

地震動ベクトルの主軸と波形特性

PRINCIPAL AXES AND WAVE CHARACTERISTICS OF GROUND MOTION

星 谷 勝*・石 橋 裕**

By Masaru HOSHIYA and Yutaka ISHIBASHI

1. 序 論

地震時における構造物の動的挙動は従来は1方向の地震動に対して解析されてきたが、最近の研究ではパイプラインとか原子力施設とか高架橋に対しては、3方向の地震動解析が必要となってきた。

そのため、地震加速度波の水平2成分だけでなく、それに上下動成分を含めた3次元的地震加速度波の解析が行われている。

しかし、記録された地震加速度波成分は各地点で異なった任意の方向に設置された地震計によって記録されるため、震源方向と結びつけた議論を行うときや、多くの記録から全体の波形特性を抽出しようとする場合には統一した方向に3成分を変換したうえで解析した方がよいと思われる。

そこで、本論は地震動を適当な条件を有する軸を空間に持つベクトルと考え、この軸を規定して地震加速度波を解析しようとするものである。軸は“主軸”とよばれるものであるが、現在までに Penzien や渡部ら^{3),4)}の共分散行列を対角化する主軸、あるいは松島⁵⁾によるものなどが提案されている。

本論では著者の1人によって提案された相互スペクトル¹⁾を基本として主軸方向を規定していく。すなわち、(1) 全エネルギー行列を対角化する主軸Ⅱと(2) Penzien と渡部らの共分散行列を対角化する主軸Ⅰ、それに(3) 相互スペクトル行列を対角化する主軸Ⅲである。

これら3つの相異なる、しかし関連のある主軸へと座標変換を施し、新しい座標系で地震加速度波形の非定常な相互スペクトルを解析し、地震加速度波形に見られる方向性および波動特性を検討するものである。同時に、ここで採用する主軸の概念の物理的意味を明確にする。

2. 地震動の主軸

平均値0の多次元非定常確率過程 $x_i(t)$ の相互スペクトルは次式で定義される¹⁾。

$$A_i(\omega, t; W) = \int_{-\infty}^{\infty} W(t-u)x_i(u)e^{-i\omega u} du$$

として、相互スペクトルは

$$S_{ij}(\omega, t; W) = E \left[\frac{1}{2\pi} A_i(\omega, t; W) \cdot A_j^*(\omega, t; W) \right]; \begin{matrix} -\infty < \omega < \infty \\ -\infty < t < \infty \end{matrix}$$

ただし、 $i, j=1, 2, \dots, m$

ここで、 $W(t)$ はウィンドウ関数²⁾で $t=0$ の近傍で正値をとり、この近傍の外では $|W(t)|$ は非常に小さいとする。

さらに、 $W(t)$ は次式を満足するものとする。

$$\int_{-\infty}^{\infty} W^2(t) dt = 1$$

一般に、 $S_{ij}(\omega, t; W)$ は複素関数となり、実部と虚部をそれぞれ $C_{ij}(\omega, t; W)$ 、 $Q_{ij}(\omega, t; W)$ とすれば、位相角 $\theta_{ij}(\omega, t; W)$ は、

$$\theta_{ij}(\omega, t; W) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{ij}(\omega, t; W)}{C_{ij}(\omega, t; W)} \right\}$$

で与えられる。

相関性を表わすコヒーレンスは、

$$r_{ij}^2(\omega, t; W) = \frac{|S_{ij}(\omega, t; W)|^2}{S_{ii}(\omega, t; W)S_{jj}(\omega, t; W)}$$

となる。

本論では上記の相互スペクトルを一般化し、複素関数 $q_i(t)$ に対しても適用できるように、次のように書き改めておく。

$$\left. \begin{aligned} A_i(\omega, t; W) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(t-u)q_i(u)e^{-i\omega u} du \\ A_j^*(\omega, t; W) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(t-u)q_j^*(u)e^{i\omega u} du \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

* 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学助教授 土木工学科
** 武蔵工業大学 大学院生

として、

$$S_{ij}(\omega, t; W) = E \left[\frac{1}{2\pi} A_i(\omega, t; W) A_j^*(\omega, t; W) \right] \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(t-u_1) W(t-u_2) E[q_i(u_1) q_j^*(u_2)] \\ \cdot e^{-i\omega(u_1-u_2)} du_1 du_2 \dots\dots\dots (2)$$

ここで、*印は共役を示し、 $\int_{-\infty}^{\infty} W^2(t-u) du = 1$ とする。

さて、実数関数である地震動3成分 $x_i(t)$; $i=1, 2, 3$ (一般には地震計設置方向) に対して式(2)の相互スペクトルを要素とする相互スペクトル行列 $S(\omega, t; W)$ を作ると、 $S_{ij}^* = S_{ji}$ の関係から $S(\omega, t; W)$ はエルミート行列となる。

式(2)を ω で積分すれば

$$S_{Iij}(t; W) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{ij}(\omega, t; W) d\omega \\ = \int_{-\infty}^{\infty} W^2(t-u) E[x_i(u) x_j(u)] du \\ \dots\dots\dots (3)$$

式(3)より、 $S_{Iij}(t; W)$ を要素とする行列 $S_I(t; W)$ は時間 t の近傍で平均化された分散および共分散を要素とする実数対称行列となる。

さらに、式(3)を t で積分してみると、

$$S_{IIij}(W) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{ij}(\omega, t; W) d\omega dt \\ = \int_{-\infty}^{\infty} E[x_i(u) x_j(u)] du \dots\dots\dots (4)$$

となる。

$S_{IIij}(W)$ は $x_i(u)$ と $x_j(u)$ が共有する全エネルギー量と考えることができる。したがって、 $S_{IIij}(W)$ を要素とする行列 $S_{II}(W)$ を全エネルギー行列とよぶことにする。

主軸 I……時間 t で変動する主軸 (共分散が最大, 中間, 最小となる主軸)

この主軸は Penzien, 渡部^{3),4)}らによって提案されたものであるが、相互スペクトルに基づく $S_I(t; W)$ と関連させて次のように定義する。

すなわち、 $S_I(t; W)$ の固有値問題を考え、固有ベクトルから構成される座標変換行列 L で主軸方向を定める。

固有値問題: $S_I l = \lambda l \dots\dots\dots (5)$

ここで、固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ とそれらに対応する固有ベクトル l_1, l_2, l_3 を用いて、座標変換行列 L は

$$L = [l_1, l_2, l_3] = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

となる。

ただし、固有ベクトル l_i は $l_i = [l_{i1}, l_{i2}, l_{i3}]^T$ で与

えられる。ここで T は転置を意味する。

さて、座標変換行列 L を用いれば、地震動ベクトル $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t)\}^T$ は変換されて、

$$x'(t) = \begin{bmatrix} x'_1(t) \\ x'_2(t) \\ x'_3(t) \end{bmatrix} = L^T x(t)$$

あるいは要素で示せば、

$$x'_r(t) = \sum_{i=1}^3 l_{ir} x_i(t) \dots\dots\dots (7)$$

となる。

このとき式(7)を用いれば、 $x'_r(t)$ の共分散行列は、

$$S_{I'}(t; W) = L^T S_I L \dots\dots\dots (8)$$

となる。 L は式(5)の固有値問題における固有ベクトルを要素とする行列であるから、上式は対角行列となる。

共分散行列は式(8)のように対角化されるが、この共分散行列の要素は、式(8)および式(3)から、時間 t の近傍で平均化された時間差0の分散および共分散関数であることがわかる。このような場合に主軸方向成分 $x'_r(t)$ は見かけ上独立といえるかもしれない。しかし、主軸方向成分 $x'_r(t)$ の相互スペクトル行列が対角化される保証はないので、各成分は互いに相関しているといえる。

主軸 II……固定した主軸 (全エネルギーを最大, 中間, 最小とする主軸)

式(4)に基づき、 $S_{II}(W)$ の固有値問題としてこれを対角化する座標変換で主軸 II を定義する。すなわち、

固有値問題: $S_{II} l = \lambda l \dots\dots\dots (9)$

として、固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ に対応する固有ベクトルをそれぞれ l_1, l_2, l_3 とする。

