

斜め補剛腹板を有するプレート・ガーダーのせん断耐荷力*

SHEAR STRENGTH OF PLATE GIRDERS WITH
DIAGONALLY STIFFENED WEBS

米沢 博**・三上市 蔵***・堂垣正博****・宇野裕恵*****
By Hiroshi YONEZAWA, Ichizou MIKAMI, Masahiro DOGAKI
and Hiroshige UNO

1. ま え が き

薄い腹板をもつプレート・ガーダーが、せん断荷重によって腹板に局部座屈が生じても破壊せず、プラット・トラスのような作用によってさらに大きな荷重に耐え得ることはすでに19世紀末に発見されていた^{1),2)}。しかし、理論展開がなされたのは1930年代に入ってからで、Wagnerによって完全斜張力場理論が展開された。その後、1960年代に入ってBasler³⁾によって不完全斜張力場理論がまとめられた。このBasler理論は不完全なつり合いに基づいていることをGaylord⁴⁾によって指摘されたが、実用的手法であり、かつ実験値とよく一致するので、多くの研究者によって改良され、発展している^{1),4)}。

Baslerは、フランジは非常にフレキシブルであるため斜張力場のアンカーとなり得ないものと仮定したが、土木構造物として用いられるプレート・ガーダーにおいてはフランジの曲げ剛さは必ずしも無視できない⁵⁾。Fujii^{6),7)}はフランジに単純塑性理論を適用してせん断耐荷力に対するフランジの寄与を考慮したが、塑性ヒンジはパネル中央に固定されている。Rockey-Skaloud⁸⁾は多数の実験結果に基づいてフランジの曲げ剛さによって塑性ヒンジの位置が変化することを指摘した。Chern-Ostapenko⁹⁾は別な形でBasler理論にフランジの影響を加味した。Rockey-Skaloud⁸⁾は塑性ヒンジの位置を塑性理論に基づいて理論的に定めたが、斜張力場は対角方向に生ずるものとした。Komatsu¹⁰⁾は斜張力場の傾

斜角が変化することを考えたが、塑性ヒンジの位置は、実験結果⁵⁾に基づいて決定している。Selberg¹¹⁾はフランジの塑性ヒンジの位置を定めるRockey-Skaloud⁸⁾理論を修正し、斜張力場の傾斜角はBasler³⁾と同様にせん断耐荷力を最大にする条件から定め、Basler³⁾の理論とRockey-Skaloud⁸⁾の理論を特別な場合として含む一般理論を示したが、崩壊機構はあまり明確に定義されていない。これに対して、過去の実験ともよく一致する崩壊機構を定義したのはCalladine¹²⁾で、塑性理論に基づいて耐荷力を算定したが、腹板の局部座屈応力を無視している。Selberg¹¹⁾とCalladine¹²⁾の研究を受け、先のRockey-Skaloud⁸⁾理論を修正する形で、Porter-Rockey-Evans⁴⁾はフランジ剛度が小さい場合から剛な場合までを含む一般理論をまとめた。

一方、Basler理論に端を発する耐荷力理論は、鉛直補剛材のほかに水平補剛材を有するプレート・ガーダーにはCooper¹³⁾、Ostapenko-Chern-Parsanejad¹⁴⁾、Komatsu¹⁰⁾、Rockey¹⁵⁾、Porter-Rockey-Evans⁴⁾、長谷川・西野・奥村¹⁶⁾によって拡張された。しかし、鉛直補剛材のほかに斜め補剛材を有するプレート・ガーダーのせん断耐荷力理論までは拡張されていない。

この論文では、Baslerに始まる一連の研究成果を踏まえて、斜め補剛材をもつプレート・ガーダーのせん断耐荷力理論を展開する。基本的にはPorter-Rockey-Evans理論⁴⁾に基づくが、Misesの降伏条件の代わりに計算の簡単なBasler³⁾流の近似降伏条件の使用も検討する。さらに、実用目的のため、より近似的な理論としてBasler³⁾およびRockey-Skaloud⁸⁾の方法を検討する。

実験的研究としては、せん断座屈¹⁷⁾、曲げ座屈¹⁸⁾、曲げ・せん断座屈¹⁹⁾に関する実験は行われているが、せん断耐荷力の究明を目的とした実験は見当たらないようであるので、全溶接プレート・ガーダー模型に対する耐荷力実験を実施し、理論の妥当性を検証する。試験桁は斜

* この論文は、土木学会関西支部年次学術講演会(1975年4月)で発表した内容に修正・加筆を施したものである。

** 正会員 工博 関西大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 関西大学助教授 工学部土木工学科

**** 正会員 工修 関西大学助手 工学部土木工学科

***** 正会員 工修 (株)総合技術コンサルタント大阪支社設計部

め圧縮方向に補剛された桁と斜め引張方向に補剛された桁の2体である。

また、せん断耐荷力を推定するためには斜め補剛腹板のせん断座屈応力が明らかにされる必要がある。斜め補剛板および三角形板の圧縮座屈、せん断座屈および圧縮とせん断の合成座屈などについての理論的研究はこれまでもなされている¹⁹⁾。しかし、斜め補剛プレート・ガーダーの腹板の局部座屈を究明するためには研究は不十分であるので、補剛の方向と境界条件を変えて差分法により斜め補剛腹板の座屈を解析する。

2. せん断弾性局部座屈

斜め補剛腹板を有するプレート・ガーダーのせん断耐荷力を解析するまえに、斜め補剛腹板のせん断弾性局部座屈を考える。鉛直補剛材間隔 a 、高さ b の腹板パネルは鉛直補剛材間でその対角方向に補剛されているものとする。補剛の方向としては、図-1 に示すようなせん断によって引張応力が生ずる方向に補剛された場合(引張型)と圧縮方向に補剛された場合(圧縮型)とを考える。せん断力は腹板によってのみ負担され、せん断応力分布は腹板高に沿って一定であるとみなす。腹板パネルの周辺は単純支持されている場合と固定されている場合とを考える。斜め補剛材についてはその曲げ剛さが十分大きいものとすると、腹板と

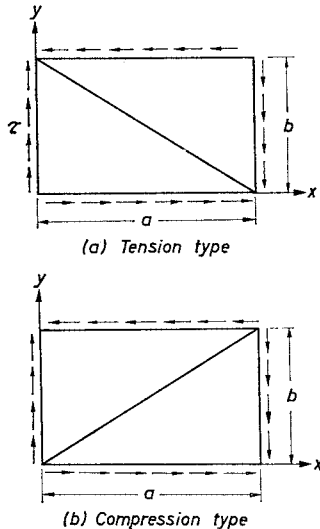


図-1 斜め補剛腹板の補剛の方向

直角方向のたわみは無視できる。また、そのねじれ剛さおよび長さ方向に作用する軸力などを無視すると、腹板は斜め補剛材によって単純支持されているものと仮定することができる。このような条件のもとでは2辺が単純支持または固定で斜辺が単純支持の三角形板を解析すればよいことになる。

Burchard²⁰⁾によれば Bergmann と Reißner は 1932 年に引張型斜め補剛された周辺単純支持正方形板のせん断座屈を解析している。Burchard²⁰⁾ は圧縮型斜め補剛正方形板が周辺単純支持された場合の弾性座屈を差分法を用いて解析している。米沢・中原・松下・加治家¹⁷⁾は

