

多くの不規則要因で構成される構造部材の 確率過程論による信頼性解析*

RELIABILITY ANALYSIS OF STRUCTURAL MEMBERS COMPOSED
OF SEVERAL RANDOM ELEMENTS WITH THEORY
OF STOCHASTIC PROCESSES

高岡 宣善**・白木 渡***・山根 和弘****

By Nobuyoshi TAKAOKA, Wataru SHIRAKI and Kazuhiro YAMANE

1. ま え が き

多くの場合、構造物に作用する荷重ならびに構造物の強度は、構造物の耐用期間中に時間に関して不規則に変動する確率過程である。それゆえに、構造物の信頼度は、時間の経過に伴って変化する。ところが、構造物の強度および作用荷重を確率変数として扱う、従来のいわゆる静的信頼性理論では、構造物の信頼度の時間経過に伴う変化は考慮できない。そこで、このような信頼度の経時変化を考慮するために、最近、確率過程論を用いた構造物の信頼性解析が行われるようになってきた^{1)~4)}。著者らも、静定構造物の信頼性解析を確率過程論を用いて行った⁵⁾。

ところで、以上のような研究では、単一材料からなる構造部材について解析を行っている。しかし、実際には鉄筋コンクリート構造物のように、その部材が鉄筋とコンクリートという変動性の異なる 2 つの材料から構成されている場合^{6)~7)}や、圧縮部材のように、材料の降伏点応力、細長比、初期たわみが不規則変数である場合⁸⁾など、部材強度が多くの不規則要因から構成されている場合がある。そして、一般に部材強度は、これらの不規則変数の関数として与えられる。荷重についても、風荷重が風速の関数として与えられるように、不規則変数の関数となる場合が考えられる。以上のような場合には、問題が多変数問題になる。このような場合にも、構造物の信頼性をよりの確に評価しようとするれば、それらの不規則要因を確率過程として扱う必要が生じてくる。

以上のような点を考慮して、本論文では荷重および強度が不規則性を有する多くの要因から構成され、それら

の要因が確率過程である場合の構造部材の信頼性解析を行う。まず、個々の不規則要因が任意の確率分布に従う場合の破壊確率の算定式を誘導し、特別な場合として、それらの要因が正規確率過程である場合の式を示した。次に、これらの式を実際の問題に適用するために、土木構造物によく用いられる単鉄筋長方形ばりの信頼性の問題を取り上げ、数値計算を行った。単鉄筋長方形ばりの強度の不規則性を構成する要因としては、比較的データの収集されている鉄筋およびコンクリートの材料強度のばらつきについて考え、寸法のばらつき、応力-ひずみ関係におけるばらつき、施工時のばらつきなどについては考慮しない。

数値計算は、鉄筋およびコンクリートの各材料強度を正規確率変数とし、一方、荷重を正規定常確率過程とした場合について行い、破壊確率の時間的な変化を調べるとともに、個々の不規則要因の変動性、中央安全率、鉄筋比の破壊確率に及ぼす影響について考察した。

2. 種々の不規則要因からなる部材の信頼性

(1) 一般的な場合の破壊確率の算定

一般に、部材強度 $R(t)$ および作用荷重 $S(t)$ は、時間の経過とともに不規則に変動する確率過程であると考えられる。この場合には、不等式 $R(t) < S(t)$ が満されることをもって部材の破壊と考えることにする。いま、「強度の余裕」とよばれる新たな確率過程 $Z(t) = R(t) - S(t)$ を導入すれば、部材の破壊という事象は、Fig. 1 に示すように確率過程 $Z(t)$ が正領域から負領域へ閾値横断を行うことであるとも考えられる。この場合の超過確率の時間密度 $p_{-}(0|t)$ は次式で与えられる^{1), 2), 14)}。

$$p_{-}(0|t) = - \int_{-\infty}^0 f(0, \dot{z}|t) \dot{z} d\dot{z} \dots\dots\dots (1)$$

* 第 31 回土木学会年次学術講演会, I-225 で一部発表。

** 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学教室

*** 正会員 工修 鳥取大学助手 工学部土木工学教室

**** 正会員 工修 パシフィック・コンサルタンツ(株)

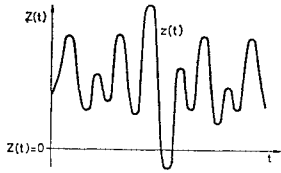


Fig. 1 Threshold-crossing of Sample Function $z(t)$

ここに、 $f_z(z|t)$ は、与えられた時点 $t=t$ における $Z(t)$ とその導関数 $\dot{Z}(t) = dZ(t)/dt$ との同時確率密度である。

強度の劣化の本質からして、確率過程 $R(t)$ は非定常であり、したがって、強度の余裕 $Z(t)$ も非定常な確率過程となる。ところが、超過という事象はごくまれに、かつごく短時間だけ作用する異常な大きさの荷重によって引き起されるものであるから、超過の速度 $\dot{Z}(t)$ の時間的変動は、 $R(t)$ および $Z(t)$ の時間的変動に比べて非常に速い。この場合には、同一時点 $t=t$ において近似的に $Z(t)$ と $\dot{Z}(t)$ とは互いに独立な確率変数と考えられるので、式 (1) は次のように書きかえられる^{1),2)}。

$$\begin{aligned}
 p_-(0|t) = & - \int_{D_{x_1}} \dots \int_{D_{x_n}} f_x(\psi_r, x_2, \dots, x_n|t) \left| \frac{\partial \psi_r}{\partial r} \right| f_y(\psi_s, y_2, \dots, y_m|t) \left| \frac{\partial \psi_s}{\partial s} \right| dx_2 \dots dx_n dy_2 \dots dy_m ds \\
 & \times \int_{-\infty}^0 \dot{z} \int_{D_{x_2}} \dots \int_{D_{x_n}} f_{x\dot{x}}(\psi_r, x_2, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n|t) \left| \frac{\partial \psi_r}{\partial r} \right| \\
 & \times f_{y\dot{y}}(\psi_s, y_2, \dots, y_m, \dot{y}_1, \dots, \dot{y}_m|t) \left| \frac{\partial \psi_s}{\partial s} \right| dx_2 \dots dx_n d\dot{x}_1 \dots d\dot{x}_n dy_2 \dots dy_m d\dot{y}_1 \dots d\dot{y}_m ds d\dot{z}
 \end{aligned} \tag{4}$$

ここに、 $f_x(x_1, x_2, \dots, x_n|t)$ 、 $f_y(y_1, y_2, \dots, y_m|t)$ 、 $f_{x\dot{x}}(x_1, x_2, \dots, x_n, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_n|t)$ 、および $f_{y\dot{y}}(y_1, y_2, \dots, y_m, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dots, \dot{y}_m|t)$ は、それぞれ同一時点 $t=t$ における (X_1, X_2, \dots, X_n) 、 (Y_1, Y_2, \dots, Y_m) 、 $(\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_n)$ および $(\dot{Y}_1, \dot{Y}_2, \dots, \dot{Y}_m)$ の同時確率密度、 ψ_r および ψ_s は、それぞれ φ_r および φ_s の x_1 および y_1 に関する逆関数、 $\psi_{\dot{r}}$ および $\psi_{\dot{s}}$ は、それぞれ次の関数形

$$\begin{aligned}
 \dot{R}(t) = \dot{R} = & \varphi_r(X_1, X_2, \dots, X_n, \dot{X}_1, \dot{X}_2, \dots, \dot{X}_n|t), \\
 \dot{S}(t) = \dot{S} = & \varphi_s(Y_1, Y_2, \dots, Y_m, \dot{Y}_1, \dot{Y}_2, \dots, \dot{Y}_m|t).
 \end{aligned} \tag{5}$$

で与えられる φ_r および φ_s の逆関数、 $D_{x_2}, \dots, D_{x_n}, D_{y_2}, \dots, D_{y_m}$ は、それぞれ $X_2(t) = X_2, \dots, S(t) = S, \dot{S}(t) = \dot{S}$ の積分領域である。