主軸 I の場合と同様にして座標変換行列 L および固有ベクトル成分を与えれば、 $x(t)$ は変換されて、

$$x'(t) = L^T x(t) \text{ または } x'_r(t) = \sum_{i=1}^3 l_{ir} x_i(t) \\ \dots\dots\dots (10)$$

$x'_r(t)$ の全エネルギー行列は、

$$S_{II'}(W) = L^T S_{II} L \dots\dots\dots (11)$$

となり、これは対角行列となる。

したがって、 L 変換による主軸方向では全エネルギー行列が対角化され、全エネルギーが対角要素上に最大, 中間, 最小として求まることになる。しかし、この場合も相互スペクトル行列 $S(\omega, t; W)$ は必ずしも対角化されないで $x'_r(t)$ は互いに相関している。

主軸 III……周波数 ω および時間 t で変動する複素主軸

式(2)を要素とする複素関数エルミート行列 $S(\omega, t; W)$ は実数関数 $x(t)$ の相互スペクトル行列で、

$$S(\omega, t; W) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12}^* & S_{22} & S_{23} \\ S_{13}^* & S_{23}^* & S_{33} \end{bmatrix}$$

と表わせる。

このとき複素固有値問題として、

$$SI = \lambda I \dots\dots\dots(12)$$

を考えれば、実数固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ および対応する複素数ベクトル l_1, l_2, l_3 を用いて座標変換行列 L は、

$$L = [l_1^*, l_2^*, l_3^*]$$

で定義する。

これは複素数主軸であり、 $x(t)$ は変換後は次の複素関数 $x'(t)$ となる。

$$x'(t) = L^T x(t) \text{ または } x_r'(t) = \sum_{i=1}^3 l_{ir}^* x_i(t) \dots\dots\dots(13)$$

式 (2) により $q_i(t)$ が複素関数の場合の相互スペクトルが定義されているから、これを適用すれば複素関数 $x_r'(t)$ の相互スペクトルは計算され、

$$S' = L^T S L^* \dots\dots\dots(14)$$

となる。

L^* が式 (12) の固有値問題から求める固有ベクトルを要素とする行列であるから、式 (14) は対角化される。

すなわち、座標変換複素行列 L による主軸方向で $x'(t)$ の ω 成分波は互いに独立した複素関数となる。

以上は相互スペクトルに基づき地震動3成分の主軸を (1) Penzien, 渡部らによって提案されている共分散に関する、時間 t で変動する主軸 I, (2) 全エネルギーに関する、時間 t に独立な固定主軸 II, および (3) 相互スペクトルに関する、周波数 ω および時間 t に従属する主軸 III として提案したものである。

次節以降ではこれらの主軸の概念を実際地震動記録に適用して地震動の波形特性を追跡することにする。

3. 解析法および解析データ

相互スペクトルを求める際に必要となるウィンドウ関数はガウス型を採用し、そのなかで T の値は 2.5 秒とした²⁾。地震加速度波のデータ刻みは 0.04 秒とした。また、母集団的意味を持たせる期待値 E の操作のために Hanning の方法を用いて平滑化を 10 回繰り返し行うことにした。

また、主軸への変換によって、地震加速度波は $x'(t) = L^T x(t)$ あるいは $x_r'(t) = \sum_{i=1}^3 l_{ir} x_i(t)$ となるが、たとえば時間で変動する主軸を考える場合には実際は、時刻 t に対応して $x_r'(t, u) = \sum_{i=1}^3 l_{ir}(t) x_i(u)$ となり時刻 t で x_r' を定められない。このため主軸変換によって

直接地震加速度波をとりだすことができない。そこで、座標変換前の相互スペクトル S を用いて $L^T S L$ の操作を行い、座標変換後の相互スペクトルを求めることにする。

さて、解析の対象とした地震加速度波データは 1971 年 2 月のサンフェルナンド地震の記録の中から選んだ Millikan Library と Hollywood Storage の 2 観測点での記録である。

これらの記録の概要を表-1 に示す。以後、使用地震加速度波記録は表中に示したデータ番号を用いて区別することにする。なお、Millikan Library 記録の地震加速度波形を図-1 に示し、Hollywood Storage 記録の地震加速度波形を図-2 に示す。

両観測点はサンフェルナンド谷周辺に位置し、ルーム

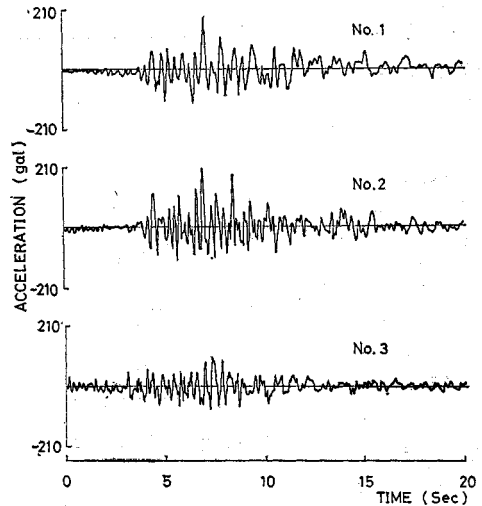


図-1 地震加速度波形 (Millikan Library 記録)

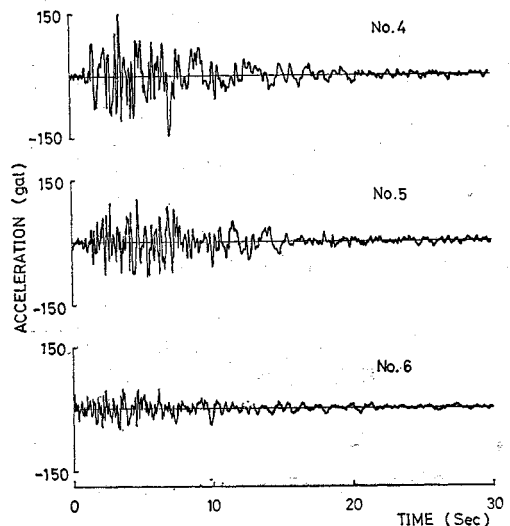


図-2 地震加速度波形 (Hollywood Storage 記録)

表一 地震記録の概要

Data	No.	Component	Max. Accel. (gal)	E.D. (km)	Location	Direction to E.C.
Millikan Library	1	N 90°E	178.2	40	Basement	N 40°W
	2	N 00°E	206.9			
	3	DOWN	97.0			
L.A. Hollywood Storage Bldg.	4	N 90°E	148.2	35	Basement	N 7°W
	5	S 00°W	103.8			
	6	UP	49.8			

Component : Positive Direction of Recorded Accelerograph

からなる沖積層部から成っている。Millikan Library は谷の東の端に、Hollywood Storage は谷の東南にあり、断層の複雑な地帯である。したがって、Hollywood Storage の場合には地震加速度波が谷を横切って入射してきたものと考えられる。図-3 に震央および2つの観測点位置を示しておく。

この解析では地震加速度波を水平2成分および鉛直1成分からなる3軸直交座標系のベクトルと考え、図-4 に示す方向を正とする。水平面角はN方向を基準として時計回りを正とし、 -180° から 180° の範囲を回転するものとする。鉛直角に関しては U_p 方向を基準に 0° から 180° の範囲で変動するものとする。

以下、次の順序で解析を進めていく。

- (1) 全エネルギー行列 S_{II} を最大、中間および最小と対角化する固定主軸 II に沿った解析
- (2) 共分散行列 S_I を最大、中間および最小と対角化する、時間で変動する主軸 I に沿った解析
- (3) 相互スペクトル行列 S を対角化する、時間および周波数で変動する主軸 III に沿った解析

4. 地震加速度波の解析

地震計は任意方向に設置されているため、

このままではその任意方向の評価をするにすぎない。そこで、先に述べた主軸変換を行って地震加速度波を検討する。

(1) S_{II} (全エネルギー行列) を対角化する主軸 II

a) 方向性について

図-5 は Millikan Library 記録の S_{II} を対角化する主軸の方向を求めたものである。この図は主軸の方向を水平角と鉛直角を用いてベクトル表示したものである。すなわち、ベクトルの大きさが同時に各主軸方向における地震加速度波の全エネルギーの大きさに比例するようにした。水平面図は破線が震央-観測点を結ぶ方向であり、(X) が震央の位置方向を示す。なお、3軸直交座標系図には各主軸方向における全エネルギー量 (P_w) が示してある。整数はデータ番号で、(') が座標変換後のものである。

