

変動迎角を有する自然風を受ける斜張橋の 限定振動に関する3次元解析

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS FOR RESTRICTED OSCILLATIONS
OF CABLE-STAYED GIRDER BRIDGES IN NATURAL
WIND WITH VARYING ANGLE OF ATTACK

小松定夫*・小林絃士**

By Sadao KOMATSU and Hiroshi KOBAYASHI

1. 概 説

風による長大橋梁の振動現象のうち、比較的低風速域で発生する限定振動は、充腹桁を有する斜張橋によく見られる現象である。この限定振動においては、フラッター振動のようにその振幅はさほど大きくなり、ただちに橋梁に崩壊をもたらすようなものではないといわれている。しかし、設計風速よりはるかに低い風速で起こることが多いので、歩行者に与える心理的影響が問題となる場合がある。また、振動の発生ひん度も高くなり、部材に疲労破壊を生じさせるおそれも考えられる。そのような理由により、限定振動は決しておそかにできない現象である。

限定振動に関する研究は、外国では Farquharson¹⁾, Klöppel²⁾, Wardlaw³⁾ などの報告が見られる。国内では、伊藤・田中⁴⁾, 小西・白石・大門・井上⁵⁾, 成田・横山・伊藤⁶⁾ などがこの種の振動現象に関する研究を行っている。また、2次元模型による実験結果を利用して実橋の限定振動の振幅を推定するというアプローチについては Farquharson⁷⁾ および著者ら⁸⁾ の報告がある。

以上はいずれも一様流中における限定振動を取り扱ったものであるが、気流に乱れがある場合の限定振動の性状を知ることも重要である。しかし、研究例はまだ非常に少ない⁹⁾。Davenport¹⁰⁾ は風の乱れによる吊橋の応答を初めて確率論的に論じた。それ以来風の乱れを考慮することの必要性が認識されるようになった。彼の解析においては、空力アドミッタンス、自然風の乱れの特性など未知の事項が多く含まれているのでただちにこれを実用化することはできない。しかし、その基本概念は一般に高く評価されている。

現在、斜張橋の限定振動に関して次のような一般的性

状がわかっている。(1) 限定振動はストローハル数に逆比例する風速で発生することが多い、(2) 振幅は崩壊の直接原因となるほど大きくはならない。そして構造減衰が小さいほど大きくなる。(3) 限定振動の発生に対して橋の断面形状、迎角が重要な因子となる。一般に正の迎角が大きくなると発生しやすい。

斜張橋の耐風設計に際して、このような振動性状を考慮して比較的对数減衰率の小さな2次元模型(場合によれば3次元模型)を用いて風洞実験を行い、十分広範囲の迎角にわたって限定振動の発生が見られないことを確認することが先決問題であるとされている。

自然風中の迎角の大きさは、瞬間的には15°~20°にまで達することもあり、模型に対し非常に厳しい安定性が要求されることになる。このことが斜張橋の耐風設計によりいっそうの困難さを与えていた。しかし、実橋に対する迎角は、ある一点の瞬間的な値が問題となではなく、時間的、空間的に積分された値が問題となってくるものと考えられる。このような考え方からすれば、2次元模型に対して必ずしも上述のような高い迎角までの安定性を確保する必要はなくなり、耐風設計はより容易なものとなる。

著者らは上述の観点から、2次元風洞実験結果とともに自然風迎角の時間的、空間的分布を考慮した3次元解析を行うことにより実橋の限定振動の発生確率を評価する方法を提案するものである。この方法によれば、上述のような大きな迎角範囲で安定であるような断面を選ぶ必要はなく、経済的かつ合理的な耐風設計が可能となる。

実橋に作用する空気力の実体についてはまだ十分に解明されていないので、ある種の仮定を設けて解析を進めた。それらの仮定は今後の研究により明らかにされると考えられるが、それは空気力の項の取り扱いに関する問題であって、それによって本論文の解析過程に関する基本的考え方は変らないものと思われる。

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 立命館大学助教授 理工学部土木工学科

2. 斜張橋の限定振動に対する自然風の変動の影響

自然風中の迎角は、平均迎角とそのまわりに時間的にも空間的にも不規則に変動する変動迎角とに分けて考えられる。平均迎角が橋梁の限定振動に及ぼす影響は、一様流を用いた風洞実験から容易に推定できるが、変動迎角が限定振動現象に及ぼす影響は一様流による風洞実験から直接推定することはできない。風洞気流中に格子などを置いて人為的に乱れを発生させ、乱流中の模型の挙動を調べる方法もあるが、自然風の乱れを相似させることは困難であり、現在のところ迎角の変動の限定振動に対する影響に関する信頼できる資料は見あたらない。

限定振動を発生させる空気力、換言すれば限定振動空気力はフラッター空気力と異なりかなり弱いもので、橋梁の持つ構造減衰力と同程度のものであると考えられる。逆台形断面およびセパン橋形断面のように迎角の絶対値の小さい範囲では限定振動が発生せず、ある限界迎角 α_{cr} を超過する注1) ときのみ発生するような断面が存在する。このような性状を持つ断面についてのみ考察する。自然風中では、迎角もスパン方向に変動しているので、迎角がスパン方向のある部分で α_{cr} を超過しても他の部分ではそれ以下であるという状態が一般的である。そのような場合、限定振動は必ずしも発生しないのではないかと推論し得るであろう。

限定振動の発生風速域において橋梁が静止状態から定常的なある振幅に達する時間、すなわち限定振動の発達時間注2) は、断面形状、振動モードにより異なるが(表-1)、それより短い時間のあいだ自然風の迎角が、 α_{cr} を超過しても、実橋の振幅は定常的な大きさとはならないものと考えられる。

以上の理由により、実橋の限定振動に対する安定性を検討するには、橋梁の応答特性を知ると同時に自然風中の迎角の時間的・空間的変動特性を考慮することが重要であると考えられる。

ある風速のもとで迎角が限界迎角 α_{cr} を超過したときはじめて2次元模型の限定振動が発生するものとする。一方、架設地点の自然風の迎角の時間的、空間的変動特性が実測により調べられたものとする。するとそれらに基づいて上述の考え方に従い、自然風中にある斜張橋の限定振動が定常的な振幅にまで発達し得るかどうか調べることができる。

注 1) 限界迎角は、正の限界迎角 α_{per} と角の限界迎角 α_{ner} が考えられ、迎角 α が $\alpha \geq \alpha_{per}$ 、または $\alpha \leq \alpha_{ner}$ 、となるとき限定振動が発生する。ここでは両者を総称して単に「 α_{cr} を超過する」ということにする。

注 2) 付録参照。

表-1 限定振動の発生風速域と発達時間

かもめ大橋原設計断面 (実橋換算値)				
迎角	風向	振動モード	発生風速域 (m/s)	発達時間 (sec)
$\alpha = 6^\circ$	南	曲げ 1次	12~13	194
		2	19~22	136
		3	32~36	83
	北	1	11~17	203
		2	19~28	142
		3	30~47	87
	南	ねじり 1次	25~33	22
		2	55~73	11
		3	66~88	9
	北	1	25~34	31
		2	55~75	16
		3	67~90	3
$\alpha = -4^\circ$	南	曲げ 1次	9~11	185
		2	15~18	130
		3	25~29	80
	北	1	10~11	177
		2	16~18	124
		3	26~29	76
	南	ねじり 1次	31~46	49
		2	68~102	25
		3	82~123	21
	北	1	23~28	80
		2	52~62	41
		3	62~75	34

(1) 実橋の限定振動に関する運動方程式

本節では、迎角が橋軸方向に変動していて、スパン方向に部分的に α_{cr} を超過する風が橋桁に作用する場合、限定振動が発生する条件について考察する。その際、次のような仮定を設ける。

i) 限定振動は、曲げまたはねじり第 n 次 ($n=1, 2, 3, \dots$) の固有振動モードで振動する。したがって連成振動ではないと考える。

ii) 限定振動を発生させる空気力は、橋梁の曲げ振動の速度またはねじり振動の角速度と風速の比に比例する線形自励空気力とする。また、3次元的には Strip 理論に従うものとする。

iii) 自然風の風向は最も励振効果が大いと考えられる橋軸直角方向とする。また、2次元風洞実験において、一様流中で限定振動が発生する際の風洞風速を実橋に換算した値と等しい平均風速を持つ自然風を考える。

