

揚水解析における影響圏の算定と排水設計への適用

EVALUATION OF INFLUENCE REGION IN DRAWDOWN TEST
AND ITS APPLICATION TO DEWATERING WORKS

赤井 浩一*・大西 有三**・西垣 誠***

By Koichi AKAI, Yuzo OHNISHI and Makoto NISHIGAKI

1. 序

土木工学において占める地下水の役割は古くから非常に大きいものがあるが、最近では人口の都市集中や各種産業の発展などにより水資源としての地下水の重要性が再認識されつつある。一方、土木工事に関連した地下水の問題も、深い掘削や種々の止水構造物の施工において多様かつ複雑なものとなってきている。

これら水需要あるいは排水や遮水のための工事に先だって、地層内に存在し流動する地下水の性状や挙動を的確に把握し、その特性に基づいた設計を行うとともに、これを実際施工へ適用することが必要である。すなわち、実際問題として透水にかかわる現象が土構造物や基礎地盤の設計施工に頻りに現れる事実にかんがみ、われわれは地下水の量や運動の機構とその実際構造物への影響とに関して必要な知見を備えておかねばならない。

本文では、地下水調査のための揚水試験の解析にかかわる諸問題のうち、特に掘削工事のさいの排水設計に必要な影響圏の解釈と算定法について新しい提案を行うものである。

2. 揚水試験における問題点

いわゆる多孔式揚水試験の解析は、位置 (r) と時間 (t) の関数としての水圧低下 (s) の記録から、滞水層定数 $T=kH$ (不圧) または $T=kb$ (被圧)、および $S=\beta$ (不圧) または $S=\alpha b$ (被圧) を見出すことである。そして前者を初期水頭 H (不圧) または滞水層厚 b (被圧) で除することにより透水係数 k が算定され、また後者から直ちに滞水層の有効間隙率 β (不圧) が、

あるいは S を b で除して圧縮率 α (被圧) が求められる。

理想的な条件下での揚水試験の結果は、解の形として2変数 (r, t) は常に t/r^2 またはその逆数の形で一団となって現れ、個々に分離することがない。この事実によって、揚水試験の非定常解析である Theis の方法や、その近似解としての Jacob の方法では、横軸としてこの組み合わせ変数をとっている。

しかるに実際の試験結果を上記の方法で整理すると、必ずしも上記のパラメーター (t/r^2) によるユニークなプロットとならないことが多い。これは地層の不均質性を論外とすると、おもな原因は貯留係数 S の時間または水圧依存性、揚水井の貫入の不完全性および影響圏半径の設定の問題などによるものと考えられる。

これらのうち、前二者については別に詳しい発表¹⁾をしているので、ここでは揚水問題において常に問題となる影響圏について新たな考察を行うことにする。

3. 影響圏についての考察

不圧井戸の定常解は Fig. 1 の記号を用いて

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \log_e \frac{r}{r_0} \dots \dots \dots (1)$$

となるが、この式において $r=R$ (影響圏半径) で $h=H$ とおいて、

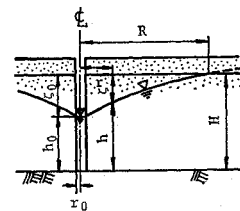


Fig. 1 Drawdown due to pumping from an unconfined aquifer.

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科

** 正会員 Ph.D. 京都大学助教授 工学部交通土木工学科

*** 正会員 工修 岡山大学助手 工学部土木工学科

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \log_e \frac{R}{r_0} \dots\dots\dots (2)$$

または一般に、

$$H^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \log_e \frac{R}{r} = \frac{2.3 Q}{\pi k} \log_{10} \frac{R}{r} \dots (3)$$

すなわち、

$$(H+h)(H-h) = \frac{2.3 Q}{\pi k} \log_{10} \frac{R}{r} \dots\dots\dots (3)'$$

ここで少量揚水の場合、 $H+h \approx 2H$ とすると、

$$\zeta = H-h = \frac{2.3 Q}{2\pi k H} \log_{10} \frac{R}{r} \dots\dots\dots (4)$$