この図をみれば、Millikan Library 記録では水平成分 (No. 1) が座標変換後は $1'$ となり中間エネルギーを持つ方向の軸となることがわかる。もう一方の水平成分 (No. 2) は変換後は $2'$ 方向となり、そのベクトルの大きさから最大エネルギーを持つ方向の軸となる。鉛直成分 (No. 3) は変換後最小エネルギーを持つ方向の軸となっている。したがって、マクロ的にとらえれば水平面内で震央-観測点方向を結ぶ方向は中間エネルギーを持つ軸とほぼ一致するといえる。そして、その軸に直角な軸が最大エネルギーを持つ軸となる。一方、鉛直角からいえることは最大エネルギーを持つ軸 (No. 2 の変換軸) の水平面となす角度が小さくほぼ水平面上にあるといえそうである。

結局、Millikan Library の記録の変換からは、地震加速度波の進行方向に直角な水平方向が卓越した動きをしていると推察される。なお、最小エネルギーを持つ軸 (No. 3 の変換軸) の鉛直角は 164° となっている。

3軸直交座標系として主軸 II をみるならば、中間エネルギー軸が震源方向を指し、最大エネルギー軸がほぼ水

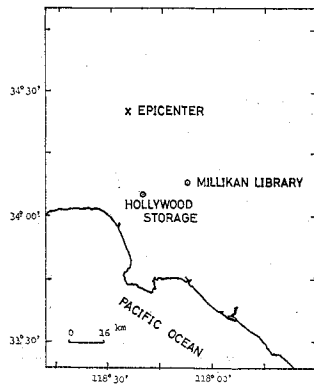


図-3 震央および観測点位置

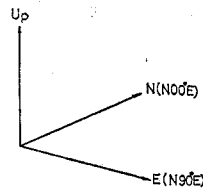
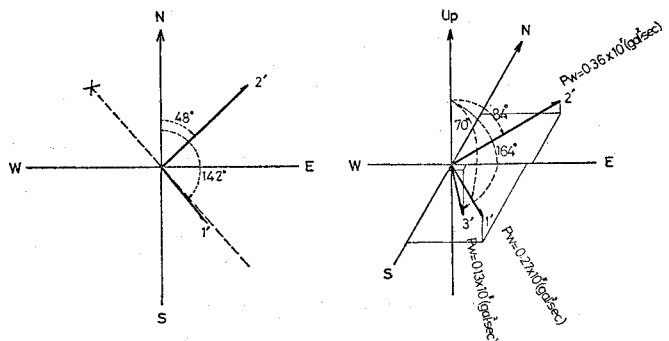


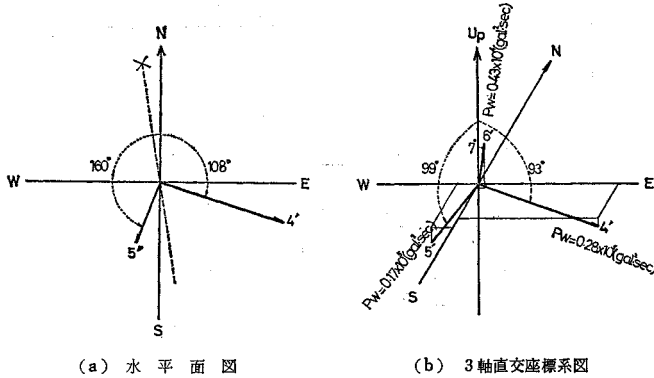
図-4 座標系



(a) 水平面図

(b) 3軸直交座標系図

図-5 主軸の方向 (主軸 II) (Millikan Library 記録)



(a) 水平面図 (b) 3軸直交座標系図
 図-6 主軸の方向(主軸II)(Hollywood Storage 記録)

平面上で中間エネルギー軸に対して直角方向を指す。最小エネルギー軸は前者の両軸を含む面に対して垂直となっている。

以上から、地震動を3軸直交座標系のベクトルと考えるならば、この新しい主軸IIによって地震動の方向性をとらえることができたと考える。

図-6は同様に求めた Hollywood Storage 記録の S_{II} を対角化する主軸IIの方向を示す。

水平成分(No. 5)は座標変換後は $5'$ となって中間エネルギーを持つ軸になる。一方の水平成分(No. 4)は最大エネルギーを持つ軸に、鉛直成分(No. 6)は最小エネルギーを持つ軸となる。水平面図を見ると中間エネルギー軸が Millikan Library 記録ほどの一致をみないにしても震央-観測点を結ぶ方向にあり、最大エネルギー軸がそれとほぼ直角方向となる。鉛直成分は最小エネルギー軸となり、鉛直角が 7° とほぼ鉛直方向に近い。

3軸直交座標系で考えると、水平面内で軸が移動した鉛直軸に対する角度の変化はきわめて微小といえる。

さて、両記録が座標変換後に上述の結果を得た理由を検討してみよう。

いま、表面波のみから構成される記録の3成分に対して主軸IIの変換を施したとしよう。すると、水平2成分軸は平面内で移動し、1つは伝播方向、ほかの1つはそれと直角方向となり、鉛直成分軸はほとんど変化せず、特に Hollywood Storage 記録の解析結果に近いものなる。

なぜならば、伝播する波はすべて地表面に沿ってくるものであり、ほかの経路を伝わる波はほとんど零となり、水平軸の1つは波の進行方向を向くと考えるのが当然であるからである。

なお、この議論では Love 波と Rayleigh 波の区別はできないが、表面波である限り変換後の軸方向については上述の推論ができると考える。

この考え方を両記録に適用すれば Millikan Library

の記録よりも Hollywood Storage の記録の地震加速度波の方が表面波をより多く含んでいるといえよう。

両記録に共通していえることは中間エネルギーを持つ軸が震央-観測点を結ぶ方向に向き、最大エネルギーを持つ軸がそれに対して直角方向にあることである。

なお、Hollywood Storage の記録の場合に見られる震央-観測点方向に対するエネルギー軸方向のずれは、震央と観測点の位置から地震加速度波が谷を横切り断層帯を横切って入射するような経路が考えられ、これら地形的影響が一原因となっていると思われる。

ところで、この主軸II方向で地震加速度波はどのような特徴をもっているであろうか。次に相互スペクトルを求めて波形特性を調べることにする。

b) 波形特性について

図-13は Millikan Library 記録の水平成分(No. 1)の Physical Spectrum を座標変換後で求めたものである。スペクトル強度は時間方向に10個ずつの平均を求め、その平均された値の0から最大スペクトル強度までを10等分し、スペクトルの弱い領域から強い領域へと0から9までの領域とした。

同図では図面を見やすくするために奇数番の領域のみを表記してある。したがって、5の領域は6の領域も含む。ここで領域は強度比(=スペクトル強度/最大スペクトル強度)を10倍したものと考えてよい。比較のために、Millikan Library 記録と Hollywood Storage 記録の座標変換前の Physical Spectrum をデータ番号順に図-7から12に示す。

なお、図-7以降でスペクトル強度を示す map が数多く示されるが、個々の最大スペクトル強度に対する分布であることを注意しておく。

さて、図-13にもどって、図-13の変換後では最大スペクトル強度が20%程度大きくなった。全体の分布形状は時刻 $t=4.0$ 秒から $2.5\sim 3.8$ Hz の成分波の成長

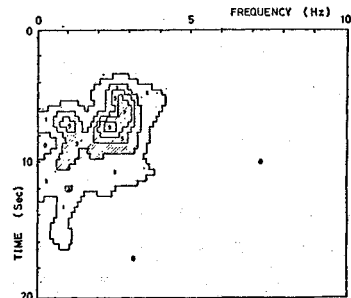
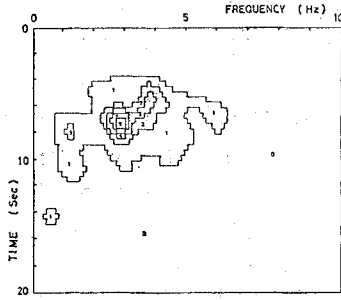
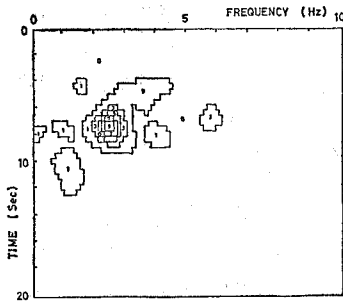


