

## 横桁による並列主桁の横補剛効果

LATERAL BUCKLING STRENGTH AND BRACING  
EFFECT OF CROSS BEAMS

西田 進\*・吉田 博\*\*・福本 晴士\*\*\*

By Susumu NISHIDA, Hiroshi YOSHIDA and Yuhshi FUKUMOTO

## 1. 緒 言

橋梁などにおいて、主桁に対する横桁、横構、対傾構の補剛効果の検討は橋梁全体の横方向への安全性を確保するうえで重要な問題である。

本研究は荷重分配桁として用いられる横桁のもつ並列主桁への横補剛効果の検討を行うものである。

横補剛効果に関するこれまでの研究は、(1) 塑性設計ばり、(2) はりの横倒れ座屈、および(3) 並列桁に関する研究、に大別できる。

(1) はりの塑性設計の分野において、塑性モーメントと所要の塑性回転能を確保するために、数多くの補剛効果に関する研究が行われてきた。その代表的研究として、上下フランジの水平変位を完全に拘束したはりの実験的研究<sup>1)~4)</sup>、初期変形が存在し、横拘束ばねを有するはりに関する理論的研究<sup>5)</sup>、および板ばねを用いて補剛する力を実験的に求めた研究<sup>6)</sup>がある。

特に、鈴木、小野<sup>1)</sup>は補剛点の横方向移動を完全に拘束した状態で、塑性設計ばりの補剛間隔と回転容量および隣接スパンの影響を中心に、等曲げを受ける場合、モーメント勾配を有する場合、および塑性ヒンジ発生点を拘束する場合について実験を行った。また、彼らは横座屈後の挙動の検討も行い、実験値とLayの式<sup>5)</sup>がよく一致することを示した。

最相、田中<sup>6)</sup>は初期変形を有し、横拘束ばねのあるはりの塑性流れ、ひずみ硬化、および除荷時の荷重・変形量の関係を有限要素法増分分解より求め、その結果を用いて横補剛点に作用する力の大きさを求めている。

これらの研究により、塑性設計ばりの横補剛力として、圧縮フランジ降伏軸力の2%程度を確保すれば所

要の塑性回転容量が得られることがわかった。

(2) 横倒れ座屈強度に及ぼす横補剛効果の影響に関する研究としては、載荷点に横拘束ばねを有するはりに関する研究<sup>7)~8)</sup>、分布ばねを有するはりに関する研究<sup>7)</sup>、はりの初期変形を考慮し、載荷点での横拘束ばねによる水平反力と座屈強度の関係を求めた研究<sup>9)~10)</sup>がある。

特に、Hartman<sup>11)</sup>は差分法を用いて、集中荷重を受ける単純ばり、2スパンおよび3スパン連続ばりの弾性座屈解析を行い、支点および載荷点での横拘束ばね定数(あるいはねじれ拘束ばね定数)と強度の関係を求めている。その解析結果より、単純ばりでは横拘束ばねの効果が大きく、連続ばりでは横拘束より、中間支承のねじれ拘束の方が効果的だと報告している。

(3) 曲げによる並列桁の横倒れ座屈強度の研究としては、屋根ばりを対象に並列桁のフランジに波板を取りつけた構造系に関する研究<sup>12)~13)</sup>、横桁によるねじれ拘束を等価な分布ねじれ拘束ばねにおきかえて、各種の載荷状態における座屈強度を求めた研究<sup>14)</sup>がある。

福本、久保<sup>15)~16)</sup>は横構、対傾構を有する並列桁の等曲げによる横倒れ座屈強度をRayleigh-Ritz法を用いて理論解析を行った。また、理論解析とともに、200×100×5.5×8mmのH形断面並列ばりに、横構の各種組合せ、横構とはり中央に対傾構を用いた場合の横倒れ座屈実験を行い、有効座屈長さの検討を行っている。

おもに、塑性設計ばりで研究されてきた水平補剛(ただし、主桁間を横桁などで補剛する場合)は並列桁全体の同一横方向への変形を直接拘束することができない。福本、久保<sup>15)</sup>は中間対傾構のみでは横補剛点で、並列桁の面外変位拘束はできなく、並列桁のねじれ変形を拘束することによって座屈強度は向上されると報告している。

曲げによる桁の圧縮フランジの応力が桁の横倒れ座屈により決まる場合、橋梁の設計では、固定点間距離を横倒れ座屈長さにとっている。この場合、固定点としての

\* 正会員 工修 金沢工業大学講師 土木工学科

\*\* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 Ph. D., 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

機能を十分に発揮するには、i) 横補剛点において、断面の水平変位およびねじり角が零となるように完全に拘束する、ii) 横補剛点において、断面の水平変位は完全に拘束されなくても、ねじり角を拘束することにより、座屈強度を、拘束点間距離を横倒れ座屈長さとした場合の強度より向上せしめることができる必要がある。

本論文では、横桁によって横補剛された並列桁の横倒れ座屈強度について理論解を求め、桁の圧縮フランジの曲げ応力の照査に用いられる固定点間距離の概念について検討を加え、並列桁全体として設計抵抗モーメントを安全に維持するための補剛条件を満足させるに必要な横桁の必要剛度と、並列桁を補剛する位置について検討する。

なお、通常の道路橋と異なり、歩道橋のようにスパン長/幅員が極端に大きくなる場合には、横桁が拘束材として作用する並列桁の個々の桁の座屈のみでなく、並列桁全体として横倒れ座屈する場合がある。ここでは、並列主桁間の横補剛材として対傾構、上・下横構を配置することなく、横桁のみを配置した場合の横桁による主桁の圧縮フランジの横座屈に対する拘束の影響を明らかにしようとするものであり、極端な構造寸法がもつ全体座屈は検討の対象外とした。