この式 (4) は $r=R$ で $\zeta=0$ を満足するが、 $r > R$ なる距離 r に対しては $\zeta < 0$ となる (Fig. 1 参照)。つまり $r \rightarrow \infty$ で $h \rightarrow \infty$ という不合理があるので、式 (1) と同様に r が大きいところには用いられない³⁾。

ところで、いわゆる影響圏半径は式 (4) の関係より

$$R = r_0 \exp \left\{ (H-h_0) \frac{2\pi k H}{Q} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

で与えられるが、この式の左右両辺の対数をとると、

$$\log R - \log r_0 = (H-h_0) \frac{2\pi k H}{Q} = \zeta_0 \frac{2\pi k H}{Q} \dots\dots\dots (5)'$$

となる。よって実際上の影響圏半径を求めるには、Fig. 2 のように $\zeta - \log r$ の直線関係を延長して、 $\zeta=0$ なる r を $r=R$ とするほかはない。また、この直線の傾斜から図示のように滞水層定数の 1 つである伝達係数 $T = kH$ を求めるのが、Thiem の定常解析法にほかならない。

しかし、この直線関係も非定常過程では無限に広がり収束することはない。すなわち、揚水井における水位低下 $\zeta_0 = H-h_0$ は揚水量 Q が一定でも時間とともにいくらかでも増大する。一方、定圧揚水では ζ_0 は一定であるが、流量 Q が時間的に減少しつつ R は増大する。

従来、この影響圏に関する記述のおもなものは次のようである³⁾。すなわち、『実際問題としては揚水期間中 R は漸次大となるが、滞水層の広がりや他井の干渉、あるいは降雨などのために H も一定せず、したがって R も無限に拡大するとは限らないが、連続的に多量の水を汲み出せばついには涸渇する。普通 $R = (3000 \sim 5000)r_0$ 。または $R = 500 \sim 1000$ m にとって流量を計算すれば大過ない』。

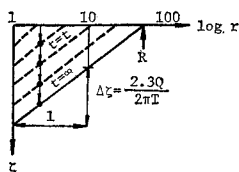


Fig. 2 Semi-logarithmic plotting of drawdown (ζ) and distance (r).

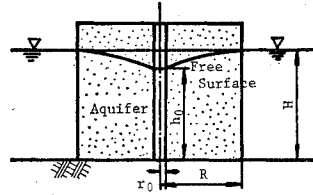


Fig. 3 Gravity well with a finite region (Island model).

元来、一定と仮定した影響圏が時間的に変動するという矛盾がどこからきているかを検討してみると、それは前述の式 (2) を導くときの $r=R$ で $h=H$ においてという前提が暗に水面形の定常状態を仮定したうえのことであり、それは Dupuit が重力井戸への流れの式 (1) を導くのに、Fig. 3 のように一定な深さ H の水で囲まれた円筒状の透水性の砂の島のようなもの考えたことによる。このような特殊な境界条件下では、島の中心に掘った 1 本の井戸から単位時間あたり Q なる流量を揚水すると地下水は漸次下降し、水面勾配もしいだいに大きくなってゆくが、揚水を相当時間継続するとこの島の水際から無限に補給がなされ、ほぼ一定の水面勾配となって定常状態が出現する。

しかるに、Theis の非定常解析の前提としての横方向が無限に広がる滞水層で、揚水時に無限の遠方から地下水の補給があるとするような境界条件 ($r = \infty : \zeta = 0$) のもとでは、式 (5)' の半対数紙上での直線関係 (Fig. 2 参照) は、非定常過程では無限に広がって収束することがない。それでも揚水量に見合うだけの補給は無限遠からなされているのである。また注意すべきは、式 (5)' の由来する式 (1) が一般に定常状態の式 (平衡式) といわれ、非定常過程では意味を失うようにみられているのは正しくないのであって、以前詳しく検討したように、式 (1) は揚水のごく初期を除いた準定常状態で十分に成立するのである^{4),5)}。

