

# 成層密度噴流における乱れおよび 密度変動のスペクトル特性

## SPECTRAL PROPERTIES OF TURBULENCE AND DENSITY FLUCTUATION IN A STRATIFIED SHEARING FLOW

椿 東一郎\*・小松 利光\*\*

By Toichiro TSUBAKI and Toshimitsu KOMATSU

### 1. まえがき

hot-film 流速計などによる水流の乱れ計測の進歩に伴って、開水路などの wall turbulence における乱れの構造については多くの研究がなされてきたが、われわれは静止した塩水表面を淡水が水平方向に噴出する表面密度噴流によって、密度勾配をもつせん断流れの乱流場をつくり、水平・鉛直方向の乱れおよび密度変動の同時測定を行った。この実験は、同時に実施した均一流体の噴流についての実験結果とあわせて、密度効果が乱れ特性量や流速分布に及ぼす影響を究明することと、平衡領域における各種物理量のスペクトル特性、すなわち、開水路乱流で研究されている乱れ速度や Reynolds 応力のほかに、濃度 flux、密度変動および密度成層場における乱れのスペクトル特性などを総括的に究明することを目的としたもので、本文は後者の解析を試みたものである。

さて、乱れスペクトルの表示式は、一般に、平衡領域を乱れのスケールに応じて慣性領域と粘性領域とに大別し、なんらかの物理的考察に従って次元解析を行い、それぞれの領域について指数形で表わされるのが普通である。これらのスペクトル関数形のうち、特に著名なのは慣性領域における乱れエネルギーの  $-5/3$  乗則であって、各分野の乱れにおいて広く確認されている。しかし、粘性領域のスペクトルについては、井上<sup>1)</sup>の  $-3$  乗則、Heisenberg<sup>2)</sup>の  $-7$  乗則などが提案されており、現在においてもいまだに明らかにされていない。また、乱れの他の物理量のスペクトル特性については、Reynolds 応力について Lumley<sup>3)</sup>の  $-7/3$  乗則や最近の今本<sup>4)</sup>の研究があり、密度場における乱れエネルギーについては Lumley<sup>3)</sup>や Bolgiano<sup>5),7)</sup>によってスペクトル表示式が求められている。一般に、物理的、次的に

推測されたスペクトル関数形の妥当性を確かめるためには、式中のスペクトル定数が広範な条件のもとに一義的にきめられていることが必要であって、この意味では上記諸式の実験的な検証が十分になされているとは言えない。さらに、濃度、密度変動や濃度 flux のスペクトルについては、筆者の知る範囲では、個々の観測において断片的に若干の記述があるにすぎない現況である。

本文は、まず homogeneous な乱流場におけるパワースペクトルについて考察し、ついで表面密度噴流の実験から Reynolds 応力と密度 flux のコ・スペクトル関数形、密度成層場における乱れのスペクトル、および濃度・密度変動のスペクトルについて検討し、それぞれについての関数形を求めたものである。その際、変動物理量の輸送方程式などに基づいて物理的な考察を加え、特に、大きい渦の作用で発生した変動物理量が順次スケールの小さい渦に手渡されて、ついには分子粘性や分子拡散の作用によって散逸する機構が、対象とする物理量によってそれぞれ異なることをとり入れている。そのため、得られたスペクトル関数形の物理的意味も明瞭で、スペクトル定数も一義的に定められており、その妥当性はほぼ確かめられていると考えられる。

### 2. 実験の方法とデータの解析

#### (1) 実験の方法

実験は長さ 5.5 m、高さ 1.5 m、幅 0.15 m の透明アクリル製水路で、静止した密度  $\rho_w$  の塩水（あるいは淡水）表面に、淡水を厚さ  $h_0=2$  cm のスリットから出口流速 10 cm/sec で噴出させて行われた（図-1）。実験に用いた塩水の濃度は 3 通りで、相対密度差は表-1 に示すようである。Run 1 は均一流体の表面噴流である。なお、表面密度噴流の実験においては、噴流が水槽末端部にあたってはね返った反射流れが到着すると流況が大

\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水土木学教室

\*\* 正会員 工修 九州大学助手 工学部水土木学教室

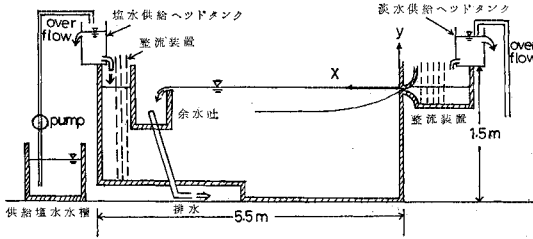


図-1 実験装置の概要

大きく変化するため、このままでは詳しい測定はできない。そこで各 Run ごとに、噴流による連行量を予め測定しておき、その値に近い塩水を水槽下流部から補給して、鉛直方向に密度勾配をもつ定常で安定なせん断流れを作り、スリット出口から  $x=5\sim 70$  cm の範囲に、 $5\sim 10$  cm ごとに測線を設け、鉛直方向には  $0.5$  cm ごとに流速・塩分濃度を測定している。流速の測定には受感部の大きさが約  $2$  mm の DISA 社製 X-Y 2 方向 hot film 流速計を用いた。また、塩分濃度の測定には、大きさ  $2.5$  mm の 4 電極電導度式塩分濃度計 probe を作製し、流速と塩分濃度をほぼ同一点で同時測定するために、流速計 probe と結合、固定して用いた。両者の中心間隔は約  $2.5$  mm で相互の干渉をさけるために、電導度計は流速計の約  $1$  mm 後下方流側にずらしている。

表-1 実験の種類 ( $R_{i0}$  は噴流出口の Richardson 数)

RUN	相対密度差 $\left(\frac{\Delta\rho_0}{\rho_w}\right)$	$R_{i0}$
1	0.0	0.0
2	0.0027	0.053
3	0.0054	0.106
4	0.0087	0.171

(2) データ解析

同時測定された X-Y 方向の流速と塩分濃度のデータは TEAC 製 R-400 データレコーダーに収録し、A-D 変換の後、サンプリング間隔  $\Delta t=1/100$  sec、データ個数  $N=4096$  で統計処理を行った。以上の操作により、水平・鉛直方向の平均流速  $U, V$  と平均密度  $\bar{\rho}$ 、並びに、乱れの特性値として、乱れ強度  $\sqrt{\bar{u}^2}, \sqrt{\bar{v}^2}$ 、密度変動強度  $\sqrt{\bar{\rho}^2}$ 、Reynolds 応力  $-\bar{uv}$  や乱流拡散量  $\bar{u}\bar{u}, \bar{v}\bar{v}$  を求めた。図-2, 3 はこれら諸量の鉛直分布の一例を示したもので、乱れ特性量は、ほぼ速度(濃度)勾配の最大な位置にピークをもつことが注目される。スペクトルは上記諸量について FFT 法により 1 次スペクトルを計算し、さらに三角形フィルターを用いて 2 次スペクトルを求めている。なお、スペクトルの高波数領域のデータを得るためには、測定器としては、受感部が小さく S-N 比および周波数応答性のすぐれた機器を用いること、また、流れとしては、流速が小さく、粘性によるエネルギー逸散率  $\epsilon_0$  も小さい乱流場での測定が要求され

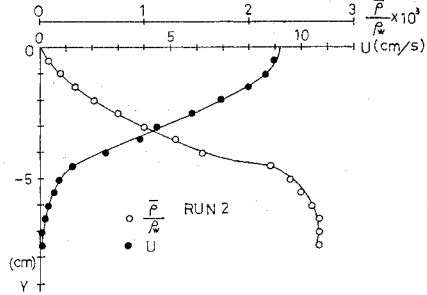


図-2 平均流速・平均密度の鉛直分布 ( $x=20$  cm)

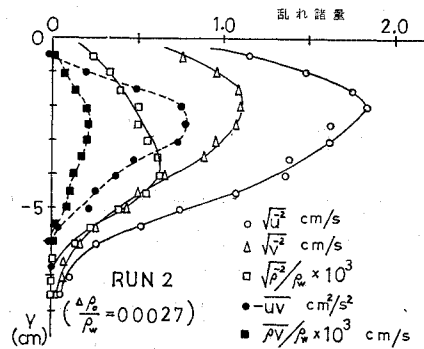


図-3 乱れ諸量の鉛直分布 ( $x=20$  cm)