## 2. 理論解析

### 解析に用いた仮定

(1) 並列桁は等断面 I 形を有する 2 主桁からなり、横倒れ座屈に対して初期変形はない。また、座屈時の断面の変形 (distorsion) は考えない。

(2) 横桁は 2 軸対称断面とし、主桁の座屈に際して弾性挙動する。

(3) 主桁の鋼材は完全弾塑性体である。

(4) 主桁の残留応力分布としてはりタイプの場合は圧延成形によるものを、桁タイプの場合は溶接組立によるものを理想化した Fig. 1 に示すような残留応力分布を用いる。

(5) 両主桁の断面寸法は等しく、かつ横変位およびねじれに対して両端単純支持とし、横桁は主桁の軸方向とウェブ面に対して直角に取り付ける。

(6) 並列桁には同一荷重が作用し、並列 2 主桁の横変位  $u$  およびねじれ角  $\phi$  は Fig. 2 に示すように同符号で等しいか、逆符号で等しい。

(7) ここでは、Fig. 2 に示すように並列桁の個々の桁が水平変形とともに、それぞれの断面のねじり中心まわりにねじれる座屈モードを研究の対象とする。すなわち、このような座屈モードは、並列桁一体としての水

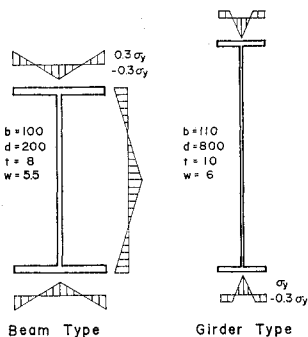


Fig. 1 Idealized Residual Stress Distributions

平方方向の曲げ剛度が鉛直方向の曲げ剛度に比してかなり大きく確保されている場合であり、このような場合には、並列桁の断面全体としてのねじれ変形を伴う座屈モード、いわゆる全体座屈が生ずることはない。

横桁によって連結された並列 2 主桁が Fig. 3 に示すように等曲げを受ける場合 (ケース A)、等分布荷重満載の場合 (ケース B)、およびスパン中心に集中荷重を受ける場合 (ケース C) の 3 種の荷重状態についての横倒れ座屈解析を伝達マトリックス法を用いて行う。

伝達マトリックス法を用いたはりの弾性および非弾性横倒れ座屈解析は文献 17) に詳細に述べられているので、ここでは横桁位置での格点伝達マトリックスについてのみ説明を行う。

個々の桁が単独に座屈変形しようとするのを中間に設けた横桁により変形拘束を行っており、上記の (6)、(7) の仮定を用いれば、横桁は拘束ばねとして扱うことができ、並列桁の片側主桁についてのみ解析を行えばよい。はり要素の変形量および荷重項の正方向を Fig. 4 のようにとり、横桁の影響を拘束ばねとして扱うと、トラス理論およびたわみ角法より、横変位拘束ばね定数  $K_A$ 、ねじれ拘束ばね定数  $K_x$ 、および横たわみ角拘束ばね定数  $K_y$  は次のようになる。

同一モードで変形する場合

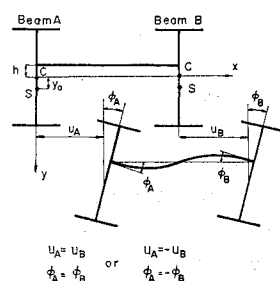


Fig. 2 Buckled Deformation of a Parallel Beam

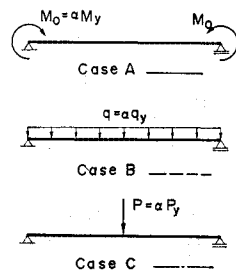


Fig. 3 Loading Conditions

$$K_A=0, K_x=6\frac{EI_{xc}}{L_c}, K_y=6\frac{EI_{yc}}{L_c} \dots\dots(1)$$

逆モードで変形する場合

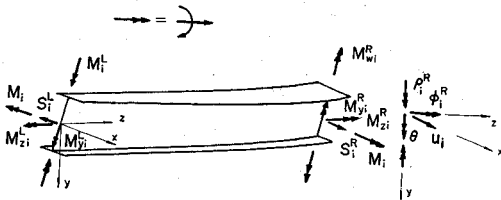


Fig. 4 Positive Directions of State Vector

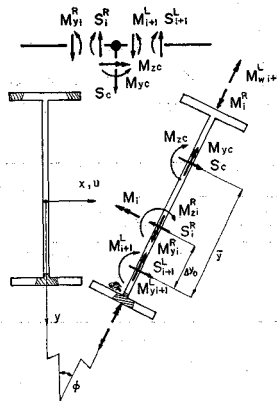


Fig. 5 Forces at the Point Connected with a Cross Beam

$$K_A=2\frac{EA_c}{L_c}, K_x=2\frac{EI_{xc}}{L_c}, K_y=2\frac{EI_{yc}}{L_c} \dots\dots(2)$$

ここに、 $A_c$ ：横桁断面積、 $I_{xc}$  および  $I_{yc}$ ：横桁の強軸および弱軸まわりの断面 2 次モーメント、 $L_c$ ：横桁の部材長さである。

したがって、横桁によって連結される  $i$  番目要素右端と、 $i+1$  番目要素左端の連続条件は Fig. 5 と文献 18) より、

$$\left. \begin{aligned} u_{i+1}^R &= u_i^R - \Delta y_0 \phi_i^R & \phi_{i+1}^R &= \phi_i^R \\ \theta_{i+1}^R &= \theta_i^R - \Delta y_0 \rho_i^R & \rho_{i+1}^R &= \rho_i^R \\ S_{i+1}^L &= S_i^R - S_c & M_{y_{i+1}}^L &= M_{y_i}^R - M_{y_c} \\ M_{z_{i+1}}^L &= M_{z_i}^R + \Delta y_0 S_i^R - M_i \Delta y_0 \rho_i^R \\ & & & - M_{z_c} - S_c \bar{y} \\ M_{x_{i+1}}^L &= M_{x_i}^R + \Delta y_0 M_{y_i}^R - M_{y_c} \bar{y} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