iv) 風の乱れによるパフエッティングの原因となる強制空気力については考慮しない。

v) 自然風の乱れの統計的性質は全橋長にわたり同一である。

vi) 橋桁は全長にわたり一様な幾何学的形状を持つ。

i) の仮定は3次元模型による風洞実験結果に基づくもので、実橋でも模型と同様に単一モードの限定振動が生ずるものとした。ii) の空気力に関する仮定について

考えてみる。現在、限定振動空気力は強制空気力か、模型の振動により励起される自励空気力かまたはそれらの混ざり合ったものであるかのいずれかであるといわれており定説はない。本論文では、限定振動空気力は自励空気力であると仮定する。一般に構造物に作用する空気力は非線形性を有するものであると指摘されている¹¹⁾。自励振動現象においては、非線形性を考慮してはじめて振動系のリミットサイクルの存在が説明できる。すなわち、限定振動の振幅について論ずるためには、非線形空気力を用いる必要がある。しかしながら、ここでは限定振動の振幅については論じないで発生確率のみについて考察するのが目的であるから、限定振動空気力を近似的に線形自励空気力と仮定することにした。線形自励空気力は一般に振動変位(角度)と同位相の成分と振動速度(角速度)と同位相の成分に分けて考えられる。変位と同位相の項は、振動系のばね定数に影響を与える項である。限定振動の振動数は振動系の固有振動数にきわめて近いことから判断して、変位と同位相の成分の限定振動に与える影響は小さいと考え無視する。このような考え方に従い、さらに橋梁は支間長対幅員の比が大きいので、Strip理論が成立するものと仮定する。このような空気力としては、一様流中の2次元模型実験による値を採用する。風に乱れのある場合、限定振動の振幅は、一様流の場合に比べ、ほぼ同等かあるいはそれ以下となるようである^{9), 12), 13)}。したがって、一様流中の空気力を用いることは安全側の仮定と考える。iii)の仮定のうち、風向については、従来から橋梁の耐風性を検討する場合に普通用いられている仮定であり、それに従った。一方、限定振動の発生はある特定の風速域に局限され、迎角が変わっても、その風速域はほとんど変わらないので⁶⁾、限定振動の振幅が最大となるような平均風速が橋梁全長にわたって同時に作用するものとするれば、そのときに最も危険な場合であると考えられる。

a) 曲げの限定振動

限定振動が曲げ第n次モードの振動である場合について考えてみる。モード解析法によれば、曲げ第n次モードの運動方程式は、一般化座標を $q_n(t)$ 、正規化振動モードを $\varphi_n(x)$ ($\int_0^l \varphi_n^2(x) dx = 1$)、減衰比を h_n 、固有円振動数を ω_n 、橋軸方向単位長さあたりの橋梁の質量を $m(x)$ 、橋梁の全長を l 、橋軸方向単位長さあたりの空気力を $f(x, t)$ とすると次のようになる。

$$\ddot{q}_n(t) + 2h_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = \int_0^l f(x, t)\varphi_n(x) dx \Big/ \int_0^l m(x)\varphi_n^2(x) dx \dots\dots\dots(1)$$

仮定 ii) に従って空気力は次のように表わされる。

$$f(x, t) = \frac{1}{2}\rho V^2(x, t)AC \cdot [\dot{q}_n(t)\varphi_n(x)/V(x, t)]\Phi(\alpha(x, t)) \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 ρ は空気密度、 $V(x, t)$ は風速、 A は橋梁の単位長さあたり見付面積、 C は空気力係数、 $\Phi(\alpha(x, t))$ は迎角 $\alpha(x, t)$ の関数である。式(1)に式(2)を代入して整理すると、

$$\ddot{q}_n(t) + \frac{\omega_n}{\pi}[D_{s,n} + D_{a,n}]\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = 0 \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 $D_{s,n} = 2\pi h_n$ は橋梁の第n次モードの構造減衰である。 $D_{a,n}$ は式(2)の空気力が変形されたもので、第n次モードに関する空気力減衰である。

$$D_{a,n} = -\frac{1}{2}\rho AC \frac{\pi}{\omega_n} \cdot \int_0^l V(x, t)\varphi_n^2(x)\Phi(\alpha(x, t)) dx \Big/ \int_0^l m(x)\varphi_n^2(x) dx \dots\dots\dots(4)$$

一方、2次元模型の運動方程式は、模型の鉛直方向変位を $y(t)$ 、固有円振動数を ω_m 、構造減衰率を δ_s 、空気力減衰率を δ_a とすると、

$$\ddot{y}(t) + \frac{\omega_m}{\pi}[\delta_s + \delta_a]\dot{y}(t) + \omega_m^2y(t) = 0 \dots\dots\dots(5)$$

2次元模型における迎角 α の関数 $\Phi_m(\alpha)$ は、式(4)において $D_{a,n} \rightarrow \delta_a$ 、 $A \rightarrow A_m$ (模型の単位長さあたり見付面積)、 $V(x, t) \rightarrow V_m$ (模型実験の風速)、 $m(x) \rightarrow m_m$ (模型の単位長さあたり質量)、 $\varphi_n(x) \rightarrow \varphi_c$ (一定)、 $\Phi(\alpha(x, t)) \rightarrow \Phi_m(\alpha)$ とおきかえることにより求められる。すなわち、

$$\Phi_m(\alpha) = -\delta_a m_m \Big/ \frac{1}{2}\rho A_m C \frac{\pi}{\omega_m} V_m \dots\dots\dots(6)$$

$\Phi(\alpha(x, t))$ および $\Phi_m(\alpha)$ は無次元量であるので、相似模型によって得られた $\Phi_m(\alpha)$ を Strip理論により、実橋の $\Phi(\alpha(x, t))$ に適用できると考えられる。すなわち、式(6)を式(4)に代入して、模型の相似率を考慮すると、

$$D_{a,n} = \int_0^l \left[1 + \frac{v(x, t)}{\bar{V}} \right] \varphi_n^2(x) \delta_a dx \Big/ \int_0^l \frac{m(x)}{\bar{m}} \varphi_n^2(x) dx \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 \bar{V} は平均風速、 $v(x, t)$ は水平風速の変動成分、 \bar{m} は橋梁の単位長さあたり平均質量である。

次に、風洞実験結果をもとにして空気力減衰率 δ_a の性質を調べてみる。一般に δ_a は風速 V 、振幅 y_0 、迎角 α の関数 $\delta_a = f(V, y_0, \alpha)$ として表わされる。理論を簡単にするため、 δ_a を α のみの関数として表現することを考える。模型の各迎角における鉛直振動の減衰

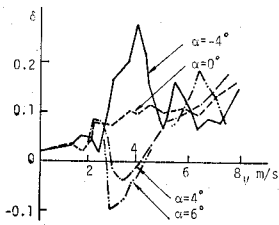


図-1 減衰率・風速曲線 (delta-V 曲線)

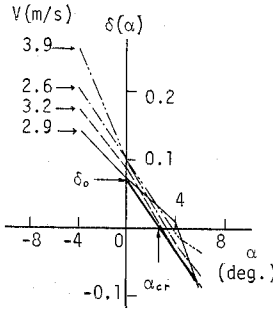


図-2 減衰率・迎角曲線 (delta-alpha 曲線)

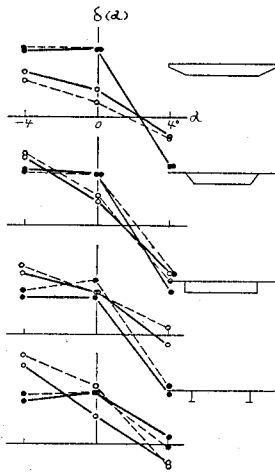


図-3 代表的な断面の alpha-delta 曲線の例

(上下振動の場合、●印は $V/NB \approx 0.5$ における限定振動、○印は $V/NB \approx 2$ における限定振動 (Okubo, Narita and Yokoyama¹⁴⁾ の実験結果から引用)

率・風速曲線 (delta-V 曲線) の 1 例を図-1 に示す。この delta-V 曲線から、限定振動発生風速域におけるある特定の風速の減衰率 δ を模型の各迎角について読みとると図-2 に示すような減衰率・迎角曲線 (delta-alpha 曲線) が得られる。ある迎角を超過して初めて振動の発生が見られ、その振幅が α とともに大きくなるような断面であれば、その delta-alpha 曲線は大略図-2 のような形となるものと考えられる。なお、代表的な断面の delta-alpha 曲線を図-3 に示す。これらの断面は 2 つの風速域でたわみ限定振動を発生した。●印、○印はそれぞれ第 1、第 2 の発生風速域における異なる 2 風速の δ を読み取ったものである。問題となる風速域において delta-alpha 曲線は風速による差は少ないものといえる。限界迎角 ($\delta=0$ となる迎角) 近傍でこれらの曲線は α の 1 次式または 2 次式で近似できるとみてよい。

振動の発生迎角近傍において、これらの曲線群を、限定振動に対して安全側となる 1 つの直線で代表する。図-2 において、その直線 $\delta(\alpha)$ は次のように表わされる。

$$\delta(\alpha) = \delta_0 - \frac{\delta_0}{\alpha_{cr}} \alpha \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 δ_0 および α_{cr} は図-2 に示す値とする。 α_{cr} は $\delta(\alpha)=0$ となるときの迎角、すなわち限定振動の発生する限界迎角を示す。風洞気流中の模型の減衰率は、模型の構造減衰率 δ_s と空気力減衰 δ_a との和であるので、迎角 α のときの空気力減衰 δ_a は式 (8) を用いて次のように表わされる。

$$\delta_a = \delta_0 - \frac{\delta_0}{\alpha_{cr}} \alpha - \delta_s \dots\dots\dots (9)$$