周辺単純支持された圧縮型斜め補剛長方形板の弾性座屈荷重を差分法を用いて解析している。三上・松下・中原・米沢¹⁸⁾は同じ場合を差分法によって解析し、高精度の解を得、座屈荷重算定のための実用式を誘導している。以上の研究によっても引張型補剛の場合は十分に解明されていない、また、周辺固定された場合は引張型、圧縮型のいずれについても解析されていないので、これらの場合に対して以下に解析を行う。

解析には差分法を用いる。腹板の2辺 a, b をそれぞれ n 等分し、間隔が $h_x = a/n, h_y = b/n$ の格子を考える。逆対称変形を生ずるので、片側の三角形部分を対象とし、高精度解を得るため境界改良法^{21), 22)}を用いることにした。すなわち、内部分点における基礎微分方程式に対しては普通差分表示 (h^2 の order の誤差) を、境界条件式に対しては高精度の偏心差分*表示 (h^4 の order の誤差) を使用した。

数値計算結果を以下に示す。結果は次の座屈係数 k_τ で整理されている。

$$\tau_{cr} = k_\tau \frac{\pi^2 D}{b^2 t} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 D は腹板の曲げ剛さ、 t は腹板厚である。

$a/b=1$ の場合について分割数 n と解の精度の関係を調べた結果を表-1 に示す。同表には $n=12, 14, 16$ に対する解から、Richardson の (h^2, h^4) 型外挿式²³⁾を用いて真の解を推定した結果も示してある。 $n=16$ の場合、周辺単純支持の引張型、周辺固定の引張型および圧縮型に対する解の外挿値に対する誤差はそれぞれ、

分割数	座屈係数		
	単純支持		固定
	引張型	引張型	圧縮型
10	12.13	18.31	45.26
12	11.94	17.86	43.17
14	11.84	17.60	41.87
16	11.77	17.44	41.09
外挿値	11.64	16.97	38.89

1.1%, 2.8%, 5.7% であり、工学的にほぼ満足できるので、以下では $n=16$ を用いた。

周辺単純支持および周辺固定の引張型補剛腹板および周辺固定の圧縮型補剛腹板の座屈荷重を求めると 図-2 のようになる。図には周辺単純支持の圧縮型補剛腹板の座屈荷重¹⁹⁾および周辺単純支持および周辺固定の無補剛腹板の座屈荷重²⁴⁾が比較のため示されている。図-2 からわかるように、周辺の支持条件のいかんにかかわらず圧縮型補剛の場合が引張型補剛の場合より座屈荷重が高くなる。圧縮型補剛腹板の座屈荷重は引張型補剛腹板のそれのおよそ 2~3 倍になる。したがって、腹板の局部座屈を考える限り、圧縮型補剛が有利である。

* 中央差分 (Central differences) に対するもので、Lateral differences とよばれている。

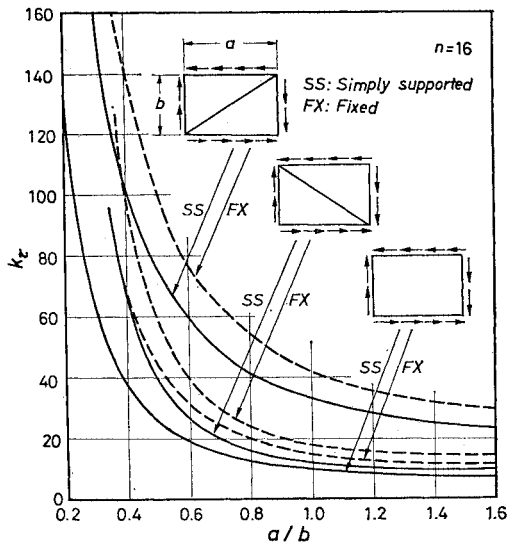


図-2 斜め補剛腹板の座屈係数

座屈係数 k_r を算定するための実用式は、周辺単純支持の圧縮型斜め補剛腹板については三上・松下・中原・米沢¹⁴⁾によって縦横比 $\alpha = a/b$ の関数として次のように与えられている。

$$k_r = 11.9 + 10.1/\alpha + 10.9/\alpha^2 \dots\dots\dots(2)$$

図-2 の数値計算結果に対して同様に実用式を導くと、まず周辺単純支持の引張型斜め補剛腹板に対しては次のようになる。

$$k_r = 17.2 - 22.5/\alpha + 16.7/\alpha^2 \dots\dots\dots(3)$$

周辺固定の場合の斜め補剛腹板については実用式は次のようになる。

$$\text{圧縮型} : k_r = 14.7 + 11.5/\alpha + 15.8/\alpha^2 \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{引張型} : k_r = 24.7 - 32.4/\alpha + 25.0/\alpha^2 \dots\dots\dots(5)$$

なお、これらの近似式の誤差は $\alpha = 0.4 \sim 1.5$ の範囲で最大 3% である。

以上では腹板は斜め補剛材によって単純支持されているものとした。斜め補剛材の曲げ剛さが十分でない場合には補剛材もたわむ座屈変形が生じ、座屈荷重も減少する。この点については、Kromm²⁵⁾ が周辺単純支持の圧縮型補剛長方形板について斜め補剛材のねじれ剛さは無視し、曲げ剛さ EI_s と断面積 A_s を考慮に入れてエネルギー法で解析している。せん断応力による腹板の斜め補剛材方向のひずみと同一のひずみが補剛材の軸方向に生ずるものとして、それに相当する軸圧縮力を生ずるものとされている。数値計算は正方形の場合についてのみ行われており、斜め補剛材の曲げ剛比 $r = EI_s/bD$ と断面積比 $\delta = A_s/bt$ が座屈荷重に与える影響が数値的に検討されている。

Mikami-Takeda-Yonezawa²⁶⁾ は斜め補剛材の曲げ剛比と座屈係数との関係、 $\alpha = 1$ の場合について $r = 0 \sim$

20 に対して、 $r = 10$ の場合について $\alpha = 0.4 \sim 1.6$ に対してそれぞれ調べている。Ebel²⁷⁾ は有限要素法を用いて、圧縮型および引張型の場合について種々の r と δ の値に対して、 $\alpha = 1 \sim 2$ と変化させて座屈荷重を求めている。これら 2 論文はいずれも Kromm²⁵⁾ の論文と同じ斜め補剛材の取り扱い方をしており、これら 3 論文はいずれも周辺単純支持の場合に対してなされた研究である。

以上のように、斜め補剛材が腹板の局部座屈に対して節となりうるための、いわゆる最小剛比を決定するためには十分な研究がなされているとはいえないが、文献^{25)~27)} の図表からほぼ $r > 20$ の場合には剛支持とみなすことができる。

3. せん断耐荷力理論

鉛直補剛材のみを有するプレート・ガーダーのせん断耐荷力に関する Basler²⁾ の理論を鉛直補剛材のほかに斜め補剛材を有する場合に拡張してみよう。

(1) 斜張力場理論

Basler の考え方に従って斜め補剛プレート・ガーダーのせん断耐荷力が次のように表わせるものとする。

$$V_{ult} = V_{cr} + V_t + V_s \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 V_{cr} は腹板のせん断応力によって負担されるせん断力、 V_t は斜張力場によって負担されるせん断力、 V_s は斜め補剛材によって負担されるせん断力である。