18) となる。ここに、 $u, \theta, \phi$  および  $\rho$ ：主桁の横変位、横たわみ角、ねじれ角、およびねじれ率、 $S, M_y, M_z$  および  $M_x$ ：横方向せん断力、横方向曲げモーメント、ねじれモーメント、およびバイ・モーメントである。また、 $\Delta y_0$ ： $i$  番目要素と  $i+1$  番目要素のせん断中心間距離、 $\bar{y}$ ：横桁のせん断中心（重心と一致する）と  $i+1$  番目要素のせん断中心との距離である。 $S_c, M_{y_c}$ 、および  $M_{z_c}$ ：横桁（各拘束ばね）による各反力、 $M_i$ ： $i$  番目要素の面内曲げモーメントである。

上記連続条件をマトリックス表示すると、以下に示す格間伝達マトリックスが得られる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ \phi \\ \rho \\ S \\ M_y \\ M_z \\ M_x \end{Bmatrix}_{i+1}^L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta y_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\Delta y_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ K_A & 0 & K_A \bar{y} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -K_y & 0 & -K_y \bar{y} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ K_A \Delta y_0 & 0 & K_x + K_A \Delta y_0 \bar{y} & -M_i \Delta y_0 & \Delta y_0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -K_i \Delta y_0 & 0 & -K_y \Delta y_0 \bar{y} & 0 & \Delta y_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ \phi \\ \rho \\ S \\ M_y \\ M_z \\ M_x \end{Bmatrix}_i^R \dots\dots(4)$$

ここに、 $K_A, K_y$  および  $K_x$ ：横変位拘束ばね定数、横たわみ角拘束ばね定数およびねじれ角拘束ばね定数である。なお、数値計算は式 (1) の同一モードと式 (2) の逆モードの両方の拘束ばね定数に対して行い、座屈荷重の値は両方から得られる値の小さい方を採用する。

数値計算における横桁剛度を表わすパラメーターとして、横桁の断面積  $A_c$  と主桁の圧縮フランジ断面積  $b_f$  との比を  $\delta$ 、横桁の強軸および弱軸まわりの断面 2 次モーメント  $I_{xc}, I_{yc}$  と主桁の圧縮フランジのフランジ面内に関する断面 2 次モーメント  $tb^3/12$  との比を  $r_x$  および  $r_y$  とする。また、各載荷条件に対する座屈荷重をケース A については  $M_y$ 、ケース B については  $q_y=8M_y/L^2$ 、ケース C については  $P_y=4M_y/L$  で無次元表示した係数  $\alpha$  を用いる。ここに  $M_y$ ：主桁の降伏モ

ーメント、 $L$ ：並列桁のスパン長である。

### 3. 数値計算例および考察

#### (1) 横桁のもつ各種剛比値と横補剛効果との関係

数値計算はすべて、Fig. 1 に示すような H-200×100×5.5×8 mm のはりタイプ(の断面注)と I-800×110×6×10 mm の桁タイプ(の断面注)を有する両端単純支持ばりについて行う。両端での座屈変形に対する境界条件

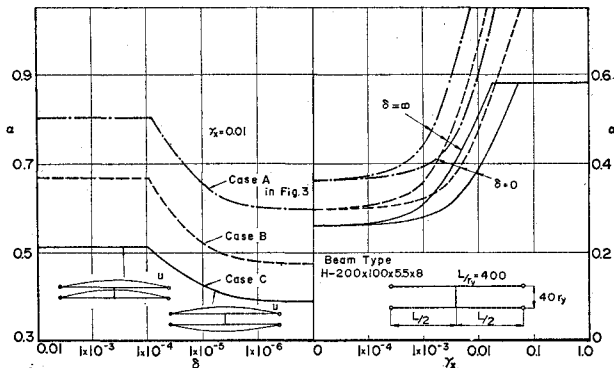
注) はり断面として圧延H形鋼断面を、桁断面としてプレート・ガーダー断面を指しており、ここでは並列ばりの横倒れ座屈実験<sup>15)</sup>およびプレート・ガーダーの横倒れ座屈実験<sup>16)</sup>に用いられた断面寸法を用いた数値計算例を示す。

は横たわみおよびねじれに対して単純支持，そりに対して自由である．計算に用いた鋼材の降伏応力は  $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ ，ポアソン比は  $\nu = 0.3$  である．

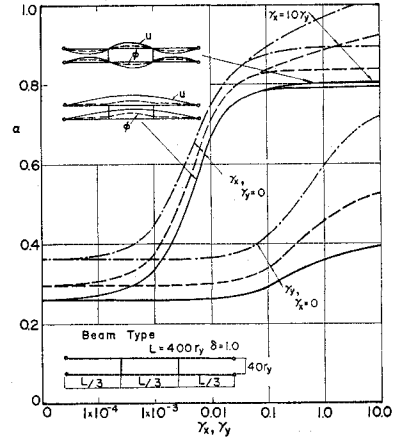
横桁による横補剛効果は細長比，残留応力分布，主桁断面形状および荷重条件によって異なると思われるので，まず細長比  $L/r_y = 400$  を用いて，比較的細長い主桁を対象に横桁の各剛比パラメータの影響の検討を行う．また，横桁長さ  $L_c$  は主桁の弱軸まわりの断面 2 次半径  $r_y$  の 40 倍とした．したがって，ほかの横桁長さの場合は式 (1) および (2) からわかるように，以下の図に示す  $\delta$  および  $r$  の値を  $40 r_y/L_c$  倍した値となる．

**Fig. 6** は座屈強度に及ぼす横桁断面積の影響を調べたものである．図の右は主桁のスパン中央に横桁が 1 本ある場合の  $\delta = 0$  および  $\delta = \infty$  に対して，横桁の剛比  $r_x$  のみを変化させた場合の座屈強度  $\alpha$  の大きさを，3 種の荷重条件に対して求めたものである．左側の図は  $\delta = 0$  と  $\delta = \infty$  のときの  $\alpha$  値の開きが大きく表われている  $r_x = 0.01$  について， $\delta$  のみを変化させた場合の  $\alpha$  の大きさを求めたものである．図の左下に，等曲げが作用するはりの座屈モードを示す．図より，いずれの荷重方法においても横桁の必要断面積，換言すれば図中の座屈モードが変わる  $\delta = 1 \times 10^{-4}$  近傍より大きな  $\delta$  に対して並列 2 主桁は拘束点で同一方向へ座屈するか，あるいは横変位が零となることがわかる．桁タイプの断面についても同様の結果が得られた．一般に用いられる横桁断面積は  $\delta = 1 \times 10^{-4}$  よりかなり大きく，したがって，以下の計算では  $\delta = 1.0$  を用い，横桁の必要断面積は十分に確保されているとした．