構造物が十分な安全性を有するためには、 $Z(t)$ の期待値 $\bar{z}(t)$ が $Z(t)=0$ から十分離れた正の値であって、超過がまれな事象となるものでなければならない。この場合には、超過の現象はポアソン分布で近似でき、時刻 t における部材の破壊の全確率 $\hat{P}_f(t)$ は次のようになる。

$$\hat{P}_f(t) = 1 - \{1 - F_z(0)\} \exp \left[- \int_0^t p_-(0|t) dt \right] \tag{6}$$

ここに、 $F_z(0)$ は、時点 $t=0$ において $Z(t)$ が 0 という値を超過する確率、すなわち部材が最初から破壊する

$$p_-(0|t) = -f_z(0|t) \int_{-\infty}^0 \dot{z} f_z(\dot{z}|t) d\dot{z} \dots \tag{2}$$

ここに、 $f_z(z|t)$ および $f_{\dot{z}}(\dot{z}|t)$ は、それぞれ $t=t$ における $Z(t)$ および $\dot{Z}(t)$ の確率密度である。

さて、部材の強度 $R(t)$ および作用荷重 $S(t)$ が、それぞれ多くの不規則要因の関数として与えられる場合を考える。強度 $R(t)$ の不規則要因を $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ とし、荷重 $S(t)$ の不規則要因を $Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t)$ とすると、 $R(t)$ および $S(t)$ は同一時点 $t=t$ において $X_1(t) = X_1, \dots, X_n(t) = X_n$ および $Y_1(t) = Y_1, \dots, Y_m(t) = Y_m$ の関数として次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
 R(t) = R = & \varphi_r(X_1, X_2, \dots, X_n), \\
 S(t) = S = & \varphi_s(Y_1, Y_2, \dots, Y_m),
 \end{aligned} \tag{3}$$

そうすると、この場合の超過確率の時間密度は、不規則変数の関数の分布法則を用いて次式で与えられる。

確率で、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 F_z(0) = & \int_{-\infty}^0 \int_{D_{x_2}} \dots \int_{D_{x_n}} f_x(\psi_r, x_2, \dots, x_n|0) \\
 & \times \left| \frac{\partial \psi_r}{\partial r} \right| f_y(\psi_s, y_2, \dots, y_m|0) \\
 & \times \left| \frac{\partial \psi_s}{\partial s} \right| dx_2 \dots dx_n dy_2 \dots dy_m ds dz
 \end{aligned} \tag{7}$$

また、耐用期間 T における部材の全破壊確率を Q とすると、

$$Q = \hat{P}_f(T) = 1 - \{1 - F_z(0)\} \exp \left[- \int_0^T p_-(0|t) dt \right] \tag{8}$$

(2) 線形近似理論の導入

(1) で誘導した破壊確率の算定式は、強度および荷重の不規則要因が任意の分布形を有する確率過程である場合に適用できる。しかし、超過確率の時間密度 $p_-(0|t)$ の算定式 (4) を見てもわかるように、この値を実際に求めることは非常に困難である。この式を用いて $p_-(0|t)$ を計算するためには、時点 $t=t$ における不規則要因とその導関数との同時確率密度を与えなければならない。この同時確率密度を決定するためには多大な統計データが必要である。また、分布形が与えられたとしても、実際に超過確率の時間密度を求めるためには、式 (4) の

多重積分を行わなければならない。不規則要因の数が多くなればなるほど積分の回数が多くなり、解析的に求めることは不可能になる。

以上のような理由から、近似的に構造物の信頼性を評価する方法として、A.H.S. Ang⁹⁾ らによって提案されている線形近似理論 (Linear Statistical Approximation)¹⁰⁾ を導入する。この方法によれば、破壊確率を計算するのに2次モーメントまでを用い、積分を行う必要がないので計算が比較的簡単となる。このため、この方法は設計の段階に確率論を導入する目的で最近、米国において研究が進められている¹¹⁾。しかし、いままでの理論では強度および荷重の不規則要因をすべて確率変数として扱っており、構造物の信頼度の時間的変化は考慮されていない。そこで以下において、線形近似理論を確率過程の場合に拡張し、信頼度の時間的変化を考慮する方法について述べる。

いま、部材の強度 $R(t)$ および作用荷重 $S(t)$ が、時点 $t=t$ において式 (3) の関数関係で与えられているものとする。 $R(t)$ および $S(t)$ をそれぞれの不規則要因の期待値 $X_i(t)=\bar{x}_i(t), \dots, X_n(t)=\bar{x}_n(t)$ および $Y_i(t)=\bar{y}_i(t), \dots, Y_m(t)=\bar{y}_m(t)$ のまわりにテーラー展開し、線形項だけをとると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} R(t) &\doteq \varphi_r(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), \dots, \bar{x}_n(t)) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \{X_i(t) - \bar{x}_i(t)\} \cdot \left(\frac{\partial \varphi_r}{\partial x_i}\right)_{x_i=\bar{x}_i(t)} \\ S(t) &\doteq \varphi_s(\bar{y}_1(t), \bar{y}_2(t), \dots, \bar{y}_m(t)) \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \{Y_j(t) - \bar{y}_j(t)\} \cdot \left(\frac{\partial \varphi_s}{\partial y_j}\right)_{y_j=\bar{y}_j(t)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

この式において、確率過程 $X_i(t)$ および $Y_j(t)$ を確率変数でおきかえれば、A.H.S. Ang らの線形近似式⁹⁾ に一致する。

式 (9) を考慮すれば、確率過程 $R(t)$ および $S(t)$ の期待値 $\bar{r}(t)=\mathbf{E}[R(t)]$ および $\bar{s}(t)=\mathbf{E}[S(t)]$ 、自己相関関数 $K_r(t_1, t_2)=\mathbf{E}[\{R(t_1)-\bar{r}(t_1)\}\{R(t_2)-\bar{r}(t_2)\}]$ および $K_s(t_1, t_2)=\mathbf{E}[\{S(t_1)-\bar{s}(t_1)\}\{S(t_2)-\bar{s}(t_2)\}]$ 、分散 $\sigma_r^2(t)=K_r(t, t)$ および $\sigma_s^2(t)=K_s(t, t)$ は、それぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{r}(t) &= \varphi_r(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t), \dots, \bar{x}_n(t)), \\ \bar{s}(t) &= \varphi_s(\bar{y}_1(t), \bar{y}_2(t), \dots, \bar{y}_m(t)), \\ K_r(t_1, t_2) &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n g_i(t_1) g_k(t_2) K_{x_i x_k}(t_1, t_2), \\ K_s(t_1, t_2) &= \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m h_j(t_1) h_l(t_2) K_{y_j y_l}(t_1, t_2), \\ \sigma_r^2(t) &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n g_i(t) g_k(t) K_{x_i x_k}(t, t), \\ \sigma_s^2(t) &= \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m h_j(t) h_l(t) K_{y_j y_l}(t, t). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

上式中、 $K_{x_i x_k}(t_1, t_2)$ および $K_{y_j y_l}(t_1, t_2)$ は、それぞれ $X_i(t)$ と $X_k(t)$ および $Y_j(t)$ と $Y_l(t)$ との相互相関関数であり、次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} K_{x_i x_k}(t_1, t_2) &= \mathbf{E}[\{X_i(t_1) - \bar{x}_i(t_1)\}\{X_k(t_2) - \bar{x}_k(t_2)\}], \\ K_{y_j y_l}(t_1, t_2) &= \mathbf{E}[\{Y_j(t_1) - \bar{y}_j(t_1)\}\{Y_l(t_2) - \bar{y}_l(t_2)\}]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