影響圏については論理的にこのような矛盾があるので、むしろ後述のように揚水試験の際の水圧低下-時間関係に現われる遠方の水理境界の干渉から現実的な影響圏を見い出すのがよい。

式 (1) ないし式 (4) の定常解は、前述のとおりその前提として試井からの揚水がある程度長時間継続し、付近の水圧低下が停止するという状態を想定している。この現実的な意味は恐らく次のようであろう。

① 揚水量 Q に依存する影響圏なるものがあり、これはもちろん非定常過程で時間とともに拡大し続けるのであるが、長時間の後にはその拡大の程度が非常に遅くなり、通常の観測ではそれが認められなくなる。

② 揚水量 Q にバランスするだけの補給が周囲から行われて、その結果水面が固定してしまう。この状態に

到達するまでの時間および影響圏の大きさは、当然、揚水井からの揚水量が大なるほど大きい。

揚水が実施される地点の水文・地勢・地形・地質などにもよるが、実際の多くのケースは上記の②が支配的であると考えられる。この範囲の決定は、水文地理学的な推定によることもできるが、別に揚水試験における長時間揚水による水位-時間曲線の上方向への屈折から解析的に求めることが望ましい。これは揚水試験結果の非定常的データを映像法で解析する方法である⁶⁾。この際、かつて大阪中の島堂島川畔で実施した揚水試験の解析⁴⁾で例示したような河川・湖沼・海岸などの確たる水理境界がないときは、揚水井(実井)の流量により映像井(虚井)までの距離が変化すると考えるべきである。

なお、この映像法による解析では、虚井は実際の揚水井と同じ流量を地盤内に注入する1本の井戸と考えている点に留意せねばならない。したがって、たとえそれがある観測井から $r=r$ なる地点に存在すると算出されたところで、現実の補給は河川の伏流水や一般の流動地下水という広い源からなされているので、いわばさきの r はそのような源を1点に集約したものとして等価的に表わされているに過ぎないのである。

4. 島モデルによる揚水解析

(1) 島モデル

さに **Fig. 3** に示したような、いわゆる島モデルを用いて、地下水の補給の多い地点の揚水試験を解析することを考える。元来、揚水試験に限らず、一般に地下水の流れは常に圏外からの補給とのバランスにおいて水面形を決定することに留意せねばならない。

このような地下水の補給の多い地点での揚水試験の例を後に示すが、その特徴を模式的に描けば **Fig. 4** のような $-\log(t/r^2)$ 関係となる。すなわち、各観測井の位置 r の大小に応じて、ある時刻 t^* からそれまでの Theis-Jacob の理論解を示す1本の直線から離れて傾斜

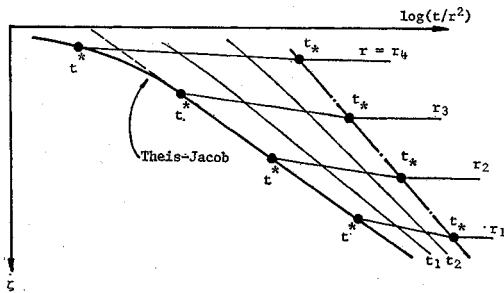


Fig. 4 Drawdown characteristics of ground water in island model.

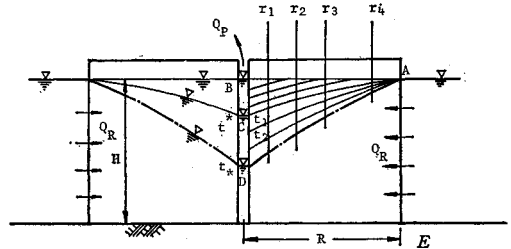


Fig. 5 (a) Marching of drawdown curve with time in island model.

