550	0.542	0.523	0.492	0.464	0.438	0.414	0.308
	0.566	0.568	0.575	0.580	0.592	0.610	0.625	0.638	0.649	0.692
0.5	0.497	0.495	0.486	0.478	0.460	0.429	0.401	0.375	0.351	0.245
	0.502	0.504	0.511	0.516	0.527	0.546	0.561	0.575	0.586	0.631
0.6	0.433	0.430	0.421	0.413	0.395	0.363	0.335	0.309	0.284	0.176
	0.438	0.440	0.447	0.452	0.464	0.483	0.498	0.512	0.524	0.572
0.7	0.366	0.363	0.354	0.345	0.326	0.293	0.263	0.236	0.210	0.097
	0.371	0.373	0.380	0.386	0.398	0.418	0.434	0.448	0.461	0.511
0.8	0.292	0.289	0.278	0.269	0.248	0.212	0.180	0.150	0.122	—
	0.298	0.300	0.307	0.313	0.326	0.348	0.365	0.380	0.394	—
0.9	0.200	0.197	0.184	0.173	0.148	0.105	0.067	0.033	—	—
	0.208	0.211	0.219	0.226	0.241	0.265	0.284	0.301	—	—



(a) 揚圧力分布



(b) 水理量

図-11 p_d の影響 ($l_1/b=0.20, c/b=0.01$)

になる。

$$\frac{p}{\rho g H} = \frac{p_d}{\rho g H} + \left(1 - \frac{2p_d}{\rho g H} \right) \frac{u_1}{2K} + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left\{ (1-m) \frac{tn u_1}{dn u_1} \right\} \dots\dots (3.22)$$

ここに、 $u_1 = F(\varphi, m)$ 、 $tn u_1$ と $dn u_1$ は Jacobi の楕円関数、 φ は式 (3.13*b) で与えられる。

同様に、排水孔より下流側の揚圧力は次のようになる。

$$\frac{p}{\rho g H} = \left(\frac{2p_d}{\rho g H} - 1 \right) \frac{u_1}{2K} + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left\{ (1+m) \frac{tn u_1}{dn u_1} \right\} \dots\dots (3.23)$$

ここに、 $u_1 = F(\varphi, m)$ 、 φ は式 (3.14*b) で与えられる。式 (3.22)、(3.23) は積分が可能となり、全揚圧力 P と構造物上流端まわりのモーメント M は、

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho g H b} &= \frac{1}{2} \frac{\pi}{4(1+m)K} + \frac{1}{(1+m)} \left(m - 1 + \frac{\pi}{2K} \right) \times \frac{p_d}{\rho g H} \dots\dots (3.24) \\ \frac{M}{\rho g H b^2} &= \frac{3}{16} - \frac{1}{8(1+m)} \times \left\{ \frac{\pi}{K} - \frac{(1-m)^2}{2(1+m)} \right\} + \frac{1}{(1+m)} \left\{ \frac{2m^2-1}{4(1+m)} \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{\pi}{8K} \left\{ \frac{p_d}{\rho g H} \right\} \dots \dots \dots (3.25)$$

と得られ、両式の第1項は排水孔がないとき ($c=0$) の値を示し、第2項は排水孔を設置したための減少分、第3項は排水孔内圧力による増加分を表わしている。

排水孔の流量は、式 (3.6), (3.8), (3.9), (3.11) に式 (3.21) と $Z(\theta, m') = (1-m)/2$ を代入して次のようになる。