腹板がせん断応力によって負担できるせん断力は、

$$V_{cr} = \tau_{cr} b t \dots\dots\dots(7)$$

である。ただし、 τ_{cr} は腹板のせん断座屈応力である。Basler²⁾ を始めとして多くは周辺単純支持板の座屈応力を τ_{cr} として用いているが、フランジ辺固定・鉛直辺単純支持の板の座屈応力を用いている文献^{6)~8), 10)} もあり、両境界条件に対する比較¹⁰⁾ も行われている。少し趣を異にするが、Selberg¹¹⁾ は斜張力場の形成によるせん断応力 τ_{cr} の変化を考慮に入れ、上フランジ、鉛直補剛材および斜張力帯中央線で区切られた三角形板のせん断座屈応力²⁸⁾ を τ_{cr} として用いている。ここでは、2. で求めた斜め補剛板のせん断座屈応力を用い、周辺単純支持の場合と周辺固定の場合とを比較・検討することにする。

斜張力場によって負担されるせん断力 V_t を決定するためには崩壊機構を仮定しなければならない。Basler²⁾ はフランジの曲げ剛さを無視したが、Rockey-Skaloud⁹⁾ は土木構造物として用いられるプレート・ガーダーにおいてその耐荷力はフランジの曲げ剛さによって大きく影響されることを示し、図-3(a) のはり機構を考えた⁹⁾。Calladine¹²⁾ はそれに批判を加えて、図-3(b) のよう

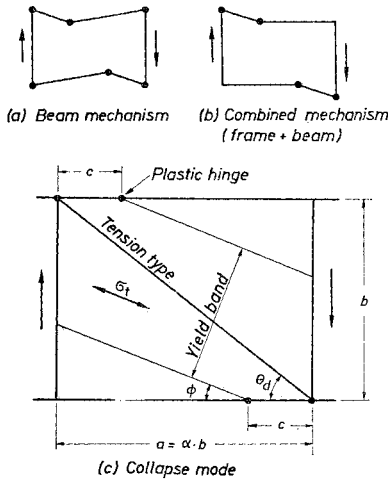


図-3 せん断破壊機構

なはり機構と枠機構の組み合わせ機構を考えた。Porter-Rockey-Evans⁴⁾はその考えを受けて、Rockey-Skaloud理論⁹⁾の修正と一般化を行った。Selberg¹¹⁾やHöglund²⁹⁾も同じ機構を用いている。

ここでは図-3(b)の崩壊機構を仮定し、図-3(c)のように考えると、張力場応力 σ_t によって負担されるせん断力 V_t は次のようになる。

$$V_t = \sigma_t b t (\sin \phi \cos \phi - \alpha_c \sin^2 \phi) \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $\alpha_c = \alpha(1 - 2c/a)$ である。式(8)によって V_t を算定するためには、フランジの塑性ヒンジの位置 c 、張力場応力 σ_t とその傾斜角 ϕ を決定しなければならない。

まず、塑性ヒンジの位置についてであるが、Rockey-Skaloud⁹⁾が塑性理論に基づいて図-3(a)の崩壊機構に対して c の3次式を導いており、図-3(b)の崩壊機構に対してはPorter-Rockey-Evans⁴⁾が次の式を得ている。

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{\alpha \sin \phi} \sqrt{M_p^* \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_t}} \quad \left(0 < \frac{c}{a} < 1\right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $M_p^* = 4M_p/b^2 t \sigma_{yw}$ で、 M_p はフランジの全塑性曲げモーメント、 σ_{yw} は腹板の降伏応力である。

これらの理論式とは別に経験式がいく種類がある。パラメーターとしてフランジの鉛直曲げ剛さを用いるもの⁹⁾とフランジの全塑性曲げモーメントを用いるもの^{10), 29)~31)}がある。いずれも σ_t , ϕ とは無関係に、フランジと腹板の寸法および鋼種から直接 c が定まるようになっていて、設計公式として適している³²⁾が、ここでは理論式(9)を用いることにする。なお、 M_p の計算に際して、Rockey-Skaloud⁹⁾やChern-Ostapenko^{9), 14)}は腹板の一部の協力を考慮している。ここでは、Rockey-Skaloud⁹⁾によって示され、文献⁴⁾でも用いられている次の協力幅 b_e の値を用いる。

$$b_e = 30t \left(1 - 2 \frac{\tau_{cr}}{\tau_{yw}}\right) \quad \left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_{yw}} \leq 0.5\right) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $\tau_{yw} = \sigma_{yw} / \sqrt{3}$ である。

次に張力場応力 σ_t は斜張力帯における降伏条件より定められる。Fujii^{6), 7)}はTrescaの降伏条件を用いているが、多くはMisesの降伏条件を用いており、その方が鋼に適すと考えられる。Misesの降伏条件によれば σ_t は次のように求められる^{2), 8), 9)}。

$$\sigma_t = -\frac{3}{2} \tau_{cr} \sin 2\phi + \sqrt{\sigma_{yw}^2 + \tau_{cr}^2 \left(\frac{9}{4} \sin^2 2\phi - 3\right)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

Komatsu¹⁰⁾は計算の簡単のため式(11)の代わりに近似式を用いているが、ここではさらに簡単な次のBasler²⁾の近似降伏条件式を考える。

$$\sigma_t = \sigma_{yw} \left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_{yw}}\right) \quad \dots\dots\dots (12)$$

斜張力帯の傾斜角 ϕ ($\theta_d/2 \leq \phi \leq 45^\circ$)⁴⁾は、せん断耐力 V_{ult} を最大とする条件より得られる²⁾。すなわち、

$$\frac{\partial V_{ult}}{\partial \phi} \approx \frac{\partial V_t}{\partial \phi} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

とする。厳密な降伏条件式(11)による場合、式(11)を式(13)に代入すると次の式が得られる。

$$\cot 2\phi = \frac{\alpha_c + \alpha}{2} + \frac{\frac{3}{2} \tau_{cr} \cos 2\phi}{\sqrt{\sigma_{yw}^2 + \tau_{cr}^2 \left(\frac{9}{4} \sin^2 2\phi - 3\right)}} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_c + \alpha}{2} \tan \phi\right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

式(9)、(11)、(14)を同時に満足する c , σ_t , ϕ を求めれば式(8)から V_t が得られる。

Baslerの近似降伏条件式(12)に基づく場合は、 $\partial \sigma_t / \partial \phi = 0$ であるので式(13)は次のようになる。

$$\cot 2\phi = \frac{\alpha_c + \alpha}{2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

Basler²⁾はさらに $\partial \alpha_c / \partial \phi = \partial c / \partial \phi = 0$ とみなしており、式(15)は次のようになる。

$$\cot 2\phi = \alpha_c \quad \dots\dots\dots (16)$$

この場合、 σ_t は式(12)からただちに得られるから、式(9)と(16)を同時に満足する ϕ と c を求めれば、式(8)から V_t を算定できる。式(16)はSelberg¹¹⁾によっても導かれている。