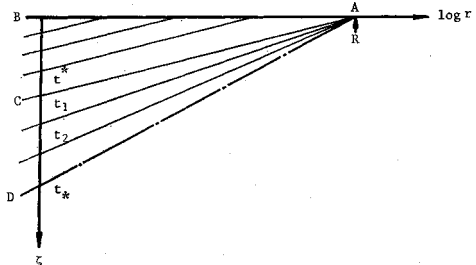


Fig. 5 (b) Semi-logarithmic plotting of drawdown (s) and distance (r).

のゆるい別個の水圧低下線に移り、ついには時刻 t^* 以後それぞれ水圧低下のない水平線に収束する。

この場合の地下水挙動については、次のように説明することができる。すなわち **Fig. 5 (a)** を参照して、揚水開始後 $t < t^*$ なる時刻(水面形 AB~AC)においては、揚水による水位低下は揚水井を中心として漸次遠方へ拡大するが、その範囲の最遠点はまだ島モデルの水際 ($r=R$) にまで到達していないので、通常の Theis-Jacob の理論解どおりの水位低下となる。換言すれば、この期間は無限遠 ($r=\infty$) から地下水の補給があると考えても、 $r=R$ なる有限距離において補給があると考えても、地下水位の低下特性は同一である。

しかるに $t > t^*$ では事情は一変する。すなわち、 $r=R$ において $t=0$ なる境界条件が効いてきて、水位低下の速さがそれまでより小さくなり、**Fig. 4** の $-\log(t/r^2)$ 関係はこの時刻以後もっとゆるい傾斜をとるようになる。ちなみに、このような別個の水圧低下線に同一時刻の点を連ねてみると、その等時曲線は当初の Jacob の直線から出発して、時間とともに次第に急な勾配をもつようになる。このことは $-\log r$ 関係として表わした **Fig. 5 (b)** についても同様であり、みかけ上地盤の透水係数が減少していくようにみられるが、それは誤解であって、透水係数はあくまで Jacob の直線(半対数紙上) AC の勾配から求めなければならない。

Fig. 5 (a) の島モデルで究極の地下水面形は AD であって、これは $t=t^*$ なる時刻に達成される。 $t=t^*$ 以後は、揚水井からの流出量 Qp と島の水際 AE からの

補給量 Q_R がまったくバランスして、地下水面は固定してしまう。この状態は Fig. 4 では別個に分かれた水位低下曲線が水平に移る点を連ねた等時曲線 t_* で示される。これが地下水圧の定常状態にほかならないが、前述の理由により、この等時曲線 (Fig.5 (b) では AD) の傾斜を用いて地盤の透水係数 k (または伝達係数 $T = kH$) を安易に求めると実際より過小な値となる。

実際の地盤の地下水は、多少とも遠方の水理境界から流量の補給をうけている。その場所は地勢・地形・地質や水文事象などに支配されてまちまちであるが、決して Theis-Jacob の仮定のように無限遠 ($r = \infty : \zeta = 0$) ではない。特に盆地や扇状地、あるいは河川三角洲のように周縁からの供給量の多いところでは、 $r=R$ なる有限距離となる。ここに島モデルを考える必要がある。しかし厳密にいうと、実際にはこの影響圏半径 R も一定ではなく、むしろ揚水量と供給量のバランスに従って決まる性質のものである。つまり、供給量に比べて揚水量が大であれば R は大きくなるし、供給量が莫大なのに揚水量がわずかであると R はきわめて小さくなる。もちろん、地下水の供給量は降雨や河川の伏流などにより不断に変動して一定でない。一方、揚水試験では試井からの揚水量は一定に保ちうるが、実際の掘削工事に伴う排水は工事の進捗に応じて日々に変動する。これより、いわゆる影響圏半径 $r=R$ は、揚水量 Q_P と補給量 Q_R の双方の関数として $R=R(Q_P, Q_R)$ と表わされる。つまり Fig. 5 (a) に示した島モデルの島の半径 R は現実には一定でないことに注意せねばならない。揚水中の変動の様子についてあとで具体例を示すことにするが、まず R を一定としたときの理論解を被圧と不圧の両方の場合について誘導しておくことが必要である。