る。hot-film 流速計の応答性の良さについては、定評があるが、安定性やドリフトについては従来より若干の疑問がもたれている。この実験では流入部に多数のスクリーンを設置し、流水中の気泡や微小浮流物の probe への付着を防止したため、塩淡水境界面付近においても長時間にわたって安定に使用することができた。また塩分濃度計の応答性・安定性も良好で、測定した  $f=50$  Hz の範囲では十分な精度のデータが得られている。後者については、噴流は比較的小さい Reynolds 数で十分乱流になり、今回の実験では粘性域にまでおよぶデータを得ることができた。

またスペクトル関数形の妥当性を検討し、スペクトル定数を決めるためには、関数形を規定する物理量を広範囲に変化させた多数のデータが必要とされる。表面密度噴流は、スリット出口の Richardson 数  $R_{i0}$  の値に応じて、噴流的な流れから 2 層流的な流れに移行し、一断面においても、乱れや濃度が幅広く変化して、上述の目的のためには都合が良い。本文におけるスペクトルの測定は、流れ方向には  $x/h_0=2.5\sim 35$  の範囲でなされており、測定範囲における流況は、 $R_{i0}$  の小さい Run 2 では噴流的であり、 $R_{i0}$  の大きい Run 4 では Potential Core の終点から直ちに 2 層流的な流れとなっている。Run 3 は両者の中間的な流れである。また、y 方向には Potential Core の内部、および測定精度の低下が避けられない水表面付近 ( $-y \leq 0.5$  cm) と噴流外縁部

(2層流的な流れでは境界面に発生する内部波の影響を受ける)を除いたデータ(流速が表面流速の1/2となる深さを $\delta$ とすると $-y/\delta \leq 1.7$ )を用いている。

(3) エネルギー逸散率の算定

分子粘性によるエネルギー逸散率 $\epsilon_0$ を算出する方法としては、波数 $k$ , 乱れエネルギーのスペクトルを $F(k)$ , 動粘性係数を $\nu$ として等方性近似したDrydenの表示式

$$\epsilon_0 = 15\nu \int_0^\infty k^2 F(k) dk$$

を用いる方法や、慣性域におけるスペクトルに $-5/3$ 乗則をあてはめて $\epsilon_0$ を逆算する方法などが用いられているが、密度勾配が存在する場合には、一般に $-5/3$ 乗則が成立しないため、後者は適用できない。ここでとり扱っている流れは非等方性の強いせん断流であるためDrydenの方法を次の式

$$\epsilon_0 = 5\nu \left\{ \int_0^\infty k^2 F_{uu}(k) dk + 2 \int_0^\infty k^2 F_{vv}(k) dk \right\} \dots\dots\dots (1)$$

のように、せん断流に拡張して求めた。ここに、 $F_{uu}(k), F_{vv}(k)$ は $x, y$ 方向の $u$ -変動,  $v$ -変動のスペクトルで $z$ 方向のスペクトル $F_{uu}(k)$ については $F_{vv}(k) = F_{uu}(k)$ を仮定している。実際の算出にあたっては $u$ -変動,  $v$ -変動それぞれのスペクトルで $k=16(\text{cm}^{-1})$ まで一次スペクトルの実測値を用い、 $k > 16(\text{cm}^{-1})$ では、粘性域におけるスペクトルをそのまま $k=\infty$ まで延長して $\epsilon_0$ を算出している。後者の $\epsilon_0$ に対する寄与は20%以下であった。なお、実験で得られた周波数スペクトルから波数スペクトルへの変換にはTaylorの凍結乱流の仮定を用いている。

3. 均一流体における流速変動スペクトル

一般に乱流場は種々のスケールの乱れで構成されており、スケールの大きさによって生成領域、慣性領域および粘性領域の3領域にわけられる。Kolmogoroff<sup>(9)~(10)</sup>などによる局所等方性や乱れエネルギーのcascade downの概念から明らかにされているように、非等方性乱れにおいても慣性領域に属するような中間スケールの乱れの特徴はエネルギー逸散率 $\epsilon_0$ によって、また粘性域に属するような小さな乱れの特徴はエネルギー逸散率 $\epsilon_0$ と動粘性係数 $\nu$ によって記述される。したがって慣性域における流速変動スペクトル $F(k)$ は次元解析より、有名な $-5/3$ 乗則

$$F(k) = A_{5/3} \epsilon_0^{2/3} \cdot k^{-5/3}, \quad A_{5/3} = 0.48 \sim 0.5 \dots (2)$$

となる。粘性域においては、 $F(k)$ は $\epsilon_0, k$ のほか粘性係数 $\nu$ が関係するため、次元解析だけでは一義的

に決定されず、普遍関数 $f_\nu$ を含んだ形で表わされる。

$$F(k) = \epsilon_0^{2/3} k^{-5/3} f_\nu(\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3} / \nu)$$

$f_\nu(\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3} / \nu)$ は、 $\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3} / \nu \rightarrow 0$ で $f_\nu \rightarrow 0$ となることを考慮し、その関数形を次のように仮定する。

$$F(k) k^{5/3} / \epsilon_0^{2/3} = f_\nu(\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3} / \nu) \sim (\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3} / \nu)^a \dots\dots\dots (3)$$

$a=1$ で井上による $-3$ 乗則に、また $a=4$ でHeisenbergの $-7$ 乗則となる<sup>11)</sup>。

(1) 慣性領域

スペクトル $F(k)$ の特性のうち流れ方向の流速変動 $u$ の慣性領域のものについては実験的にもすでに多くの分野でその妥当性が確かめられている。図-4はRun 1(均一噴流)で得られた $F_{uu}(k)$ と $k$ との関係を $\epsilon_0, \nu$ で無次元表示したものである。図には噴流の形成領域にあるデータも含まれているが、測定値はすべて一つの曲線のまわりに散らばり、慣性域においては $-5/3$ 乗則がよく成立している。図-5は同じくRun 1より得られた各測点のスペクトル $F_{uu}(k)$ の慣性域に $-5/3$ 乗則を当てはめて各測点ごとに一組の $k$ と $F_{uu}(k)$ の値を読みとり、 $F_{uu}(k) \cdot k^{5/3}$ を計算し、おのおのの $\epsilon_0$ に対してプロットした結果である。両対数座標で勾配 $2/3$ の直線を示し、式(2)の妥当性が確かめられている。また、この図からスペクトル定数として広く認められている $(A_{5/3})_u = 0.48$ が得られる。

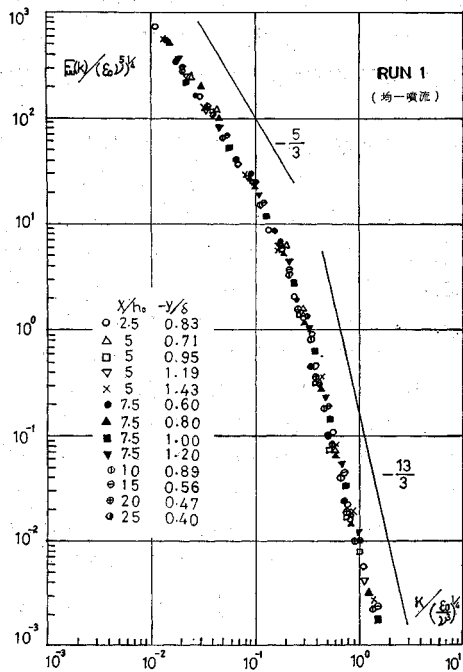


図-4  $u$ -変動のスペクトル $F_{uu}(k)$ の無次元表示(均一噴流)

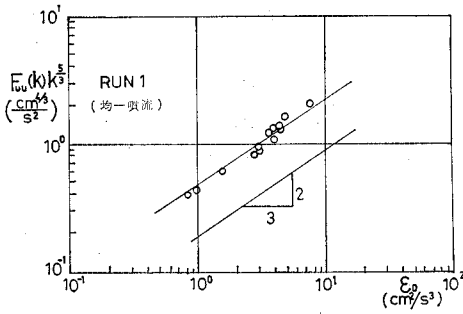


図-5  $u$ -変動のスペクトルにおける  $-5/3$  乗則の検証図 (慣性領域)

流れに垂直方向の乱れ  $v$  のスペクトル  $F_{vv}(k)$  については、いまだに  $F_{uu}(k)$  ほどには  $-5/3$  乗則の成立が確かめられていない。図-6 は、本実験で得た  $F_{vv}(k)$  と  $k$  との関係は無次元化して示したものであるが、やはり慣性領域においては  $-5/3$  乗則が成立している。また、慣性領域について  $F_{vv}(k) \cdot k^{5/3}$  と  $\epsilon_0$  との関係を示したものが図-7 で  $v$ -変動のスペクトル定数は、 $u$ -変動の定数  $(A_{5/3})_u \approx 0.48$  より小さく、 $(A_{5/3})_v \approx 0.33$  である。これは乱れの間スケールに相当する慣性領域では、乱れは必ずしも十分に等方性になっていないことを示している。