式 (7) に式 (9) を代入し、それを式 (3) に用いれば、

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + \frac{\omega_n}{\pi} \left[D_{s,n} - \delta_s + \int_0^l \left(\delta_0 - \frac{\delta_0}{\alpha_{cr}} \alpha \right) \varphi_n^2(x) dx \right. \\ \left. + \int_0^l \left(-\delta_s + \delta_0 - \frac{\delta_0}{\alpha_{cr}} \alpha \right) \frac{v(x,t)}{V} \varphi_n^2(x) dx \right] \dot{q}_n(t) \\ + \omega_n^2 q_n(t) = 0 \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 $m(x) = \bar{m}$ (一定) とおく。

一般に風洞実験では、模型の構造減衰率 δ_s は実橋の構造減衰率 $D_{s,n}$ よりも小さめに設定する。したがって、耐風設計上安全側として、 $D_{s,n} = \delta_s$ と仮定してさしつかえない。すると式 (10) は次のように書き改められる。

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + \frac{\omega_n}{\pi} \frac{\delta_0}{\alpha_{cr}} [\alpha_{cr} - A_n(t)] \dot{q}_n(t) \\ + \omega_n^2 q_n(t) = 0 \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_n(t) = \int_0^l \alpha(x,t) \varphi_n^2(x) dx - \frac{\delta_0 - \delta_s}{\delta_0} \alpha_{cr} \\ \cdot \int_0^l \frac{v(x,t)}{V} \varphi_n^2(x) dx \\ + \int_0^l \alpha(x,t) \frac{v(x,t)}{V} \varphi_n^2(x) dx \dots\dots (12) \end{aligned}$$

実橋では、迎角は位置 x および時刻 t の関数であるのでこれまで用いてきた α のかわりに $\alpha(x,t)$ と書くことにする。式 (12) で示される $A_n(t)$ は、第 n 次正規化振動モードの限定振動に関する換算迎角といえることができる。

式 (12) の解は、速度 $\dot{q}_n(t)$ の係数の符号により減衰振動 (正の場合)、一定振幅の調和振動 (0 の場合) および発散振動 (負の場合) の 3 種の状態となる。したがって、実橋に限定振動が発生する条件は次式となる。

$$\alpha_{cr} - A_n(t) \leq 0 : \alpha_{cr} \text{ が正の場合} \dots\dots\dots (13)$$

$$A_n(t) - \alpha_{cr} \geq 0 : \alpha_{cr} \text{ が負の場合} \dots\dots\dots (14)$$

b) ねじりの限定振動

限定振動がねじりの第 n 次モードで起こる場合も上とまったく同様の式が得られる。限定振動の発生条件は式 (13) および式 (14) となる。

(2) 換算迎角の統計的性質

換算迎角 $A_n(t)$ は、式 (12) からわかるように、自然風の迎角と水平風速を含んでいる。したがって、 $A_n(t)$ は不規則変動量であると考えられる。自然風の実測結果および風洞実験結果を基礎にして $A_n(t)$ の期待値および標準偏差を調べてみる。

a) $A_n(t)$ の期待値

$A_n(t)$ の期待値は定義に従い次式により計算される。

$$E[A_n(t)] = \int_0^l E[\alpha(x, t)] \varphi_n^2(x) dx - \frac{\delta_0 - \delta_s}{\delta_0} \alpha_{cr} \int_0^l E\left[\frac{v(x, t)}{\bar{V}}\right] \varphi_n^2(x) dx + \int_0^l E\left[\alpha(x, t) \frac{v(x, t)}{\bar{V}}\right] \varphi_n^2(x) dx \dots \dots \dots (15)$$

自然風の変動はエルゴード過程と考えられるので、式 (15) の右辺第 2 項は 0 となる。斜張橋に限定振動を励起するに十分なエネルギーを持つ、いわゆる限界風速付近においては、普通風速の鉛直成分 $W(x, t)$ は水平成分 $V(x, t) = \bar{V} + v(x, t)$ に比べて十分小さいとみなすことができる。そのような場合、自然風の迎角 $\alpha(x, t)$ は次式で近似してよいと考えられる。

$$\alpha(x, t) \approx \frac{W(x, t)}{\bar{V} + v(x, t)} \dots \dots \dots (16)$$

式 (16) を変形し、その期待値を考える。

$$E\left[\frac{\alpha(x, t)v(x, t)}{\bar{V}}\right] = E\left[\frac{W(x, t)}{\bar{V}}\right] - E[\alpha(x, t)] = \frac{W(x, t)}{\bar{V}} - \alpha(x, t) \dots \dots (17)$$

自然風の実測値から $W(x, t)/\bar{V}$ および $\overline{\alpha(x, t)} = \tan^{-1}(W(x, t)/V(x, t))$ を計算し整理してみると 図-4 に示すようになる。この図から $W(x, t)/\bar{V}$ と $\overline{\alpha(x, t)}$ は、ほぼ一致すると考えられる。したがって、次のようによい。

$$E\left[\alpha(x, t) \frac{v(x, t)}{\bar{V}}\right] = 0 \dots \dots \dots (18)$$

以上のことから $E[A_n(t)]$ は式 (15) の右辺第 1 項の

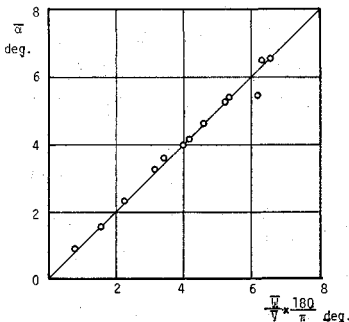


図-4 平均迎角の計算方法による比較

みから求められる。自然風の乱れの状態は、全橋長にわたり同じであるから、 $E[A_n(t)]$ はある一点における時間平均におきかえられる。

$$E[A_n(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \alpha(x, t) dt = \bar{\alpha} \dots \dots (19)$$

b) $A_n(t)$ の分散

$A_n(t)$ の分散 $\sigma_{A_n}^2$ は定義に従い、次式で計算される。

$$\sigma_{A_n}^2 = E[A_n^2(t)] - \{E[A_n(t)]\}^2 \dots \dots \dots (20)$$

式 (18) から $\alpha(x, t)$ と $v(x, t)$ とは互いに独立な確率過程とみなしてよいと思われる。この性質を用いれば式 (20) は、

$$\sigma_{A_n}^2 = \int_0^l \int_0^l E[(\alpha(x, t) - \bar{\alpha})(\alpha(x', t) - \bar{\alpha}) \cdot \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x')] dx dx' + \left(\frac{\delta_0 - \delta_s}{\delta_0} \alpha_{cr} - \bar{\alpha}\right)^2 / \bar{V}^2 \int_0^l \int_0^l E[v(x, t) \cdot v(x', t)] \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x') dx dx' + \frac{1}{\bar{V}^2} \int_0^l \int_0^l E[(\alpha(x, t) - \bar{\alpha})(\alpha(x', t) - \bar{\alpha}) \cdot E[v(x, t)v(x', t)] \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x')] dx dx' \dots \dots \dots (21)$$

$E[(\alpha(x, t) - \bar{\alpha})(\alpha(x', t) - \bar{\alpha})]$ および $E[v(x, t)v(x', t)]$ はそれぞれ $\alpha(x, t)$ および $V(x, t)$ の変動の空間相関関数である。 $\alpha(x, t)$ 、 $V(x, t)$ の分散をそれぞれ σ_α^2 、 σ_v^2 とし、空間相関係数をそれぞれ $R_\alpha(\xi)$ 、 $R_v(\xi)$ 、 $\xi = |x - x'|$ とすると、

$$\sigma_{A_n}^2 = \sigma_\alpha^2 \int_0^l \int_0^l R_\alpha(\xi) \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x') dx dx' + \left(\frac{\delta_0 - \delta_s}{\delta_0} \alpha_{cr} - \bar{\alpha}\right)^2 / \bar{V}^2 \int_0^l \int_0^l R_v(\xi) \cdot \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x') dx dx' + \frac{\sigma_v^2}{\bar{V}^2} \sigma_\alpha^2 \cdot \int_0^l \int_0^l R_\alpha(\xi) R_v(\xi) \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x') dx dx' \dots \dots \dots (22)$$

かもめ大橋における自然風の観測結果によれば、平均風速が $\bar{V} = 10 \text{ m/s}$ を越える場合、ほぼ、 $\sigma_\alpha = 0.061 \text{ rad}$ (3.5°)、 $\sigma_v/\bar{V} = 0.2$ である。また、定義に従い $R_\alpha(\xi)$ 、 $R_v(\xi) \leq 1$ である。以上のことから、式 (22) の右辺の第 3 項は第 1 項に比較して非常に小さく、無視してよいものと思われる。

次に、かもめ大橋の原設計断面による風洞実験結果から、 $(\delta_0 - \delta_s)/\delta_0$ の値を調べてみると、鉛直振動の場合 0.86 および 0.72、回転振動の場合 0.83 であった注3)。このことから $|(\delta_0 - \delta_s)/\delta_0 \cdot \alpha_{cr}|$ は $|\alpha_{cr}|$ より少し小さい値であると考えてよい。すると $(\delta_0 - \delta_s)/\delta_0 \cdot \alpha_{cr} - \bar{\alpha}$ はほぼ α_{cr} と $\bar{\alpha}$ との差に近いものといえる。 $|\alpha_{cr}|$ が $|\bar{\alpha}|$