(2) 被圧地下水の場合

Fig. 6 に示す島モデル地盤の被圧滞水層内の浸透流の基礎方程式は、Darcy の法則および連続の式より

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{k}{\kappa} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 k は滞水層の透水係数、 κ は圧縮率である。

初期条件および境界条件は、

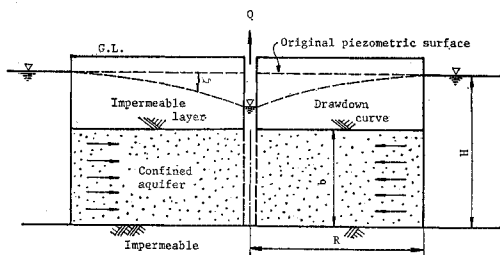


Fig. 6 Nonsteady radial flow to a well penetrating a confined aquifer in island model.

$$\zeta(r, 0) = 0, \zeta(R, t) = 0, \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi kb} \dots \dots \dots (7)$$

であって、この式 (7) のもとに基礎方程式 (6) を解くことになるが、ラプラス変換の手法を用いて演算すると、付録 A に示すように次の解が得られる。

$$\zeta = \frac{Q}{4\pi kb} \left[\int_{\kappa r^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda - \int_{\kappa R^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda \right] + \frac{Q}{2\pi kbR} \int_0^t \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{\kappa R^2}{4k\tau}\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left\{-\frac{k}{\kappa} \alpha_n^2 (t-\tau)\right\} \frac{J_0(\alpha_n r)}{\alpha_n^3 J_1(\alpha_n R)} d\tau \dots \dots \dots (8)$$

ここに α_n はベッセル関数 $J_0(\alpha_n R) = 0$ の第 n 番目の根である。この式において影響圏半径 $R \rightarrow \infty$ とすると、右辺はかっこ内第 1 項の井戸関数のみが残り、式 (8) は Theis の非定常解と一致することがわかる。

普通、砂質滞水層の透水係数の次数は $k = 10^{-1} \sim 10^{-3}$ cm/sec であり、また圧縮率 κ の次数は $10^{-5} \sim 10^{-6}$ cm⁻¹ であって、したがって k/κ は $10^3 \sim 10^4$ cm²/sec の次数となり、式 (8) の右辺の最後の項は他の項に比べて十分小さい値となることがわかる。したがって、水圧低下 ζ は実際上次式で近似される。

$$\zeta \approx \frac{Q}{4\pi kb} \left[\int_{\kappa r^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda - \int_{\kappa R^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda \right] = -\frac{Q}{4\pi kb} \left[Ei\left(-\frac{\kappa r^2}{4kt}\right) - Ei\left(-\frac{\kappa R^2}{4kt}\right) \right] \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 $\lambda = \kappa r^2/4kt = Sr^2/4Tt$, Ei は指数積分関数である (伝達係数 $T = kb$, 貯留係数 $S = \kappa b$)。

また $\lambda \ll 1$ となるような相当大きい時刻 t に対しては、式 (9) はさらに次のように近似される。

$$\zeta \approx \frac{2.3Q}{4\pi kb} \left[\left(\log_{10} \frac{t}{r^2} - \log_{10} \frac{\kappa}{2.25k} \right) - \left(\log_{10} \frac{t}{R^2} - \log_{10} \frac{\kappa}{2.25k} \right) \right] = \frac{2.3Q}{4\pi kb} \log_{10} \left(\frac{R}{r} \right)^2 = \frac{2.3Q}{2\pi kb} \log_{10} \frac{R}{r} \dots \dots \dots (10)$$

この式 (10) は Fig. 6 に示した境界条件のもとにおける定常浸透流に対する解と同一であるが、前述の注意により非定常の期間にも十分適用することができる。

Fig. 7 に式 (9) の数値計算の結果を示すが、理論曲線の両対数の座標軸には次の無次元パラメーターを用いている。

$$\zeta^* = \frac{4\pi kb}{Q} \zeta, t^* = \frac{4k}{\kappa} t \dots \dots \dots (11)$$