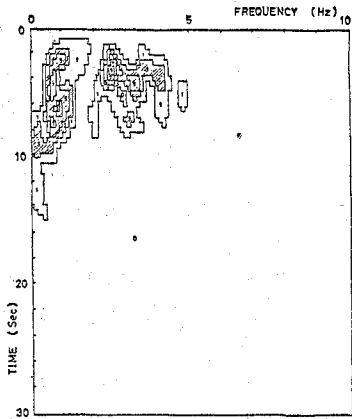
図-7 Physical Spectrum $S_{11}(\omega, t; W)$ 最大値 0.200×10^6 (gal²·sec) (座標変換前)



図—8 Physical Spectrum $S_{22}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.286 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (座標変換前)



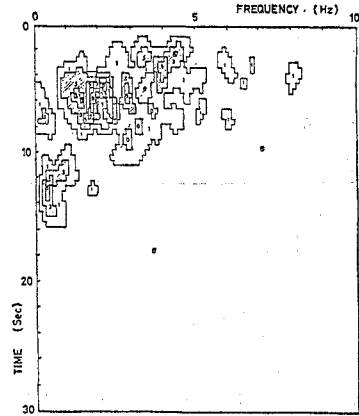
図—9 Physical Spectrum $S_{33}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.157 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (座標変換前)



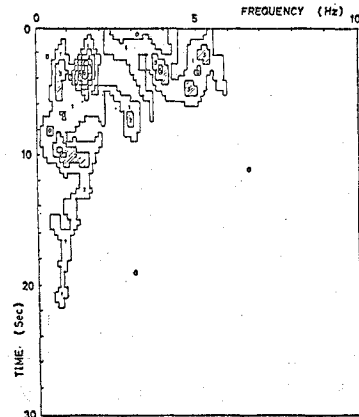
図—10 Physical Spectrum $S_{44}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.253 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (座標変換前)

がみられ、6.0~11.0 秒にかけて 0.5~3.5 Hz の成分波が現われる。16.5 秒ぐらいまで継続するのは、このうちで 1 Hz を中心とした成分波である。6~9 秒にかけて 2~3 Hz の成分波が卓越する。また、座標変換前には現われなかった 4 Hz 以上の成分波が変換後の 図—13 では 5~9 秒にかけて観察される。

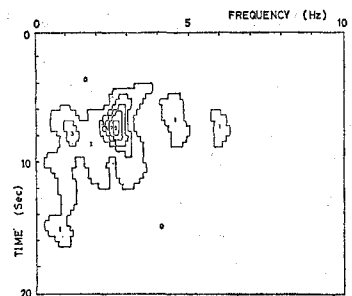
図—14 は一方の水平成分 (No. 2) の変換後の Physical Spectrum である。図—13 と同様に最大スペクトル強度が座標変換後 20% 程度大きくなった。全体の分布形は $t=3.5$ 秒から 6 秒にかけて 2.0~4.5 Hz の成



図—11 Physical Spectrum $S_{55}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.112 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (座標変換前)



図—12 Physical Spectrum $S_{66}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.372 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (座標変換前)



図—13 Physical Spectrum $S_{11}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.244 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

成分波が成長し、 $t=6$ 秒から 10 秒にかけて 1~2 Hz 程度の成分波がこれに加わり、 $t=12$ 秒過ぎまで続く。特に 6~9 秒にかけて 2~3.5 Hz の成分波が卓越する。

次に、図—15 は鉛直成分 (No. 3) の座標変換後の Physical Spectrum である。この最大スペクトル強度は変換前に比べて 10% 近く減少した。鉛直成分の特徴は 2 つの水平成分の分布に比べて、周波数方向で分布が

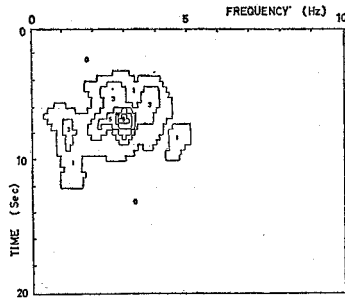


図-14 Physical Spectrum $S_{22}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.346 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

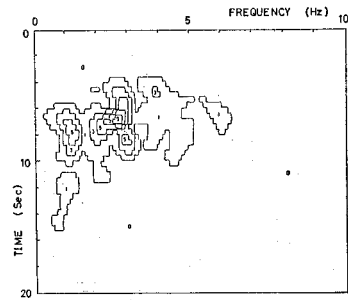


図-16 相互スペクトル $|S_{12}(\omega, t; W)|$ 最大値 $0.174 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

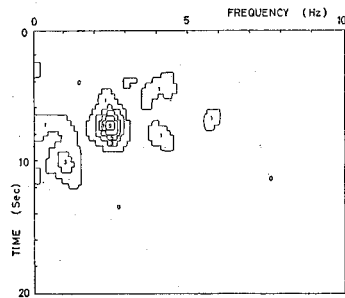


図-15 Physical Spectrum $S_{33}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.145 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

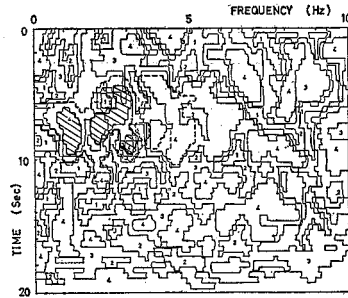


図-17 コヒーレンス $\gamma_{12}(\omega, t; W)$ (主軸 II)

広範囲にばらつき、同時に卓越成分が 2~3 Hz に集中していることであろう。その時刻は 6.5~8.5 秒である。

座標変換後の 3 成分の Physical Spectrum のスペクトル強度分布を比較すると最大エネルギーを持つ軸 (No. 2 の変換)、中間エネルギーを持つ軸 (No. 1 の変換)、最小エネルギーを持つ軸 (No. 3 の変換) の順序に最大スペクトル強度も小さくなった。このために図-14 の No. 2 に関するものが、他の 2 つの分布領域に比べて大きい強度を示したものと考える。

図-16 は水平成分同士 (No. 1 と No. 2) の変換後の相互スペクトルである。

スペクトル強度の大きくなる領域が変換後の 2 つの水平成分の卓越した周波数領域とほぼ一致している。

相関性の度合を調べるために、図-16 と対比してコヒーレンス $\gamma(\omega, t; W)$ を求めてみた。図-17 は両水平成分間のコヒーレンスの map であり、0 から 1 までの値を 5 等分し、1 から 4 までの領域に区別したものである。同図には相互スペクトル強度の強度比の 10% 以上の領域を破線で、30% 以上の領域を太線で示してある。斜線の領域は強度比 30% 以上かつコヒーレンスが 0.6~1.0 の領域である。この図から相互スペクトル強度の大きい領域ではコヒーレンスも高いことがわかる。しかし、相互スペクトル強度の低い所でもコヒーレンスは高く、このような領域が随所に見られることから、コ

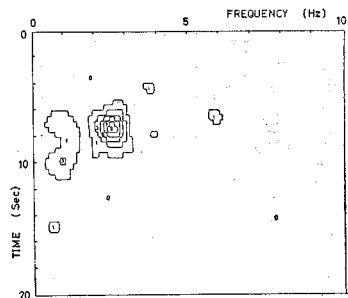


図-18 相互スペクトル $|S_{13}(\omega, t; W)|$ 最大値 $0.178 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

ヒーレンスの非定常性は把握しにくいと考える。ただし、この解析では地震動をベクトルと考えているので、コヒーレンスの高低によってベクトルの変動平面を予想することができよう。

水平成分 (No. 1) と鉛直成分 (No. 3) の変換後の相互スペクトルは両者の Physical Spectrum の卓越周波数成分波が時間および周波数方向ともにほぼ一致しているためそれらの影響を受けて 2~3 Hz 程度の成分波が 6~9 秒にかけて卓越している (図-18)。コヒーレンス (図-19) をみてもこれらの領域では 4 の領域となっている。