注 3) これらの数値は 図-2 に示すようなデータから、 $(\delta_0 - \delta_s)/\delta_0$ の最高値を読みとった。

よりもせいぜい 0.07 rad (4°) 程度高めのものであるならば、 $(\delta_0 - \delta_s) / \beta_0 \cdot \alpha_{cr} - \bar{\alpha}$ の値は 4.8×10^{-3} 程度となる。 $R_\alpha(\xi)$ と $R_v(\xi)$ とはほぼ同じオーダーであると考えられるので、式 (22) の右辺の第 2 項と第 1 項の比は、 $4.8 \times 10^{-3} \times (0.2)^2 / (0.061)^2 = O(10^{-2})$ となる。したがって、限界迎角と自然風の平均迎角との差が 4° 以下の場合には、式 (22) の右辺第 2 項は無視してよいものと思われる。

以上の結果から、換算迎角の分散 $\sigma_{A_n}^2$ は次式で近似される。

$$\sigma_{A_n}^2 = r_\alpha^2 \sigma_\alpha^2 \dots \dots \dots (23)$$

$$r_\alpha^2 = \int_0^l \int_0^l R_\alpha(\xi) \varphi_n^2(x) \varphi_n^2(x') dx dx' \dots \dots (24)$$

r_α^2 は迎角の空間相関係数を、正規化振動モードを重み関数として橋梁の全長にわたって平均化したものとみることができる。いま、空間相関係数が次式で近似されと考える。

$$R_\alpha(\xi) = \exp(-\xi/L_\alpha) \dots \dots \dots (25)$$

ここで、 L_α は迎角の積分スケールといわれる。

$$L_\alpha = \int_0^\infty R_\alpha(\xi) d\xi \dots \dots \dots (26)$$

式 (25) に示した $R_\alpha(\xi)$ を用いて r_α^2 を橋梁の各振動モードに対し計算することができる。図-5 に示す三

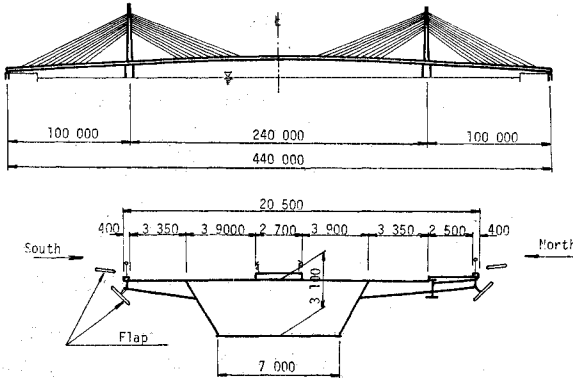


図-5 かもめ大橋一般図

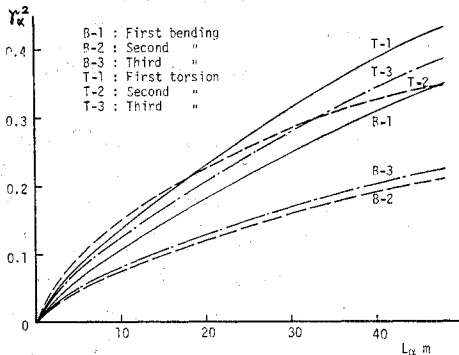


図-6 迎角の分散の低減係数

径間連続マルチケーブル斜張橋 (かもめ大橋) の振動モードを用いて、式 (24), (25) に従い r_α^2 を計算した。その結果を積分スケール L_α に対して 図-6 のようにプロットした。 r_α^2 は L_α の減少につれ漸減していく。すなわち、 r_α^2 は 3 次元的な広がりを持つ橋梁に作用する変動迎角の 3 次元効果に基づく低減係数であると考えられる。

(3) 限定振動の発生確率

実橋に限定振動が発生する条件は、式 (13) および式 (14) で与えられた。この条件式に含まれる換算迎角 $A_n(t)$ は、式 (19) および式 (23) に示されたような期待値および分散を有する確率量である。したがって、これらによって限定振動の発生を確率論的に取り扱うことができる。限定振動の発生確率は $A_n(t)$ が α_{cr} を超過する確率として与えられる。

ところで、 $\alpha(x, t)$ および $V(x, t)$ の確率分布は正規分布と考えられるので、 $A_n(t)$ の確率分布も正規分布と考えてさしつかえない。 $A_n(t)$ が正規分布であるならば、ある T 時間内に $A_n(t)$ が α_{cr} を超過する確率 $P\{A_n(t) \geq \alpha_{cr}\}$ は次式で与えられる。

$$P\{A_n(t) \geq \alpha_{cr}\} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{A_n}}{\sigma_{A_n}} \cdot \exp\{-(\alpha_{cr} - \bar{\alpha})^2 / 2\sigma_{A_n}^2\} \cdot T \dots (27)$$

ここで、 σ_{A_n} は換算迎角の時間的な変化率 $\dot{A}_n(t) = dA_n(t)/dt$ の標準偏差である。

そこで、式 (23) の関係を用いて式 (27) は次のように書きかえられる。

$$P\{A_n(t) \geq \alpha_{cr}\} = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{\alpha}}}{\sigma_\alpha} \cdot \exp\{-(\alpha_{cr} - \bar{\alpha})^2 / 2r_\alpha^2 \sigma_\alpha^2\} T \dots (28)$$

$\sigma_{\dot{\alpha}}/\sigma_\alpha$ は次式により計算できる。

$$\frac{\sigma_{\dot{\alpha}}}{\sigma_\alpha} = 2\pi \sqrt{\int_0^\infty f^2 S_\alpha(f) df / \int_0^\infty S_\alpha(f) df} \dots \dots \dots (29)$$

ここで、 $S_\alpha(f)$ は迎角のパワースペクトル密度関数、 f は周波数である。

式 (28) における時間 T は、橋梁の耐用年数中に限定振動の発生する確率を求める場合、耐用年数中に限定振動を発生させる条件を備えた風の延べ発生時間とする。限定振動を発生させる条件を備えた風とは、風向が橋軸直角方向に近く、しかも平均風速が 図-7 の斜線で示すような限定振動発生風速域にある場合をいう。

限定振動は、直接橋梁を崩壊に導くような応力を発生するものではないとされている。限定振動の発生が問題となるのは、振動による応力よりもむしろ振動の発生が利用者に与える不安感など社会的な要因の方であろう。このような見地から、限定振動の発生確率を知ることが

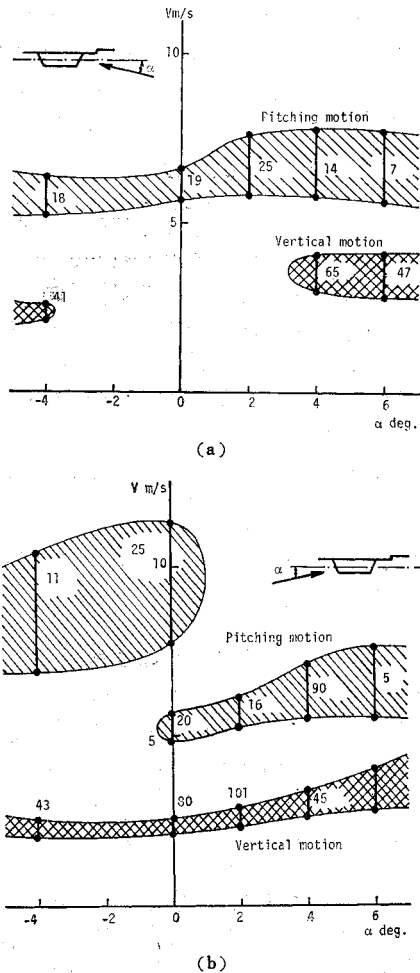


図7 限定振動発生領域と発達時間(秒)

重要となってくる。

$A_n(t)$ がごく短時間に α_{cr} を超過しても実橋の限定振動は定常振幅にまで発達しない。したがって、 $A_n(t)$ の評価時間として限定振動の発達時間をとるのが合理的である。すなわち、式(28)における σ_a , $\sigma_{\dot{a}}$ および r_a^2 の算定にあたり、評価時間として模型の限定振動の発達時間を縮尺率で実橋に換算したものを用いる^{注4)}。すると、この場合、 $P\{A_n(t) \geq \alpha_{cr}\}$ は、実橋に十分大きな振幅の限定振動が発生する確率を与えることになる。

3. 実橋の限定振動に対する安定性の検討

前章で述べたことから、斜張橋の限定振動に関する耐風設計を行うには、次のような方法に従えばよいと考えられる。

i) 2次元模型による風洞実験

ばね支持2次元模型による風洞実験を行い、迎角 $\alpha =$

注4) 付録参照。

0° 付近において、設計風速内で限定振動が発生しない断面を選ぶ。その断面の模型について次のような限定振動に関連する諸特性を調べておく。

- ① 各迎角に対する限定振動の発生風速域。
- ② 限定振動発生時の減衰率・迎角曲線 ($\delta-\alpha$ 曲線)。
この図から α_{cr} , δ_0 が読みとれる。