また図中の揚水試験例は、島根県中海岸の埋立造成地 (宍道湖東部浄化センター建設地点) にある GL - 19.8 ~ 25.0 m の被圧滞水層 ($b = 5.20$ cm) に関するものであるが、 $r = 12$ m の観測井に注目すると影響圏半径は

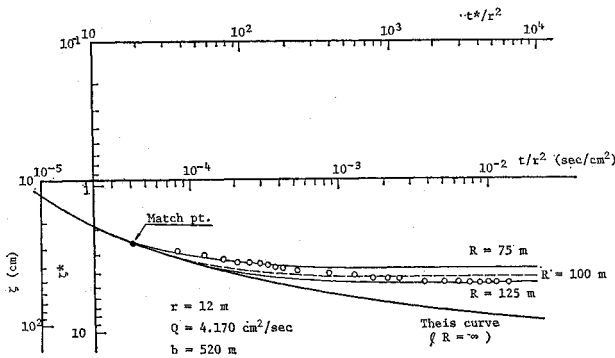


Fig. 7 Method of superposition for solution of nonsteady equation with finite region.

$R \approx 100$ m であるが、揚水の初期と終期で $R=75$ m から $R=125$ m まで変化の様子がうかがわれる。合致点から算出した滞水層定数は、 $k=5.44 \times 10^{-2}$ cm/sec, $S=2.64 \times 10^{-4}$ であった。

(3) 不圧地下水の場合

さきの被圧地下水の場合は、流れは求心円筒状の水平流であったため問題はなかったが、不圧地下水の場合には揚水による自由水面の低下があるため、ことに揚水井の近傍において流れに鉛直方向の速度成分が入り、さきの式 (6) に対応する基礎方程式は非線形になって、通常の方法で解くことは困難である。すなわち、滞水層底面より地下水の自由水面までの高さを揚水前に H 、揚水中に h とすれば、水面降下は $\zeta=H-h$ である。揚水井の壁面の内外に不連続が生じない程度の少量の揚水に対しては、地下水の流れの鉛直成分を水平成分に比べて無視しようと考えられる。

この場合の水位変動の基礎式は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{kH}{\beta} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left(1 - \frac{\zeta}{H} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right\} + \left(1 - \frac{\zeta}{H} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right] \dots\dots\dots (12)$$

となる。式中 β は滞水層の有効間隙率である。さらに式 (12) を近似化するため、 ζ/H が 1 に比べて省略しよう程度の揚水を考えると、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{kH}{\beta} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) \dots\dots\dots (12)'$$

となる。つまり、第一近似的には被圧地下水の場合の式 (6) とまったく同形で、ただ右辺の係数が異なっているだけである。ただし、今度の場合は $\lambda = \beta r^2 / 4 k H t$ であって、伝達係数 $T = k H$ 、貯留係数 $S = \beta$ となっている。

さきの Fig. 5 (a) のような境界条件のもとにおける基礎方程式の解は、付録 B に示す誘導により次式で与えられる。

$$\zeta = -\frac{Q}{2 \pi k H} \left[\ln \frac{r}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} 2 J_0 \left(\frac{r}{R} \lambda_n \right) \cosh \left(\frac{z}{R} \lambda_n \right) \cdot \exp \left\{ -\frac{k \lambda_n}{\beta R} \tanh \left(\frac{H}{R} \lambda_n \right) t \right\} \right] \frac{1}{\lambda_n^2 J_1^2 (\lambda_n) \cosh \left(\frac{H}{R} \lambda_n \right)} \dots\dots\dots (13)$$