また、 $g_i(t)$ および $h_j(t)$ は、それぞれ次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} g_i(t) &= \left(\frac{\partial \varphi_r}{\partial x_i}\right)_{x_i=\bar{x}_i(t)}, \\ h_j(t) &= \left(\frac{\partial \varphi_s}{\partial y_j}\right)_{y_j=\bar{y}_j(t)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

特に、それぞれの不規則要因が互いに非相関である場合には、式 (10) の $K_r(t_1, t_2)$ および $K_s(t_1, t_2)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_r(t_1, t_2) &= \sum_{i=1}^n g_i(t_1) g_i(t_2) K_{x_i}(t_1, t_2), \\ K_s(t_1, t_2) &= \sum_{j=1}^m h_j(t_1) h_j(t_2) K_{y_j}(t_1, t_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $K_{x_i}(t_1, t_2)$ および $K_{y_j}(t_1, t_2)$ は、それぞれ $X_i(t)$ および $Y_j(t)$ の自己相関関数である。

(3) 正規定常確率過程の場合の破壊確率の算定

まず、部材の強度 $R(t)$ および作用荷重 $S(t)$ の各不規則要因が正規定常確率過程で、互いに非相関である場合を考える。 $R(t)$ および $S(t)$ が式 (9) のように各不規則要因の一次結合で表わされているとする。この場合には、確率過程 $Z(t)$ もまた正規定常確率過程となり、時点 $t=t$ での $Z(t)$ の確率密度 $f_z(z|t)$ は次式となる。

$$f_z(z|t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(z-\bar{z})^2}{2\sigma_z^2}\right] \dots\dots (14)$$

ここに、 \bar{z} および σ_z^2 は、それぞれ $Z(t)$ の期待値および分散である。定常過程の場合には、期待値および分散は時間に無関係となり、 \bar{z} および σ_z^2 は式 (10) および (13) を考慮すれば次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} &= \varphi_r(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) - \varphi_s(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m) \\ \sigma_z^2 &= \sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{j=1}^m h_j^2 \sigma_{y_j}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\sigma_{x_i}^2$ および $\sigma_{y_j}^2$ は、それぞれ $X_i(t)$ および $Y_j(t)$ の分散である。 $Z(t)$ が正規定常確率過程であれば、その導関数 $\dot{Z}(t)$ もやはり正規定常確率過程となり、その期待値が0であることに注意すれば、時点 $t=t$ における $\dot{Z}(t)$ の確率密度 $f_{\dot{z}}(\dot{z}|t)$ は次式で与えられる。

$$f_z(\dot{z}|t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z^2} \exp\left[-\frac{\dot{z}^2}{2\sigma_z^2}\right] \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 σ_z^2 は $\dot{Z}(t)$ の分散であり、式 (13) を考慮すれば、次式で与えられる。

$$\sigma_z^2 = -\sum_{i=1}^n g_i^2 K_{x_i}''(0) - \sum_{j=1}^m h_j^2 K_{y_j}''(0) \dots(17)$$

ここに、 $K_{x_i}''(\tau) = d^2 K_{x_i}(\tau)/d\tau^2$ 、 $K_{y_j}''(\tau) = d^2 K_{y_j}(\tau)/d\tau^2$ ； $\tau = t_2 - t_1$ であり、 $K_{x_i}(\tau)$ および $K_{y_j}(\tau)$ は、それぞれ $X_i(t)$ および $Y_j(t)$ が定常過程である場合の相関関数である。

式 (14) および (16) を式 (2) に代入して整理すれば、この場合の超過確率の時間密度 $p_-(0)$ が、 $X_i(t)$ および $Y_j(t)$ の特性値を用いて次のように表わせる。

$$p_-(0) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n g_i^2 K_{x_i}''(0) + \sum_{j=1}^m h_j^2 K_{y_j}''(0)}{\sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{j=1}^m h_j^2 \sigma_{y_j}^2}} \times \exp\left[-\frac{\{\varphi_r(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) - \varphi_s(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)\}^2}{2\left(\sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{j=1}^m h_j^2 \sigma_{y_j}^2\right)}\right] \dots\dots\dots(18)$$

上式のように、 $Z(t)$ が定常過程の場合の超過確率の時間密度は、時間 t に無関係となり、耐用期間 T における部材の破壊の全確率 Q は式 (8) より次式となる。

$$Q = 1 - \{1 - F_z(0)\} \exp[-p_-(0) \cdot T] \dots\dots(19)$$

ここに、 $F_z(0)$ は $t=0$ における構造物の破壊確率で、その値は式 (14) を式 (7) に代入することにより、次のようになる。

$$F_z(0) = \frac{1}{2} - \phi\left[\frac{\varphi_r(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) - \varphi_s(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n g_i^2 \sigma_{x_i}^2 + \sum_{j=1}^m h_j^2 \sigma_{y_j}^2}}\right] \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 $\phi(u)$ は次式で定義されるガウスの誤差関数である。

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \dots\dots\dots(21)$$

3. 単鉄筋長方形ばりの信頼性

構造部材の強度が多くの不規則要因から構成されている場合の例として、単鉄筋長方形ばりを取り上げる。鉄筋コンクリートばりの安全性および静的な信頼性に関しては、これまでも多くの研究がなされている^{6),7),12),13)}。ここでは、これらの研究では考慮されていない信頼度の時間的変化をも考慮しうる方法について述べる。

(1) 単鉄筋長方形断面の終局強度

本研究では、単鉄筋長方形ばりの強度を断面の終局抵抗モーメントによって規定し、終局状態における応力分布は、実験値とよく一致し、ACI の Building Code で

も取り扱われている長方形応力分布を考える。

曲げを受けて、終局状態に達した単鉄筋長方形ばりは、その鉄筋量によって相異なる2つの破壊形式のいずれかで崩壊する。すなわち、コンクリートの圧縮縁におけるひずみが最終ひずみに至るまでに、鉄筋が降伏強度に達する引張破壊と、逆にコンクリートのひずみが最初に最終ひずみに達する圧縮破壊とである。鉄筋が降伏強度に達すると、コンクリートのひずみが最終ひずみに達するのが同時に起こる場合の鉄筋比はつり合い鉄筋比 p_b とよばれる。単鉄筋長方形断面に対して、この p_b は、次式で与えられる。

$$p_b = k_1 k_3 \frac{f_c}{f_y} \cdot \frac{\epsilon_u E_s}{f_y + \epsilon_u E_s} \dots\dots\dots(22)$$

ここに、 f_y ：鉄筋の降伏点強度、 f_c ：コンクリートの円柱供試体圧縮強度、 E_s ：鉄筋の弾性係数、 k_3 ：はりに現われるコンクリートの実際の最大圧縮応力の円柱供試体強度 f_c に対する比、 k_1 ：圧縮縁から中立軸までの距離に対する、圧縮縁からの仮定した長方形分布の作用する幅の比、 ϵ_u ：圧縮縁におけるコンクリートの最終ひずみである。また、はりの断面に対して鉄筋比 p は次式で定義される。

$$p = \frac{A_s}{bd} \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 A_s ：引張鉄筋の断面積、 b ：断面幅、 d ：断面の有効高である。もし、断面の鉄筋比がつり合い鉄筋比以下、すなわち $p < p_b$ (under reinforcement) であるならば、はりの破壊形式は引張破壊となり、逆に $p > p_b$ (over reinforcement) に対しては、圧縮破壊となる。

終局抵抗モーメント M_u を与える関係式は、長方形応力分布に対する力のつり合いから求める。under reinforcement に対する断面の終局強度 R_t は、次式で与えられる⁹⁾。

$$R_t = \frac{M_u}{bd^2} = p f_y \left(1 - \frac{p}{2k_3} \cdot \frac{f_y}{f_c}\right) \dots\dots\dots(24)$$