次に水平成分 (No. 2) と鉛直成分 (No. 3) の変換後の相互スペクトル (図-20) とコヒーレンス (図-21)

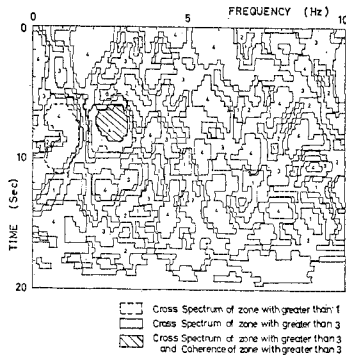


図-19 コヒーレンス $\gamma_{13}(\omega, t; W)$ (主軸 II)

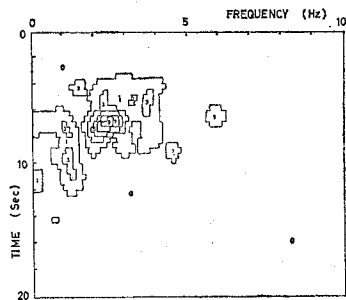


図-20 相互スペクトル $|S_{23}(\omega, t; W)|$ 最大値
 $0.142 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

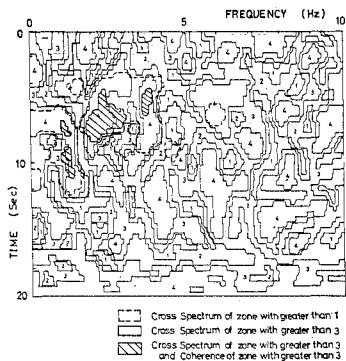


図-21 コヒーレンス $\gamma_{23}(\omega, t; W)$ (主軸 II)

を検討する。

ここでも同じような特徴を見ることができる。しかし、相互スペクトルの強度比の 90% 以上の領域は鉛直成分の強度比の 90% 以上の領域とほぼ一致するが水平成分のそれとは一致せず水平成分の 50% 領域とほぼ一致している。4.5 秒から 2.3 Hz と 3.8 Hz あたりの成分波がめだちはじめ、3.8 Hz 成分波は 6 秒頃に弱まるが逆に 6 秒から 8.5 秒にかけて 1.8 Hz から 2.8 Hz の成分波が卓越する。9 秒から 12 秒にかけて 1.2 Hz 付近の成分波がめだつ傾向にある。この特徴ある部分がコヒーレンスで 0.6 以上の領域に含まれていることがわかる。

Hollowood Storage の記録では各成分方向の Physical Spectrum および各成分間の相互スペクトルの最大スペクトル強度が変換前に比べて 20~40% 近くまで落ちた。そのため座標変換前のスペクトル強度の分布に比べてより広範に分布することが予想できる。

図-22 は水平成分 (No. 4) の変換後の Physical Spectrum である。全体の分布形は 0.2~4.5 Hz の成分波が時刻 $t=0.5$ 秒から 8.5 秒まで継続し、それ以後 14.5 秒くらいまで 0 Hz から 0.5 Hz の成分波に移行してゆき弱まる。2.5 Hz に Peak を有する 2 Hz から 4.5 Hz の成分波が $t=2$ 秒から 5 秒まで継続し、また、1 Hz に Peak を有する 0.5 Hz から 1.5 Hz の成分波が $t=1.5$ 秒から 9 秒頃まで継続する。

全体として短周期成分から長周期成分へ移行することがとらえられる。

あと一方の水平成分 (No. 5) の変換後の Physical Spectrum を 図-23 に示すが、全体分布形状は水平成分 (No. 4 の変換) の分布と大きな変化はない。しか

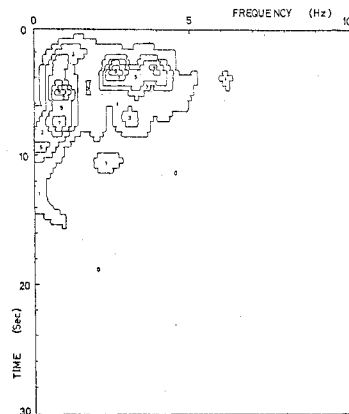


図-22 Physical Spectrum $S_{44}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.158 \times 10^9 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

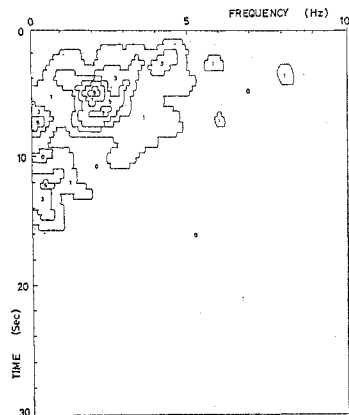
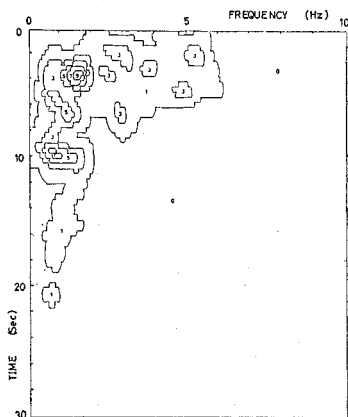


図-23 Physical Spectrum $S_{55}(\omega, t; W)$ 最大値
 $0.898 \times 10^9 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)



図—24 Physical Spectrum $S_{66}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.222 \times 10^2 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

し、時刻 $t=2$ 秒頃に 8 Hz 程度の成分波が現われる。2 Hz を中心に 1 Hz から 3 Hz の成分波が 2.5 秒から 8 秒まで継続し、1 Hz 以下の成分波が 6 秒から 8.5 秒および 11.5 秒から 15 秒に現われる。

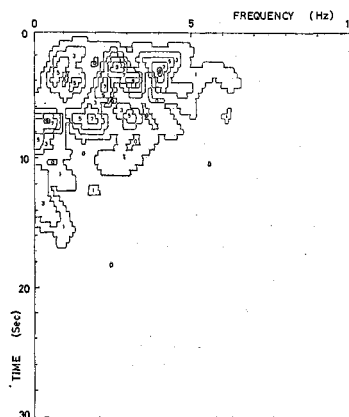
図—24 は、鉛直成分 (No. 6) の変換後の Physical Spectrum であり、全体の分布形状は 0 秒から 8 秒頃まで 0.5 Hz から 6 Hz の成分波が継続し、それ以後は 22 秒頃まで、1 Hz から 1.5 Hz の成分波が継続し弱まってゆく。卓越周波数は 1 Hz から 2 Hz に集まり、時間方向では 2 秒から 11 秒の範囲内にある。なお、2 秒から 8 秒にかけて、かなり分散して 3 Hz, 4 Hz および 5 Hz 程度の成分波が出現している。全体分布形状は短周期から長周期への移行が見られるが、1 Hz から 2 Hz の成分波を中心とした波群と考えてもよいであろう。

水平 2 成分ともに 0.5 Hz 以下の成分波をだいたい含んでいるが、鉛直成分にはほとんど含まれない。水平成分 (No. 4 の変換) および鉛直成分 (No. 6 の変換) には、2 Hz を中心とした成分波がほとんどないが、水平成分 (No. 5 の変換) には 2 Hz を Peak とする成分波が存在する。

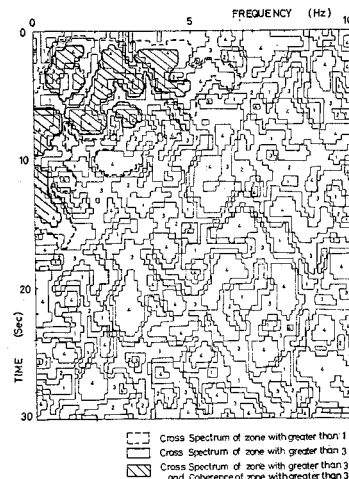
3 成分間の相関性を調べるために求めた相互スペクトルおよびコヒーレンスを 図—25~30 に示す。Millikan Library 記録同様、個々の Physical Spectrum の卓越周波数波が相互スペクトル強度に影響を与えている。