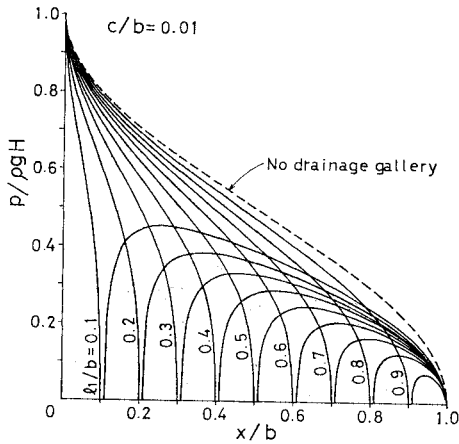
$l_2 < s < b$ のとき、

$$\frac{\Psi_{se}}{kH} = \frac{K'}{2K} \left(1 - \frac{2p_d}{\rho g H} \right)$$

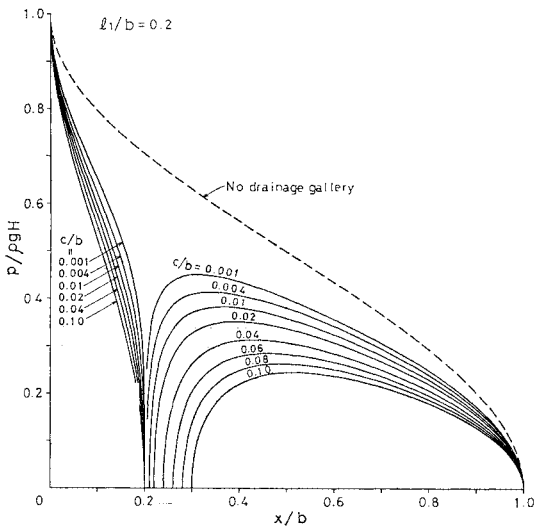
$l_1 \leq s \leq l_2$ のとき、

$$\frac{\Psi_{se}}{kH} = \frac{F(\varphi_2, m')}{2K} \left(1 - \frac{2p_d}{\rho g H} \right) + \Omega_3'(\varphi_2, \theta)$$

$$\frac{\Psi_{se} - \Psi_{so}}{kH} = \frac{K'}{2K} \left(1 - \frac{2p_d}{\rho g H} \right)$$



(a) 排水孔の位置を変えた場合



(b) 排水孔の大きさを変えた場合

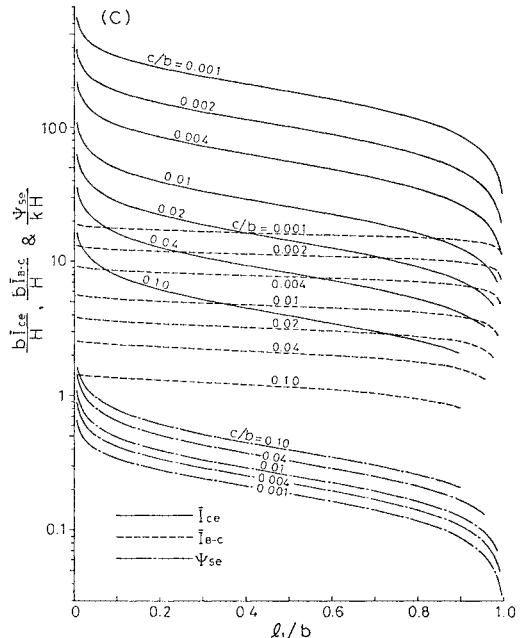
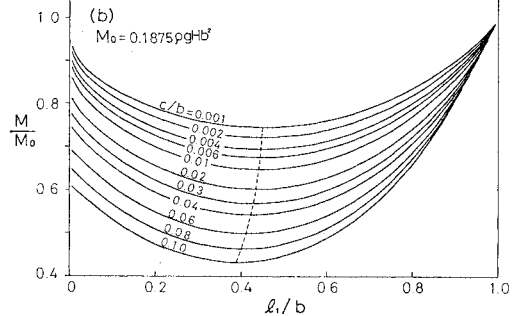
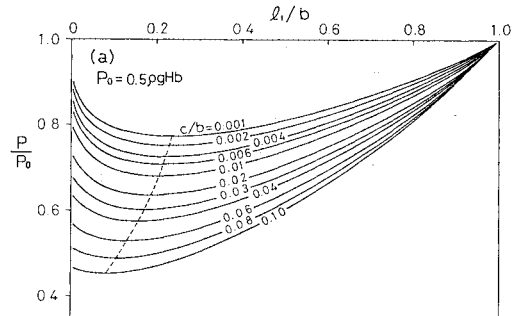
図一12 揚圧力に対する排水孔の影響 ($p_d=0$)