③ 限定振動の発達時間。

ii) 架設地点における自然風の観測

橋梁の架設地点において自然風の観測を行い、次のような統計量を求める。

- ① 平均迎角。
 - ② 迎角の標準偏差。
 - ③ 迎角の空間相関係数または積分スケール。
- iii) 気象観測資料の解析

気象観測資料から、平均風速の風速別発生ひん度、風向別発生ひん度を調べる。これらにより、限定振動が発生させる条件を備えた風の発生ひん度を求め、橋梁の耐用年数中におけるそのような風の延べ発生時間 T を推定する。

iv) 限定振動の発生確率

以上の結果を利用して、耐用年数中に実橋に限定振動が発生する確率を計算することができる。まず、自然風の迎角の観測結果と実橋の正規化振動モードをもとに、換算迎角の分散 $\sigma_{A_n}^2 = r_a^2 \sigma_a^2$ を計算する。 σ_a の評価時間は、風洞実験で得られた限定振動の発達時間の実橋換算値とする。次に、式(28)に従って耐用年数中に換算迎角が限界迎角を超過する確率を計算する。

このようにして、曲げおよびねじりの各振動モード、正および負の限界迎角に対してそれぞれ超過確率を計算する。それらの超過確率はそれぞれの振動モードで十分大きな振幅の限定振動が発生する確率を与える。それらの確率の総和を求めれば、それは実橋の耐用年数中にいずれか1つのモードの限定振動が発生する確率である。実用上は、基本振動モード、場合によっては第2次振動モードまでについて調べれば十分と考えられる。

4. 数値計算例

かもめ大橋の場合を例にとり、限定振動の発生確率について調べてみる。この橋の2次元模型による風洞実験¹⁵⁾によれば、原設計断面は各種の迎角において曲げまたはねじりの限定振動の発生が見られた。そこで床版張出部の両端に図-5に示したような2組のフラップを組み合わせて取り付け最終断面を選び、迎角 $-4^\circ \sim 10^\circ$ の範囲において設計風速内で限定振動が発生しないことが確かめられた。その断面が、かもめ大橋の実施断面として採用されたものである。

最終断面は、上記の実験迎角範囲では限定振動が発生しなかったため、限定振動の発生確率を計算するまでもないと考えられる。したがって、本計算例では比較的限定振動が発生する恐れがあると考えられる原設計断面を使用した場合を想定し、各種の迎角を考慮して、そのときの限定振動の発生確率を計算してみることにする。

(1) 2次元模型実験結果

図-7は、かもめ大橋の原設計断面をもつ2次元模型について風洞実験を行った結果から限定振動の発生領域を図示したものである。鉛直振動については5mm(振幅対桁高比 $\eta=5/124=0.04$)、回転振動については0.5°以上の振幅の限定振動の発生領域を調べ、斜線で示した。斜線部の数字は限定振動の発達時間(秒)である。この図から $\alpha=6^\circ$ および $\alpha=-4^\circ$ における限定振動の発生風速域および発達時間を読みとり、実橋の曲げおよびねじりの第1次~第3次モードの振動に換算すると表-1のようになる。4次以上の高次モードの振動は、低次モードの振動に比較して起こりにくいため無視した。

(2) 架設地点における自然風の観測結果注5)

かもめ大橋の架設地点である大阪南港西において自然風の観測を行った¹⁶⁾。風速計は、風速の鉛直成分を観測するためのギル風速計4台と水平成分および風向を観測するためのクリーンペーン風速計4台を用いた。得られた資料を用いて自然風の迎角の時間的、空間的変動特性について解析を行った結果について述べる。

a) 平均迎角

平均迎角(10分間平均)は $\bar{\alpha}=-1.6^\circ$ (吹下し)から $\bar{\alpha}=3.2^\circ$ (吹上げ)の範囲内にあった。平均風速、風向の平均迎角に及ぼす影響は明確でなかった。

b) 迎角の標準偏差

迎角の標準偏差 σ_α を平均風速 \bar{V} を横軸としてプロットすると図-8のようになる。ただし、これは実測データを0.2秒おきに読みとり、10分間のデータを統計的に解析したものである。 σ_α は \bar{V} の増大とともに指数関数的に減少する傾向がみられる。指数関数を用いてこれを近似すると次式のようになる。

$$\sigma_\alpha = 5.5 \exp(-0.052 \bar{V}) \dots \dots \dots (30)$$

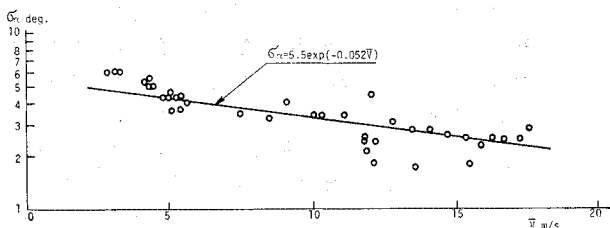


図-8 迎角の標準偏差

次に σ_α の値が評価時間によりどのように変化するか調べてみる。評価時間を s 秒、十分に長い観測時間を T 秒としたときの迎角の標準偏差 $\sigma_\alpha(s)$ は、迎角のパワースペクトル $S_\alpha(f)$ を用いて、次式により計算できる¹⁷⁾。

$$\sigma_\alpha^2(s) = \int_{1/2T}^{1/2s} S_\alpha(f) df = \sigma_\alpha^2 \int_{1/2T}^{1/2s} \tilde{S}_\alpha(f) df \dots \dots \dots (31)$$

ここで、 $\tilde{S}_\alpha(f) = S_\alpha(f) / \sigma_\alpha^2$ は正規化パワースペクトルである。 $S_\alpha(f)$ は風速の鉛直成分のパワースペクトル $S_w(f)$ で近似することができる。Panofsky-McCormik¹⁸⁾の提案した風速の鉛直成分のパワースペクトルを正規化したものは次式のようになる。

$$\tilde{S}_w(f) = \frac{4Z}{V} \frac{1}{1+4Zf/V} \dots \dots \dots (32)$$

ここで、 Z は地表面からの高さである。式(32)を式(31)の $\tilde{S}_\alpha(f)$ のかわりに使い、 $T \gg s$ なる条件のもとに計算すると、 $\sigma_\alpha^2(s)$ は次のようになる。

$$\sigma_\alpha^2(s) = \sigma_\alpha^2 \left(1 - \frac{1}{1+2Z/(sV)} \right) \dots \dots \dots (33)$$

図-9に評価時間 s を横軸として $\sigma_\alpha(s)$ をプロットした。図において、○印は架設地点における実測迎角のパワースペクトルに基づいて、式(31)に従って計算した値であり、実線は式(33)に従って推定された値である。両者はほぼ一致するものと見てよい。資料の観測時間は $T=10$ 分としたが、 $T=10$ 分以上であれば、観測時間による $\sigma_\alpha(s)$ の計算値の変化はほとんどない。平均風速 \bar{V} 、評価時間 s 秒のときの迎角の標準偏差は、実測値をそのまま用いるかわりに、式(30)および式(33)を用いて推定してもよいことが認められる。

それぞれの振動モードの限定振動が発生するときの風洞風速を実橋に換算したものを \bar{V} とし、限定振動の発達時間の実橋換算値を評価時間 s としたときの迎角の標

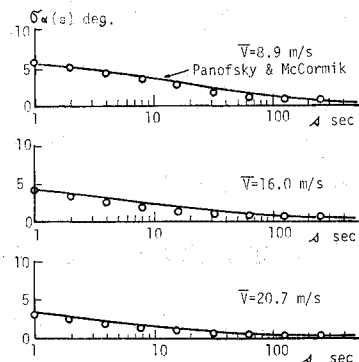


図-9 評価時間による迎角の標準偏差の変化

注5) 本計算例では、架設地点付近の平地における観測資料を用いたが、かもめ大橋の主桁上5.5mにおける観測資料を用いて限定振動の発生確率を計算してもほとんど差がない。

表-2 自然風の迎角，換算迎角の標準偏差

迎角	風向	振動モード	発生風速(m/s)	評価時間s(sec)	σ_α (deg)	$\sigma_{\alpha'}(s)$ (deg)	r^2	$\sigma_{A_n}(s)$ (deg)	$\sigma_{\alpha'}(s)/\sigma_\alpha(s)$
正	南	曲げ1次	12	194	2.94	0.312	0.075	0.085	0.009
		2	19	136	2.04	0.205	0.045	0.043	0.013
		3	32	83	1.04	0.103	0.050	0.023	0.022
	北	1	11	203	3.10	0.335	0.085	0.097	0.009
		2	19	142	2.04	0.201	0.095	0.062	0.013
		3	30	87	1.15	0.115	0.075	0.031	0.021
	南	ねじり1次	25	22	1.49	0.320	0.075	0.087	0.074
		2	55	11	0.31	0.064	0.045	0.013	0.151
		3	66	9	0.17	0.036	0.050	0.008	0.184
	北	1	25	31	1.49	0.272	0.085	0.079	0.055
		2	55	16	0.31	0.053	0.095	0.016	0.109
		3	67	3	0.16	0.057	0.075	0.015	0.416
負	南	曲げ1次	9	185	3.44	0.430	0.075	0.117	0.009
		2	15	130	2.52	0.291	0.045	0.061	0.014
		3	25	80	1.49	0.171	0.050	0.038	0.023
	北	1	10	177	3.26	0.396	0.085	0.115	0.010
		2	15	124	2.52	0.298	0.095	0.091	0.015
		3	26	76	1.42	0.163	0.075	0.044	0.024
	南	ねじり1次	31	49	1.09	0.143	0.075	0.039	0.037
		2	68	25	0.16	0.019	0.045	0.004	0.074
		3	82	21	0.07	0.009	0.050	0.002	0.088
	北	1	23	80	1.66	0.197	0.085	0.057	0.023
		2	52	41	0.36	0.040	0.095	0.012	0.045
		3	62	34	0.21	0.024	0.075	0.006	0.055