次に斜め補剛材の負担するせん断力 V_s を求める。斜め補剛材の断面積を A_s 、作用軸方向応力を σ_s とすると

$$V_s = A_s \sigma_s \sin \theta_d \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。ところで、Kromm²⁵⁾は斜め補剛材の解析において腹板の対角方向のひずみと斜め補剛材の軸方向ひずみが等しいとみなしており、この考え方は他の文献^{26), 27)}においても採用されている。いずれも弾性屈服を対象としているのであるが、ここでも準用することになると、

次の関係式が得られる。

$$\begin{aligned} \text{引張型: } \sigma_s &= \sigma_t [1 - (1 + \nu) \sin^2(\theta_d - \phi)] \\ &+ (1 + \nu) \tau_{cr} \sin 2\theta_d \leq \sigma_{ys} \dots\dots(18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{圧縮型: } \sigma_s &= -\sigma_t [1 - (1 + \nu) \sin^2(\theta_d + \phi)] \\ &+ (1 + \nu) \tau_{cr} \sin 2\theta_d \leq \sigma_{crs} \dots\dots(19) \end{aligned}$$

ただし、 σ_{ys} は斜め補剛材の降伏応力、 σ_{crs} は斜め補剛材の座屈応力、 ν はポアソン比である。

座屈応力 σ_{crs} の決定には、プレート・ガーダー圧縮フランジのねじれ座屈³³⁾、十字断面柱のねじれ座屈³⁴⁾、3辺単純支持・1辺自由の板の圧縮座屈³⁴⁾に関する研究結果を利用できるが、ここでは Basler-Thürlimann³⁵⁾ がプレート・ガーダー圧縮フランジのねじれ座屈に用いた次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda \geq \sqrt{2} : \quad & \frac{\sigma_{crs}}{\sigma_{ys}} = \frac{1}{\lambda^2} \\ 0.45 \leq \lambda < \sqrt{2} : \quad & \frac{\sigma_{crs}}{\sigma_{ys}} = 1 - 0.53(\lambda - 0.45)^{1.36} \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$\lambda = \frac{b_s}{t_s} \sqrt{\frac{\sigma_{ys}}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k_s}}, \quad k_s = \left(\frac{b_s}{l}\right)^2 + 0.425 \dots\dots(20)$$

で、 b_s , t_s , l は斜め補剛材の突出幅、厚さおよび有効長、 E は弾性係数である。

(2) 近似理論

c , ϕ の値が繰り返し計算なしに決定できれば計算がずいぶん楽になる。Basler²⁾, Rockey-Skaloud⁹⁾, Herzog^{30),31)}, Skaloud²²⁾ などの理論はその意味で注目すべき方法で、ここでは次の2種の近似理論を考える。

a) Basler 型近似理論

Basler²⁾ は $c=0$ の斜張力場を考慮して式(16)から $\phi = \theta_d/2$ を得ている。しかし、不完全なつり合い図をもとにしたため、式(8)で $c=a/2$ とおいた場合の式を得た。この矛盾は Gaylord³⁾ によって指摘され、Gaylord³⁾, Fujii^{6),7)}, Selberg¹¹⁾ によって正しい V_t の式が示されたが、それは小さな値を与え、かえって原式の方が実験値とよく一致する結果となった。この差を、Selberg¹¹⁾ は斜張力の反力として隣接パネルから水平引張応力を受けるために座屈応力 τ_{cr} が上昇したためであると説明し、長谷川・西野・奥村⁶⁾ はフランジによって負担されるものと考えた。ここでは、 ϕ を定める場合にフランジの影響を無視し、塑性ヒンジは中央にできるものとする理論、すなわち、

$$\phi = \theta_d/2, \quad c = a/2 \dots\dots(21)$$

を Basler 型の近似理論とする。

b) Rockey 型近似理論

Rockey-Skaloud⁹⁾ は斜張力場は対角方向に形

成されると考えた。この仮定が実的にみてもほぼ妥当なことは最近 Skaloud³²⁾ によって示されている。すなわち $\phi = \theta_d \dots\dots(22)$

である。塑性ヒンジの位置は3次式⁹⁾により定められ、降伏条件式(11)が用いられるが、ここでは式(22)の条件の場合を Rockey 型近似理論とする。

4. せん断耐荷力実験

斜め補剛材を有するプレート・ガーダーのせん断耐荷力を理論的に解析したが、その理論結果の妥当性を検討するために耐荷力実験を行った。

(1) プレート・ガーダー模型

試験桁は図-4に示す鉛直および斜め補剛材を有する全溶接プレート・ガーダー2体で、試験桁Aは引張型補剛、試験桁Bは圧縮型補剛である。鉛直補剛材、フランジは桁の耐荷力まで局部座屈を起こさないような寸法とした。斜め補剛材は腹板の局部座屈までは腹板面外にたわまないよう $EI_s/bD > 20^{27)}$ となるような断面とした。

試験桁には鋼材 SS41 を使用したが、降伏応力は材料試験の結果、フランジで 2680 kg/cm²、腹板で 2820 kg/cm²、斜め補剛材で 2110 kg/cm² であった。実測寸法は、試験桁Aのフランジが 82.4 mm × 15.3 mm、片面の斜め補剛材が 20.2 mm × 4.35 mm、試験桁Bのフランジが 81.0 mm × 15.3 mm、片面の斜め補剛材が 20.1 mm × 4.25 mm である。

(2) 載荷装置と測定装置

関西大学工学部土木工学教室の構造物試験装置を使用して、図-4に示すように桁の両端を単純支持し、スパン中央に集中載荷した。なお、桁の横倒れを防ぐため、十分強固な横倒れ防止枠をスパン中央に設置した。

桁の鉛直たわみ、腹板の面外のたわみ、斜め補剛材の

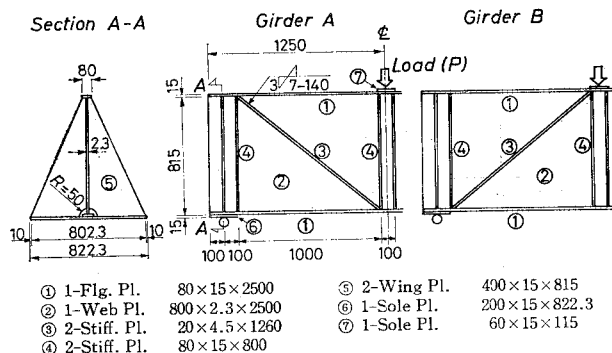


図-4 試験桁 A, B の寸法

- ① 1-Flg. Pl. 80×15×2500
- ② 1-Web Pl. 800×2.3×2500
- ③ 2-Stiff. Pl. 20×4.5×1260
- ④ 2-Stiff. Pl. 80×15×800
- ⑤ 2-Wing Pl. 400×15×815
- ⑥ 1-Sole Pl. 200×15×822.3
- ⑦ 1-Sole Pl. 60×15×115

水平たわみをダイヤルゲージを用いて測定した。腹板、上フランジおよび斜め補剛材のひずみを電気抵抗線ひずみ計（塑性域用）を用いて測定した。これらのひずみ計は、膜ひずみと座屈などによる曲げひずみとを算出できるように、すべて両面に貼付した。