上式は、ACI の Building Code に規定されている式に一致する。ACI の Building Code では、鉄筋比をつり合い鉄筋比の 3/4 以下に規定することによって、はりは圧縮破壊しないものとしている。したがって、over reinforcement に対する断面の終局強度を与える式は規定されていない。しかし、後述するように確率的にこのような規定を行ったとしても、確率的にははりが圧縮破壊する可能性は残っている。したがって、はりの信頼性を評価するためには、over reinforcement に対する終局強度 R_c を与える関係式も必要である。この式も長方形応力分布に対する力のつり合いから求め、次式のようになる^{6),17)}。

$$R_c = \frac{M_u}{bd^2} = k_1 k_3 f_c k_u \left(1 - \frac{1}{2} k_1 k_u\right) \dots\dots\dots(25)$$

ここに、 k_u は終局状態における中立軸比であり、次式で表わされる。

$$k_u = \left[pm_p + \left(\frac{pm_p}{2} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{pm_p}{2} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 m_p は塑性係数比であり、

$$m_p = \frac{\epsilon_u E_s}{k_1 k_3 f_c} \dots\dots\dots (27)$$

で与えられる。

(2) はりの破壊確率

単鉄筋長方形ばりの終局強度の変動性に影響を与える要因としては、その構成材料の強度の変動性のみならず、部材寸法のばらつき、構成材料の応力-ひずみ関係におけるばらつき、現場におけるばらつき（技術者の優劣、管理、養生などによるばらつき）および部材の強度を計算する関係式の精度によるばらつきなどがある。これらの不規則要因のうち、材料強度は、本質的に統計的性質を有し、その統計データも比較的そろっている。しかし、他の不規則要因に対しては、その性質上、統計データを収集することが困難である。したがって、ここでは材料強度の変動性のみを考慮し、断面の終局強度を計算する際の断面寸法 b, d 、鉄筋比 p およびパラメータ k_1, k_3, ϵ_u の値は確定量として扱う。

断面の終局強度は、コンクリートの材令、クリープあるいは鉄筋の疲労などによって時間的に不規則に変動するので、本来非定常な確率過程である。しかし、この点を考慮して信頼性解析を行うためには、コンクリートおよび鉄筋の強度の時間的な変動に対する統計データが必要である。現時点では、これらのデータは収集されておらず、終局強度を確率過程として扱うことは困難であるので、以下ではコンクリートおよび鉄筋の強度は、確率変数であるとし正規分布しているものとする。断面に作用する荷重は、終局強度と同じ次元を有する定常な正規確率過程とし、単独に作用しているものとする。

単鉄筋長方形ばりの信頼度を評価するために、2. (2) および (3) で示した線形近似式を適用するが、前節で述べた確定量と、不規則変量を区別するために、以下においては不規則変量に上つきの波形記号 \sim を記する。

引張および圧縮破壊時の終局強度 \tilde{R}_t および \tilde{R}_c に対して、線形近似式 (9) の第1式を適用すると次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{R}_t &= \varphi_t(\tilde{f}_c, \tilde{f}_y) \doteq \varphi_t(\tilde{f}_c, \tilde{f}_y) + (\tilde{f}_c - \bar{f}_c) \\ &\quad \cdot \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_c} \right)_{f_c = \tilde{f}_c, f_y = \tilde{f}_y} + \tilde{f}_y - \bar{f}_y \cdot \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_y} \right)_{f_c = \tilde{f}_c, f_y = \tilde{f}_y}, \\ \tilde{R}_c &= \varphi_c(\tilde{f}_c) \doteq \varphi_c(\tilde{f}_c) + (\tilde{f}_c - \bar{f}_c) \cdot \left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial \tilde{f}_c} \right)_{f_c = \tilde{f}_c}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

上式中の微係数は、それぞれ式 (24) より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_c} \right)_{f_c = \tilde{f}_c, f_y = \tilde{f}_y} &= \frac{1}{2k_3} \left(\frac{p\tilde{f}_y}{\tilde{f}_c} \right)^2, \\ \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_y} \right)_{f_c = \tilde{f}_c, f_y = \tilde{f}_y} &= p - \frac{p^2 \tilde{f}_y}{k_3 \tilde{f}_c}, \\ \left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial \tilde{f}_c} \right)_{f_c = \tilde{f}_c} &= k_1 k_3 \bar{k}_u \left(1 - \frac{1}{2} k_1 \bar{k}_u \right) - k_1 k_3 (1 - k_1 \bar{k}_u) \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2} \left\{ p\bar{m}_p + \left(\frac{p\bar{m}_p}{2} \right)^2 \right\}^{-1/2} \cdot \left(p\bar{m}_p + \frac{p^2 \bar{m}_p}{2} \right) - \frac{p\bar{m}_p}{2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 \bar{f}_c および \bar{f}_y は、それぞれコンクリートおよび鉄筋の強度の期待値、 \bar{k}_u および \bar{m}_p は、

$$\bar{k}_u = \left[p\bar{m}_p + \left(\frac{p\bar{m}_p}{2} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{p\bar{m}_p}{2},$$

$$\bar{m}_p = \frac{E_s \epsilon_u}{k_1 k_3 f_c}$$

である。

以上の線形近似式を用いて、引張および圧縮破壊時の超過確率の時間密度 $p_{t-}(0)$ および $p_{c-}(0)$ を求めると、式 (18) よりそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} p_{t-}(0) &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s''(0)}{\left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_c} \right)^2 \sigma_{f_c^2} + \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_y} \right)^2 \sigma_{f_y^2} + \sigma_s^2}} \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{\{\varphi_t(\tilde{f}_c, \tilde{f}_y) - \bar{s}\}^2}{2 \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_c} \right)^2 \sigma_{f_c^2} + \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_y} \right)^2 \sigma_{f_y^2} + \sigma_s^2 \right\}} \right], \\ p_{c-}(0) &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s''(0)}{\left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial \tilde{f}_c} \right)^2 \sigma_{f_c^2} + \sigma_s^2}} \\ &\quad \cdot \exp \left[-\frac{\{\varphi_c(\tilde{f}_c) - \bar{s}\}^2}{2 \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial \tilde{f}_c} \right)^2 \sigma_{f_c^2} + \sigma_s^2 \right\}} \right]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 $\sigma_{f_c^2}$: コンクリート強度の分散、 $\sigma_{f_y^2}$: 鉄筋強度の分散、 σ_s^2 : 荷重の分散、 \bar{s} 荷重の期待値、 $K_s''(0)$: 荷重の導関数の分散である。

また、時点 $t=0$ における引張および圧縮破壊の確率 $F_t(0)$ および $F_c(0)$ は式 (20) より、それぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} F_t(0) &= \frac{1}{2} - \Phi \left[\frac{\varphi_t(\tilde{f}_c, \tilde{f}_y) - \bar{s}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_c} \right)^2 \sigma_{f_c^2} + \left(\frac{\partial \varphi_t}{\partial \tilde{f}_y} \right)^2 \sigma_{f_y^2} + \sigma_s^2}} \right], \\ F_c(0) &= \frac{1}{2} - \Phi \left[\frac{\varphi_c(\tilde{f}_c) - \bar{s}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \varphi_c}{\partial \tilde{f}_c} \right)^2 \sigma_{f_c^2} + \sigma_s^2}} \right]. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

前述したように、単鉄筋長方形ばりの破壊には引張および圧縮破壊の2つの形式が考えられるので、耐用期間 T におけるはりの全破壊確率 Q は、引張破壊の確率と

圧縮破壊の確率の和として与えられ、次式のようになる。

$$Q = Q_t \cdot P[\tilde{p}_b \geq p] + Q_c \cdot P[\tilde{p}_b < p] \dots\dots(32)$$