図—25 および 26 は、水平成分同士 (No. 4 と No. 5) の変換後の相互スペクトルとコヒーレンスである。水平成分 (No. 5 の変換) の Physical Spectrum にだけ見られた 2 Hz 成分波の 3 秒付近の卓越波部分の相互スペクトルはやはり卓越しているが、コヒーレンスを見ると 3 の領域にあり、Physical Spectrum 同士の卓越成分波の相互スペクトルへの影響とは形状がちがうようである。しかし、スペクトル強度 30% 以上の領域内のコヒーレンスが高いことがわかる。

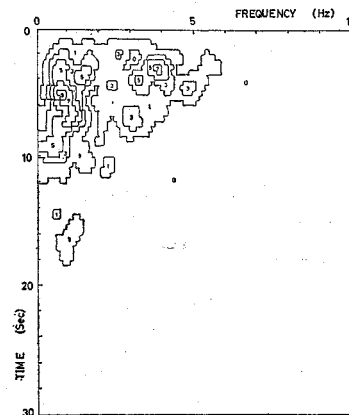
図—27, 28 は、水平成分 (No.4) と鉛直成分 (No.6) の変換後の相互スペクトルとコヒーレンスである。相互スペクトルの図を見ると時刻 2 秒から 10 秒頃に 2 Hz



図—25 相互スペクトル $|S_{45}(\omega, t; W)|$ 最大値 $0.561 \times 10^2 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)



図—26 コヒーレンス $\gamma_{45}(\omega, t; W)$ (主軸 II)



図—27 相互スペクトル $|S_{16}(\omega, t; W)|$ 最大値 $0.389 \times 10^2 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

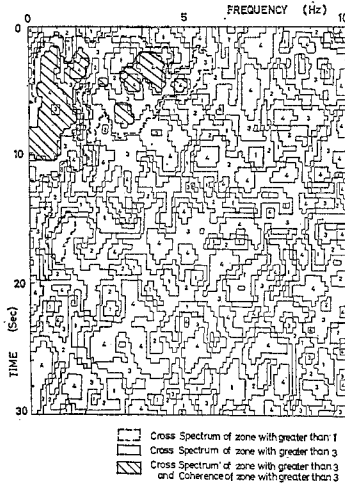


図-28 コヒーレンス $\gamma_{46}(\omega, t; W)$ (主軸 II)

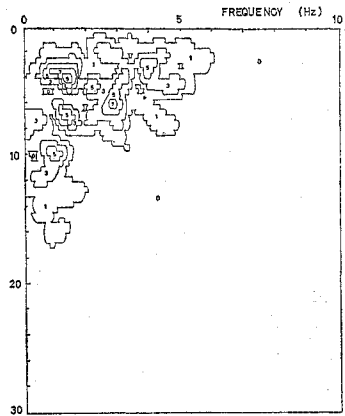


図-29 相互スペクトル $|S_{56}(\omega, t; W)|$ 最大値 $0.218 \times 10^2 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 II)

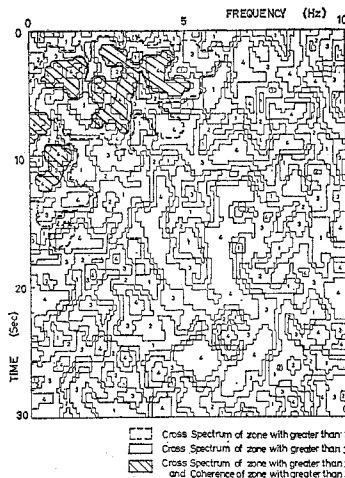


図-30 コヒーレンス $\gamma_{56}(\omega, t; W)$ (主軸 II)

以下の領域で卓越がめだち、このコヒーレンス領域もきわめて高い領域となっている。これは鉛直成分に 2 Hz 以上の成分波があまり含まれていないからであろう。

次に水平成分 (No. 5) と鉛直成分 (No. 6) の変換後の相互スペクトルおよびコヒーレンスを見ればやはり、鉛直成分の Physical Spectrum の形から 2 Hz 以下に卓越成分の存在することがわかる。コヒーレンスから見ると、その卓越領域において 3 から 4 の領域となり、すでに述べた水平成分と鉛直成分とのコヒーレンス分布形状とは異なっている。

以上 a) 方向性, b) 波形特性, の結果より表面波の存否を調べる場合には、Hollywood Storage 記録では地震加速度波の 0.5 Hz から 1.0 Hz の成分波を特に注目する必要がある。これに関しては後節 5. で詳しく検討することにする。

(2) S_1 (共分散行列) を対角化する主軸 I

a) 方向性について

Millikan Library の地震加速度波の共分散行列 $S_1(t; W)$ の固有値問題として、最大、中間および最小となる分散値とそれらに対応する固有ベクトルすなわち主軸 I 方向を求めた。

図-31 は横軸に時間を、縦軸に分散値をとり座標変換後の分散値の時間的変化を示したものである。実線が水平成分 (No. 2) の変換後の分散値、破線が水平成分 (No. 1) の変換後の分散値および 1 点破線が鉛直成分

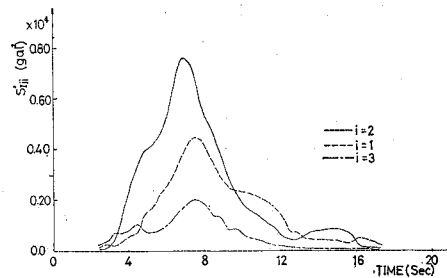


図-31 主軸 I の軸を持つ分散値の時間変化 (Millikan Library 記録)

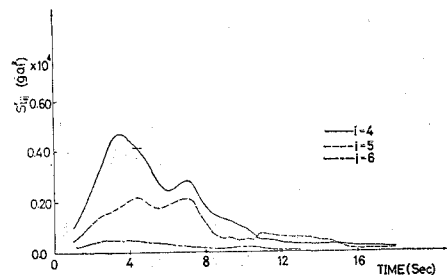


図-32 主軸 I の軸を持つ分散値の時間変化 (Hollywood Storage 記録)

(No. 3) の変換後の分散値を表わしている。同図を見ると地震加速度の主要動部において最大分散値を持つ軸が水平成分 (No. 2) の変換されたものであり、中間分散値を持つ軸が水平成分 (No. 1) の変換、そして最小分散値を持つ軸が鉛直成分 (No. 3) の変換後の軸となっている。図-32 に同様に求めて Hollywood Storage 記録の分散値の時間変化を示しておく。

図-33 は Millikan Library 記録の主軸方向の時間変化を示したものである。

(a) 図は N 方向を基準にとり時計回りを正とし -180° から 180° の範囲の水平角の動きを、(b) 図は U_p 方向を基準に 0° から 180° の範囲の鉛直角の動きを示す。それぞれ縦軸には角度を、横軸には時間をとった。(a) 図で水平成分 (No. 2) の座標変換後の軸は 4 秒から 9 秒にかけて 36° に安定している。また、この軸に直角な水平成分 (No. 1) の変換後の軸は 4 秒から 9 秒にかけて 130° から 110° の範囲をなだらかに変動し、この間の鉛直角は 50° から 90° の範囲内にあることがわかる。

一方、この時間帯で鉛直成分 (No. 3) の変換後の軸は 150° に安定している (b) 図)。

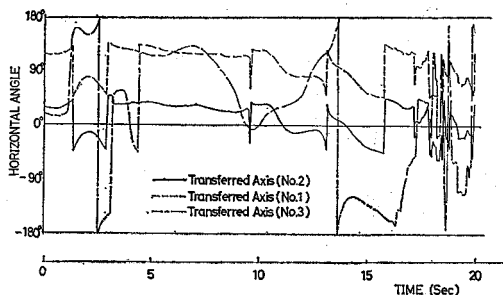
全体的にながめれば、この主軸 I の方向は固定主軸 II とよく対応していると考えられる。

図-34 は Hollywood Storage 記録の時間で変動する主軸方向を示したものである。この記録の場合にも主要動部の 1 秒から 10 秒間で主軸方向の変動が安定している。この間、中間分散軸 (No. 5 の変換軸) が震央-観測点を結ぶ方向に近く、最大分散軸 (No. 4 の変換軸) がこれに直角な方向をとる。最小分散軸 (No. 6 の変換軸) は鉛直に近い方向となる。