$0 < s < l_1$ のとき、

$$\frac{\Psi_{so}}{kH} = - \frac{K'}{2K} \left(1 - \frac{2p_d}{\rho g H} \right)$$

..... (3.26)

$\bar{I}_{E-\varepsilon}$, $\bar{I}_{F-\varepsilon}$ および $\bar{I}_{B-\varepsilon}$ については、式 (3.16), (3.17), (3.18) が多少簡単になるだけである。



(a), (b) の点線は、各 c/b の値に対する最小値を示す。

図一13 水理量に対する排水孔の影響 ($p_d=0$)

(3) 数値計算

始めに、 $1-A_0(\xi, m)$ と $A_0(\theta, m)$ の値を表-4に示す。式(3.12)より $p_d/(\rho gH)$ が既知のとき、この表を使ってよどみ点の位置がわかる。

図-11(a)は、 p_d による揚圧力分布への影響を示したもので、極値を示す点(図中の矢印の位置)がよどみ点である。 $p_d/(\rho gH)=0.7$ のときは、よどみ点が排水孔内にある。図-11(b)には、 p_d による水理量への影響を示す。水理量に'のついたものは、 $p_d=0$ を表わす。よどみ点が排水孔内にあるときの、排水孔の流量と平均動水勾配を除いて、ほかの水理量は p_d の一次関数になっている。

次に、 $p_d=0$ として、排水孔の位置および大きさの影響を、揚圧力分布に対して図-12(a),(b)に、水理量に対して図-13(a)~(c)に示す。排水孔が大きくなると当然ながら ψ_{se} が増加し、 P, M, \bar{I}_{ce} および \bar{I}_{B-c} は減少する。また、排水孔を下流側に設けるほど ψ_{se}, \bar{I}_{ce} および \bar{I}_{B-c} は減少するが、 P と M については、図中の点線のようにこれらを最少にする l_1/b が c/b に対応して存在する。なお、 P_0 と M_0 は排水孔がないときの値である。大きさが一定な排水孔の位置を下流側に移動させると、図-12(a)からわかるように、揚圧力は排水孔の上下流側でそれぞれ増加、減少する。そして、この揚圧力の増加分と減少分が等しくなった排水孔位置で P が最少値になる。また、 M を最少にする排水孔位置は、簡単な計算により P を最少にする排水孔位置より下流側にくることが確かめられる。

4. 異方性地盤

(1) 仮締切矢板

この節では、仮締切矢板まわりの浸透流場が異方性の場合を扱う。Muskat⁹⁾はこの問題を $c_1=c_2=\infty$ の場合に解いているが、動水勾配については言及していない。

図-14(a)の物理面において、 d_1 は仮締切矢板の打込み深さ、 d_2 は地盤の掘削深さで、水平および鉛直方向の透水係数を k_x, k_y とし、 $\lambda=k_x/k_y$ とする。

周知のように、物理面を $x'=x/\sqrt{\lambda}, y'=y$ と座標変換した図-14(b)の変換面 $z' (=x'+iy')$ では、等方性の扱いができる。この z' 平面の浸透領域を、図-14(b),(c)の各点の対応のもとに、 t 平面の下半面に写像する関数は、Schwarz-Christoffel変換により次式で表わされる⁹⁾。

$$\frac{\pi(z'-id_2)}{T} = \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) \ln G_1(\beta_2, t)$$

$$-\ln G_2(\beta_1, t) \dots\dots\dots(4.1)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} G_1(\beta_i, t) &= \frac{\sqrt{(\beta_i-1)(t+1)} + \sqrt{(\beta_i+1)(t-1)}}{\sqrt{(\beta_i-1)(t+1)} - \sqrt{(\beta_i+1)(t-1)}} \\ &\dots\dots\dots(i=1, 2) \\ G_2(\beta_i, t) &= \frac{\sqrt{(\beta_i+1)(t+1)} + \sqrt{(\beta_i-1)(t-1)}}{\sqrt{(\beta_i+1)(t+1)} - \sqrt{(\beta_i-1)(t-1)}} \\ &\dots\dots\dots(i=1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.2)$$