ここに、 Q_t および Q_c は、それぞれ耐用期間 T におけるはりの引張破壊および圧縮破壊の各確率であり、式(30),(31) および(19) から求まる。また、 $P[\tilde{p}_b \geq p]$ および $P[\tilde{p}_b < p]$ は、それぞれ under reinforcement および over reinforcement になる確率である。これらの確率は、式(22)を線形近似化して求めることもできるが、今の場合には次式によって厳密に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} P[\tilde{p}_b < p] &= \int_0^\infty \int_{f_{ys}}^\infty f_{fc}(f_c) f_{fy}(f_y) df_y df_c \\ P[\tilde{p}_b \geq p] &= 1 - P[\tilde{p}_b < p] \end{aligned} \right\} \dots\dots(33)$$

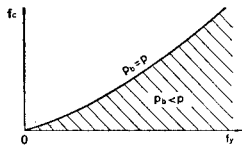


Fig. 2 Domain of Integration of Eq. (33)

ここに、 $f_{fc}(f_c)$ および $f_{fy}(f_y)$ は、それぞれコンクリート強度および鉄筋強度の確率密度であり、正規分布法則に従っている。また、積分の下限 f_{ys} は p_b の f_y に関する逆関数であり、その積分領域は Fig. 2 に示す斜線部分である。

(3) 荷重の相関関数

前節で述べた解析方法により、単鉄筋長方形ばりの破壊確率を計算するためには、式(30)で与えられる超過確率の時間密度の計算に必要な荷重の相関関数 $K_s(\tau)$ を与えなければならない。荷重の相関関数の決定は、荷重の長時間にわたる観測データによって行われるべきものであるが、現在までに得られている荷重に関する資料から相関関数の形を決定することは不可能である。また、式(30)からわかるように、ここで考えている荷重の相関関数は、 $\tau=0$ において τ による2階微分が可能でなければならない。換言すれば、われわれが考察している確率過程は微分可能でなければならない¹⁴⁾。

上述のような理由から、本論文においては、式(34)および(35)で表わされる相関関数を用いることにする。

$$K_{s_1}(\tau) = \sigma_{s_1}^2 \exp(-\alpha\tau^2), \quad \alpha > 0 \dots\dots(34)$$

$$K_{s_2}(\tau) = \sigma_{s_2}^2 \exp(-\beta|\tau|) \left(\cos r\tau + \frac{\beta}{r} \sin r|\tau| \right), \quad \beta > 0 \dots\dots(35)$$

式(34)は、文献5)において使用したものである。式(35)は、地震動を近似的に定常過程とみなしたときの相関関数として用いられる¹⁴⁾。

これら2つの相関関数の τ による2階の導関数の $\tau=0$ における値は、それぞれ次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} K_{s_1}''(0) &= -2\alpha\sigma_{s_1}^2, \\ K_{s_2}''(0) &= -(\beta^2 + r^2)\sigma_{s_2}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(36)$$

上式中の係数 α, β, r は、観測データから決定されるべき値である。

いま、次式で定義される相関時間 τ_0 を導入する。

$$\tau_0 = \frac{1}{\sigma_s^2} \int_0^\infty |K_s(\tau)| d\tau \dots\dots(37)$$

相関関数 τ_0 は、 $\tau > \tau_0$ のときには確率過程 $S(t)$ と $S(t+\tau)$ とが実用上非相関とみなせるような時間長さを表わしており、式(34)および(35)の相関関数の相関時間 τ_{01} および τ_{02} は、それぞれ次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{01} &= \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha}}, \\ \tau_{02} &= \frac{2}{\beta^2 + r^2} \left\{ \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + r^2}} + \frac{\exp\left(-\frac{\beta\pi}{2r} - \frac{\beta\theta}{r}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\beta\pi}{r}\right)} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(38)$$

ここに、 $\theta = \tan^{-1}(\beta/r)$

いま、例として式(34)の相関関数の場合で $\alpha=1/\text{day}^2$ とすると、そのときの相関時間は式(38)の第1式より、 $\tau_{01} \approx 0.9 \text{ day}$ となる。道路橋に作用する活荷重の相関時間は近似的に $\tau_{01} = 1 \text{ day}$ とおくことができるであろう。

4. の数値計算例においては、主に式(34)の相関関数を有する荷重で $\alpha=1/\text{day}^2$ の場合について計算を行った。

4. 数値計算例および考察

鉄筋およびコンクリート強度が正規確率変数で与えられる単鉄筋長方形ばりに、正規定常確率過程である荷重が作用する場合のはりの破壊確率を計算し、その結果に基づいて単鉄筋長方形ばりの信頼性の評価を行う。

鉄筋の降伏点強度 \tilde{f}_y およびコンクリートの円柱供試体圧縮強度 \tilde{f}_c に関する実験データは、文献6)で報告されている例を用いる。これによると、 \tilde{f}_y の期待値 \bar{f}_y は、 $3357 \text{ kg/cm}^2 (47.73 \text{ ksi})$ で、その変動係数 $V_{f_y} (= \sigma_{f_y}/\bar{f}_y)$ は、 0.124 である。また、 \tilde{f}_c の期待値 \bar{f}_c およびその変動係数 $V_{f_c} (= \sigma_{f_c}/\bar{f}_c)$ は、それぞれ $243 \text{ kg/cm}^2 (3.456 \text{ ksi})$ および 0.118 である。一般に、 \tilde{f}_y の変動係数としては、 $0.07 \sim 0.09$ 、 \tilde{f}_c の変動係数としては、 $0.1 \sim 0.26$ が考えられるので¹⁵⁾、上記の実験データの変動係数は、 \tilde{f}_y に対しては大きな値であり、 \tilde{f}_c に対しては比較的小きな値である。

数値計算においては、 \tilde{f}_y および \tilde{f}_c の期待値は上記の実験データの値とし、鉄筋の弾性係数を $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 (29000 \text{ ksi})$ 、諸パラメーターを $k_1 = k_3 = 0.85$ 、 $\epsilon_u = 0.003$ とした。また、本論文では中央安全率

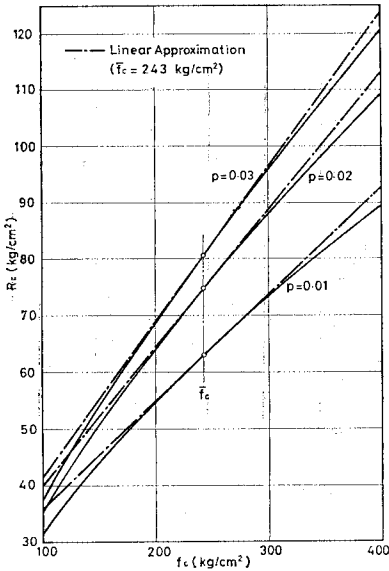


Fig. 3 Ultimate Strength for Compression Failure

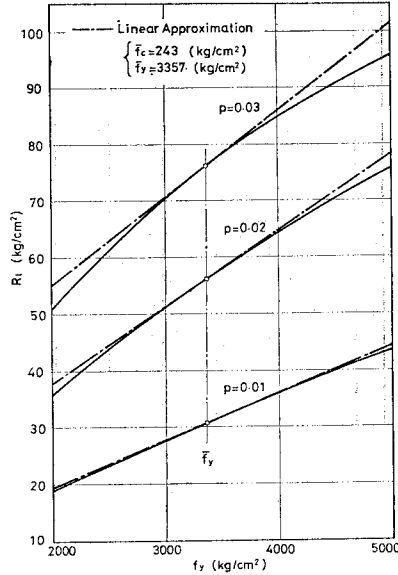


Fig. 4 Ultimate Strength for Tension Failure ($f_c=243 \text{ kg/cm}^2$)

ν を引張破壊時のはりの終局強度の期待値 $\bar{R}_t = \varphi_t(\bar{f}_c, \bar{f}_y)$ と荷重の期待値 \bar{s} との比で定義し、荷重の相関関数は、3. の (3) で示した形を用いた。