(3) 測定結果

耐荷力試験に先立って、腹板の初期たわみを測定したが、結果は両桁とも最大 1.2 mm (板厚の約 1/2) であった。

試験桁 A は両腹板パネルに張力場が発生し、フランジに塑性ヒンジが形成されて、 $P=39.6$ ton で破壊した(写真-1)。上フランジの残留鉛直たわみおよび腹板の

残留たわみ分布を 図-5 に示す。また、腹板の面外たわみおよび斜め補剛材の水平たわみと荷重の関係を 図-6 に、腹板の対角方向の面内ひずみと荷重の関係を 図-7 に、斜め補剛材の平均軸方向ひずみと荷重の関係を 図-8 に示す。

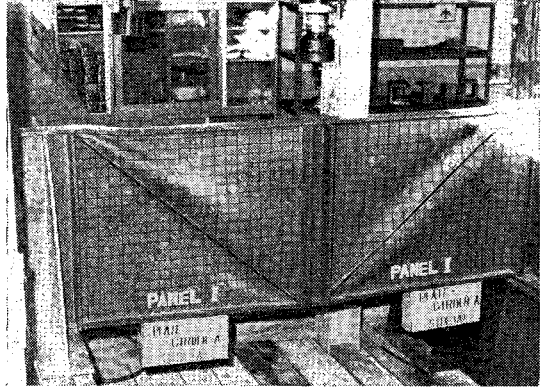


写真-1 試験桁 A の破壊状況

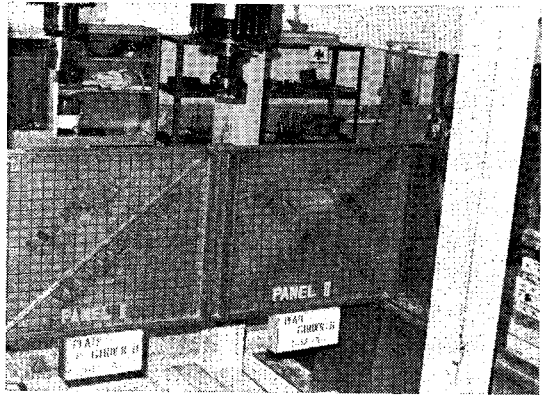


写真-2 試験桁 B の破壊状況

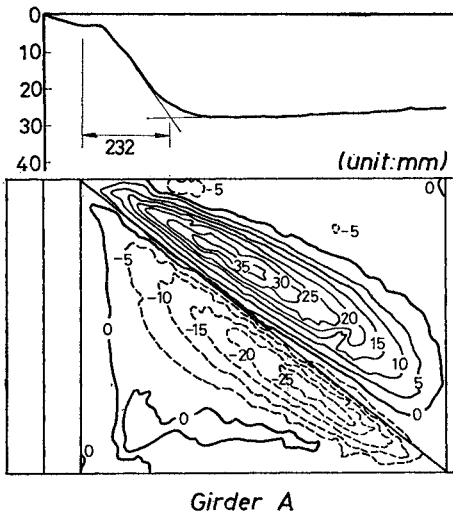


図-5 残留変形—試験桁 A

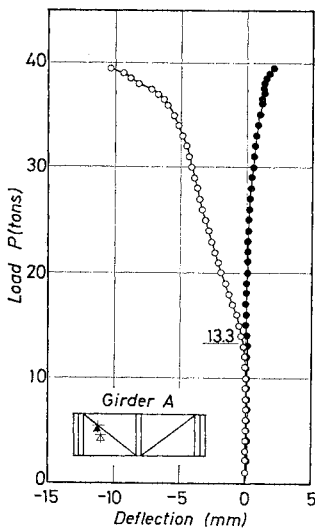


図-6 腹板および斜め補剛材のたわみ—試験桁 A

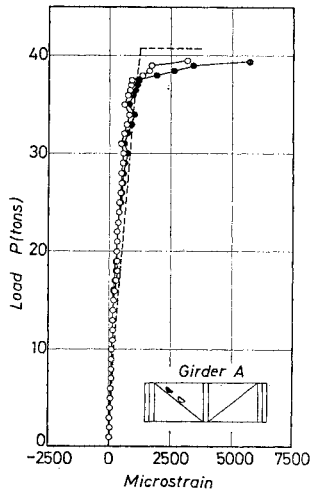


図-7 腹板の面内ひずみ—試験桁 A

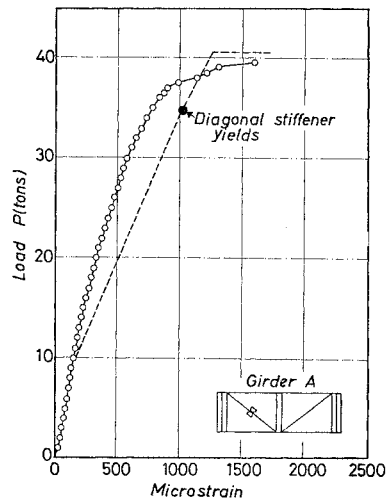
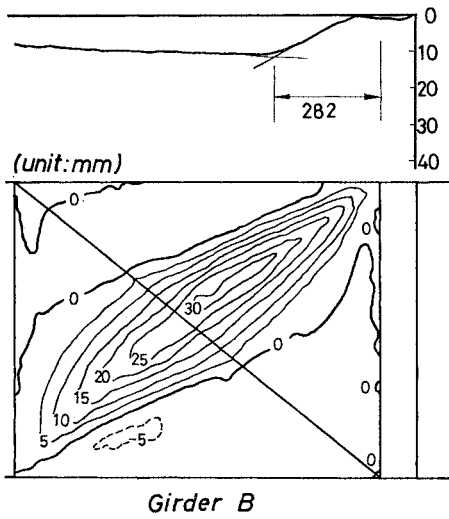


図-8 斜め補剛材の平均軸方向ひずみ—試験桁 A

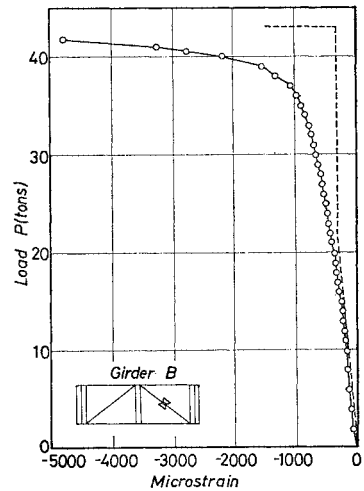
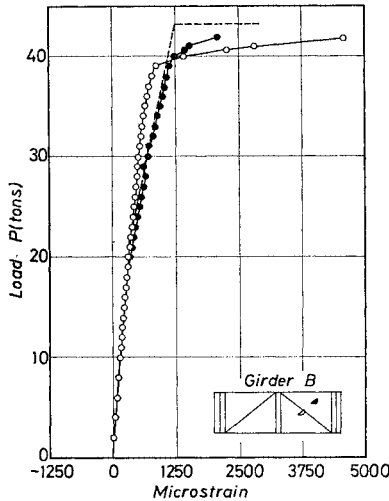
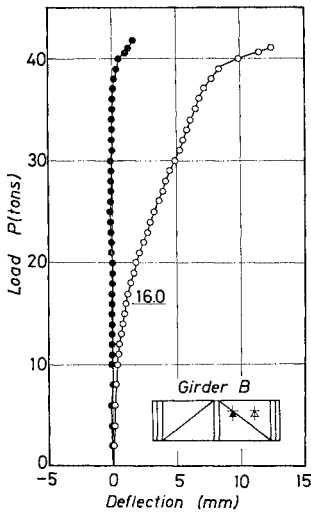
試験桁 B は右側パネルに張力場が発生し、フランジに塑性ヒンジが形成され、 $P=41.8$ ton で破壊した（写真—2）。上フランジの残留鉛直たわみおよび腹板の残留たわみ分布を 図—9 に示す。また、腹板の面外たわみおよび斜め補剛材の水平たわみと荷重との関係を 図—10 に、腹板の対角方向の面内ひずみと荷重との関係を 図—11 に、斜め補剛材の平均軸方向ひずみと荷重との関係を 図—12 に示す。