(2) 粘性領域

粘性領域における  $F(k)$  には、まだ不明確な点が多く、実験的検証も十分ではない。今回の実験結果 (図-4, 6) も従来の  $-3$  乗則、 $-7$  乗則では説明できず、両者のほぼ中間付近にあることから以下のような考察を試みる。

乱れのエネルギー・スペクトルにおける最大の特徴は、周知のように、慣性領域においてほぼ逸散率  $\epsilon_0$  に等しいエネルギーが波数の小さい渦から大きい渦に手渡され、粘性領域において分子粘性のために熱エネルギーとして逸散される場所にある。このエネルギーの cascade down はスペクトル方程式におけるエネルギー伝達関数  $W(k)$  に起因するものである。Heisenberg<sup>12)</sup> は  $W(k)$  に関する一つの仮定として、乱れのエネルギーが分子粘性によって熱にかえられると同様に、乱れのうちの小さい渦の集合が大きい渦に対して一種の渦動粘性として作用するものと考え、渦動粘性を表わす量  $K(k)$  を導入して波数  $k$  までの逸散  $\epsilon_k$  (平衡領域においては、 $\epsilon_k$  はエネルギーの供給率  $\epsilon_0$  に一致する) を次式

$$\epsilon_k = \epsilon_0 = C_1 \{ \nu + K(k) \} \cdot \int_0^k k'^2 F(k') dk', \quad C_1: \text{定数} \quad \dots \dots \dots (4)$$

の形においた。  $K(k)$  は、上述の考え方から  $k' > k$  の範囲のすべての波数の  $k'$  からの寄与の合成でなくては

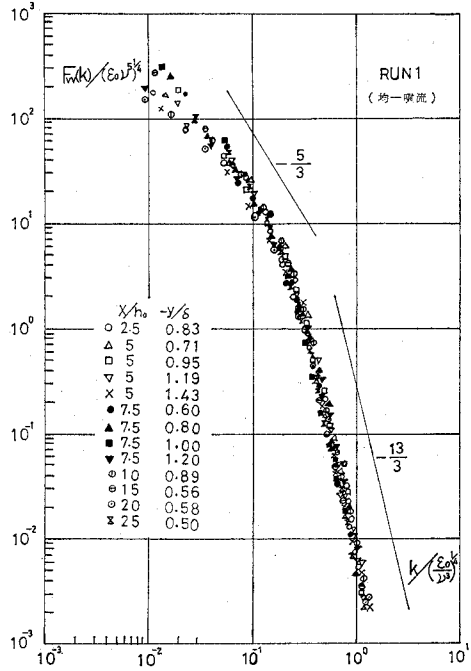


図-6  $v$ -変動のスペクトル  $F_{vv}(k)$  の無次元表示

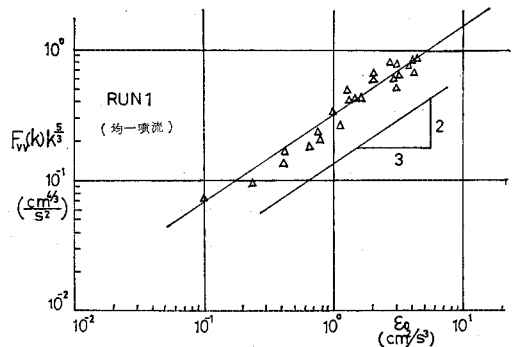


図-7  $v$ -変動のスペクトルにおける  $-5/3$  乗則の検証図 (慣性領域)

ならず、一般に次の形で表わされる。

$$K(k) = \int_k^\infty I(k') dk'$$

Heisenberg は  $I(k)$  が  $F(k)$  と波数  $k$  によって規定されるものとして  $-7$  乗則を得たが、われわれはエネルギー逸散率  $\epsilon_0$  が常に重要な役割を果たしていることから、 $I(k)$  は  $\epsilon_0$  と  $k$  に規定されるものと考えた。したがって次元解析より

$$I(k) \sim \epsilon_0^{1/3} \cdot k^{-7/3}$$

となり、 $r$  を比例定数として式 (4) は

$$\epsilon_0 = C_1 \{ \nu + r \epsilon_0^{1/3} \cdot k^{-4/3} \} \cdot \int_0^k k'^2 F(k') dk'$$

となる。したがって

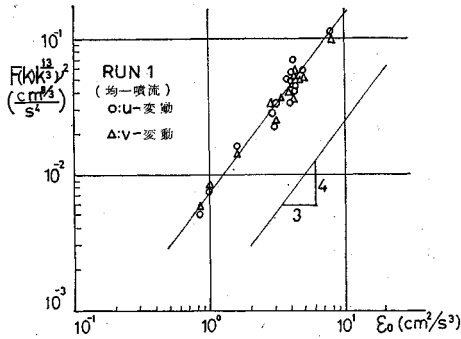


図-8 粘性域におけるスペクトルの -13/3 乗則の検証図

$$H = \int_0^k k'^2 F(k') dk', \quad dH/dk = k^2 F(k)$$

とおくと上式を  $k$  で微分して、 $F(k)$  は次の式

$$F(k) = \frac{4}{3} \frac{r}{C_1} \frac{\epsilon_0^{4/3} k^{-13/3}}{(\nu + r\epsilon_0^{1/3} \cdot k^{-4/3})^2} \dots (5)$$

で与えられる。この  $F(k)$  は  $k$  が小さいとき

$$F(k) = A_{5/3} \epsilon_0^{2/3} k^{-5/3} \quad \left( A_{5/3} = \frac{4}{3} \frac{1}{C_1 r} \right)$$

となり、従来の慣性域における -5/3 乗則と一致し、 $k$  が大きく、 $r\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3} / \nu \ll 1$  のときには、式 (5) は

$$F(k) = A_{13/3} \nu^{-2} \epsilon_0^{4/3} k^{-13/3} \quad \left( A_{13/3} = \frac{4}{3} \frac{r}{C_1} \right) \dots (6)$$

となり、粘性領域における  $F(k)$  の -13/3 乗則が得られる。式 (6) の式形は、慣性領域の式 (2) の式形とともに 図-4, 6 に記入されている。図-8 は、均一噴流 (Run 1) の実験で得られた  $F_{uu}(k), F_{vv}(k)$  についてのおおの粘性域に -13/3 乗則をあてはめた結果である。 $\epsilon_0$  に関して勾配 4/3 の直線を示し、式 (6) の妥当性が確かめられるとともに、粘性領域では  $u$ -変動、 $v$ -変動の間に差異はみられず、定数は  $A_{13/3} = 0.0074$  である。この領域では局所等方向性が良く成立していることがわかる。なお、井上の -3 乗則は、慣性域 -5/3 乗則から、粘性域 -13/3 乗則への遷移領域の一部に相当するものであろう。

慣性領域から粘性領域に移る境界波数  $k_d = 2\pi/l_d$  も重要である。いま、 $k_d$  を式 (2) と式 (6) の交点で定義すると、Kolmogoroff の局所スケール  $l_v$  を用い

$$k_d = \left( \frac{A_{13/3}}{A_{5/3}} \right)^{3/8} \frac{1}{\left( \frac{\nu^3}{\epsilon_0} \right)^{1/4}} = \left( \frac{A_{13/3}}{A_{5/3}} \right)^{3/8} \frac{1}{l_v}$$

となる。 $u$ -変動に関しては  $(k_d l_v)_u = 0.209$ 、 $v$ -変動に関しては  $(k_d l_v)_v = 0.241$  で与えられる。

#### 4. Reynolds 応力および密度 flux のスペクトル

Reynolds 応力  $-\overline{uv}$  および密度 flux  $\overline{\rho v}$  のスペクトル

は次の式

$$-\overline{uv} = \int_0^\infty F_{uv}(k) dk, \quad \overline{\rho v} = \int_0^\infty F_{\rho v}(k) dk$$

で定義される。 $F_{uv}(k), F_{\rho v}(k)$  はそれぞれ  $u$ -変動と  $v$ -変動、 $v$ -変動と  $\rho$ -変動のクロス・スペクトルのコ・スペクトルに相当する。