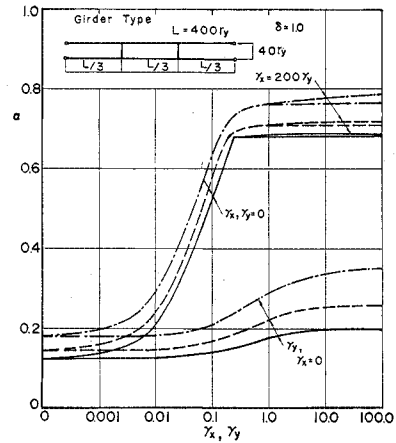
**Fig. 7** および **8** は横桁の曲げ剛比  $r_x$  および  $r_y$  の影響を検討するために，並列桁の両端から  $L/3$  点に横桁を 2 本配置した場合はりタイプおよび桁タイプの並列桁の座屈強度の大きさを示す．横軸には  $r_x = 0$  としたときの  $r_x$ ， $r_x = 0$  としたときの  $r_y$ ，および  $r_x = 10 r_y$  (桁タイプでは  $r_x = 200 r_y$ ) としたときについて示す．



**Fig. 6** Effect of  $\delta$  on the Lateral Buckling (Beam Type)



**Fig. 7** Effect of  $\gamma$  on the Lateral Buckling (Beam Type)



**Fig. 8** Effect of  $\gamma$  on the Lateral Buckling (Girder Type)

はりタイプの主桁の強軸と弱軸まわりの断面 2 次モーメントの比が約 10 なので  $r_x$  と  $r_y$  の比として  $r_x = 10 r_y$  を用いた．桁タイプの断面についても同様の理由で  $r_x = 200 r_y$  を用いた．

図より，横桁の弱軸まわりの剛性 ( $r_y$ ) の影響は強軸まわりの剛性 ( $r_x$ ) の影響に比べて小さく，特に桁タイプではほとんど無視できる程度である．また，図中のモードは等曲げを受けるはりの座屈モードの変化を示す．なお，桁のスパン中央に横桁 1 本を配置した場合には，並列桁は同一方向に横座屈し，中央部における横変位の勾配は零となるので， $r_x = 0$  としたときの  $r_y$  による影響は表われない．

**Fig. 9** は  $r_x = 10, r_y = 0$  と  $r_x = 10, r_y = 1$  の横桁を有するはりタイプの断面について，横桁位置を材端からスパン中央へ変化させた場合の座屈

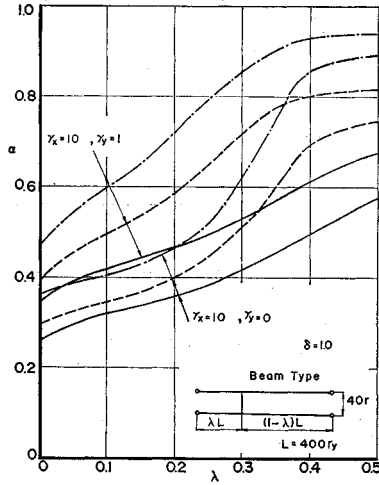


Fig. 9 Effect of Braced Locations on the Lateral Buckling (Beam Type)

強度の大きさを示す。横桁がスパン中央にある場合に強度は最も大きく、特に載荷点を横桁により拘束することになるケースCの補剛効果は大きく表われる。しかし、 $r_x=10, r_y=0$  と  $r_x=10, r_y=1$  の強度差は横桁位置に関係なく、ほぼ同程度となっている。Fig. 8 と同様、桁タイプでは、はりタイプの場合と異なり、 $r_y$  による補剛効果はあまり期待できないことが明らかになった。

Fig. 6~9 より横桁の主桁に対する横補剛効果としては、主桁のねじれを拘束する横桁の強軸まわりの断面2次モーメントの影響が最も大きい。両主桁の横変位差を拘束する横桁断面積はきわめて小さな値で十分であり、横桁の強軸まわりの剛度が大きいときには弱軸まわりの剛度に対して、補剛効果が期待できる。横桁による横補剛効果は、 $\delta, r_x$  および  $r_y$  の増加に対して、各載荷条件ともほぼ一樣の座屈強度の上昇をみることが出来る。

(2) 横補剛効果と拘束点間座屈の関係

横桁は通常、並列桁に対してほぼ等間隔に配置される。横桁の剛度は弱軸(面外)まわりの方が強軸(面内)まわりに比してかなり小さく、また、Fig. 7 および 8 より  $r_y$  の影響を無視しても座屈強度の評価は安全側になる。したがって、ここでは等間隔に配置され、強軸まわりの剛性(ねじれ拘束ばね定数  $K_x$ )のみを有する横桁の等分布荷重が作用する並列桁に対する横補剛効果の検討を行う。また、横補剛効果に及ぼす断面形状および残留応力分布の影響も検討するために、断面形状については断面のフランジ幅/桁高さ ( $b/d$ ) の異なる H-600×200×11×17 mm、I-3820×762×22×40 mm、I-800×110×6×10 mm の3種の断面を用い、一方、残留応力分布としては Fig. 1 の溶接組立による直線タイプとフ