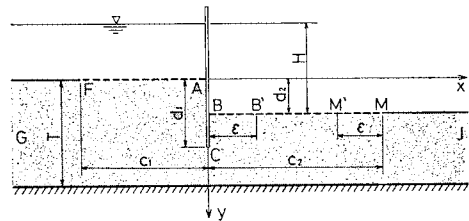
β_1 と β_2 は、 $\beta_1 = \sec \alpha_1, \beta_2 = \sec \alpha_2$ とおくと、次式より求められる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) &= \pi \left(1 - \frac{d_1}{T}\right) \\ \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} &= 1 - \frac{d_2}{T} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.3)$$

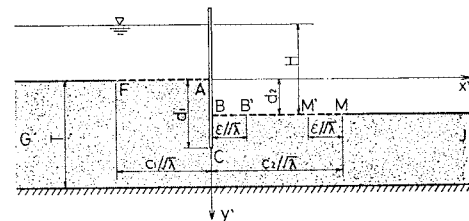
t 平面の δ_1 と δ_2 は、式(4.1)より得られる次式を逐次近似的に解けばよい。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi c_1}{T\sqrt{\lambda}} &= \ln G_1(\beta_1, \delta_1) - \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) \ln G_2(\beta_2, \delta_1) \\ \frac{\pi c_2}{T\sqrt{\lambda}} &= \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) \ln G_1(\beta_2, \delta_2) - \ln G_2(\beta_1, \delta_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.4)$$

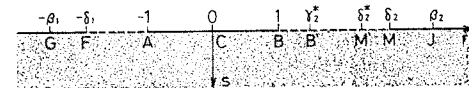
次に、図-14(c)、図-1(c),(d)の各点の対応のもとに (B', M', P, Q, R, D, E, N の各点は対応しない)、 t 平面の下半面→ z' 平面の上半面→ w' 平面の長方形内部と変換する写像関数は、式(2.5),(2.6),(2.7)より次のようになる。



(a) physical plane z



(b) distorted plane z'



(c) t-plane

図-14 仮締切矢板まわりの異方性浸透流場

$$\zeta = \frac{(1+\delta_2)(1-t)}{2(\delta_2-t)} \dots\dots\dots (4.5)$$

$$n^2 = \frac{2(\delta_1+\delta_2)}{(1+\delta_1)(1+\delta_2)} \dots\dots\dots (4.6)$$

$$w' = F(\sin^{-1}\sqrt{\zeta}, n) = sn^{-1}(\sqrt{\zeta}, n) \dots\dots\dots (4.7)$$

(2) 水理量の算定

矢板上 ($|l| \leq 1$) では、式 (4.1) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x' &= 0 \\ \frac{\pi y'}{2T} &= \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) \tan^{-1} \sqrt{\frac{(\beta_2+1)(1-t)}{(\beta_2-1)(1+t)}} \\ &\quad - \tan^{-1} \sqrt{\frac{(\beta_1-1)(1-t)}{(\beta_1+1)(1+t)}} + \frac{\pi d_2}{2T} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.8)$$

よって、矢板上の揚圧力は式 (4.8), (4.5), (4.7) より求まる。浸透流量は、変換面 z' での有効透水係数 k_e が $k_e = \sqrt{k_x k_y}$ であるから、式 (2.19) より、

$$\frac{Q}{k_e H} = \frac{K(n')}{K(n)} \dots\dots\dots (4.9)$$

となる。 c_1 と c_2 がともに無限大のとき、Muskat は Q を、

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{k_e H} &= \frac{K(n'_M)}{2K(n_M)} \\ n_M &= \frac{\cos\{(\alpha_1+\alpha_2)/2\}}{\cos\{(\alpha_1-\alpha_2)/2\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.10 \cdot a, b)$$

と示している⁵⁾。本論文では、 $c_1=c_2=\infty$ のとき $\delta_1=\beta_1$, $\delta_2=\beta_2$ なので、式 (4.6) より n は、

$$n^2 = \frac{2(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)}{(1 + \cos \alpha_1)(1 + \cos \alpha_2)}$$