##### (1) 慣性域

従来、慣性域における Reynolds 応力のスペクトル  $F_{uv}(k)$  は、乱れエネルギー-逸散率  $\epsilon_0$ 、波数  $k$  および平均流速勾配  $\partial U/\partial y$  によって定まると考えられ、次元解析による次の関係式

$$F_{uv}(k) = A \epsilon_0^{2/3} k^{-5/3} f \left( \frac{\partial U/\partial y}{\epsilon_0^{1/3} k^{2/3}} \right)$$

に基づいて論じられてきた。関数  $f$  を指数形

$$f \left( \frac{\partial U/\partial y}{\epsilon_0^{1/3} k^{2/3}} \right) \sim \left( \frac{\partial U/\partial y}{\epsilon_0^{1/3} k^{2/3}} \right)^b$$

で表わし、Reynolds 応力は  $\partial U/\partial y$  に比例するという Boussinesq の表示より  $b=1$  とすると、Lumley<sup>13)</sup> による -7/3 乗則

$$F_{uv}(k) = A \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \epsilon_0^{1/3} k^{-7/3} \dots (7)$$

が得られ、また Reynolds 応力は  $(\partial U/\partial y)^2$  に比例するという Prandtl の運動量輸送理論に従って  $b=2$  とすると

$$F_{uv}(k) = A \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 k^{-3} \dots (8)$$

となり、-3 乗則が得られる。われわれの得た実験結果は、あとの 図-15 に無次元形で表示されているように慣性領域においては -7/3 乗則に近いように見えるが、式 (7) の妥当性を検討するため、慣性域に -7/3 乗を当てはめて  $F_{uv}(k) \cdot k^{7/3} / (\partial U/\partial y)$  を求め、各測点ごとの  $\epsilon_0$  に対してプロットしたものが 図-9 である。式 (7) が成立するためには、両対数座標で勾配 1/3 の直線にならなければならないが、図-9 はほとんど無関係であり、したがって式 (7) の -7/3 乗則が成立するとは

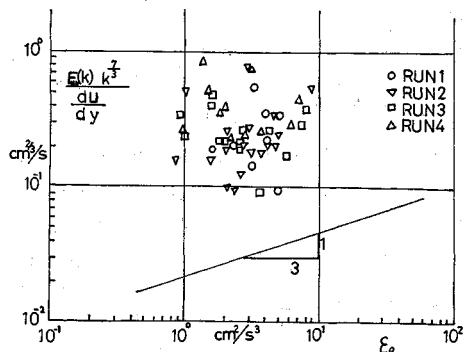


図-9 -7/3 乗則 (式 (7)) の検証図

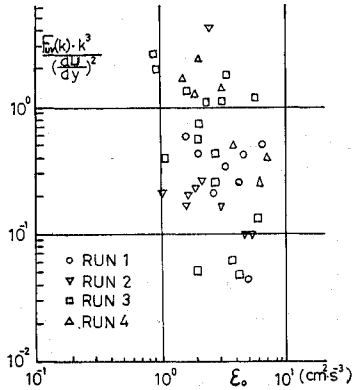


図-10 -3乗則(式(8))の検討図

言えない。同様に 図-10 も  $\epsilon_0$  に対し  $k^3 F_{uv}(k) / (\partial U / \partial y)^2 = \text{const.}$  を示しているとは言えない。これは式(8)が成立しないことを意味する。

以上のことから、慣性域における Reynolds 応力のスペクトルについてはまったく別の観点から検討されねばならない。われわれは次のように考える。同じような乱流構造をもった乱れの場合でも Reynolds 応力は平均速度勾配  $dU/dy$  によって、また  $\bar{\rho v}$  は平均密度勾配  $d\bar{\rho}/dy$  によって大きく変わる。したがって普遍的な形でスペクトルを取り扱うためには乱れの場合だけに着目し、 $-\bar{uv}$  に対しては渦動粘性係数で、 $\bar{\rho v}$  に対しては渦動拡散係数の形で考えるべきであろう。渦動粘性係数  $K_M$  と Reynolds 応力また渦動拡散係数  $K_\rho$  と  $\bar{\rho v}$  はそれぞれ次の式

$$K_M = -\bar{uv} \frac{dU}{dy} = \int_0^\infty F_{uv}(k) dk \frac{dU}{dy}$$

$$K_\rho = -\bar{\rho v} \frac{d\bar{\rho}}{dy} = \int_0^\infty F_{\rho v}(k) dk \left( -\frac{d\bar{\rho}}{dy} \right)$$

で結ばれ、渦動粘性係数のスペクトル  $F_{K_M}(k)$  および渦動拡散係数のスペクトル  $F_{K_\rho}(k)$  は

$$\left. \begin{aligned} F_{K_M}(k) &= F_{uv}(k) \left/ \frac{dU}{dy} \right. \\ F_{K_\rho}(k) &= F_{\rho v}(k) \left/ \left( -\frac{d\bar{\rho}}{dy} \right) \right. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

で定義される。

さて、慣性域における乱れエネルギー・スペクトルが、波数  $k$  と cascade down してゆくエネルギー・散逸量  $\epsilon_0$  に規定されたと同様に慣性領域における  $F_{K_M}(k)$ ,  $F_{K_\rho}(k)$  は波数  $k$  と渦動粘性係数(渦動拡散係数)の波数空間において cascade down してゆく散逸量  $\epsilon_{K_M}(\epsilon_{K_\rho})$  に規定されるであろう。 $\epsilon_{K_M}(\epsilon_{K_\rho})$  については次のように考える。2次元せん断流における  $\bar{uv}$  の輸送方程式

$$\frac{D}{Dt} [\bar{uv}] = -\bar{v}^2 \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \{ \overline{v \cdot uv} \}$$

$$- \frac{1}{\rho} \left\{ \overline{v \cdot \frac{\partial p'}{\partial x}} + \overline{u \cdot \frac{\partial p'}{\partial y}} \right\}$$

$$+ \nu (\overline{v \nabla^2 u} + \overline{u \nabla^2 v}) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $p'$  は圧力変動

によると、Reynolds 応力は右辺第一項の  $y$  方向の乱れによって発生し、終局的には右辺第四項の  $\epsilon' = \nu (\overline{v \nabla^2 u} + \overline{u \nabla^2 v})$  によって逸散するがその間における波数空間での  $\epsilon'$  の cascade down の機構は乱れエネルギーにおける逸散量  $\epsilon_0$  のそれとほぼ同じであろう。栗原<sup>14)</sup>によると  $\epsilon'$  は  $\lambda$  を Taylor の micro scale として次式で与えられる。

$$\epsilon' = \nu (\overline{v \nabla^2 u} + \overline{u \nabla^2 v}) = -\frac{40 \nu}{\lambda^2} \bar{uv} = -\frac{40 \nu}{\lambda^2} K_M \frac{dU}{dy} \dots\dots\dots (11)$$

また、乱れのエネルギー・逸散率  $\epsilon_0$  を近似的に

$$\epsilon_0 = 15 \nu \frac{\bar{u}^2}{\lambda^2}$$

で表わすと、式(11)より  $\nu/\lambda^2$  を消去して、 $\epsilon' = \epsilon_{K_M} dU/dy$  は

$$\epsilon' = \epsilon_{K_M} \frac{dU}{dy} = \frac{40}{15} \frac{(-\bar{uv})}{\bar{u}^2} \cdot \epsilon_0$$

で与えられ、 $\epsilon_{K_M}$  は

$$\epsilon_{K_M} \sim \frac{-\bar{uv}}{\bar{u}^2} \epsilon_0 \left/ \left( \frac{dU}{dy} \right) \right. \dots\dots\dots (12)$$

となる。また、 $\bar{\rho v}$  の輸送方程式からはほぼ同様にして次の関係

$$\epsilon_{K_\rho} \sim \frac{\bar{\rho v}}{\bar{u}^2} \epsilon_0 \left/ \left( -\frac{d\bar{\rho}}{dy} \right) \right. \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。

前に述べたように、慣性域においては  $F_{K_M}(k)$  は  $k$  と  $\epsilon_{K_M}$  に、 $F_{K_\rho}(k)$  は  $k$  と  $\epsilon_{K_\rho}$  に規定されるものとする、次元解析より

$$F_{K_M}(k) \sim \epsilon_{K_M}^{1/2} k^{-2}, F_{K_\rho}(k) \sim \epsilon_{K_\rho}^{1/2} k^{-2} \dots (14)$$