5. 理論および実験結果の考察

実験結果について考察し、理論値と実験値を比較して、3. に述べた斜め補剛プレート・ガーダーに対する



図—9 残留変形—試験桁 B



図—10 腹板および斜め補剛材のたわみ—試験桁 B

図—11 腹板の面内ひずみ—試験桁 B

図—12 斜め補剛材の平均軸方向ひずみ—試験桁 B

せん断耐荷力理論の妥当性について検討する。

(1) 腹板の局部座屈応力

腹板が局部座屈を起こしたと思われる荷重は、荷重-腹板のたわみ曲線 および 荷重-腹板の曲げひずみ曲線の変向点から推定できる。

試験桁 A の場合、図—6 の曲線などにおいて変向点は $P=12.8\sim 14.0$ ton の範囲にあり、平均 $P=13.3$ ton ($\tau_{cr}=361$ kg/cm²) で腹板の局部座屈が生じたものと考えられる。これに対して理論値は、周辺単純支持の条件に対して $\tau_{cr}=157$ kg/cm²、周辺固定の条件に対して $\tau_{cr}=232$ kg/cm² となる。実験値は固定の場合の理論値をも上回っているが、これは理論値が斜め補剛材上で単純支持の条件で得られたものであるのに対して、腹板の局部座屈モードは 図—5 の変形に類似しており、斜め補剛材全長にわたってそのねじれ抵抗が座屈強度に寄与したと思われる。

試験桁 B の場合、図—10 の曲線などにおいて変向点は $P=16.0\sim 19.0$ ton の範囲にあり、平均 $P=17.6$ ton ($\tau_{cr}=478$ kg/cm²) で座屈が生じたものと考えられる。理論値は、単純支持の条件に対して $\tau_{cr}=424$ kg/cm²、固定の条件に対して $\tau_{cr}=537$ kg/cm² となる。実験値は両理論値の間にある。この場合の局部座屈モードはほぼ 図—9 の変形に類似しており、試験桁 A と違ってあまり斜め補剛材のねじれ抵抗は寄与しなかったと思われる。

(2) せん断耐荷力

3. (1) に述べた耐荷力理論および計算の簡単化を目的とした 3. (2) の近似理論を用いて、試験桁 A および B

に対する理論せん断耐力 (V_{ult}^t) を計算し、実験値 (V_{ult}^e) と比較すると表-2 および 3 のようになる。各理論について、厳密な降伏条件式 (11) を用いた場合と Basler 流の近似降伏条件式 (12) を用いた場合を考え、腹板の座屈応力 τ_{cr} を求める際の境界条件を周辺単純支持とした場合と周辺固定とした場合に分け、それぞれ理論値を計算した。

表-2, 3 からわかるように、いずれの理論による場合でも、近似降伏条件によると厳密な降伏条件によるよ

りも 3~5% 低目の耐力が得られる。3.(1) に述べた本理論は、降伏条件式および腹板の座屈に対する境界条件のいかんにかかわらず、ほぼ妥当な耐力を与える。特に厳密な降伏条件式と単純支持の境界条件を用いると、実験値に対して 1~3% の安全側の誤差で耐力を推測できる。近似降伏条件を用いる場合には固定の境界条件によればほぼ同程度の値が得られる。

Basler 型の近似理論は、 c, ϕ の値が実験値とまったく異なっているにもかかわらず、耐力の推測値は実験

表-2 理論値と実験値の比較-試験桁 A

	Yield condition ^{a)}	Boundary condition ^{b)}	τ_{cr} (kg/cm ²)	c (cm)	ϕ (deg.)	σ_t (kg/cm ²)	σ_s (kg/cm ²)	V_{cr} (t)	V_t (t)	V_s (t)	V_{ult} (t)	$(\frac{V_{ult}^t}{V_{ult}^e})^{c)}$
Test result	—	—	361	23.2	31.0	—	2110	6.65	—	2.32	19.8	—
Theories for girders with diagonal stiffener												
Present theory	Ex.	SS	157	31.7	24.2	2636	2110	2.89	14.40	2.32	19.61	1.01
		FX	232	31.1	23.8	2546	2110	4.27	13.69	2.32	20.28	0.98
	App.	SS	157	26.6	29.8	2548	2110	2.89	13.43	2.32	18.64	1.06
		FX	232	26.1	29.6	2418	2110	4.27	12.63	2.32	19.22	1.03
Basler's type	Ex.	SS	157	50.0	19.3	2663	2110	2.89	15.29	2.32	20.49	0.97
		FX	232	50.0	19.3	2582	2110	4.27	14.82	2.32	21.41	0.93
	App.	SS	157	50.0	19.3	2548	2110	2.89	14.63	2.32	19.83	1.00
		FX	232	50.0	19.3	2418	2110	4.27	13.88	2.32	20.47	0.97
Rockey's type	Ex.	SS	157	21.0	38.7	2587	2110	2.89	9.77	2.32	14.98	1.32
		FX	232	20.4	38.7	2472	2110	4.27	9.07	2.32	15.66	1.26
	App.	SS	157	21.1	38.7	2548	2110	2.89	9.67	2.32	14.88	1.33
		FX	232	20.6	38.7	2418	2110	4.27	8.96	2.32	15.54	1.27
Theories for girders without diagonal stiffener												
Basler ²⁾	App.	SS	124	50.0	19.3	2605	—	2.28	14.95	—	17.23	1.15
Rockey, et al. ⁹⁾	Ex.	SS	124	24.5	38.7	2632	—	2.28	11.60	—	13.88	1.43
Porter, et al. ⁴⁾	Ex.	SS	124	32.0	24.4	2675	—	2.28	14.74	—	17.02	1.16

a) Ex. = Exact condition by Eq. (11); App. = Approximate condition by Eq. (12).

b) SS = Simply supported; FX = Fixed.

c) superscripts: th = theoretical; ex = experimental.