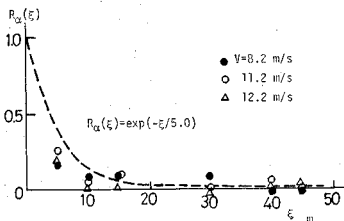


図-10 迎角の空間相関係数

標準偏差 $\sigma_\alpha(s)$ を式 (30) および式 (33) により計算した。その結果を 表-2 の第 3, 4 列に記入した。

c) 迎角の空間相関およびスケール

風向が測定線とほぼ直角であった場合の迎角の変動分の空間相関係数を求め、図-10 にプロットした。空間相関係数の値は距離の増大とともに急速に 0 に近づいていく。式 (26) に従って計算された積分スケールは、 $L_\alpha=5m$ 以下であった。

積分スケールを $L_\alpha=5m$ としたときの迎角の分散の低減係数 r_α^2 は、おのおのの振動モードに対し 図-6 を利用して求められる。そして式 (23) における σ_α のかわりに前項で求めた $\sigma_{\alpha'}(s)$ を用いて σ_{A_n} を計算する。 r_α^2 および σ_{A_n} の値を 表-2 の第 5, 6 列に記入した。

(3) 気象観測資料の解析

実橋に限定振動が発生する条件は、換算迎角が限界迎角を超過することのほかに、風速が限定振動発生風速域

にあることおよび風向が橋軸直角方向に近いことも必要である。限定振動の発生風速域は 表-1 に示すようにおのおのの振動モードにより異なるが、簡単のため、すべての場合に共通に $\bar{V}=10m/s$ 以上の風速を限定振動発生の対象となる風速とみなすことにする。また、限定振動発生の対象となる風速としては、橋軸直角方向 $\pm 45^\circ$ 以内の風向を考慮することにする。

大阪港における風の観測資料¹⁾から、風速階級別度数は 表-3 のようになる。この表から $\bar{V}=10m/s$ 以上の風の発生比率（発生度数/全サンプリング数）は 0.039 となる。また、 $\bar{V}=10m/s$ 以上の風の風向別度数は 表-4 に示すようになる。この表から限定振動の発生の対象となる風向の発生比率は、南風（図-5 参照）に対し 0.157、北風に対し 0.211 となる。

表-3 風速階級別回数

年度	風速 (m/s)							合計	総回数
	10~12	12~14	14~16	16~18	18~20	20~22	22以上		
45	203	73	22	8	3	3	0	312	7482
46	213	62	14	8	4	3	1	305	7899
47	287	88	26	3	0	0	2	406	7973
48	151	30	9	4	0	0	0	194	8395
合計	854	253	71	23	7	6	3	1217	31751

以上は参考のために4年間の資料を示した。理想的にはもっと長期にわたる資料を用いるのが好ましい。これらの結果から、耐用年数中に実橋に限定振動が発生させる条件を備えた風の延べ発生時間が推定できる。風向と

表-4 風向別回数

(風速 10 m/s 以上)

風向 年度	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	年 総 回 数
45	33	9	5	13	0	0	0	0	12	37	61	45	44	40	0	13	312
46	44	40	9	20	5	3	0	1	0	27	33	47	39	25	3	4	305
47	36	42	7	23	6	6	0	0	0	17	46	68	43	87	13	2	406
48	2	12	1	0	2	0	0	0	1	12	27	53	29	54	1	0	194
合計回数	115	103	22	56	14	9	0	1	13	93	167	213	155	206	17	19	1217

風速とは互いに独立な事象と考えられるので、耐用年数 N 年中における上記の風の延べ発生時間 T は次のようになる。

$$T = 0.039 \times 0.157 \times N \text{ 年} = 1.9 \times 10^5 N \text{ 秒} :$$

南風に対し、……………(34)

$$T = 0.039 \times 0.211 \times N \text{ 年} = 2.6 \times 10^5 N \text{ 秒} :$$

北風に対し、……………(25)

(4) 実橋の限定振動の発生確率

評価時間を s 秒としたときの比 $\sigma_{\dot{\alpha}}(s)/\sigma_{\alpha}(s)$ は、式 (29) において積分区間を $1/(2T) \sim 1/(2s)$ とし、 $\tilde{S}_{\dot{\alpha}}(f)$ のかわりに式 (32) の $\tilde{S}_w(f)$ を用いて計算する。すなわち、

$$\frac{\sigma_{\dot{\alpha}}(s)}{\sigma_{\alpha}(s)} = 2\pi \sqrt{\int_{1/2T}^{1/2s} \frac{f^2}{1+4fZ/\bar{V}} df} * \sqrt{\int_{1/2T}^{1/2s} \frac{1}{1+4fZ/\bar{V}} df} \dots\dots\dots(36)$$

式 (36) において Z を主桁の海面上平均高さ 13.2 m, \bar{V} を限定振動の発生風速, s を限定振動の発達時間として、おのおのの振動モードに対応する $\sigma_{\dot{\alpha}}(s)/\sigma_{\alpha}(s)$ を計算した。その結果を表-2 の最後の列に記入した。

さて、以上で求められた諸数値を用いて式 (28) により限定振動の発生確率を計算する。実橋は正の限界迎角 $\alpha_{p,cr}$ と負の限界迎角 $\alpha_{n,cr}$ を有し、 $\alpha_{n,cr} < \alpha < \alpha_{p,cr}$ の範囲において限定振動の発生がみられない断面であると仮定する。橋梁に平均迎角 $\bar{\alpha} (\alpha_{n,cr} < \bar{\alpha} < \alpha_{p,cr})$ の風が作用したとき、 $\bar{\alpha}$ と $\alpha_{n,cr}$ および $\alpha_{p,cr}$ との差は、図-11 に示すようにそれぞれ $\Delta\alpha_n = \bar{\alpha} - \alpha_{n,cr}$, $\Delta\alpha_p = \alpha_{p,cr} - \bar{\alpha}$ となる。 $\Delta\alpha_n, \Delta\alpha_p$ がそれぞれ $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$ の場合について、おのおのの振動モードおよび風向に対応する限定振動の発生確率を計算し、その総和を求めた。耐用年数 N 年のとき、 $\Delta\alpha_n, \Delta\alpha_p$ の各値に対する限定振動の発生確率を表-5 に示す。表中、() で示した値

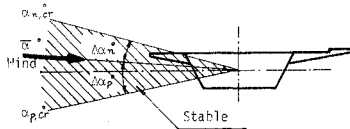


図-11 平均迎角と限界迎角との関係

表-5 耐用年数 N 年中の限定振動の発生確率 (×N)

$\Delta\alpha_n \backslash \Delta\alpha_p$	1°	2°	3°
1°	(0.68×10^2) 0.11×10^{-12}	(0.41×10^2) 0.11×10^{-12}	(0.41×10^2) 0.11×10^{-12}
2°	(0.27×10^2) 0.57×10^{-20}	(0.85×10^{-2}) 0.12×10^{-39}	(0.93×10^{-2}) 0.12×10^{-39}
3°	(0.27×10^2) 0.57×10^{-20}	(0.17×10^{-4}) 0.58×10^{-88}	(0.12×10^{-7}) 0.80×10^{-188}

$$\alpha_{p,cr} = \bar{\alpha} - \bar{\alpha}$$

$$\Delta\alpha_n = \bar{\alpha} - \alpha_{n,cr}$$

は r_{α^2} の値を 1 としたときの発生確率である。これは、実橋の振動モードおよび迎角の空間分布を考慮せず、2 次元解析を行ったことに相当するものである。

この表から、 $\alpha_{n,cr}$ が $\bar{\alpha}$ よりせいぜい 1° 低めであり、 $\alpha_{p,cr}$ は $\bar{\alpha}$ よりせいぜい 1° 高めの断面を選ぶことにより実橋の限定振動の発生確率は $0.11 \times 10^{-12} N$ (N は耐用年数) となり、実橋に限定振動はほとんど発生しないことになる。一方、2 次元解析によれば、同じ条件で実橋の限定振動の発生確率は $0.68 \times 10^2 N$ となる。 $N=1$ 年間に 68 回もの限定振動が発生することになる。