となり、式(12)、(13)と式(14)および(9)を用いて Reynolds 応力、密度 flux のスペクトルはそれぞれ次のようになる。

$$F_{uv}(k) = A_u \left\{ \frac{-\bar{uv}}{\bar{u}^2} \right\}^{1/2} \epsilon_0^{1/2} \left( \frac{dU}{dy} \right)^{1/2} k^{-2} \dots (15)$$

$$F_{\rho v}(k) = A_\rho \left\{ \frac{\bar{\rho v}}{\bar{u}^2} \right\}^{1/2} \epsilon_0^{1/2} \left( -\frac{d\bar{\rho}}{dy} \right)^{1/2} k^{-2} \dots (16)$$

ここに、 $A_u, A_\rho$  はそれぞれ定数

図-11, 12 は  $-\bar{uv}$ ,  $\bar{\rho v}$  のスペクトルに -2乗則を適用し  $F_{uv}(k)k^2 / (dU/dy)^{1/2}$ ,  $F_{\rho v}(k)k^2 / (-d\bar{\rho}/dy)^{1/2}$  をそれぞれ  $(-\bar{uv}/\bar{u}^2)\epsilon_0$ ,  $(\bar{\rho v}/\bar{u}^2)\epsilon_0$  に対してプロットしたものである。いずれも勾配 1/2 の直線状を示し、式(15)、(16)の妥当性を裏づけている。またスペクトル定数  $A_u, A_\rho$  はそれぞれ 図-11, 12 より  $A_u=0.30, A_\rho=0.385$  となる。

(2) 粘性域

粘性域における渦動粘性係数のスペクトル  $F_{K_M}(k)$ ,

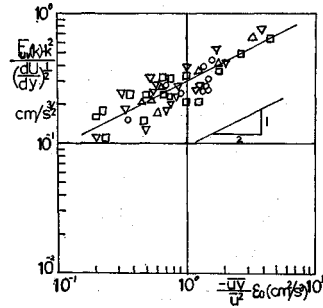


図-11 Reynolds 応力のスペクトルにおける  
-2 乗則の検証図 (慣性領域)

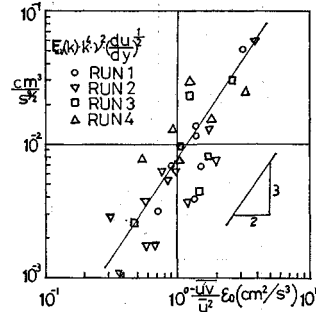


図-13 Reynolds 応力のスペクトルにおける  
-4 乗則の検証図 (粘性領域)

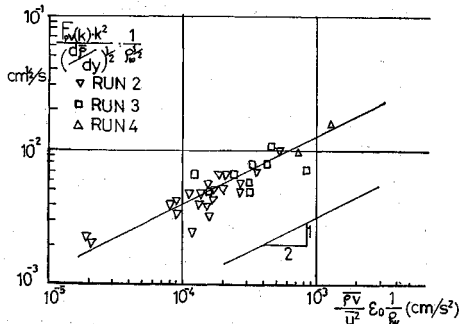


図-12 密度 flux のスペクトルにおける  
-2 乗則の検証図 (慣性領域)

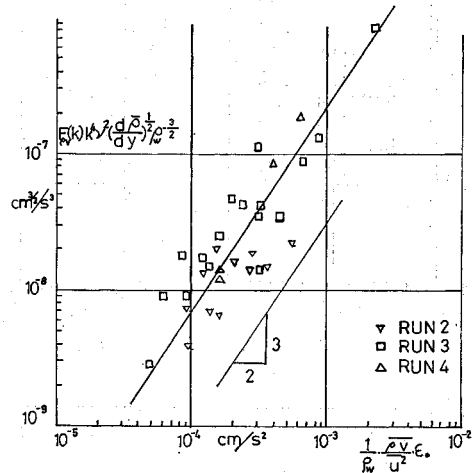


図-14 密度 flux のスペクトルにおける  
-4 乗則の検証図 (粘性領域)

渦動拡散係数のスペクトル  $F_{K_\rho}(k)$  が波数  $k$ , 動粘性係数  $\nu$  のほかに, それぞれの散逸量  $\epsilon_{K_M}, \epsilon_{K_\rho}$  によって規定されるものとする, 次元解析より次の関数形

$$\frac{F_{K_M}(k)}{\epsilon_{K_M}^{1/2} k^{-2}} \sim \left( \frac{\nu}{\epsilon_{K_M}^{1/2} k^{-1}} \right)^c$$

$$\frac{F_{K_\rho}(k)}{\epsilon_{K_\rho}^{1/2} k^{-2}} \sim \left( \frac{\nu}{\epsilon_{K_\rho}^{1/2} k^{-1}} \right)^{c'}$$

をとり, スペクトル形を一義的に決めることはできない. しかし, 粘性域における乱れエネルギーのスペクトルの関数形

$$\frac{F(k)}{\epsilon_0^{2/3} k^{-5/3}} \sim \left( \frac{\nu}{\epsilon_0^{1/3} k^{-4/3}} \right)^n$$

において,  $-13/3$  乗則が成立するためには  $n = -2$  であるから, 今本<sup>15), 16)</sup> が提案したスペクトル相似則の仮定にならって, 乱流場において, 分子粘性は乱れに対しても渦動粘性係数 (渦動拡散係数) に対しても同様な機構で作用するものと仮定すると,  $c = c' = -2$  となり  $F_{K_M}(k), F_{K_\rho}(k)$  の式形がきまる. 結局, 粘性域における Reynolds 応力, 密度 flux のスペクトルは次の式

$$\left. \begin{aligned} F_{uv}(k) &= A_u' \left\{ \frac{\overline{u'v'}}{\overline{u}^2} \right\}^{3/2} \left| \frac{dU}{dy} \right|^{-1/2} \nu^{-2} \epsilon_0^{3/2} k^{-4} \\ F_{\rho v}(k) &= A_\rho' \left\{ \frac{\overline{\rho'v'}}{\overline{u}^2} \right\}^{3/2} \left| \frac{d\rho}{dy} \right|^{-1/2} \nu^{-2} \epsilon_0^{3/2} k^{-4} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

となる. ここに,  $A_u', A_\rho'$  はそれぞれ定数.

粘性領域のスペクトルに  $-4$  乗則を適用し,

$$F_{uv}(k) |dU/dy|^{1/2} \nu^2 k^4, F_{\rho v}(k) |d\rho/dy|^{1/2} \nu^2 k^4$$

をそれぞれ  $(-\overline{u'v'}/\overline{u}^2)\epsilon_0, (\overline{\rho'v'}/\overline{u}^2)\epsilon_0$  に対してプロットしたものが 図-13, 14 で若干のばらつきはあるが勾配  $3/2$  の直線状を呈しており, 上の式が妥当であることがわかる. スペクトル定数は  $A_u' = 0.007, A_\rho' = 0.007$  で同一の値をもつ. 図-15, 16 は広範な条件下における 14 個のスペクトルをそれぞれ無次元形で表示したものである.  $-\overline{u'v'}, \overline{\rho'v'}$  のスペクトルはいずれも慣性域において  $-2$  乗則, 粘性領域において  $-4$  乗則が成り立つことが示されている.

### 5. 浮力域における流速変動スペクトル

均一流体における流速変動スペクトルは, 慣性域において  $-5/3$  乗則, 粘性域において  $-13/3$  乗則が成立することを示したが, 鉛直方向に密度勾配  $d\rho/dy$  をもつ成層流の乱れは, 低波数側で均一流体の場合とは異なったスペクトルの分布を示すことが知られている.