式 (24) および (25) で与えられる断面の終局強度と、それらの線形近似式 (28) を比較した図を Fig. 3 ~ 5 に示す。Fig. 3 は、圧縮破壊時の終局強度 R_c とコンクリート強度 f_c との関係を示している。Fig. 4 は、 $f_c=243 \text{ kg/cm}^2$ としたときの引張破壊時の終局強度 R_t と鉄筋強度 f_y との関係を示している。Fig. 5 は、 $f_y=3357 \text{ kg/cm}^2$ としたときの R_t と f_c の関係を示している。線形近似式は、強度の不規則要因の期

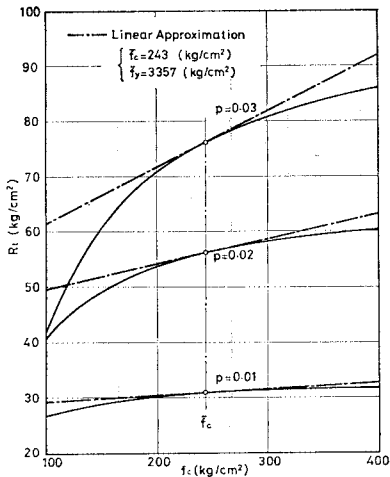


Fig. 5 Ultimate Strength for Tension Failure ($f_y=3357 \text{ kg/cm}^2$)

待値におけるテーラー展開の線形項を取っているため、その式はそれらの不規則要因の期待値におけるもとの関数の接線を表わす式に一致する。

Fig. 3 において、断面の圧縮破壊時の終局強度 R_c は、コンクリート強度 f_c とともに単調に増加している。 \bar{f}_c の期待値 $\bar{f}_c=243 \text{ kg/cm}^2$ から f_c が離れるに従って式 (25) とその線形近似式の値の差は当然大きくなるわけであるが、この式の場合には、この差は鉄筋比 p がどのような値であってもそれほど大きくないことがわかる。数値計算に用いる \bar{f}_c の実験データでは、その最小および最大の

観測値は、それぞれ $f_{c,\min}=176 \text{ kg/cm}^2$ および $f_{c,\max}=323 \text{ kg/cm}^2$ であり、 $f_c=100 \text{ kg/cm}^2$ とか $f_c=400 \text{ kg/cm}^2$ というような期待値から大きく離れた値が実際に観測される確率は非常に小さい。このような f_c の範囲では、 R_c を与えるもとの関数は f_c に関して線形性の強い式であるといえる。引張破壊時の終局強度 R_t と鉄筋強度 f_y の関係を示した Fig. 4 を見ると、 p が小さい場合には、式 (24) とその線形近似式はほとんど一致しているが、 p が大きい場合には、両式の値の差は \bar{f}_y の期待値から離れるに従って大きくなる。また、 R_t と f_c の関係を示した Fig. 5 においても、 p が大きくなるに従ってこの差が大きくなっている。しかし、数値計算に用いる実験データでの \bar{f}_y の最小値および最大値が、それぞれ $f_{y,\min}=2739 \text{ kg/cm}^2$ および $f_{y,\max}=4563 \text{ kg/cm}^2$ であること、引張破壊は鉄筋比の比較的小さい場合に生じ、式 (24) も鉄筋比が釣り合い鉄筋比より小さい場合に有効であることを考慮すれば、 R_t も f_c および f_y に関して線形性の強い式であるといえる。したがって、このような場合には線形近似式を用いてはりの破壊確率を計算しても比較的良好な値が得られるものと思われる。以上の考察より、単鉄筋長方形ばりの信頼性解析における線形近似式の有効性を示すことができた。以下、線形近似式を用いて具体的な数値計算を行ったのでそれについて示す。

(1) まず、耐用期間 T によるはりの全破壊確率 Q の変化の様子を調べるために、 $p=0.02$, $V_{f_y}=0.124$, $V_{f_c}=0.2$ の場合の T と Q との関係を中心安全率 ν をパラメーターとして Fig. 6 および 7 に示す。Fig.

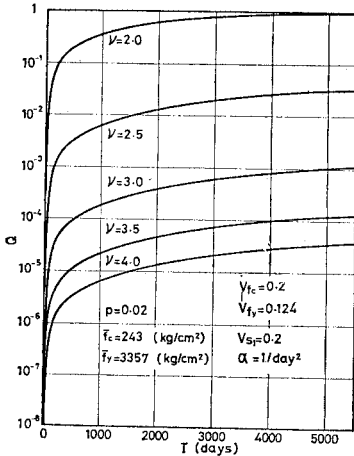


Fig. 6 Temporal Variation of Probability of Failure Q ($\alpha=1/\text{day}^2$)

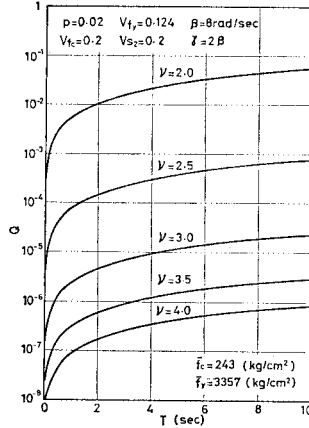


Fig. 7 Temporal Variation of Probability of Failure Q ($\beta=8 \text{ rad/sec}$, $\gamma=2\beta$)

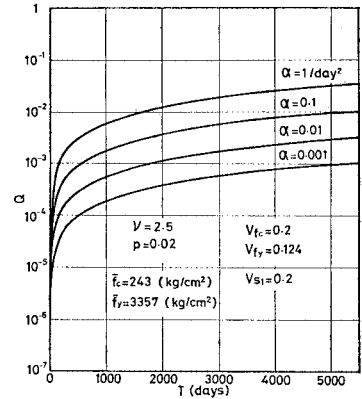


Fig. 8 Influence of α on Probability of Failure Q

6 は、荷重の相関関数として、式 (34) を用い、荷重の変動係数 $V_{s1} (= \sigma_s / \bar{s}_1) = 0.2$, $\alpha = 1/\text{day}^2$ とした場合であり、Fig. 7 は、荷重の相関関数として、式 (35) を用い、荷重の変動係数 $V_{s1} (= \sigma_s / \bar{s}_2) = 0.2$, $\beta = 8 \text{ rad/sec}$, $\gamma = 2\beta$ とした場合である。それぞれの場合の相関時間は、 $\tau_{01} = 0.9 \text{ day}$ および $\tau_{02} = 0.101 \text{ sec}$ である。前者の相関関数は、自動車荷重とか風荷重のように再現性(周期性)が強く、しかも長周期変動をする荷重に対応するものであり、本論文および先の論文⁵⁾ は、主としてこのよう変動荷重を考察の対象としている。これに対して、式 (35) のパラメーターに上記の数値を代入したものは、たとえば強地震動の相関関数に対応しており、その相関時間は前者のそれに比べて非常に小さい。周知のように、強地震動の作用時間はたかだか数十秒という程度であり、しかも地震動荷重は一度作用すると、その後は数十年にわたってほとんど作用しない。Fig. 7 は、このような再現性(周期性)に乏しく、かつ相関時間の非常に短い荷重を受ける部材の信頼度の時間的変化の一例である。

Fig. 6 から明らかなように、 Q は ν の値にかかわらず $T=0$ から $T=1000 \text{ days}$ の間で急激に増加し、その後徐々に増加している。これは式 (19) からわかるように、超過の現象をポアソン分

布で近似しているため、破壊確率が耐用期間 T とともに指数関数的に増加するからである。従来の静的な信頼性解析ではこのような信頼度の時間的な変化を考慮することができない。構造物を安全かつ合理的に設計するためには、このような信頼度の時間的変化をも考慮した設計が必要であろう。

(2) 式 (34) に用いた α の Q への影響を調べるために、Fig. 6 の場合で $\nu=2.5$ とし、 α をパラメーターとして Q と T の間の関係を示したのが Fig. 8 である。図からわかるように、 $T=0$ では α の値にかかわらず Q は同一の値であるが、 $T=1000 \text{ days}$ 以上では、 $\alpha=1/\text{day}^2$ と $\alpha=0.001/\text{day}^2$ の場合に 1 オーダ以上の差がある。 α の大きいほど、すなわち相関時間の短