となり、 $n=2\sqrt{n_M}/(1+n_M)$ であるから、式 (4.10 \cdot a) は式 (4.9) に一致する¹⁵⁾。

次に動水勾配を求めてみよう。変換面におけるフローネットの一正方形について、辺の長さを l , 損失水頭を dh , 流線が y' 軸となす角を θ とすれば、物理面の x , y 方向の動水勾配 I_x, I_y はそれぞれ、

$$I_x = \frac{dh}{l} \frac{\sin \theta}{\sqrt{\lambda}}, \quad I_y = \frac{dh}{l} \cos \theta \dots\dots\dots (4.11)$$

と表わされる²⁰⁾。浸出面 $B-M$ 上では $\theta=0$ なので、 $I_x=0$, $I_y=dh/l \equiv I$ となり、物理面と変換面の動水勾配は一致する。これより、式 (2.21) を得たときと同様に、

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi H}{2K(n)T} \frac{\beta_1}{(\beta_1+\beta_2)} \sqrt{\frac{(1+\delta_1)(1+\delta_2)}{(\beta_1^2-1)}} \\ &\quad \times \frac{(\beta_1+t)(\beta_2-t)}{t\sqrt{(\delta_1+t)(\delta_2-t)}} \dots\dots\dots (4.12) \end{aligned}$$

を得る。浸出面上流端の動水勾配 I_B は、式 (4.12) より、

$$I_B = \frac{\pi H}{2K(n)T} \frac{\beta_1(\beta_2-1)}{(\beta_1+\beta_2)} \sqrt{\frac{(\beta_1+1)(\delta_2+1)}{(\beta_1-1)(\delta_2-1)}} \dots\dots\dots (4.13)$$

となるが、浸出面下流端の動水勾配 I_M は、 $t=\delta_2$ が式 (4.12) の特異点であるため得られない。そこで、図-14(a) に示すように $B-B'$ 間と $M'-M$ 間の距離を ε とすれば、 $B-B'$ 間と $M'-M$ 間の平均動水勾配 $\bar{I}_{B-\varepsilon}$, $\bar{I}_{M-\varepsilon}$ は、

$$\bar{I}_{B-\varepsilon} = \begin{cases} \sqrt{\lambda} H \frac{K(n')}{K(n)} & (\varepsilon=c_2) \\ \frac{\sqrt{\lambda} H}{\varepsilon} \frac{F(\varphi_1, n')}{K(n)} & (0 < \varepsilon < c_2) \end{cases} \dots\dots\dots (4.14)$$

$$\bar{I}_{M-\varepsilon} = \begin{cases} \sqrt{\lambda} H \frac{K(n')}{K(n)} & (\varepsilon=c_2) \\ \frac{\sqrt{\lambda} H}{\varepsilon} \frac{F(\varphi_2, n')}{K(n)} & (0 < \varepsilon < c_2) \end{cases} \dots\dots\dots (4.15)$$

ここに、

$$\sin \varphi_1 = \sqrt{\frac{(\delta_2+1)(r_2^*-1)}{(\delta_2-1)(r_2^*+1)}}$$

$$\sin \varphi_2 = \sqrt{\frac{(\delta_1+1)(\delta_2-\delta_2^*)}{(\delta_2-1)(\delta_1+\delta_2^*)}}$$

$$\frac{\pi \varepsilon}{T\sqrt{\lambda}} = \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) \ln G_1(\beta_2, r_2^*) - \ln G_2(\beta_1, r_2^*),$$

$$\frac{\pi(c_2-\varepsilon)}{T\sqrt{\lambda}} = \left(1 - \frac{d_2}{T}\right) \ln G_1(\beta_2, \delta_2^*) - \ln G_2(\beta_1, \delta_2^*)$$

と得られる。なお、物理面において浸出面上の透水係数が k_y であることに注意して、式 (4.9) と式 (4.14) より Darcy 則 $Q=k_y \bar{I}_{B-c_2} c_2$ が導かれる。