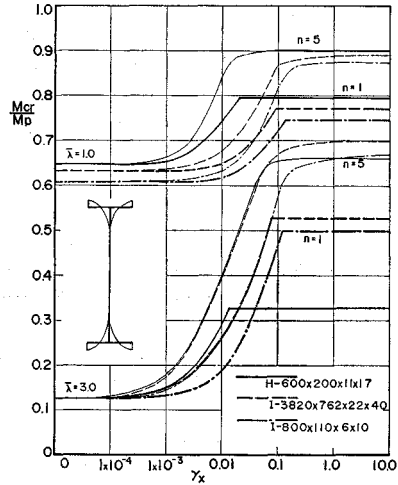


Fig. 10 Relationship Between  $\gamma_x$  versus Lateral Buckling Strength

ランジ内でつり合う放物線タイプ(式(5)および Fig. 10 参照)の2通りの残留応力分布形状を用いた。

$$\sigma_r = \sigma_{rt} + (\sigma_{rc} - \sigma_{rt}) \left\{ \frac{2|x|}{b} \right\}^{-\sigma_{rel}\sigma_{rt}} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $|x|$  は Fig. 5 に示す  $x$  座標の絶対値を表わす。

Fig. 10 は放物線タイプの残留応力を有する並列桁の座屈強度と  $r_x$  の関係を示す。座屈強度は  $M_{cr}/M_p$  を縦軸に、 $r_x$  を横軸にとり、 $\bar{\lambda}=1.0$  と  $3.0$  の並列桁長について示す。ここに、 $M_{cr}$ : 座屈等分布荷重によるスパン中央の曲げモーメント  $q_{cr}L^2/8$ ,  $M_p$ : 全塑性モーメント、 $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p/M_E}$  を表わす。 $M_E$  は単純支持された一本の桁が等曲げモーメントを受けるときの弾性座屈モーメントを示す。

$$M_E^2 = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} GK_T + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $EI_y$ :  $y$  軸まわりの曲げ剛性、 $GK_T$ : St. Venant のねじり剛性、 $EI_\omega$ : そり剛性を示す。

図中、太線は横桁1本 ( $n=1$ ) 有する場合を、細線は横桁5本 ( $n=5$ ) 有する場合を示す。図のような表示をすると、ねじれ拘束を有する並列桁の座屈強度は断面寸法および横桁本数によって大きく異なる。この断面寸法および横桁本数の影響を打ち消すような表示をするため、次に示す基準ねじれ拘束ばね定数  $K_1$  および基準座屈モーメント  $\bar{M}_{cr}$  を導入する。

スパン中央にねじれ拘束ばねを有する単純ばりに等曲げが作用した場合、はりとは2次のモード

$$u = A \sin \frac{2\pi x}{L}, \quad \varphi = B \sin \frac{2\pi x}{L}$$

で座屈するか、あるいは式(7)で近似されるような、ねじれのみが拘束されるモードで座屈する。

$$u = A \sin \frac{\pi}{L} z, \quad \varphi = B_1 \sin \frac{\pi}{L} z + B_2 \sin \frac{3\pi}{L} z \quad \dots\dots\dots (7)$$

式 (7) と Rayleigh-Ritz 法を用いて座屈解を求めると、次の座屈モーメントが得られる。

$$M_{cr}^2 = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \left( GK_T + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} \right) + \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \cdot \frac{2 K_x L}{\pi^2} \cdot \frac{81 \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} + 9 GK_T}{81 \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} + 9 GK_T + \frac{2 K_x L}{\pi^2}} \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) で示される座屈モーメントと 2 次の座屈モーメント

$$M_{cr}^2 = \frac{4 \pi^2 EI_y}{L^2} \left( GK_T + \frac{4 \pi^2 EI_\omega}{L^2} \right)$$

が等しくなる  $K_x$  を基準ねじれ拘束ばね定数  $K_1$  と定義する。すなわち、

$$K_1 = \frac{1.5}{L} \left( GK_T + 5 \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2} \right) \approx 3.7 EW_F \left( \frac{d}{L} \right)^2 \left( \frac{b}{L} \right) \{0.1 \kappa + 5\} \dots\dots (9)$$

である。ここに、 $W_F$  : 圧縮フランジのフランジ面内に関する弾性断面係数、 $\kappa$  : ねじり定数比  $\kappa = L \sqrt{GK_T/EI_\omega}$  である。

図-11 の上段は  $\bar{\lambda} = 3.0$  なる並列桁が横桁 2 本有する場合の曲げモーメント図と座屈モードを示し、下段は、上段の横桁によって拘束される曲げモーメントの最も大きい拘束点間を単純ばりと仮定した場合の座屈モードを示す。ねじれ拘束ばね定数 ( $K_x = 30 K_1$ ) のみ有する横桁 2 本を等間隔に配置した場合、拘束点でねじれはほぼ完全に拘束されているが、横変位は拘束されていない。しかしながら、並列主桁の方が下段に示す桁要素に

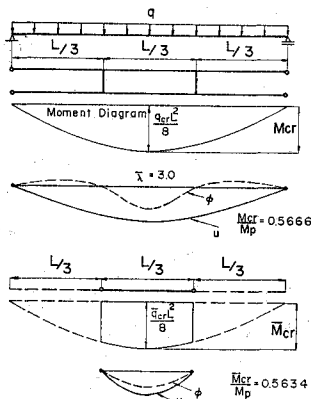


Fig. 11 Definition of the Standard Critical Moments

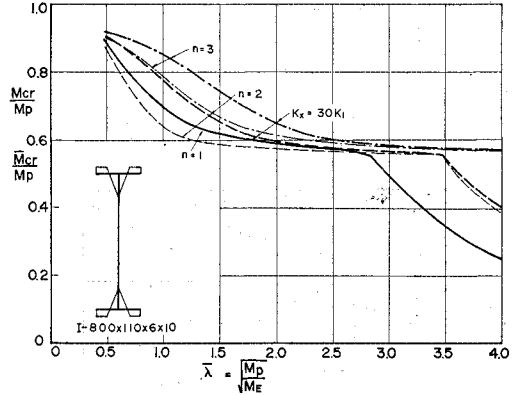


Fig. 12 Relationship Between Lateral Buckling Curves of Parallel Beams and Equivalent Beam Segments