Bolgiano (1959)<sup>17)</sup> は, 次元解析を用いて低波数の浮

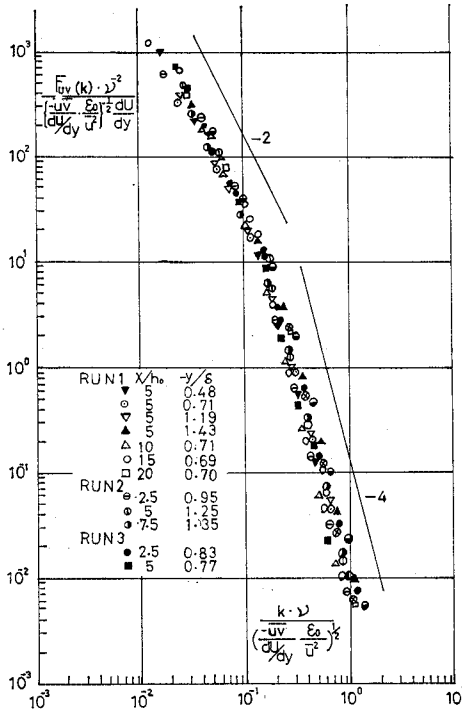


図-15 Reynolds 応力のスペクトル  $F_{uv}(k)$  の無次元表示

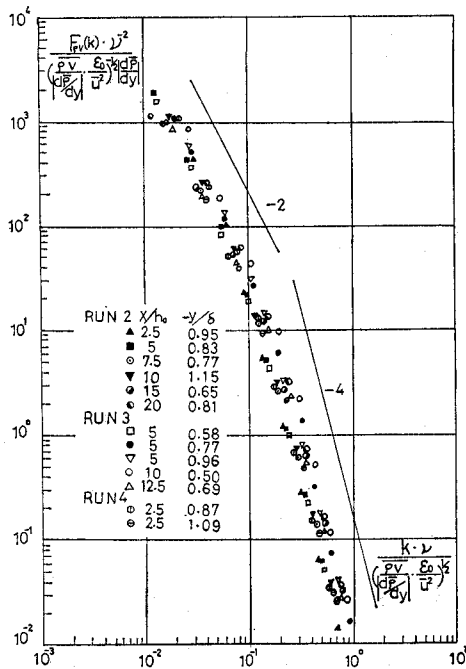


図-16 密度 flux のスペクトル  $F_{\rho v}(k)$  の無次元表示

力域で  $-11/5$  乗則を, Lumley (1964)<sup>18)</sup> は, 浮力効果が卓越した場合に  $-3$  乗則となるスペクトル形を導き, 後者は特に著名である. しかしながら, これらに対する十分な実験的検証は行われてはおらず, 流速変動スペク

トルに対する浮力の影響は明らかにされていない。

本章では, 浮力に逆らって流体塊が動くに要する仕事量  $(g/\rho)\bar{\rho}v$  の役割を考察して, 浮力域における流速変動スペクトルを求め, 実験結果との比較検討を行う。

乱れエネルギー  $\bar{q}^2/2 = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)/2$  および密度変動量  $\bar{\rho}^2$  の輸送方程式は  $D$  を分子拡散係数としてそれぞれ次のようである。

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{\bar{q}^2}{2} \right) = -\bar{uv} \frac{dU}{dy} - \frac{g}{\rho} \bar{\rho}v - \frac{d}{dy} \left\{ v \frac{\bar{q}^2}{2} \right\} - \epsilon_0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{\bar{\rho}^2}{2} \right) = -\bar{\rho}v \frac{d\bar{\rho}}{dy} - \frac{d}{dy} \left( v \frac{\bar{\rho}^2}{2} \right) - D\rho\bar{\rho}^2 \quad \dots\dots\dots(19)$$

均一流体の場合, 式 (18) の右辺第一項の Reynolds 応力により生成された乱れエネルギーが, 慣性作用によりそのまま高波数側へ cascade down していき, 粘性によって消散するのに対して, 密度勾配の存在する場合には, 乱れエネルギーが浮力効果に対して仕事をする (式 (18) の右辺第二項) ため, 平均密度  $\bar{\rho}$  よりの偏差  $\rho'$  を生じ, 運動エネルギーの一部がポテンシャルエネルギー  $\bar{\rho}^2$  の形に変換される (式 (19) の右辺第一項). 低波数域において生じたこの密度変動量  $\bar{\rho}^2$  は, 慣性作用によって cascade down し, 分子拡散の影響が顕著にあらわれる高波数域で逸散する (式 (19) の右辺第三項). すなわち 図-17 に示すように, 乱れエネルギーは, 慣性作用によって高波数側へ cascade down していくと同時に, その一部は浮力に対して仕事をなし, また粘性により逸散される。

したがって,  $\epsilon$  を cascade down していく乱れエネルギー量とすると, 波数空間における乱れエネルギーの連続の式は

$$\frac{d\epsilon}{dk} = - \left\{ \begin{array}{l} \text{波数 } k \text{ で } \frac{g}{\rho} \bar{\rho}v \text{ により} \\ \text{浮力に対してなす仕事} \\ \text{波数 } k \text{ での乱れエネ} \\ \text{ルギーの粘性逸散量} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(20)$$

となる. 上式の右辺第一項は, 式 (16) で与えられる

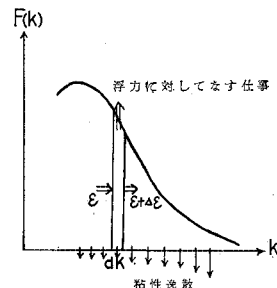


図-17 成層乱流場における乱れエネルギースペクトルの模式図



$\overline{\rho v}$  の慣性域におけるスペクトル

$$F_{\rho v}(k) = A\sqrt{\frac{\overline{\rho v}}{\bar{u}^2}} \varepsilon^{1/2} k^{-2} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2}$$

であって、右辺第二項は、慣性領域では無視できる。したがって、式 (20) は次の式

$$\frac{d\varepsilon}{dk} = -A\sqrt{\frac{\overline{\rho v}}{\bar{u}^2}} \varepsilon^{1/2} k^{-2} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2} \frac{g}{\rho}$$

となり、密度効果のない場合に  $\varepsilon = \varepsilon_0$  であることから、積分して

$$\varepsilon^{1/2} = \varepsilon_0^{1/2} + A_1 \sqrt{\frac{\overline{\rho v}}{\bar{u}^2}} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2} \frac{g}{\rho} k^{-1} \dots\dots\dots (21)$$

が得られる。また、密度成層場においても、慣性領域のスペクトル  $F(k)$  は、均一流体の場合と同様に、cascade down していくエネルギー量  $\varepsilon$  と波数  $k$  によってきめられるとすると

$$F(k) = A_{5/3} \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, (A_{5/3} = 0.48) \dots\dots\dots (22)$$

となる。式 (21) を式 (22) に代入すると、密度場におけるスペクトル  $F(k)$  は次の式

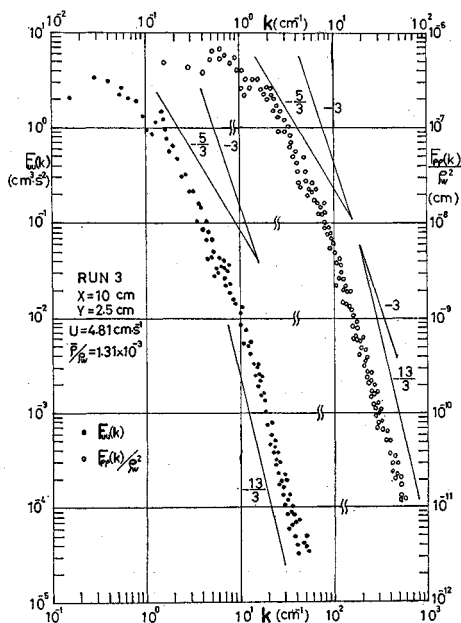
$$F(k) = A_{5/3} \left\{ \varepsilon_0^{1/2} + A_1 \sqrt{\frac{\overline{\rho v}}{\bar{u}^2}} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2} \frac{g}{\rho} k^{-1} \right\}^{4/3} k^{-5/3} \dots\dots\dots (23)$$

で与えられる。上式は、密度勾配のない homogeneous な流れのとき

$$F(k) = A_{5/3} \varepsilon_0^{2/3} k^{-5/3} \dots\dots\dots (24)$$

となり、従来の  $-5/3$  乗則に一致する。逆に密度効果が卓越すると、

$$F(k) = A_{5/3} A_2 \left( \frac{g^2}{\rho^2} \overline{\rho v} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right| \right)^{2/3} k^{-3} \dots\dots\dots (25)$$



図一八 成層乱流場における流速および密度変動のスペクトル

となり、 $-3$  乗則が得られる。Lumley の  $-3$  乗則

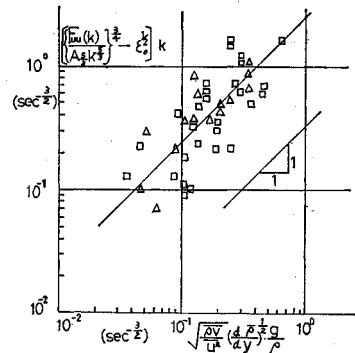
$$F(k) = A \frac{g}{\rho} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right| k^{-3}$$

では、密度勾配  $g/\rho |d\bar{\rho}/dy|$  が支配的なパラメーターになっているのに対し、ここに得られた結果は  $(g/\rho \cdot \overline{\rho v} |g/\rho \cdot d\bar{\rho}/dy|)/\bar{u}^2$ , すなわち密度変動  $\bar{\rho}^2$  の生成項に相当する量と乱れエネルギーの比で決定される点に大きな差異がある。