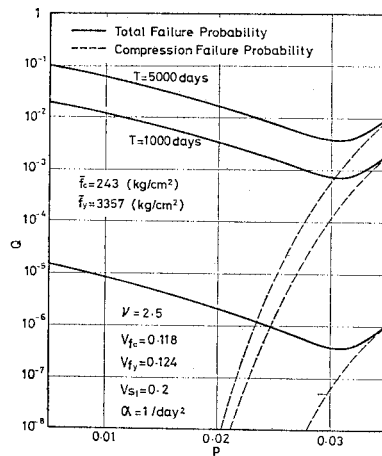


Fig. 9 Relationship between Probability of Failure Q and Reinforcement Ratio p ($V_{f_c} = 0.118$, $V_{f_z} = 0.124$)

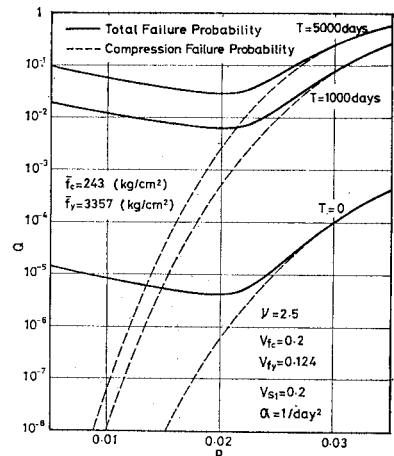


Fig. 10 Relationship between Probability of Failure Q and Reinforcement Ratio p ($V_{f_c} = 0.2$, $V_{f_z} = 0.124$)

い荷重ほど、信頼度の低下が大きいことがわかる。低下の傾向は、 α の値にかかわらずほぼ一様とみなせるので、これ以後の数値計算は、 $\alpha=1/\text{day}^2$ の場合についてのみ行うことにする。

(3) 鉄筋コンクリートばりの設計において重要なパラメーターである鉄筋比 p の破壊確率 Q に及ぼす影響について調べてみる。耐用期間 T をパラメーターとして $\nu=2.5$, $V_{s1}=0.2$ のときの Q と p との関係を Fig. 9 および Fig. 10 に示す。Fig. 9 は、文献 6) の実験データの変動係数 $V_{f_y}=0.124$, $V_{f_c}=0.118$ の場合であり、Fig. 10 は、上記の実験データの場合よりコンクリート強度の変動係数を $V_{f_c}=0.2$ と大きくした場合である。これらの 2 つの図から明らかなように、鉄筋比 p が 0.15 以下の値では、各場合の破壊確率 Q は、ほとんど同じ値であるが、 p が大きくなると $V_{f_c}=0.2$ の場合の方が $V_{f_c}=0.118$ の場合よりも Q は大きくなる。これは、 p が小さいうちは引張破壊が支配的であり V_{f_c} の影響が現われてこないが、 p が大きくなると圧縮破壊の確率が大きくなり V_{f_c} の影響が出てきて、 V_{f_c} の大きい方が Q が大きくなるからである。また、2 つの図からわかるようにいずれの場合にも破壊確率が最小になる鉄筋比が存在するが、その値は、コンクリート強度の変動係数 V_{f_c} が大きい方が大きい。これも上記の理由による。

鉄筋コンクリートばりの圧縮破壊は急激に生じ危険であるため、ACI の Building Code では f_c および f_y の公称強度を用いて式 (22) で計算されるつり合い鉄筋比に 0.75 を乗じた設計つり合い鉄筋比 p_{bd} より小さい鉄筋比を採用することによって、圧縮破壊が生じないように規定している⁶⁾。 f_c および f_y の公称強度を用いたときの設計つり合い鉄筋比 p_{bd} は、0.0278 となる。図から明らかなように、Fig. 9 の場合のように V_{f_c} が小さい場合には、この規定どおり $p_{bd}=0.0278$ 以下の鉄筋比では圧縮破壊の可能性はほとんどないが、Fig. 10 の場合のように V_{f_c} が大きい場合には、 $p_{bd}=0.0278$ 以下の鉄筋比でも圧縮破壊の可能性がかなりある。このような場合には、鉄筋比の決定の際に注意を要する。

現行の示方書に従って設計された単一荷重を受けるコンクリート構造物の破壊確率は、 $10^{-5} \sim 10^{-7}$ のオーダーと推定されている¹⁵⁾。 Fig. 9 の $T=0$ における破壊確率 Q はほぼこのオーダーであるが、耐用期間 T の増加とともにかなり Q の値が大きくなり、 T の影響の大きさがわかる。

(4) 今度は、中央安全率 ν と破壊確率 Q との間の関係を見るために、Fig. 9 および Fig. 10 の場合で鉄筋比 $p=0.03$ として Q と ν との関係を T をパラメーターとして示したのが Fig. 11 である。図から明らかなよ

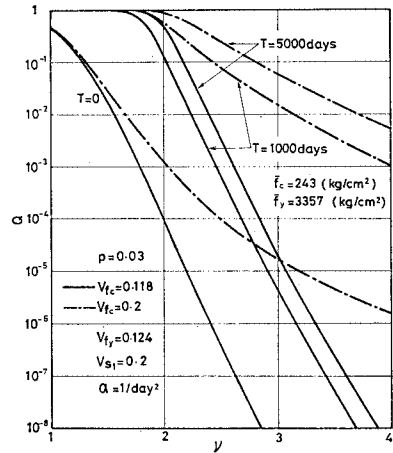


Fig. 11 Relationship between Probability of Failure Q and Central Safety Factor ν ($p=0.03$)

うに、 V_{f_c} の違いによる Q への影響については、前述したとおり V_{f_c} が大きいほど Q が大きくなるが、この傾向は ν が大きくなるほど顕著になることがわかる。安全率を大きくとるほど破壊確率が強度の変動性に大きく影響されるという点は、ほかの研究者³⁾ によっても指摘されているし、先に発表した著者らの論文⁵⁾ でも指摘している。このことは、材料強度の変動性が大きい場合には期待する信頼度を得るためには中央安全率をかなり大きく取らなければならないことを意味している。たとえば、図において $T=1000$ days の場合に $Q=10^{-3}$ の破壊レベルで考えると、 $V_{f_c}=0.118$ で $\nu=2.5$ が必要であり、 $V_{f_c}=0.2$ では $\nu=4.0$ が必要である。したがって、 $V_{f_c}=0.2$ というような大きな変動係数を有する

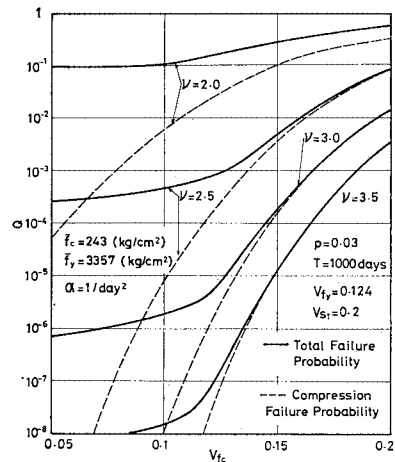


Fig. 12 Relationship between Probability of Failure Q and Coefficient of Variation of Concrete Cylinder Strength V_{f_c}

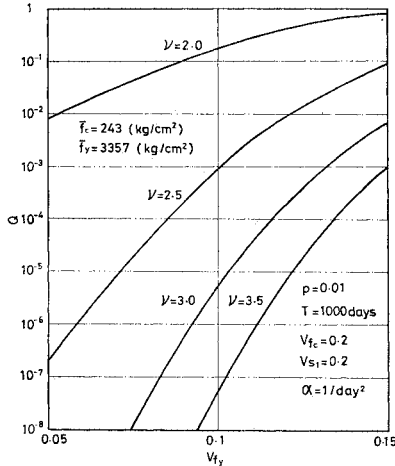


Fig. 13 Relationship between Probability of Failure Q and Coefficient of Variation of Yield Strength of Reinforcement V_{f_y}