従来の耐風設計の立場としては、2 次元的取り扱いのみを考えていたので、このように大きな発生確率をもつことは絶対許されない。したがって、2 次元風洞実験により、絶対に限定振動の起こらない断面を選ぶことが至上命令とされていた。ところが、そのような断面を選ぶには、かなりの長時間と膨大な費用をかけなければならないものである。そこで、合理的な耐風設計を行うには、実橋の振動モード、自然風の空間分布をも考慮した 3 次元解析が重要であることがわかる。そのような解析によって、上例に示したように限定振動の発生確率の小さい実用的断面を選ぶことができる。

ちなみに、かもめ大橋の最終断面(実施断面)は、原設計断面にフラップを取り付けて耐風安定性の向上をはかり、 $-4^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ の迎角範囲にわたって十分に安定な断面となっている。架設地点の風の観測結果から、10 分間平均迎角は $-1.6^\circ \leq \bar{\alpha} \leq 3.2^\circ$ の範囲であった。したがって、この場合 $\Delta\alpha_n = 2.4^\circ$, $\Delta\alpha_p = 6.8^\circ$ となる。断面形状の多少の変更によって限定振動の発生迎角範囲が変わっても、限定振動の発生風速域、発達時間はさほど変化しないものと考えられる。すると、最終断面を有するかもめ大橋の限定振動の発生確率は $0.16 \times 10^{-93} N$ となる。実橋に限定振動の発生する確率は非常に小さいとい

える。それに反して、単なる2次元解析により発生確率を計算すると、 $0.64 \times 10^{-4} N$ となり、限定振動発生のおそれがあるように見えるが、これはもちろん不合理な結論を与えるもので、問題にならない。

5. 結 語

本論文では、一様流を用いた2次元風洞実験結果と斜張橋の架設地点における自然風の観測結果を用いて、斜張橋の耐用年数中の限定振動の発生確率を計算する方法を提示した。また、実在の斜張橋の風洞実験結果および架設地点における自然風の観測結果を利用して数値計算を行ってみた。

斜張橋の限定振動に関する耐風設計は次のような計算過程に従えばよい。

(1) 一様流を用いた2次元風洞実験を行い、自然風の平均迎角付近において安定な断面を選ぶ。さらに、限定振動の発生が認められるような種々な迎角においても実験を行い、限定振動の発生迎角領域、発生風速域、発達時間を求める。

(2) 架設地点において自然風の観測を行い、平均迎角、迎角の標準偏差および空間相関について資料を得る。

(3) できるだけ長期にわたる気象観測資料をもとに、橋梁の耐用年数中に、限定振動を発生させる条件を備えた風の延べ発生時間を求める。

(4) 以上のような資料をもとに、斜張橋の耐用年数中に限定振動が発生する確率を計算する。

三径間連続斜張橋(かもめ大橋)の限定振動の発生確率を検討した結果、次のことが判明した。

(1) 2次元風洞実験により、たかだか自然風の平均迎角 $\pm 1^\circ$ の迎角範囲で安定な断面を選ぶことができたとすれば、その場合の限定振動の発生確率を算定したが、その値は十分低いものであることが判明した ($P = 0.11 \times 10^{-12} N$; N は耐用年数)。ただし、実用的には、風洞実験における誤差、自然風の観測値の誤差などを考慮して、平均迎角と限界迎角との差 $\Delta\alpha$ をこれより若干大きくして実橋の耐風安定性を確保することが必要である。

(2) しかし、迎角の時間的変動のみを考慮した単なる2次元解析によれば、同じ断面であっても、限定振動の発生確率は見かけ上非常に大きいものとして計算されるので不合理である ($P = 0.68 \times 10^2 N$)。

(3) かもめ大橋の実施断面は、風洞実験によって $-4^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ の迎角範囲において安定であることが確かめられている。 $\alpha < -4^\circ$ および $\alpha > 10^\circ$ では実験が

されていないが、もし $\alpha = -4^\circ$ 以下および $\alpha = 10^\circ$ 以上で限定振動が発生したとしても、実橋の発生確率は $P = 0.16 \times 10^{-93} N$ となり、限定振動の起こる可能性は非常に小さく、十分安定な断面であることがわかった。なお、これの迎角の時間的変動のみを考慮した2次元解析によれば $P = 0.64 \times 10^{-4} N$ の発生確率となる。

従来の耐風設計の立場としては、2次元の取り扱いのみを考えていた。2次元解析によれば、限定振動の発生確率は非常に大きくなるが、そのようなことは絶対に許されないことである。そこで、2次元風洞実験により、十分大きい迎角範囲にわたって限定振動の起こらない断面を選ぶことが至上命令であるとされていた。ところがそのような断面を選ぶには、かなりの長時間と膨大な費用をかけなければならないものである。そこで、より合理的な耐風設計を行うには、橋梁の振動モード、自然風の空間的な変動特性をも考慮した3次元解析が重要となってくる。

本論文に提示した3次元解析ならびに定量的判定基準をもとにして比較的容易に安定な断面を選ぶことができ、限定振動に対して、実橋に十分な耐風安定性を確保させることが可能となってくる。このことはすなわち、風洞実験に要する時間の短縮と経済的な耐風設計を可能ならしむるものである。限定振動現象に関してはまだ未解決の問題点が多く残されている。本論文では、それらに対し、ある種の仮定を設けながら理論を展開してきた。今後、それらの仮定が明らかとなっても基本的な考え方は変わることはない。本法を個々の橋梁の耐風設計に応用する場合の適用限界は次のとおりである。

(1) 2次元風洞実験において $|\alpha|$ の小さい範囲で限定振動が発生せず、ある限界迎角以上で発生するような断面を対象にするものである。

(2) 限定振動発生風速域において空気力を迎角 α の関数として表わされるような断面を対象にするものである。

(3) 架設地点における自然風の迎角の時間的、空間的変動性状を予備調査する必要がある。

(4) 架設地点における風の乱れが強い場合、限定振動に対しては安全側となると考えられるが、パフェッチングの発生が予想されるので別途考慮する必要がある。

本論文の考え方を発展させ、発生確率の精度を向上させるためには、さらに次のような研究が重要となる。

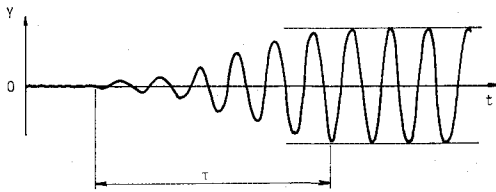
(1) 空気力の実体をさらに明確にし、式(8)をより厳密な形、すなわち $\delta_a = f(V, y_0, \alpha)$ のように定式化して本理論を改良する。(2) 自然風の迎角の空間相関について、地表粗度係数を地形因子で区別してあるように、各種の地形ごとに分類し、一般的表示を得る。

謝 辞：本研究は、かもめ大橋の建設に際して実施

したもので、大阪市土木局および風洞実験を担当された日立造船株式会社より深いご理解とご援助をいただいた。紙面を借りて心から感謝の意を表するものである。

付 録 限定振動の発達時間

限定振動の発生風速において、模型を一時静止させておき、しかる後に解放してやると模型は振動し始める。時間の経過とともにその振幅は増大し、やがて一定振幅の定常的な振動状態となる。その様子を 図一a に示す。本論文では、模型が静止状態から定常的な振動状態にまで発達するに要する時間を限定振動の「発達時間」とよぶことにした。

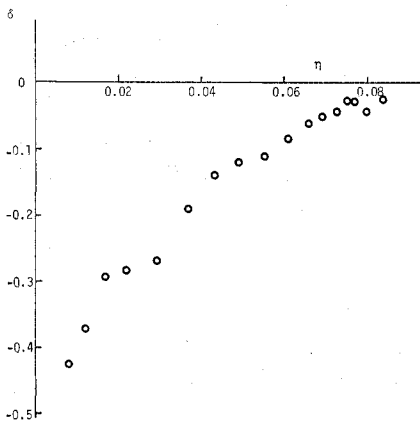


図一a 限定振動の発達時間 τ

さて、本論文では、2次元風洞実験によって得られる発達時間を実橋に換算する必要がある。対数減衰率を用いて2次元模型と実橋の発達時間の関係を調べてみる。2次元模型の限定振動の発達過程における模型の対数減衰率 δ を求めてみると、図一b に示すように無次元振幅 $\eta = y/B_m$ (B_m : 模型の代表長さ) の関数となっている。この図をもとに、模型の空気力減衰 $\delta_{a,m} = \delta - \delta_{s,m}$ ($\delta_{s,m}$: 模型の構造減衰) を η のべき級数で次式のように表わす。

$$\delta_{a,m} = a_m + b_m \eta + c_m \eta^2 + \dots \quad (a)$$

対数減衰率 δ は、振動の1サイクルにおける運動エネルギーの変化率で表わすことができる。すなわち、1サイクルあたりの運動エネルギーを U 、減衰力によるエ



図一b 限定振動発達時の対数減衰率

ネルギー変化を dU とすると $2\delta = dU/U$ なる関係がある。実橋の橋軸方向長さ dx 区間における振動の1サイクル中の空気力減衰 $\delta_{a,p}$ によるエネルギー変化 dU_a は、橋梁の橋軸方向単位長さあたり質量を $m(x)$ 、固有円振動数を ω 、無次元振幅を $\eta(x)$ 、橋梁の代表長さを B とすると次式のようになる。

$$dU_a = 2\delta_a dU = 2\delta_a \times \frac{1}{2} m(x) \omega^2 (\eta(x) B)^2 dx \quad (b)$$