(3) 数値計算

始めに、図-15 は d_1 と d_2 が I_B に与える影響を示した一例で、掘削深さが増したり、矢板の打込み深さが浅くなると I_B が増加することが確かめられる。 $d_1=d_2$ のときは B 点が特異点となり I_B は求まらない。浸透流量に対する d_1 と d_2 の影響については、文献 5) を参照されたい。

次に、 c_1 と c_2 の影響を検討すると、図は省略するが、矢板 2 本の場合と同様に c_1/T , c_2/T がある値以上になると、 c_1, c_2 を無限大とみなすことができる。ただし、 $c_2 \rightarrow \infty$ で $\bar{I}_{M-\varepsilon} \rightarrow 0$ となるので $\bar{I}_{M-\varepsilon}$ に対する c_2 は除く。

図-16 は λ の影響を示したもので、 λ が増すにつれ、当然ながら I_B, Q は増加している。

最後に、図-17 は $c_1/T=2, c_2/T=1, d_2/d_1=1/4$ の条件で、平均動水勾配 $\bar{I}_{B-\varepsilon}$ と $\bar{I}_{M-\varepsilon}$ の大小関係を表わした図である。図の使い方は『 ε/T の値に対し一本の曲線が決まり (A 曲線とする)、 λ と d_1/T の値より図中に一点が定まる (B 点とする)。そして、次のように判

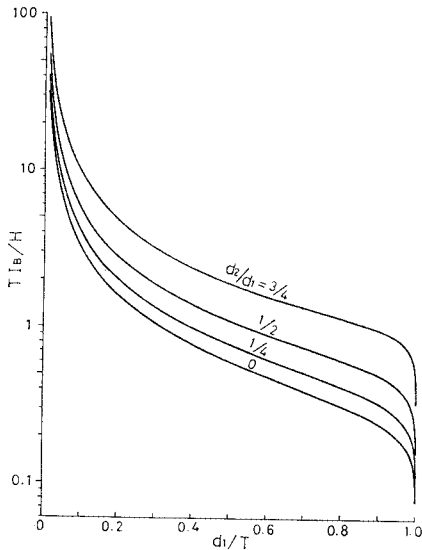


図-15 I_B に対する d_1, d_2 の影響 ($\lambda=1, c_1=c_2=\infty$)

定すればよい。

- (イ) B 点が A 曲線より原点側の範囲にあるとき, $\bar{I}_{B-\epsilon} > \bar{I}_{M-\epsilon}$
- (ロ) B 点が A 曲線上にあるとき, $\bar{I}_{B-\epsilon} = \bar{I}_{M-\epsilon}$
- (ハ) (イ) と逆に, B 点が A 曲線より右上方の範囲にあるとき, $\bar{I}_{B-\epsilon} < \bar{I}_{M-\epsilon}$

たとえば, 図中の P_1, P_2, P_3 の各点においては,
 $P_1 \dots \dots \lambda=1, d_1/T=0.1$ のとき,

$$\epsilon/T=0.01 \sim 0.99 \text{ に対し, } \bar{I}_{B-\epsilon} > \bar{I}_{M-\epsilon}$$

$P_2 \dots \dots \lambda=2, d_1/T=0.35$ のとき,

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon/T=0.01 \sim 0.1, 0.90 \sim 0.99 \text{ に対し,} \\ \bar{I}_{B-\epsilon} < \bar{I}_{M-\epsilon} \\ \epsilon/T=0.15 \sim 0.85 \text{ に対し, } \bar{I}_{B-\epsilon} > \bar{I}_{M-\epsilon} \end{array} \right.$$

$P_3 \dots \dots \lambda=4, d_1/T=0.4$ のとき,

$$\epsilon/T=0.01 \sim 0.99 \text{ に対し, } \bar{I}_{B-\epsilon} < \bar{I}_{M-\epsilon}$$

となる。なお, $\epsilon/T=\alpha$ ($0 < \alpha < 1$) と $\epsilon/T=1-\alpha$ に対する曲線は同一である。