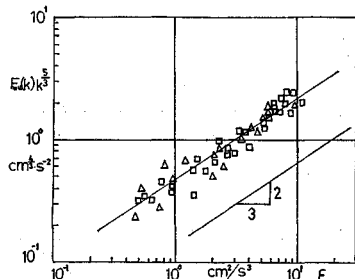
密度噴流の実験で得られた  $u$ -変動のスペクトル  $F_{uu}(k)$  の一例を図一18 に示したが、慣性領域における波数  $k$  の指数は、それぞれの密度効果に応じて、 $-5/3 \sim -3$  の範囲の値をとった後、粘性域における  $-13/3$  に連なり、低波数で  $-3$ , それより大きい波数で  $-5/3$  というふうに分離できる形にはなっていない。そこで、式 (23) の妥当性を検討するため、次の式

$$\left[ \left\{ \frac{F(k)}{A_{5/3} k^{-5/3}} \right\}^{3/4} - \varepsilon_0^{1/2} \right] k = A_1 \sqrt{\frac{\overline{\rho v}}{\bar{u}^2}} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2} \frac{g}{\rho}$$

のように変形して、密度効果の明瞭な Run 3, 4 について、スペクトルのおのおのから慣性領域における  $k$  と  $F_{uu}(k)$  との一组の値を選んで左辺を計算し、右辺の  $\sqrt{\overline{\rho v}/\bar{u}^2} |d\bar{\rho}/dy|^{1/2} g/\rho$  に対してプロットしたのが図一19 である。左辺が差の形になっていること、および  $\overline{\rho v}$  や  $|d\bar{\rho}/dy|$  の測定には若干の誤差がさげられないため、かなりのばらつきはあるが、両者はほぼ比例関係にあって、式 (23) が成立することを示している。定数  $A_1$  は、図一19 より  $A_1 \approx 2.5$  となる。また、図一20 は、



図一19 式 (23) の検証図



図一20 式 (22) の検証図

実験結果より得られた  $k^{5/3}F_{uu}(k)$  をこの  $A_1$  の値を用いて式 (21) より算出した  $\varepsilon$  に対してプロットしたものである。スペクトル定数  $A_{5/3}=0.48$  をもつ勾配 2/3 の直線状を呈しており、式 (22) の仮定が妥当であることが確かめられている。

なお、粘性域においては密度効果の影響はほとんどみられず、均一流体の場合と同様に  $F(k)=A_{13/3}\nu^{-2}\varepsilon_0^{4/3}k^{-13/3}$  の  $-13/3$  乗則が成立し、スペクトル定数も同じく  $A_{13/3}=0.0074$  である。

6. 濃度変動・密度変動のスペクトル

密度変動・濃度変動・温度変動等のスペクトルは、従来、種々の実験で測定されており、和田・片野<sup>19)</sup>は、慣性小領域において乱れのスペクトルと同一形の温度変動スペクトルを測定し、岩崎ら<sup>20)</sup>も同じような結果を得ている。しかし、その機構は明らかでないので、以下のような考察を試みる。

一般に、濃度を  $c$  とし、速度勾配、濃度勾配がともに存在する流れの場を考える。変動強度  $\sqrt{\bar{c}^2}$ 、 $\sqrt{\bar{u}^2}$  に対して、それぞれ長さのスケール  $l_c$ 、 $l_u$  を導入すると

$$\sqrt{\bar{c}^2} \sim l_c \left| \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right|, \quad \sqrt{\bar{u}^2} \sim l_u \frac{\partial U}{\partial y}$$

したがって、 $l_c \sim l_u$  とすると、

$$\bar{c}^2 \sim \bar{u}^2 \left( \frac{|\partial \bar{c} / \partial y|}{\partial U / \partial y} \right)^2 \dots\dots\dots (26)$$

図-21 は今回の実験結果をプロットして、上の関係を確かめたものである。

したがって、 $\bar{c}^2$  の波数スペクトル  $F_{cc}(k)$  は、 $a_1$  を比例定数として次式で表わされることが予想される。

$$F_{cc}(k) = a_1 F_{uu}(k) \cdot \left( \frac{\partial \bar{c} / \partial y}{\partial U / \partial y} \right)^2 \dots\dots\dots (27)$$

上式は、濃度変動のスペクトルが流速変動スペクトルと同一形となることを示している。なお、式 (27) は、拡散物質の濃度変動だけでなく、温度変動や密度変動などにもそのまま適用される。

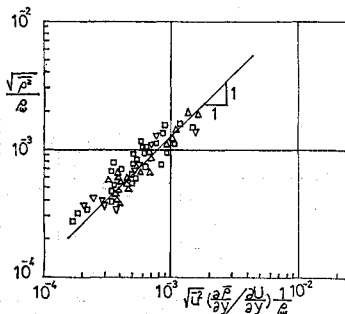


図-21 式 (26) の検証図

(1) 慣性域

均一な流れ場における乱れのスペクトルは慣性域において  $-5/3$  乗則をとるから、濃度変動スペクトルは式 (2) と式 (27) より

$$F_{cc}(k) = a_1 A_{5/3} \varepsilon_0^{2/3} k^{-5/3} \left( -\frac{d\bar{c}/dy}{dU/dy} \right)^2 \dots\dots (28)$$

となり、 $F_{cc}(k)$  も  $-5/3$  乗則に従う。

密度勾配が形成されている流れの場においては、流速変動のスペクトルは、密度勾配の影響を受けて式 (23) で与えられる。したがって、密度場における濃度のスペクトルは、式 (23) を式 (27) に代入して、一般に

$$F_{cc}(k) = a_1 A_{5/3} \left\{ \varepsilon_0^{1/2} + A_1 \sqrt{\frac{\rho \nu}{\bar{u}^2}} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2} \frac{g}{\rho} k^{-1} \right\}^{4/3} \cdot k^{-5/3} \left\{ \frac{d\bar{c}/dy}{dU/dy} \right\}^2 \dots\dots\dots (29)$$

$$A_{5/3}=0.48, A_1=2.5$$

となる。当然密度勾配の影響が顕著でない場合には上式は式 (28) に帰着する。

式 (29) の妥当性を今回の実験から検討するため、 $c$  のかわりに  $\rho$  を用いて、次式

$$\frac{k^{5/3} F_{\rho\rho}(k)}{\left\{ \varepsilon_0^{1/2} + A_1 \sqrt{\frac{\rho \nu}{\bar{u}^2}} \left| \frac{d\bar{\rho}}{dy} \right|^{1/2} \frac{g}{\rho} k^{-1} \right\}^{4/3}} = a_1 A_{5/3} \left\{ \frac{d\bar{\rho}/dy}{dU/dy} \right\}^2$$

のように書きかえ、 $F_{\rho\rho}(k)$  の実験結果より左辺を求め、右辺の  $\frac{d\bar{\rho}/dy}{dU/dy}$  に対してプロットしたものが 図-22 である。勾配 2 の直線状を示し、式 (29) が成立していることがわかる。また、同図より定数  $a_1=2.3$  である。

(2) 粘性域

粘性域においては、流速変動スペクトル  $F_{uu}(k)$  は密度勾配の影響を受けず  $-13/3$  乗則に従うから、密度変動スペクトル  $F_{\rho\rho}(k)$  も次式で表わされることが期待さ

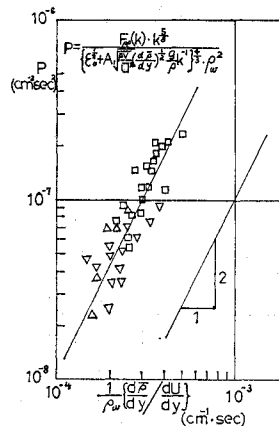


図-22 慣性域における密度変動スペクトル 式 (29) の検証図

れる。

$$F_{\rho\rho}(k) = a_1 A_{13/3} \nu^{-2} \epsilon_0^{4/3} k^{-13/3} \left\{ \frac{d\bar{\rho}/dy}{dU/dy} \right\}^2 \dots (30)$$

$$A_{13/3} = 0.0074, a_1 = 2.3$$

ところが、同一地点で同時測定された  $F_{uu}(k)$  と  $F_{\rho\rho}(k)$  が慣性領域で比例関係にあるのに対して、粘性領域における  $F_{\rho\rho}(k)$  の勾配は  $-13/3$  乗よりはゆるやかで (図-18),  $k$  の指数は  $-13/3 \sim -3$  の範囲を変化することがわかった。このことは、高波数域の密度変動スペクトル  $F_{\rho\rho}(k)$  については、production に関連した式 (30) の表示に加えて、慣性作用により cascade down して散逸する量  $\epsilon_\rho$  による寄与  $F_{\rho\rho}'(k)$  をも考慮しなければならないことを示すものであろう。