式 (a) は、実橋の微小区間 dx において成立するものとする。これを式 (b) の δ_a に適用する。さらに式 (b) を橋梁の全長 l にわたって積分すると橋梁全体のエネルギー変化 dU_a が求められる。すなわち、

$$dU_a = \omega^2 B^2 \left[a_m \int_0^l m(x) \eta^2(x) dx + b_m \int_0^l m(x) \eta^3(x) dx + c_m \int_0^l m(x) \eta^4(x) dx + \dots \right] \quad (c)$$

橋梁全体の空気力減衰 $\delta_{a,p}$ は式 (c) を $2U = \omega^2 B^2 \int_0^l m(x) \eta^2(x) dx$ で除して求められる。

$$\delta_{a,p} = a_m + b_m \frac{\int_0^l m(x) \eta^3(x) dx}{\int_0^l m(x) \eta^2(x) dx} + c_m \frac{\int_0^l m(x) \eta^4(x) dx}{\int_0^l m(x) \eta^2(x) dx} + \dots \quad (d)$$

橋梁が第 n 次振動モードで振動しているとすれば、 $\eta(x)$ はある任意の着目点の振幅 η_0 および第 n 次固有振動モード $\varphi_n(x)$ を用いて、 $\eta(x) = \eta_0 \varphi_n(x)$ と表わされる。これを式 (d) に代入すると、

$$\delta_{a,p} = a_p + b_p \eta_0 + c_p \eta_0^2 + \dots \quad (e)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_p &= a_m \\ b_p &= b_m \frac{\int_0^l m(x) \varphi_n^3(x) dx}{\int_0^l m(x) \varphi_n^2(x) dx} \\ c_p &= c_m \frac{\int_0^l m(x) \varphi_n^4(x) dx}{\int_0^l m(x) \varphi_n^2(x) dx} \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

式 (e) および式 (f) を用いて、2次元風洞実験から得られる模型の空気力減衰を実橋の空気力減衰に換算できる。実橋の対数減衰率 δ は、第 n 次モードの構造減衰 $\delta_{s,n}$ と $\delta_{a,p}$ との和で次式のように表わされる。

$$\delta = \delta_{s,n} + a_p + b_p \eta_0 + c_p \eta_0^2 + \dots \quad (g)$$

式 (g) の左辺を0とおき、 η_0 について解くと実橋の限定振動の振幅が推定できる。

振幅の発達過程は、この対数減衰率を用いて追跡することができる。すなわち、第 $i+1$ 番目の振幅 $\eta_{0,i+1}$ は第 i 番目の振幅 $\eta_{0,i}$ とその振幅における対数減衰率 δ_i を用いて次式で計算される。

$$\eta_{0,i+1} = \frac{1}{\exp \delta_i} \eta_{0,i} \dots \dots \dots (h)$$

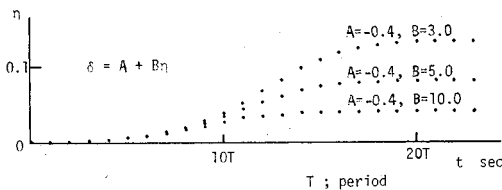
1例として、図一aに示す減衰・振幅曲線を有する限定振動の発達過程を調べてみる。簡単のため減衰の変化を直線近似すると、 $\delta_{a,m} = -0.42 + 5.0\eta$ となる。すると実橋の第n次モードの対数減衰率は、式(g)に従って、

$$\delta = \delta_{s,n} - 0.42 + 5.0 \left[\int_0^l m(x) \varphi_n^3(x) dx \right] / \left[\int_0^l m(x) \varphi_n^2(x) dx \right] \eta_0 \dots \dots \dots (i)$$

となる。式(i)を式(h)に用いて、実橋の第n次モードの限定振動の発達過程を追跡できる。ところで、 $\int_0^l m(x) \varphi_n^3(x) dx / \int_0^l m(x) \varphi_n^2(x) dx$ の値は振幅 η_0 の着目点のとり方により任意の値をとり得る。着目点のとり方によっては、その値を1とすることもできる。 $\delta_{s,n}$ が模型の構造減衰と等しいとすれば、そのとき式(i)は模型の減衰・振幅曲線に一致する。ところが、着目点のとり方と実橋の限定振動の発達過程とは無関係である。したがって、実橋の限定振動の発達過程は、振動モードには影響されず、2次元模型の発達過程と相似なものとなる。実橋の限定振動の発達時間は、2次元模型の発達時間に時間の縮尺率を考慮して実橋換算することにより求められる。

$$\int_0^l m(x) \varphi_n^3(x) dx / \int_0^l m(x) \varphi_n^2(x) dx = 0.5, 1.0, 2.0$$

とにおいて、式(h)により限定振動の発達過程を追跡してみた。サイクル数に振動周期Tを乗じたものを横軸として、振動の各周期における振幅をプロットしたものを図一cに示す。振幅の発達に要するサイクル数は変わらないことがわかる。



図一c 振動モードが異なるときの振幅の発達状況の比較

減衰・振幅曲線が η の2次以上のべき級数で表わされるときは、2次元模型と実橋の振幅の発達過程は完全に相似とはならないが、両者の差は小さいものと推察される。限定振動の発達時間は上と同様にして求めてもよいものと考えられる。

参 考 文 献

1) Farquharson, F.B. : Aerodynamic Stability of Suspension Bridges, Part III, Bull. of Univ. of Washington Engineering Experiment Station, No. 116 Part III,

1952.
 2) Klöppel, Von K. und Weber, G. : Teilmodellversuche zur Beurteilung des Aerodynamischen Verhaltens von Brücken, Stahlbau Heft 3, 32 Jahrg., S. 65~79, 1963.3.
 3) Wardlaw, R.L. : Some Approaches for Improving the Aerodynamic Stability of Bridge Road Decks, Proc. of International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, pp. 931~940, 1971.
 4) 伊藤 学・田中 宏 : 風の渦による橋げたの振動, 構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集, pp. 213~220, 1970.5.
 5) 小西一郎・白石成人・大門孝一・井上浩男 : 箱形構造断面に対する Flow Visualization と風洞実験, 構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム論文集, pp. 215~222, 1974.12.
 6) 成田信之・横山功一・伊藤壮一 : 斜張橋断面の空力特性 (その1), 構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム論文集, pp. 223~230, 1974.12.
 7) Farquharson, F.B. : Aerodynamic Stability of Suspension Bridges, Part V, Bull. of Univ. of Washington Engineering Station, No. 116 Part V, 1954.
 8) Komatsu, S. and Kobayashi, H. : Wind Induced Vibration of Cable-Stayed Girder Bridge, Tech. Rep. of the Osaka Univ., Vol. 22, No. 1052, pp. 285~294, 1972.
 9) Davenport, A.G., Isyumov, N. and Miyata, T. : The Experimental Determination of the Response of Suspension Bridges to Turbulent Wind, Proc. of International Conference of Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, pp. 1207~1219, 1971.
 10) Davenport, A.G. : Buffeting of a Suspension Bridge by Storm Winds, Proc. of ASCE, ST 3, pp. 233~268, 1962.6.
 11) 森光康夫・伊藤 学・富田利雄 : 空気力の非線形性を考慮した構造物の空力弾性挙動, 土木学会論文報告集, No. 219, pp. 27~36, 1973.11.
 12) 白石成人ほか : 箱形構造断面の渦励振動現象に関する研究, 構造物の耐風性に関する第4回シンポジウム, pp. 155~162, 1976.12.
 13) 高山弘美・坂田 弘・斎藤 通 : 吊橋主塔架設時の耐風安定性について, 土木学会第31回年次学術講演会, 1976.10.
 14) Okubo, T., Narita, N. and Yokoyama, K. : Some Approaches for Improving Wind Stability of Cable-Stayed Girder Bridges, Proceedings, Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Heathrow, 1975.
 15) 小松定夫・石岡英男・南条正洋 : 南港南埠頭連絡橋 (斜張橋) の風洞実験について, 土木学会第30回年次学術講演会, 1975.10.
 16) 小松定夫・小林敏土・赤司耕示 : 大阪南港における自然風の統計的解析, 土木学会第30回年次学術講演会, 1975.10.
 17) 土木学会 本州四国連絡橋耐風設計小委員会 : 本州四国連絡橋の耐風に関する調査報告書, 1975.3.
 18) Panofsky, H.A. and McCormik, R.A. : The Spectrum of Vertical Velocity near the Surface, Quart. Jour. of Roy. Meteor. Soc., 86, pp. 495, 1960.
 19) 阪神高速道路公団 : 港大橋工事誌, 土木学会, 1975.

(1976.12.18・受付)