対する座屈強度よりわずかに大きい座屈強度を示すのみである。

ここに、桁要素に対する座屈強度とは Fig. 11 の下段に示すように、最も曲げモーメントの大きい拘束点間を単純ばりと仮定し、並列桁と同一のモーメントが作用する場合の座屈強度を指しており、これを基準座屈モーメント  $\bar{M}_{cr}$  と定義する。

Fig. 12 は横桁 ( $n=1, 2, 3$ ),  $K_x=30 K_1$  を有する並列桁の座屈モーメント  $M_{cr}$  と基準座屈モーメント  $\bar{M}_{cr}$  の関係を示す。図中、太線は並列桁を、細線は桁要素を示し、実線は横桁 1 本の場合を、点線は 2 本の場合を、一点鎖線は 3 本の場合を示す。横桁 1 本の場合、両者は同一強度を示し、横桁 2 本および 3 本の場合は隣接スパンの影響により、並列桁の方が桁要素より常に大きな座屈強度を示す。

次に、並列桁の座屈強度を  $\bar{M}_{cr}$  より大きくするために必要なねじれ拘束ばね定数  $K_x$  の検討を行う。

Fig. 13 は  $\bar{\lambda} = 3.0$ , および  $\bar{\lambda} = 1.0$  の場合の並列桁の座屈強度とねじれ拘束ばね定数との関係を、横桁本数をパラメーターとして示してある。縦軸は  $M_{cr}$  と基準座屈モーメント  $\bar{M}_{cr}$  の比をとり、横軸には  $K_x$  と基準ねじれ拘束ばね定数  $K_1$  の比をとっている。なお、図中の表は各横桁本数に対する基準座屈モーメント値を示す。図より、 $\bar{\lambda} = 3.0$  の場合、 $\bar{M}_{cr}$  を維持するために必要なねじれ拘束ばね定数の値は横桁本数によって多少異なる。 $\bar{\lambda} = 1.0$  の場合、並列桁は非弾性座屈し、 $\bar{M}_{cr}$  を維持するために必要な  $K_x$  の値は主桁断面剛性の低下により約  $0.2 K_1$  程度となる。

Fig. 14 および 15 は直線タイプおよび放物線タイプの残留応力を有する比較的細長い並列桁 ( $\bar{\lambda} = 3.0$ ) の座屈強度とねじれ拘束ばね定数の関係を示す。また、図中の表は各断面および横桁本数に対する基準座屈モーメント

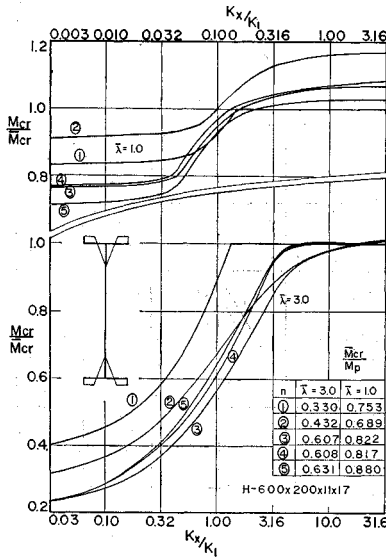


Fig. 13 Effect of Number of Cross Beams on the Lateral Buckling Strength

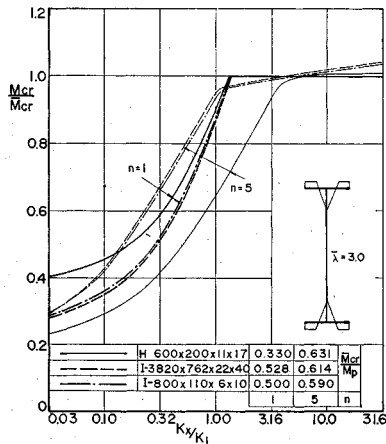


Fig. 14 Effect of  $K_x$  on the Buckling Strength (Linear Residual Stress Distribution)

トの値を示す。図より、弾性座屈する  $n=1$  の場合、残留応力分布形状の違いによる影響はほとんどなく、はりタイプに近い H-600×200×11×17 mm の断面を除けば断面形状の影響も小さい。

Fig. 16 は比較的ずんぐりした並列桁 ( $\bar{\lambda}=1.0$ ) の横倒れ座屈強度と、ねじれ拘束ばね定数の関係を示している。図の上段は、放物線タイプの残留応力を有する場合を、下段は直線タイプの残留応力を有する場合を示す。 $\bar{\lambda}=1.0$  の場合、断面形状および残留応力分布形状の影響はほとんどみられない。

Fig. 13~16 において、並列桁の座屈モーメント  $M_{cr}$  を基準座屈モーメント  $\bar{M}_{cr}$  で無次元表示し、ねじれ拘束ばね定数  $K_x$  を基準ねじれ拘束ばね定数  $K_1$  で無次元

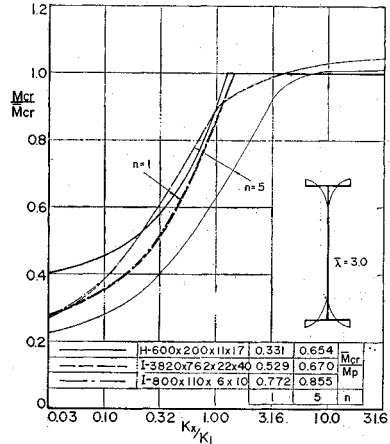


Fig. 15 Effect of  $K_x$  on the Buckling Strength (Parabolical Residual Stress Distribution)

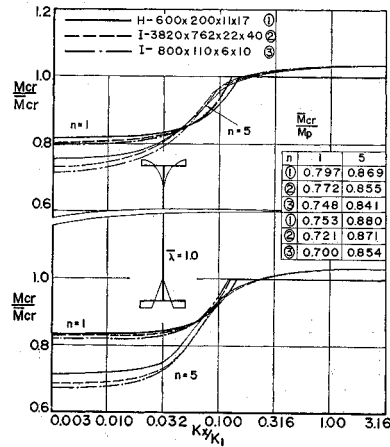


Fig. 16 Effect of  $K_x$  on the Buckling Strength ( $\bar{\lambda}=1.0$ )