さて、 $F_{\rho\rho}'(k)$  が分子拡散係数  $D$ , 波数  $k$ , および  $\epsilon_\rho$  に規定されるものとする、次元解析より

$$F_{\rho\rho}'(k) \sim D^{-1} \epsilon_\rho k^{-3}$$

が得られる。ここで、逸散量  $\epsilon_\rho$  は、 $\bar{\rho}^2$  の逸散に関する micro scale を  $\lambda_D$  とし、次式

$$\epsilon_\rho \sim \overline{D\rho'^2\rho} \sim \frac{D}{\lambda_D^2} \bar{\rho}^2$$

で表示されるから、

$$\epsilon_\rho \sim \frac{\nu}{\lambda^2} \bar{u}^2, \lambda_D \sim \lambda$$

とすると、 $\epsilon_\rho$  は

$$\epsilon_\rho \sim \frac{D}{\nu} \cdot \frac{\bar{\rho}^2}{\bar{u}^2} \epsilon_0$$

となる。したがって

$$F_{\rho\rho}'(k) \sim \nu^{-1} \frac{\bar{\rho}^2}{\bar{u}^2} \epsilon_0 k^{-3}$$

となり、上式を式 (30) に加えて、改めて粘性域における  $F_{\rho\rho}(k)$  の表示式

$$F_{\rho\rho}(k) = a_1 A_{13/3} \nu^{-2} \epsilon_0^{4/3} k^{-13/3} \left\{ \frac{d\bar{\rho}/dy}{dU/dy} \right\}^2$$

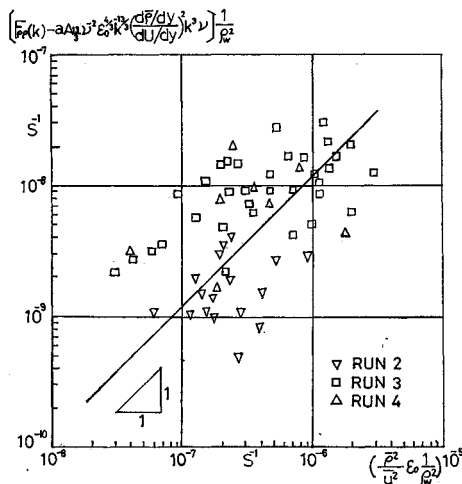


図-23 式 (31) の検証図

$$+ B_\rho \nu^{-1} (\bar{\rho}^2/\bar{u}^2) \epsilon_0 k^{-3} \dots (31)$$

$$a_1 = 2.3, A_{13/3} = 0.0074, B_\rho : \text{定数}$$

が得られる。上式の検証のため、次のように変形する。

$$\left[ F_{\rho\rho}(k) - a_1 A_{13/3} \nu^{-2} \epsilon_0^{4/3} k^{-13/3} \left\{ \frac{d\bar{\rho}/dy}{dU/dy} \right\}^2 \right] \nu \cdot k^3 = B_\rho \frac{\bar{\rho}^2}{\bar{u}^2} \epsilon_0$$

多くの実験結果のおおのおおについて、粘性域における一組の  $k$  と  $F_{\rho\rho}(k)$  の値を読みとり、上式の左辺を計算して右辺の  $(\bar{\rho}^2/\bar{u}^2) \epsilon_0$  に対してプロットしたのが 図-23 である。縦軸が差の形をとっているため、かなりばらついているが、全体的には“勾配 1”の直線状を示しており、式 (31) がほぼ成立していることがわかる。定数  $B_\rho$  は、同図より  $B_\rho = 0.012$  である。

## 7. 結 論

水平密度噴流によって、密度勾配をもつせん断流れの乱流場をつくり、水平・鉛直方向の流速変動と濃度変動の同一点・同時測定によって得られた各種物理量のスペクトル特性について解析したが、分子作用によって高波数帯で散逸する各種物理量の散逸量の導入などによって物理的意味が明瞭なスペクトル関数形が求められ、慣性領域、粘性領域におけるスペクトル定数を広範な資料から一義的にきめることができた。明らかにされた主な諸点は以下のものである。

(1) homogeneous な流れの乱れエネルギーのスペクトルは、慣性領域においては著名な  $-5/3$  乗則に従い、粘性領域においては  $-13/3$  乗則が成立つ。

(2) Reynolds 応力や密度 flux のスペクトル関数形がそれぞれ渦動粘性係数、渦動拡散係数のスペクトルに注目して導かれた (式 (15), (16))。いずれも慣性領域において  $-2$  乗則、粘性領域において  $-4$  乗則に従う (式 (17))。

(3) 密度成層場における乱れエネルギーのスペクトルとして式 (23) が導かれた。式 (23) は浮力域において  $-3$  乗則に従うが、スペクトル形が濃度変動の発生割合と乱れ強度の比に規定されるなど従来の式とは異なるものである。

(4) 拡散物質の濃度や密度のスペクトルは慣性領域において乱れのスペクトルに比例する。

## 8. あとがき

ここに得られたスペクトル特性は、平衡領域に関する限りでは表面噴流の流程による流れのパターンの変化や深さ方向の測定位置には当然無関係であって、一般のせ

ん断乱流にも適用できるであろう。現在実施している開水路乱流の計測において、homogeneous な場合の乱れエネルギーと Reynolds 応力のスペクトルについては、本文とまったく同一の結果が得られている。なお、実験データの統計処理には九州大学大型計算機センター FACOM 230-75 および九州大学中央計数施設の FACOM 230-45S を使用した。最後に、実験に際し、多大な援助を提供された柴田敏彦技官に、深く謝意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) 井上栄一：乱れの最小乱子について，東京大学理工学研究所報告，4，1950.
- 2) Heisenberg, W. : Zur statistischen theorie der turbulenz, Zeit Phys, 124, 1948.
- 3) Lumley, J.L. : Theoretical aspects of research on turbulence in stratified flow, Proc. Int. Coll. Atmos. Turbulence and Radio Wave Propagation (Yaglom, A.M, Tatarsky, V.L, Eds., Nauka, Moscow) 1967, pp. 105~110.
- 4) 今本・浅野・石垣：開水路流れにおけるレイノルズ応力のスペクトル特性について，第31回土木学会年次学術講演会概要集，1976.
- 5) Lumley, J.L. : The spectrum of nearly inertial turbulence in a stably stratified fluid, Journal of the atmospheric science, Vol. 21, 1964.
- 6) Bolgiano, R. Jr. : Turbulence spectra in a stably stratified atmosphere, Journal of Geophysical Research, 64, 1959.
- 7) Bolgiano, R. Jr. : Structure of turbulence in a stably stratified media, Journal of Geophysical Research, 67, 1962.
- 8) Kolmogoroff, A.N. : The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U.R.S.S., 30, pp. 301~305, 1941.
- 9) Kolmogoroff, A.N. : On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U.R.S.S., 31, pp. 538~540, 1941.
- 10) Kolmogoroff, A.N. : Dissipation of energy in locally isotropic turbulence, Comptes Rendus (Doklady) de l'Academie des Sciences de l'U.R.R.S., 32, pp. 16~18, 1941.
- 11) 今本博健：開水路流れの乱れ特性，水工学夏期研修会講義集（河川コース），昭和51年8月.
- 12) Heisenberg, W. : 前出 2).
- 13) Lumley, J.L. : 前出 3).
- 14) 栗原道徳：流体渦動状態の研究（IV）（渦動粘性について），九州大学流体工学研究所報告，第3巻，第3号.
- 15) 今本博健：開水路流れにおける乱れの移流過程について，第31回土木学会年次学術講演会概要集，1976.
- 16) 今本・浅野・石垣：前出 4).
- 17) Bolgiano, R. Jr. : 前出 6), 7).
- 18) Lumley, J.L. : 前出 5).
- 19) 和田・片野：風波に対する水温成層の混合過程に関する研究，電力中央研究所報告，71007, 1972.
- 20) 岩崎・田中・江原：温水ジェットの水平放流に関する実験的研究，第31回土木学会年次学術講演会概要集，1976. (1977. 3. 18・受付)