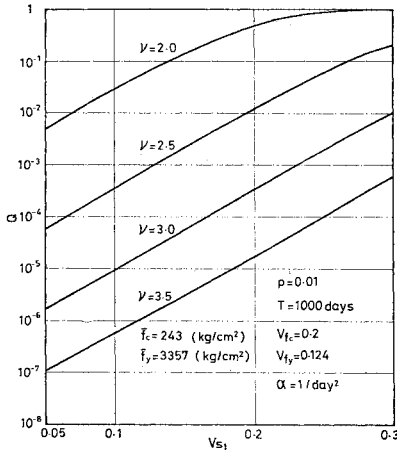


Fig. 14 Relationship between Probability of Failure Q and Coefficient of Variation of Load V_{s_1}

コンクリートを用いてはり断面を設計しようとすると、 $V_{f_c}=0.118$ の場合と同じ信頼度を得るのに相当大きな断面を必要とし、非常に不経済であることがわかる。また、図から明らかなように、このような傾向は同じ破壊レベルで考える限り T が増加するほど顕著である。

(5) 個々の不規則要因、すなわちコンクリート強度 \hat{f}_c 、鉄筋強度 \hat{f}_y および荷重の変動性がはりの破壊確率 Q にどのような影響を及ぼすかを調べることにする。 $T=1000$ days の場合の個々の変動係数 V_{f_c} 、 V_{f_y} および V_{s_1} と Q との関係を示す。Fig. 12~14 に示す。Fig. 12 は、 $p=0.03$ 、 $V_{f_y}=0.124$ 、 $V_{s_1}=0.2$ の場合の V_{f_c} と Q との関係を示している。この図からわかるように、 V_{f_c} が 0.1 以下では Q は V_{f_c} の影響をほとんど受けておら

ず、 V_{f_c} が増加してもその値はわずかしこ増加していない。しかし、 $V_{f_c}=0.12$ 付近から Q は急激に増加しており、Fig. 11 でも考察したように、この傾向は ν が大きいほど著しくなる。また、このような V_{f_c} の範囲では圧縮破壊の確率が占める割合も ν が増加するほど大きくなる。

Fig. 13 は、 $p=0.01$ 、 $V_{f_c}=0.2$ 、 $V_{s_1}=0.2$ の場合の V_{f_y} と Q との関係を示している。この図を見ると、 $V_{f_y}=0.05$ から Q は単調に増加している。そして、この場合も Fig. 12 の場合と同様に、 ν が大きいほど Q は V_{f_y} の影響を受けやすいという傾向が現われている。

Fig. 14 は、 $p=0.01$ 、 $V_{f_c}=0.2$ 、 $V_{f_y}=0.124$ の場合の荷重の変動係数 V_{s_1} と Q との関係を示している。この図を見ると、 Q は V_{s_1} の増加とともに直線的に増加していることがわかる。しかし、強度の不規則要因の変動係数の場合とは異なり、 ν を大きくしても V_{s_1} の Q への影響は変わらないことがわかる。

5. あとがき

構造部材の強度および作用荷重が種々の不規則要因から構成されている場合の信頼性解析を確率過程論を用いて行った。その結果をまとめると次のようである。

(1) 強度および荷重が任意の分布形を有する不規則要因の関数として与えられる場合に、その関数形に従って構造部材の破壊確率を計算するための式を誘導した。

(2) (1) で誘導した式によって実際に計算を行うことが困難である場合が多いので、確率変数の場合の線形近似理論を確率過程の場合に拡張し、近似的に破壊確率を計算するための式を誘導した。

(3) 強度が鉄筋およびコンクリート強度の2つの不規則要因からなる単鉄筋長方形ばりに(2)で誘導した式を適用し、それらの要因が正規確率変数で荷重が正規定常確率過程である場合のはりの破壊確率の算定式を求めた。

(4) (3) で誘導した式を用いて数値計算を行い、単鉄筋長方形ばりの信頼性に関する考察を行った。その結果をまとめると次のようになる。(i) はりの破壊を考える場合には、圧縮破壊の確率も考慮する必要があり、特にコンクリート強度の変動係数が大きいときには注意を要する。(ii) 鉄筋比によるはりの破壊確率の変化の様子は、鉄筋およびコンクリート強度の変動係数の値により非常に異なる。(iii) 中央安全率を大きくするほど強度の変動性の破壊確率への影響が顕著に現われてくる。(iv) 本解析法によると、構造物の破壊確率は耐用期間の増加に伴ってかなり大きな値になるので、耐用期間が大きい場合のはりの設計には上述した3つの考察(i)、

(ii) および (iii) は特に重要になる。

本研究における数値計算には、鳥取大学工学部計算機センターの TOSBAC-3 400/21 および大阪大学大型計算機センターの NEAC 2 200-700 を使用した。式 (33) の数値積分に際しては、Gauss の多点法¹⁶⁾ のうちの 16 点法を採用した。

なお、本研究の一部は昭和 51 年度の文部省科学研究費（一般研究 C，課題番号 155164）によった。

参 考 文 献

- 1) A.P. Ржаницын: Определение коэффициента запаса при нагрузках, представляющих собой случайные процессы. Строительная механика и расчет сооружений, No. 3, pp. 7~11, 1971-6.
- 2) 高岡宣善: 構造物の設計・安全性・信頼性. 土木学会誌, 第 61 巻第 3 号, pp. 33~41, 1976 年 3 月.
- 3) 小松定夫・中山隆弘: 材料強度のばらつきを考慮した定常不規則振動体の初通過破壊確率の研究. 土木学会論文報告集, No. 250, pp. 25~36, 1976-6.
- 4) 中山隆弘・小松定夫: 非定常確率過程の first-passage probability について. 第 31 回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-223, pp. 380~381, 1976 年 10 月.
- 5) 白木 渡・高岡宣善: 確率過程論による静定構造物の信頼性解析. 土木学会論文報告集, No. 258, pp. 23~33, 1977-2.
- 6) J.F. Costello and K. -han Chu: Failure Probability of Reinforced Concrete Beams. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST 10, pp. 2281~2304, Nov., 1969.
- 7) B.R. Ellingwood and A.H.S. Ang: Risk-Based Evaluation of Design Criteria. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST 9, pp. 1771~1788, Sept., 1974.
- 8) G. Augusti et A. Baratta: Théorie Probabiliste de la Résistance des Barres Comprimées. Construction Métallique, No.2, pp. 5~20, 1971.
- 9) A.H.S. Ang: Structural Risk Analysis and Reliability-Based Design. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST 9, pp. 1891~1910, Sept., 1973.
- 10) B.C. Пугачев: Введение в теорию вероятностей. Издательство (Наука), Москва, 1969.
- 11) A.H.S. Ang and C.A.J. Cornell: Reliability Bases of Structural Safety and Design. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, pp. 1755~1769, Sept., 1974.
- 12) R.G. Sexsmith: Reliability Analysis of Concrete Members. ACI Journal, pp. 413~419, May, 1969.
- 13) D.E. Allen: Probabilistic Study of Reinforced Concrete in Building. ACI Journal, pp. 989~993, Dec., 1970.
- 14) 小西一郎・高岡宣善: 構造動力学. 丸善, 1973.
- 15) 伊藤 学: 構造設計における安全性の規範. 土木学会誌, 第 60 巻第 9 号, pp. 35~43, 1975-9.
- 16) 一松 信・宇野利雄・山口二郎共編: 電子計算機のための数値計算法Ⅲ. 培風館, pp. 279~301, 1972.
- 17) 関・岡田・堤・北田・柳沼: 終局強度理論による鉄筋コンクリートばりの設計. 国民科学社, pp. 1~18, 1975.
(1977.4.11・受付)