元表示した。また、Fig. 14~16 の表から、 $n=1$  および 5 の場合の  $M_{cr}$  値を  $\bar{M}_{cr}$ 、 $M_p$  を用いて求めることができる。なお、このような表示方法によれば断面形状、残留応力分布形状、および横桁本数の  $M_{cr}/\bar{M}_{cr}$  に及ぼす影響は小さくなり、 $M_{cr}/\bar{M}_{cr}=1$  を確保するための横桁の必要ねじれ拘束ばね定数は容易に求めることができる。

Fig. 17 および 18 は直線タイプおよび放物線タイプの残留応力分布を有する 3 種の並列桁の座屈強度曲線を  $M_{cr}/M_p - \bar{\lambda}$  座標に示す。図中、下段の曲線は横桁がない場合を、中段の曲線は横桁 1 本、上段の曲線は横桁 5 本有する場合を示す。図より並列桁が弾性座屈する場合、座屈強度は横桁本数によって大きく異なり、非弾性座屈する場合、横桁本数による強度増加は小さく、また、断面形状による強度差も小さいことがわかる。

Fig. 19 は横桁を並列桁のスパン中央に対して対称に

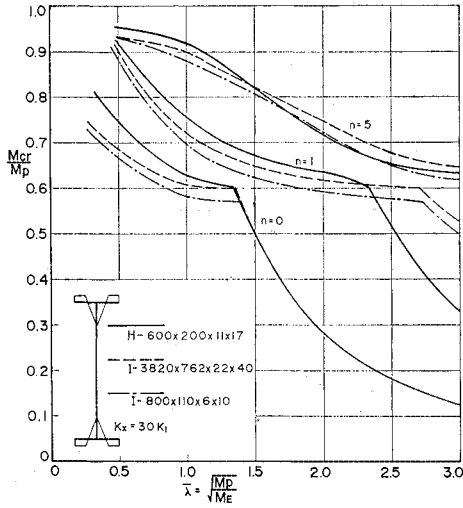


Fig. 17 Lateral Buckling Curves (Linear Residual Stress Distribution)

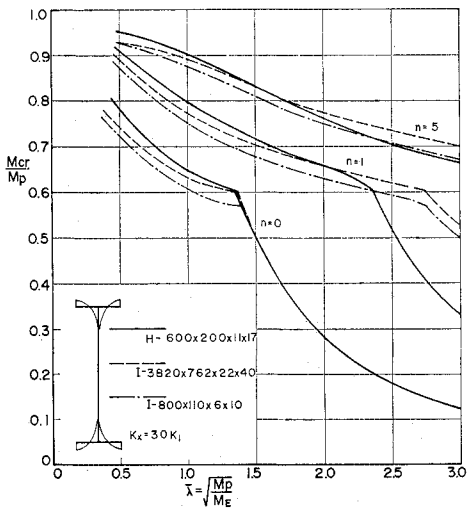


Fig. 18 Lateral Buckling Curves (Parabolic Residual Stress Distribution)

3本および5本配置した場合の横桁位置と座屈強度の関係を示している。横軸は桁中間の横桁位置を示し、図中の  $\lambda_1$  は桁端に近い方の横桁位置を示す。  $n=3$  (太線) では、横桁位置が桁端より中央に移動するにつれて座屈強度は大きく増大し、座屈強度が弾性限界 (約  $\lambda_2=0.25$  の位置) を越えると並列桁の断面剛性の低下により強度増加は少なくなり、横桁位置が約  $0.37L$  を越えると座屈強度は急激に減少する。細い曲線群は横桁5本有し、桁端に近い方の横桁を黒丸印の位置に固定し、桁中間の横桁位置を変化させた場合の座屈強度の変化を表わしている。  $n=5$  では、桁端より約  $0.30L$  の位置と約  $0.43L$  の位置 および桁中央に横桁5本配置すれば座屈強度は最も大きくなる。図より、座屈に対して横桁を効果的

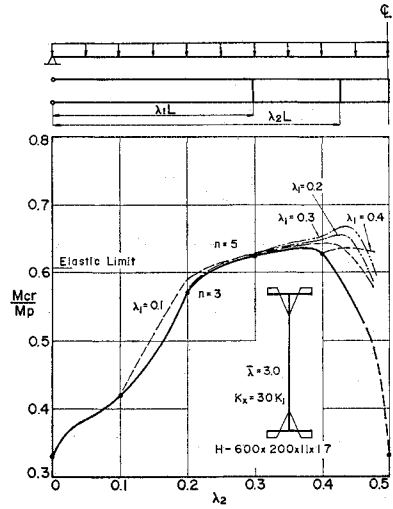


Fig. 19 Effect of the Locations of Cross Beams on the Lateral Buckling

に配置するには、等間隔よりやや桁中央よりに配置すればよいことがわかる。

#### 4. 結 論

本研究は横桁のもつ各種剛度が並列主桁に対してもつ横補剛効果の検討を行い、桁の圧縮フランジの曲げ応力の照査に用いられる固定点間距離の概念について検討を加えたものである。そして、並列桁全体として設計抵抗モーメントを安全に維持するための補剛条件を満足させるに必要な横桁の必要剛度と並列主桁を補剛する位置についても検討を行った。

本研究により、次のことが明らかになった。

(1) 横桁の並列主桁に対する横補剛効果としては、主桁のねじれを拘束する横桁の強軸まわりの断面2次モーメントの影響が最も大きい。両主桁の横変位差を拘束する横桁断面積はきわめて小さな値 (主桁圧縮フランジ面積の  $10^{-4}$  倍) で十分である。横桁による横補剛効果は、同一の横桁剛度に対して各載荷状態とも、ほぼ一樣な強度の上昇をみることができる。