表-3 理論値と実験値の比較-試験桁 B

	Yield condition	Boundary condition	τ_{cr} (kg/cm ²)	c (cm)	ϕ (deg.)	σ_t (kg/cm ²)	σ_s (kg/cm ²)	V_{cr} (t)	V_t (t)	V_s (t)	V_{ult} (t)	$(\frac{V_{ult}^t}{V_{ult}^e})^{c)}$
Test result	—	—	478	28.2	36.0	—	-2110	8.80	—	2.32	20.9	—
Theories for girders with diagonal stiffener												
Present theory	Ex.	SS	424	29.8	22.8	2306	-547	7.80	11.95	0.58	20.33	1.03
		FX	537	29.6	22.3	2156	-669	9.88	11.01	0.72	21.61	0.97
	App.	SS	424	25.1	29.1	2086	-777	7.80	10.66	0.83	19.30	1.08
		FX	537	24.8	28.9	1890	-891	9.88	9.61	0.95	20.44	1.02
Basler's type	Ex.	SS	424	50.0	19.3	2354	-387	7.80	13.51	0.41	21.73	0.96
		FX	537	50.0	19.3	2206	-540	9.88	12.66	0.58	23.12	0.90
	App.	SS	424	50.0	19.3	2086	-404	7.80	11.97	0.43	20.21	1.03
		FX	537	50.0	19.3	1890	-560	9.88	10.85	0.60	21.33	0.98
Rockey's type	Ex.	SS	424	19.1	38.7	2172	-1055	7.80	7.46	1.13	16.39	1.28
		FX	537	18.7	38.7	1990	-1155	9.88	6.69	1.23	17.81	1.17
	App.	SS	424	19.5	38.7	2086	-1035	7.80	7.32	1.11	16.22	1.29
		FX	537	19.1	38.7	1890	-1131	9.88	6.49	1.21	17.58	1.19
Theories for girders without diagonal stiffener												
Basler ²⁾	App.	SS	124	50.0	19.3	2605	—	2.28	14.95	—	17.23	1.21
Rockey, et al. ⁹⁾	Ex.	SS	124	24.3	38.7	2632	—	2.28	11.50	—	13.78	1.52
Porter, et al. ⁴⁾	Ex.	SS	124	31.8	24.3	2673	—	2.28	14.66	—	16.94	1.23

値と最大 10% の差しかない。特に近似降伏条件と単純支持の条件を用いると理論値と実験値はほとんど一致する。これに対して Rockey 型近似理論は 26~33% も低めの耐荷力を与えるので不適当である。

また、表—2, 3 には比較のため、斜め補剛材を無視して従来の理論によって算定された耐荷力の値が示されている。Basler 理論²⁾では、式 (21) で ϕ , c を、式 (12) で σ_t を定める。Rockey-Skaloud 理論³⁾では式 (22) で ϕ を、式 (11) で σ_t を、3 次式で c を定める。Porter-Rockey-Evans 理論⁴⁾では、式 (9), (11), (14) を同時に満足するように c , ϕ , σ_t を定める。ただし、Porter-Rockey-Evans は式 (14) を誘導しておらず、 V_{ult} を最大にするように試索法で決めることになっている。表からわかるように、斜め補剛材を無視すると 15~23% ほど低めの値が得られ、斜め補剛材のせん断耐荷力に対する影響は大である。

試験桁 A (引張型補剛) と試験桁 B (圧縮型補剛) とを比較すると、腹板の座屈強度 (V_{cr}) の面からは圧縮型補剛の方が引張型補剛より有効であるが、耐荷力 (V_{ult}) の面からは圧縮型補剛が引張型補剛より実験値で 5% 上回っただけで、この差が有意であるかどうかはわからない。

(3) 崩壊機構

写真—1, 2 および 図—5, 9 からわかるように、両試験桁とも 図—3 (b) で仮定した組み合わせ機構で破壊している。ただし、下フランジの塑性ヒンジは上フランジのそれほど明確ではない。

表—2, 3 の c , ϕ の実験値は 図—5, 9 の上フランジの残留たわみ分布と腹板の残留たわみ等高線図から推定したものである。これらの値と本理論の値を比較してみよう。 ϕ の理論値は一般に実験値より小さいが、厳密な降伏条件を用いるよりも近似降伏条件を用いる方が実験値に近い値が得られる。また、試験桁 A の場合、理論値は実験値にきわめて近いが、試験桁 B の場合はそうではない。これに対して、 c の値は厳密な降伏条件を用いる方がよく、試験桁 B の場合の方がよい結果が得られた。すなわち、耐荷力の理論値が実験値とよく一致する場合でも、 c , ϕ の値については理論と実験とはあまりよい一致が得られなかった。

(4) 腹板の応力

3. で仮定した腹板の応力分布の妥当性を検討するため、斜張力場の生じる対角方向の理論面内ひずみを計算すると、図—7, 11 の破線のようになる。理論曲線の算定は、腹板座屈に対する周辺固定の境界条件と、厳密な降伏条件に基づく 3. (1) の理論による。また、腹板

の局部座屈、斜め補剛材の降伏、斜張力帯の降伏に対応する荷重とひずみを求め、それらの間ではひずみは荷重に比例して増大するものとした。

理論曲線は実験曲線の傾向をよく表わしており、特に試験桁 B (図—11) においては両曲線はよく一致している。したがって、3. (1) で設けた仮定は妥当であるといえよう。

(5) 斜め補剛材

3. において Kromm²⁵⁾ の考え方に従って斜め補剛材が負担するせん断力を決定した。すなわち、斜め補剛材は、腹板の対角方向のひずみと等しい軸方向ひずみが生じるように軸力を負担するものとした。この考え方に基づく理論ひずみ (周辺固定の条件と厳密な降伏条件による 3. (1) の理論) は 図—8, 12 の破線のようになる。実測された斜め補剛材の平均軸方向ひずみと比較すると、引張型補剛の場合 (図—8), 理論ひずみを実測ひずみより少し大きい、最後には降伏しており、降伏応力に相当する軸力は負担しているようである。

これに対して、圧縮型補剛の場合 (図—12), 腹板座屈までは理論値と実験値はよく一致している。しかし、それ以後は理論が予測する以上に斜め補剛材は軸方向圧縮力を負担している。これは、図—4 からわかるように、載荷点と支点を直結する圧縮部材として作用したためと考えられる。また、腹板座屈後、斜め補剛材は斜張力場の波の発生に伴い、腹板面外への曲げを受け、降伏している。腹板の凹面側の斜め補剛材は座屈した様子はなく、式 (20) の $\lambda=0.242$ であることを考えると、ひずみ硬化域に入っているものと思われる。

6. む す び

プレート・ガーダー腹板を鉛直補剛材間で対角方向に補剛した場合のせん断耐荷力について理論式を展開し、その結果の妥当性を検討するため全溶接プレート・ガーダー模型の破壊実験を行い、理論結果および実験結果に対して諸考察を試みた。その結果をまとめると、理論的には次のようである。

(1) 斜め圧縮方向 (圧縮型) および斜め引張方向 (引張型) に補剛された腹板のせん断座屈応力を、周辺単純支持および周辺固定の境界条件のもとで差分法を用いて解析し、実用公式を作成した。

(2) 鉛直補剛材のみを有するプレート・ガーダーに対する従来のせん断耐荷力理論を斜め補剛材をも有する場合に拡張した。また、Mises の降伏条件を用いる代わりに、Basler 流の近似降伏条件を用いる簡略手法を検討した。