任意の ϵ/T に対し, λ をある値に固定し d_1/T を増していくと, ある d_1/T の値以上で $\bar{I}_{M-\epsilon} \geq \bar{I}_{B-\epsilon}$ となる。逆に, d_1/T をある値に固定し λ を増していくと, ある λ の値以上で $\bar{I}_{M-\epsilon} \geq \bar{I}_{B-\epsilon}$ となる。この原因は, 他の条件を一定にして λ を増すと流線図は扁平になり, 流線の範囲が下流側に延びていき, その結果, 浸出面付近の流線図は, B 点近傍より M 点近傍で密になるからである。他の条件が一定のもとで, d_1/T を増加した場合にも流線が下流側に延びていき, 同様の結果になる。

この $\bar{I}_{M-\epsilon} \geq \bar{I}_{B-\epsilon}$ の状態では, 浸出面下流端付近に

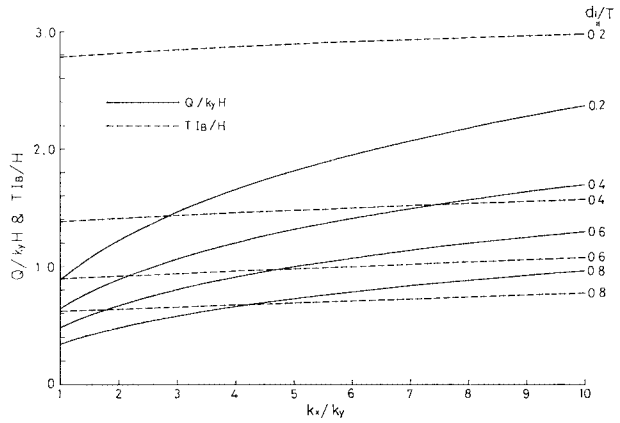


図-16 $\lambda=k_x/k_y$ の影響 ($c_1/T=2, c_2/T=1, d_2/d_1=0.5$)

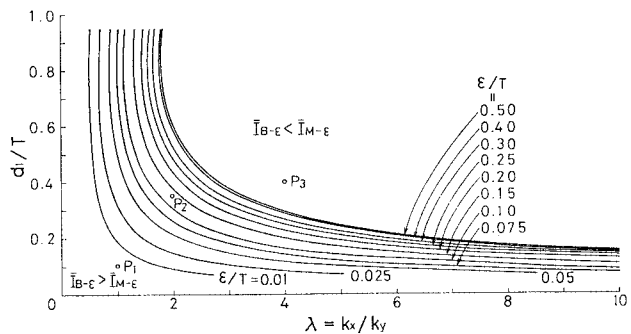


図-17 $\bar{I}_{B-\epsilon}$ と $\bar{I}_{M-\epsilon}$ との大小 ($c_1/T=2, c_2/T=1, d_2/d_1=0.25$)

おいても, クイックサンドやパイピングに対する安定性を考慮する必要がある。

5. 結 論

以上, 水理構造物基礎の浸透流を Schwarz-Christoffel 変換と一次変換の写像関数を用いて解析的に解き, 楕円積分や楕円関数を使用して, 各種水理量に対する

- (i) 矢板の本数 (0~2 本), 位置, 打込み深さの影響
- (ii) $c_1, c_2, k_x/k_y$ の影響
- (iii) 排水孔の圧力, 位置, 大きさの影響

を述べた。これらの中で, 特に興味ある結果をまとめれば, 次のようにいえよう。

(1) 矢板が 2 本以下の場合に対し, P, M, Q および $\bar{I}_{B-\epsilon}$ の各水理量を最大, 最小にする矢板位置を求めた。特異点のために, ある一点での動水勾配が得られないときは, 平均動水勾配が有効である。

(2) 矢板が 2 本以下の場合, c_2 が増加すれば, 全揚圧力, モーメントおよび動水勾配は減少し, 浸透流量は増加する。逆に, c_1 が増加すれば, これらの水理量は増加する。これらの中で, 動水勾配に対する c_2 の影響が

特に大きい。さらに、 c_1, c_2 が増加してある値以上になれば、 $c_1 \rightarrow \infty, c_2 \rightarrow \infty$ ($\bar{I}_{M-\varepsilon}$ に対する c_2 は除く) とみなすことができる。