(2) 拘束点間を単純ばりとみなした基準座屈強度  $\bar{M}_{cr}$  と式 (9) で表わされる基準ねじれ拘束ばね定数  $K_1$  をパラメーターとして、横桁を有する並列主桁の座屈強度を表現すると Fig. 14 および 15 より明らかなように、断面形状および残留応力分布形状の座屈強度に及ぼす影響は表われなくなる。

横桁によるねじれ拘束ばね定数  $K_x$  は Fig. 13 から明らかなように各横桁本数により  $K_1$  の 1~12 倍程度の剛度を確保しておけば、拘束点がいわゆる固定点としての機能を満足し、この場合は設計上よく用いられ



る固定点間を単純ばりとしみなした基準座屈強度よりも常に大きな座屈値を示している。

(3) 通常の構造寸法を有する並列桁は桁中央の横桁1本で大きな横補剛効果を期待できる。座屈に対して横桁をより効果的に配置する方法は、Fig. 19からも明らかのように等間隔より、むしろ並列桁中央をより密にすればよい。

本研究の数値計算にあたっては、金沢工業大学計算機センターの IBM 370-158 を用いた。

#### [記号]

- $b$ : Flange width of I-section  
 $d$ : Depth of I-section  
 $E$ : Young's modulus of elasticity  
 $K_A$ : Spring constant for axial rigidity  
 $K_x, K_y$ : Spring constants for flexural rigidity about the  $x$ - and  $y$ -axes, respectively  
 $K_1$ : Standard spring constant defined by Eq. 9  
 $L$ : Length of parallel beams  
 $L_c$ : Length of cross beam specified by  $L_c = 40 r_y$   
 $M_{cr}$ : Critical moment defined by  $M_{cr} = q_{cr} L^2 / 8$   
 $\bar{M}_{cr}$ : Standard critical moment defined in Fig. 11  
 $M_E$ : Elastic lateral buckling moment of simple supported beam  
 $M_p, M_y$ : Full plastic moment and yield moment, respectively  
 $n$ : Number of cross beams  
 $P_y$ : Concentrated yield load given by  $P_y = 4 M_y / L$   
 $q_y$ : Uniform distributed yield load given by  $q_y = 8 M_y / L^2$   
 $t$ : Flange thickness of I-section  
 $w$ : Web thickness of I-section  
 $\alpha$ : Ratio of buckling load to yield load  
 $\delta$ : Ratio of area of cross beam to flange area of I-section  
 $\bar{\lambda}$ : Modified length defined by  $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p / M_E}$   
 $\sigma_{rc}, \sigma_{rt}$ : Magnitudes of compressive and tensile residual stress  
 $\sigma_y$ : Yield stress

#### 参考文献

- 1) 鈴木敏郎・小野徹郎: 塑性設計梁に関する実験的研究 1~3, 建築学会論文報告集, 第168, 171, 175号, 昭和45年2月, 5月, 9月.
- 2) 鈴木敏郎・小野徹郎: 塑性設計梁の補剛材剛性について, 建築学会論文報告集, 第202号, 昭和47年12月.
- 3) 鈴木敏郎・小野徹郎: 高張力梁の塑性設計に関する研究, 建築学会論文報告集, 第219号, 昭和49年5月.
- 4) Lee, G.C. and Galambos, T.V.: Post-Buckling Strength of Wide-Flange Beams, Proc. of ASCE, Vol. 88, No. EM1, Feb., 1962.
- 5) Lay, M.G. and Galambos, T.V.: Inelastic Beams under Moment Gradient, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST1, Feb., 1967.
- 6) 最相元雄・田中 尚: H形鋼梁の横補剛に関する研究, その1, その2, 建築学会論文報告集, 第223, 224号, 昭和49年9月, 10月.
- 7) Zuk, W.: Lateral Bracing Forces on Beams and Columns, Proc. of ASCE, Vol. 82, No. EM3, July, 1956.
- 8) Schmidt, L.C.: Restraints Against Elastic Lateral Buckling, Proc. of ASCE, Vol. 91, No. EM6, Dec., 1965.
- 9) Massey, C.: Lateral Bracing Force of Steel I Beams, Proc. of ASCE, Vol. 88, No. EM6, Dec., 1962.
- 10) Lay, M.G. and Galambos, T.V.: Bracing Requirements for Inelastic Beams, Proc. of ASCE, Vol. 92, No. ST2, April, 1966.
- 11) Hartmann, A.J.: Elastic Lateral Buckling of Continuous Beams, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST4, Aug., 1967.
- 12) Pincus, G. and Fisher, G.P.: Behavior of Diaphragm-Braced Columns and Beams, Proc. of ASCE, Vol. 92, No. ST2, April, 1966.
- 13) Errera, S.J., Pincus, G. and Fisher, G.P.: Columns and Beams Braced by Diaphragms, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST1, Feb., 1967.
- 14) Taylor, A.C. and Ojalvo, M.: Torsional Restraint of Lateral Buckling, Proc. of ASCE, Vol. 92, No. ST2, April, 1966.
- 15) 福本啓士・久保全弘: 横倒れ座屈強度と横補剛効果, JSSC, Vol. 7, No. 71, 昭和46年11月.
- 16) 福本啓士・久保全弘: 横補剛されたはりの横倒れ座屈に関する研究, 建築学会論文報告集, 第206号, 昭和48年4月.
- 17) 吉田 博・井本芳宏: 拘束をうけるはりの弾性および非弾性横倒れ座屈解析, 土木学会論文報告集, 第208号, 1972年12月.
- 18) Unger, B.: Elastisches Kippen von beliebig gelagerten und aufgehängten Durchlaufträgern mit einfachsymmetrischem, in Trägerachse veränderlichem Querschnitt und einer Abwandlung des Reduktionsverfahrens als Lösungsmethode, Dissertation, Technischen Hochschule Darmstadt, 1969.
- 19) 福本啓士・藤原 稔・渡辺信夫: 溶接I形部材の横倒れ座屈に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第189号, 1971年5月.

(1977.4.4・受付)