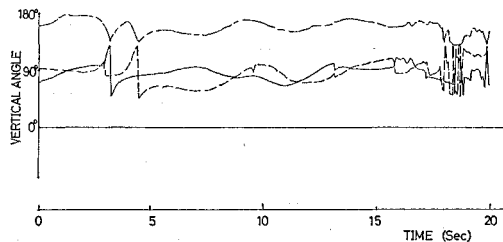
両記録に共通していえることは次の点であろう。すなわち、初期動において最大分散値を持つ主軸が鉛直軸に近い方向を指し、主要動では最大分散値を持つ主軸および中間分散値を持つ主軸が水平に近い方向を指す。おのおの分散値が最大値に達してしばらくの間は中間分散値を持つ主軸が震央-観測点を結ぶ方向に、それに直角な水平方向に最大分散値を持つ主軸が指しているが突然水平方向同士で向きを変える。このことは Penzien ら⁹⁾ によっても指摘されている。この事実は地震動の伝播エネルギーが小さいときは鉛直方向へのエネルギー放出が大きく、やがて伝播エネルギーが大きくなると水平面上で特定の方向へのエネルギー放出が大きくなる。最後に伝播エネルギーが小さくなるとエネルギー放出方向が不安定となると解釈されよう。

b) 波形特性について

主軸 I の方向に座標変換をした記録に対しても、主軸 II の場合と同様に一連の相互スペクトルおよびコヒーレン

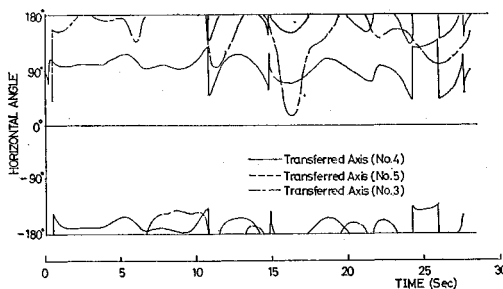


(a) 水平角

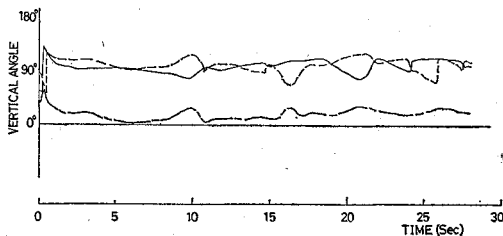


(b) 鉛直角

図-33 主軸方向の時間変化 (主軸 I) (Millikan Library 記録)



(a) 水平角



(b) 鉛直角

図-34 主軸方向の時間変化 (主軸 I) (Hollywood Storage 記録)

ンスを算出したが、ここではその一部を示すことにする。

図-35 および 36 は Hollywood 記録の水平成分間 (No. 4 と No. 5) の座標変換後の相互スペクトルおよびコヒーレンスである。相互スペクトル強度の高い所ではコヒーレンスも高くきわめて高い相関性を有することは明らかである。Penzien らは主軸 I の方向での独立を

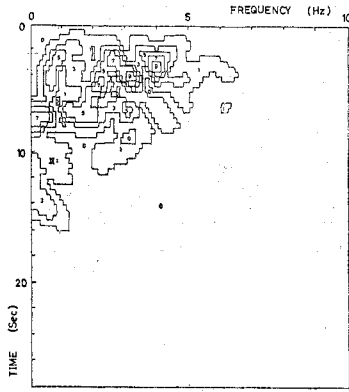


図-35 相互スペクトル $|S_{45}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.576 \times 10^3 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 I)

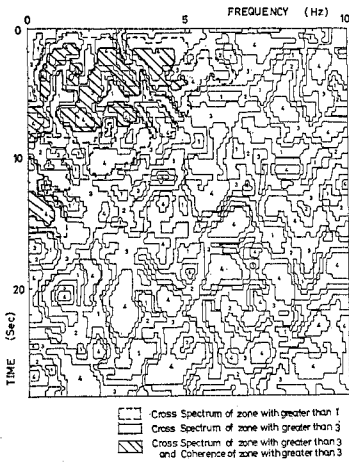


図-36 コヒーレンス $\gamma_{45}(\omega, t; W)$ (主軸 I)

仮定しているが、これらのことから共分散行列を対角化する主軸上での地震加速度波が互いに独立となるとはいえないであろう。

以上 a), b) から主軸 I は時間的に変化するエネルギーの最大、中間および最小となる方向を的確に追うことはできるが、震源方向と結びつけた議論を波形特性に対して行う場合には主軸 II の固定主軸で十分適用できると考える。

(3) S (相互スペクトル行列) を対角化する主軸 III

この主軸は複素主軸となり、座標変換後は相互スペクトル行列は対角化し、対角要素に各 Physical Spectrum が得られる。この主軸は地震加速度波の入射方向を時間および周波数ごとにとらえようとする軸であり、地震加速度波は周波数成分方向で独立した波となる。この場合、地震加速度波をとらえる方向が時間および周波数で変わるため主軸 I または II によって得られる地震加速度波エネルギーよりもさらに凝縮された形のエネルギーを

有する地震加速度波の解析となる。しかし、この主軸が複素数で表わされるためにその方向の意味するところを明らかにすることは困難と思われる。そこで、ここでは主軸の方向性については論せず、新しい主軸 III での地震加速度波の特性のみを検討することにした。

図-37~39 は Millikan Library 記録の 2 水平成分 (No. 1 と No. 2) および鉛直成分 (No. 3) の座標変換後の各 Physical Spectrum である。

座標変換前のそれぞれに対応する Physical Spectrum と比較してみると、3 成分ともにスペクトル強度が変換前に比べて大きくなっている。しかし、鉛直成分では部分的にのみ見える現象であり、全体的には強度が落ちている。

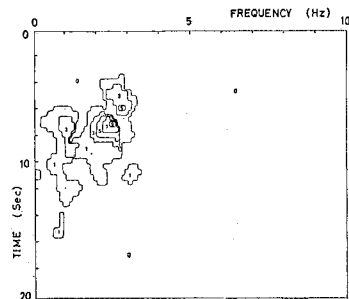


図-37 Physical Spectrum $S_{11}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.480 \times 10^3 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 III)

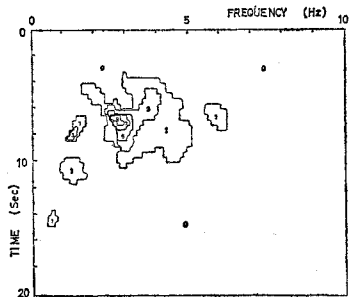


図-38 Physical Spectrum $S_{22}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.465 \times 10^3 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 III)

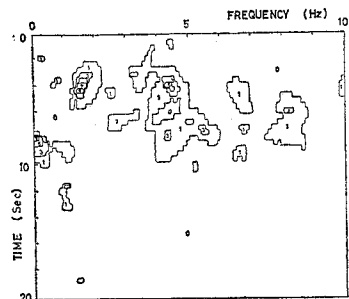


図-39 Physical Spectrum $S_{33}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.491 \times 10^3 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸 III)

ここで個々の成分について検討してみる。

水平成分 (No. 1 の変換) の Physical Spectrum (図-37) から全体の分布形は 2.0 Hz から 3.2 Hz の成分波が 3.6 秒から 8 秒にかけて強まり, 以降で弱まってくる。同時に 1 Hz を中心とした成分波も 6 秒から 13 秒にかけて存在している。部分的には 2 Hz から 2.5 Hz の成分波が 6.5 秒から 7 秒間で急激に成長する。周波数方向でみると 2.8 Hz 以上の成分波は急激に減少していく。

一方の水平成分 (No. 2 の変換) の Physical Spectrum は 図-38 に示すとおり 2.5 Hz から 5 Hz の成分波が 4 秒から 10 秒にかけて存在する。さらに 1.5 Hz 近辺の成分波は 6.5 秒から 8.5 秒および 10 秒から 12 秒にかけて現われる。しかしながら全体では 2.3 Hz 以上の領域に分布し, その中心は 2.8 Hz の成分波となっている。