(3) 排水孔がある場合、よどみ点が排水孔より上流側、下流側あるいは排水孔内のいずれに位置するかは、式 (3.12) によって判別される。 P や M を最小にする排水孔位置は、排水孔の大きさに対応して決まる。また、排水孔が構造物底辺の中央に位置する場合は、動水勾配を除く他の水理量の算定式が非常に簡単になる。

(4) k_x/k_y の増加、矢板の打込み深さの増加あるいは c_2 の減少により、 $\bar{I}_{M-\varepsilon}$ が $\bar{I}_{B-\varepsilon}$ より大きくなりやすい。

今後の課題としては、表-1 に示す等角写像による解析解が不可能な浸透流場や3次元の場に対しても、上記(2)~(4)が適用できるかを確かめることである。このためには、種々の数値解析が考えられるが、筆者は、特に3次元問題²¹⁾に有効な自動要素分割による半解析的有限要素法を使う考えである。

最後に、本研究を遂行するにあたり、特に平均動水勾配に関し有益なご助言をいただいた北海道大学工学部能町純雄教授に謝意を表します。なお、数値計算には北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 を利用し、特に第 1, 2 種楕円積分のサブルーチンではライブラリー開発の援助を受けたことを付記します。

参 考 文 献

- 1) Weaver, W.: Uplift pressure on dams, *Journal of Math. Phys.*, Vol. 11, No. 114, pp. 114~145, 1932.
- 2) Pavlovsky, N.N.: Motion of Water under Dams, *Trans. First Congress on Large Dams, Stockholm*, pp. 179~192, 1935.
- 3) Muskat, M.: *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*, McGraw-Hill, 1937.
- 4) Polubarinova-Kochina, P.Ya.: *Theory of Ground*

Water Movement, Princeton Univ. Press, 1962.

- 5) 前出 3), pp. 221~227.
- 6) Garg, S.P. and A.S. Chawla: Stability of structures on permeable foundations, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 95, No. HY 4, July, pp. 1095~1108, 1969.
- 7) Chawla, A.S.: Boundary effects on stability of structures, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol. 98, No. HY 9, Sept., pp. 1557~1573, 1972.
- 8) 嶋 祐之: 堤体下部への浸透流に関する不浸透層の影響, *土木学会誌*, Vol. 36, No. 3, pp. 5~9, 1951-3.
- 9) 本間 仁・浜田徳一: 浸透性基礎の地下水流と揚圧力について, *土木学会誌*, Vol. 30, No. 2, p. 133, 1944-2.
- 10) Brahtz, J.H.A.: Pressures due to Percolating Water and Their Influence upon Stresses in Hydraulic Structures, *Trans. Second Congress on Large Dams, Washington*, pp. 43~71, 1936.
- 11) 丹羽義次: 揚圧力に関する研究, *土木学会誌*, Vol. 36, No. 9, pp. 11~15, 1951-9.
- 12) 上田年比古・杉尾 哲: 溝水部が三箇所ある領域の浸透流の解析, *九大工学集報*, Vol. 43, No. 3, pp. 317~323, 1970-6.
- 13) Terzaghi, K. and R.B. Peck: *Soil Mechanics in Engineering Practice*, John Wiley and Sons, 1967.
- 14) 米国内務省開拓局編(日本大ダム会議訳): *ダムの計画と設計*, 日本大ダム会議, 1966.
- 15) Byrd, P.F. and M.D. Friedman: *Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists*, Springer-Verlag, 1971.
- 16) 佐々木達次郎: 等角写像の応用, *現代工学社*, pp. 208~213, 1974.
- 17) Bateman, H.: *Higher Transcendental Function*, Vol. II, McGraw-Hill, 1953.
- 18) Abramowitz, M. and I.A. Stegun: *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, pp. 569~600, 1968.
- 19) 森 正武: *数値解析と複素関数論*, 筑摩書房, 1975.
- 20) Scott, R.F.: *Principles of Soil Mechanics*, Addison Wesley, 1963.
- 21) 土木学会岩盤力学委員会編: *土木技術者のための岩盤力学*, 土木学会, pp. 244~246, 1975.

(1977.3.1・受付)