(3) Basler や Rockey-Skaloud の理論にならった実用的な近似耐荷力理論を検討した。

実験については次のようである。

(1) 斜め圧縮方向および斜め引張方向に補剛された試験桁 2 体に対してせん断破壊実験を行った。

(2) 実験結果として得られた荷重-ひずみおよびたわみ曲線の変向点から腹板の局部座屈荷重を推定した。引張型補剛の場合、斜め補剛材のねじれ抵抗の影響が大であるようで、周辺固定の境界条件に対する理論値を上まわった。圧縮型補剛の場合は周辺単純支持の場合の理論値と周辺固定の場合の理論値の間の実験値が得られた。

(3) せん断耐荷力については理論値と実験値はよく一致した。また、Basler 型の近似理論も実験値とよく一致する理論値を与える。

(4) せん断耐荷力に対する斜め補剛材の効果は大で、腹板の局部座屈を対象にすると圧縮型補剛が有利であるが、耐荷力の面からは引張型補剛も圧縮型補剛に比べてほとんど遜色はない。

参考文献

- 1) Johnston, B.G. (ed.): Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed., Structural Stability Research Council, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- 2) Basler, K.: Strength of plate girders in shear, Proc. of ASCE, Vol. 87, No. ST 7, pp. 151-180, Oct., 1961.
- 3) Gaylord, E.H., Jr.: discussion to Ref. 2), Proc. of ASCE, Vol. 88, No. ST 2, pp. 151-154, Apr., 1962.
- 4) Porter, D.M., Rockey, K.C. and Evans, H.R.: The collapse behaviour of plate girders loaded in shear, Structural Engineer, Vol. 53, No. 8, pp. 313-325, Aug., 1975.
- 5) Rockey, K.C. and Skaloud, M.: Influence of flange stiffness upon the load carrying capacity of webs in shear, Final Report of 8th Congress, IABSE, New York, pp. 429-439, Sep., 1968.
- 6) Fujii, T.: Minimum weight design of structures based on buckling strength and plastic collapse (3rd report)—an improved theory on post-buckling strength of plate girders in shear-, Jour. of Society of Naval Architects of Japan, No. 122, pp. 119-128, 1967.
- 7) Fujii, T.: On an improved theory for Dr. Basler's theory, Final Report of 8th Congress, IABSE, New York, pp. 479-487, Sep., 1968.
- 8) Chern, C. and Ostapenko, A.: Ultimate Strength of Plate Girders under Shear, Fritz Engrg. Laboratory Report No. 328.7, Lehigh Univ., Aug., 1969.
- 9) Rockey, K.C. and Skaloud, M.: The ultimate load behaviour of plate girders loaded in shear, Structural Engineer, Vol. 50, No. 1, pp. 29-47, Jan., 1972.
- 10) Komatsu, S.: Ultimate strength of stiffened plate girders subjected to shear, Proc. of Colloquium on Design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength, London, 1971, IABSE, Reports of the Working Commissions, Vol.—Band 11, pp. 49-65, 1972.
- 11) Selberg, A.: On the shear capacity of girder webs, Publications of IABSE, Vol. 34-1, pp. 145-155, 1974.
- 12) Calladine, C.R.: A plastic theory for collapse of plate girders under combined shearing force and bending moment, Structural Engineer, Vol. 51, No. 4, pp. 147-154, Apr., 1973.
- 13) Cooper, P.B., Lew, H.S. and Yen, B.T.: Welded construction alloy steel plate girders, Proc. of ASCE, Vol. 90, No. ST 1, pp. 1-36, Feb., 1964.
- 14) Ostapenko, A., Chern, C. and Parsanejad, S.: Ultimate strength design of plate girders, Developments in Bridge Design and Construction, ed. by K.C. Rockey, J.L. Bannister and H.R. Evans, Crosby Lockwood & Son, London, pp. 505-518, 1971.
- 15) Rockey, K.C.: An ultimate load method of design for plate girders, *ibid.*, pp. 487-504.
- 16) 長谷川彰夫・西野文雄・奥村敏恵: 水平補剛材を有するプレート・ガーダーのせん断耐荷力, 土木学会論文報告集, No. 235, pp. 13-28, 1975-3.
- 17) 米沢 博・中原 久・松下真義・加治家清史: 斜め方向補剛ウェブのせん断座屈に関する研究, 呉造船技報, No. 15, pp. 12-37, 1967-11.
- 18) 三上市蔵・松下真義・中原 久・米沢 博: プレートガーダー斜め補剛腹板の座屈, 土木学会論文報告集, No. 192, pp. 45-54, 1971-8.
- 19) Column Research Committee of Japan (ed.): Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Company, Ltd., Tokyo, Japan, 1971.
- 20) Burchard, W.: Beulspannungen der quadratischen Plate mit Schrägsteife unter Druck bzw. Shub., Ingenieur-Archiv, Bd. 8, S. 332-348, Aug., 1937.
- 21) Abramowitz, W. and Cahill, W.F.: On the vibration of a square clamped plate, Jour. of Association of Computing Machinery, Vol. 2, pp. 162-168, Nov., 1955.
- 22) Croll, J.G.A. and Scrivener, J.C.: Convergence of hyperbolic finite difference solutions, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. ST 5, pp. 809-830, May, 1969.
- 23) Salvadori, M.G. and Baron, M.L.: Numerical Methods in Engineering, 2nd ed., Prentice-Hall, 1961.
- 24) Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952.
- 25) Kromm, A.: Kritische Schubspannung rechteckiger platten mit Diagonalaussteifungen, Stahlbau, Jg. 21, H. 10, S. 177-184, Okt., 1952.
- 26) Mikami, I., Takeda, H. and Yonezawa, H.: Buckling of plate girders with diagonally stiffened webs, Technology Report of Kansai Univ., No. 14, pp. 73-85, Mar., 1973.
- 27) Ebel, H.: Die Beulasten diagonal versteifter Rechteckplatten, Stahlbau, Jg. 42, H. 8, S. 225-236, Aug., 1973.
- 28) 若杉昇八: 内角 60°, 30° を有する周辺回転端直角三角形板の座屈, 日本機械学会論文集, Vol. 26, No. 164, pp. 530-537, 1960-4.
- 29) Höglund, T.: Design of thin plate I girders in shear and bending, with special reference to web buckling, Bulletin No. 94, Division of Building Statics and Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, Sep., 1973.
- 30) Herzog, M.: Ultimate static strength of plate girders from tests, Proc. of ASCE, Vol. 100, No. ST 5, pp. 849-864, May, 1974.

- 31) Herzog, M. : Die Traglast unversteifter und versteifter, dünnwandiger Blechträger unter reinem Schub und Schub mit Biegung nach Versuchen, Bauingenieur, Jg. 49, H. 10, S. 382-389, Okt., 1974.
- 32) Skaloud, M. : Ultimate load and failure mechanism of thin webs in shear, *op. cit.* in Ref. 10), pp. 116-129.
- 33) 福本 湧士・伊藤 義則 : フランジの局部座屈強度とフランジ幅厚比制限, 土木学会論文報告集, No. 160, pp. 27-38, 1968-12.
- 34) Nishino, F., Tall, L. and Okumura, T. : Residual stress and torsional buckling strength of H and cruciform columns, Trans. of JSCE, No. 160, pp. 75-87, Dec., 1968.
- 35) Basler, K. and Thürlimann, B. : Strength of plate girders in bending, Proc. of ASCE, Vol. 87, No. ST 6, pp. 153-181, Aug., 1961.

(1977.4.6・受付)