水平 2 成分に関していえることは卓越周波数成分波がほぼ分離されることである。

次に鉛直成分 (No. 3 の変換) の Physical Spectrum (図-39) を考察する。まず 0 Hz から 8 Hz の広範囲の成分波を含んでいることがわかる。卓越周波数成分波はそれぞれ 0~0.3 Hz 程度の成分波が 8 秒から 10 秒間, 1.5 Hz から 2.0 Hz の成分波が 3 秒から 5 秒間, そして 4.5 Hz の成分波が 4 秒から 5 秒間に現われている。

同様にして Hollywood Storage 記録に対しても解析してみた。図-40~42 が 2 つの水平成分 (No. 4 と No. 5) と鉛直成分 (No. 6) の変換後の Physical Spectrum である。変換前の Physical Spectrum と比較すると鉛直成分 (No. 6 の変換) の強度だけが大きくなり, 水平成分 (No. 4 と No. 5 の変換) の強度は変化なしくもしくは小さくなる傾向を得た。特徴的な Physical Spectrum から考察してみる。図-41 は水平成分 (No. 5 の変換) の Physical Spectrum であるが, 全体の分

布がはっきりした 3 つのグループに分離され 0 秒から 3 秒間は 4 Hz から 5 Hz の成分波が, 3 秒から 8 秒間は 1 Hz から 3 Hz の成分波が, そして 10 秒から 16 秒にかけて 0.5 Hz の成分波と分かれ, 時間経過とともに長周期成分へと移行していくことが観察される。また, Millikan Library 記録の場合と同様に等高線が密になる現象が見られる。この事実は主軸Ⅲ方向で成分波が完全に分離されてとらえられていることを意味すると考ええる。

もう一方の水平成分 (No. 4 の変換) の Physical Spectrum であるが, 変換前と分布形状はほとんど変わらなかった。

座標変換後の鉛直成分の Physical Spectrum の強度分布にはきわめて特徴的といえる次のような観察が得られた。すなわち, 最大スペクトル強度をもつ 1.6 Hz の成分波が 3.6 秒付近に, 1.2 Hz の成分波が 10 秒付近に, そして 5.5 Hz の成分波が 3 秒付近に現われ, 他の領域では相当低いスペクトル強度となっている。

以上の結果より, 主軸Ⅲ方向で Physical Spectrum を求めた場合, 地震加速度波内である程度以上卓越して

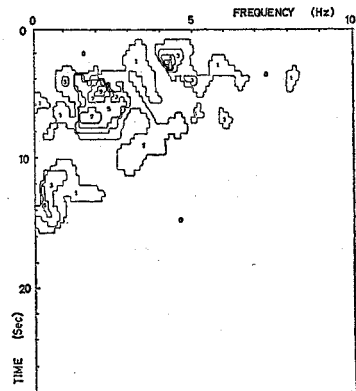


図-41 Physical Spectrum $S_{16}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.114 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸Ⅲ)

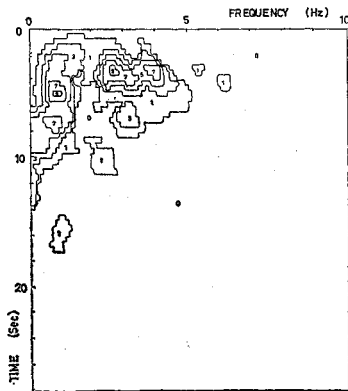


図-40 Physical Spectrum $S_{14}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.137 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸Ⅲ)

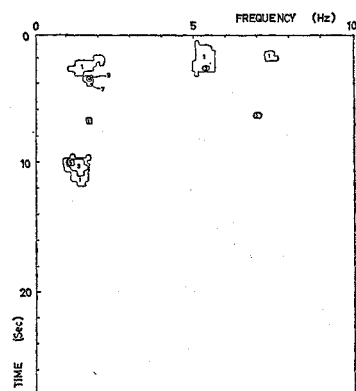


図-42 Physical Spectrum $S_{16}(\omega, t; W)$ 最大値 $0.552 \times 10^8 (\text{gal}^2 \cdot \text{sec})$ (主軸Ⅲ)

含まれる成分波をきわめて明瞭に分離することができ、特定時間および特定周波数の地震加速度波の入射を的確にとらえることができるといえるであろう。したがって、主軸の方向性は不明瞭であるが、地震加速度波の構成成分波を調べるには主軸Ⅲが有効な手段となる。

5. 主軸Ⅱ方向での地震加速度波成分の検討

3つの相異なる主軸について解析を行ってきたが、ここでは全エネルギー行列を対角化する固定主軸上で地震加速度波成分に対して大胆な推論を試みる。

この主軸は前節の解析で、両記録ともに地震加速度波の入射方向に主軸がほぼ一致した。また、主軸のもつエネルギーの大きさから震央-観測点方向に直角な方向の動きが大きく、せん断的な力が加えられる地震加速度波であることがわかった。主軸の傾きから考えると、Millikan Library 記録よりも Hollywood Storage 記録の地震加速度波の方が、より多く表面波的成分波を含んでいると考えた。

そこで、この Hollywood Storage 記録を再び検討することにす。すでに Sutton⁷⁾ は震央-観測点方向の水平成分とそれに鉛直な地震加速度波成分の相関で波動性を評価しているが、本考察では各成分間のコヒーレンスによって地震加速度波の大まかな運動面をとらえ、それより成分波が縦波であるかどうかを決めると同時に周波数領域の検討でその成分波を特徴づけようとするものである。

特に Hollywood Storage 記録の 図-26, 28 および 30 のコヒーレンスの map で 0 Hz から 1 Hz の領域に注目していくと、4秒から 10秒頃まで最大エネルギーを持つ軸と最小エネルギーを持つ軸の相関が強く、10秒から 13秒の間では中間エネルギーと最小エネルギーを持つ軸間の相関が強くなっている。さらに 13秒から最大エネルギー軸と中間エネルギー軸の相関が強くなり、多少弱まりながらも 19秒頃まで続くことがわかる。

このことはこの長周期領域の成分波が 4秒から 10秒頃まで地震伝播方向に垂直な面付近で変動し、10秒過ぎから 13秒にかけてはその方向を含む鉛直面付近で変動する。それから 19秒頃までは平面付近の変動が卓越することを意味しよう。

いいかえれば、表面波の基本波形から推して、10秒から 13秒にかけて Rayleigh 波が卓越し、それ以降で Love 波が卓越してきたと推論される。

6. あとがき

本研究の結論は次のように要約される。

(1) Penzien らによって提案された共分散行列を対角化する主軸Ⅰは独立でなく相関している。ゆえにこの主軸Ⅰの方向で互いに独立な地震動 3 成分は得られない。

(2) 主軸の方向性を検討する場合には、全エネルギー行列を対角化する主軸Ⅱが地震加速度波の入射方向と結びつけられるので有用となる。

(3) 時間で変動する主軸Ⅰの方向も主要動部分では固定主軸Ⅱと同様な傾向を示す。

(4) 相互スペクトル行列を対角化する時間および周波数で変動する主軸Ⅲの方向で相互スペクトルの強度分布形状を特徴的にとらえることができる。

(5) 地震加速度波の波動特性等を考察する場合には、固定主軸Ⅱでの解析が有効であろう。なぜならば、この主軸方向を用いて Hollywood Storage 記録から表面波的成分らしきものが検出できたからである。

参考文献

- 1) 星谷：多次元非定常確率過程の相互スペクトルとシミュレーション理論，土木学会論文報告集，第253号，1976年9月。
- 2) 星谷・千葉・草野：地震加速度波の非定常特性とシミュレーション，土木学会論文報告集，第245号，1976年1月。
- 3) Kubo, T. and Penzien, J.: Characteristics of Three-Dimensional Ground Motions, San Fernando Earthquake, Japan-U.S. Seminar, Hawaii, Aug., 1975.
- 4) 渡部：3次元強震地動のシミュレーション，昭和49年度建築研究所年報。
- 5) Kubo, T. and Penzien, J.: Characteristics of Three-Dimensional Ground Motions Along Principal Axes, San Fernando Earthquake, 6th WCEE, New Delhi, India, Jan., 1977.
- 6) 松島：水平地震動の特性の方向による変動，日本建築学会論文報告集，第226号，昭和49年12月。
- 7) Sutton, G.H. and P.W. Pomeroy: Analog Analyses of Seismograms Recorded on Magnetic Tape, Journal of Geophysical Research, May, 1963.

(1977.4.18・受付)