この式においても、時刻 $t \rightarrow \infty$ とおくと Thiem の定常解となる。

揚水解析例として、京都御所北西隅の表層滞水層 ($H=2.17$ m) で実施された揚水試験の結果が Figs. 8 (a), (b) に示されている。この試験のデータを通常の方法で $\zeta - \log(t/r^2)$ の整理をすると、Fig. 8 (a) のように散らばりが多く滞水層定数の決定に困難を感じるが、周辺の地下水の補給を考慮して式 (13) で解析すると Fig. 8 (b) のようになる。なお、この場合の影響圏半径は $R \approx 15 \sim 30$ m、滞水層定数は $k=7.30 \times 10^{-4}$ cm/sec, $S=7.13 \times 10^{-4}$ であった。

5. 掘削工事における排水実績との比較検討

最後に、Fig. 8 の揚水調査地点の近傍で施工されたかなり大規模な掘削工事について、調査結果から排水予測と施工段階での排水実績との比較検討を行うことにする。

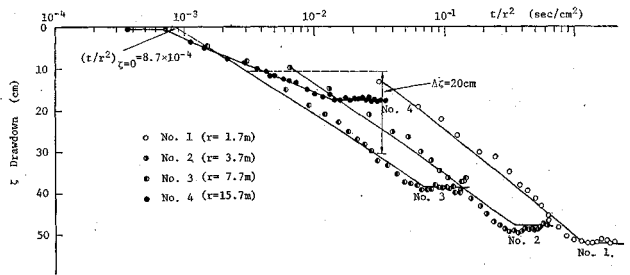


Fig. 8 (a) Interpretation of field data by Jacob method.

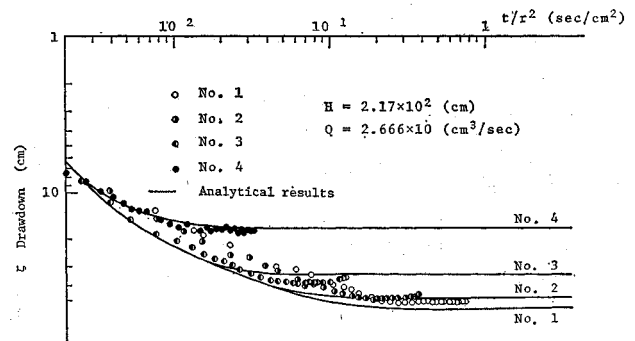


Fig. 8 (b) Comparison of analytical results and pumping test data.

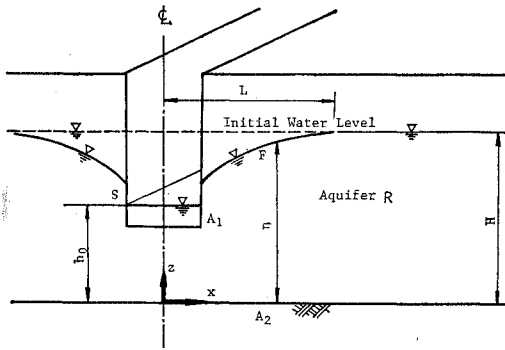


Fig. 9 Nonsteady two-dimensional flow to a ditch.

京都市地下鉄建設工事の烏丸線一条工区（延長約 500 m）では、昭和 50 年秋から掘削に着手し、その後 1 年間でほぼ完工したが、この期間の掘削（深度 9.6 m、幅 10.5 m）および埋戻しに伴う湧水量ならびに沿線の地下水の変動の様子が測定されている。地下水位観測孔は工区沿線に 7 点設置され、昭和 50 年 4 月より観測が行われた。水位変動の特性としては、地下鉄の延長方向に進行してきた掘削が各観測井のある断面を横切ったときに水位低下が大きくなっている。

いま個々の観測孔のデータを吟味する代わりに、工区全体の揚水量と平均地下水位より地盤の透水係数と影響圏を推定しよう。

Fig. 9 はオープンカット工法により地盤を掘削するさいに、初期水位 H を掘削溝内で h_0 に低下させた場合に生じる付近地下水位の様子を模式的に描いたものである。このような不圧滞水層における溝への流れを解析する手法については、すでに発表⁷⁾しているが、ここでは掘削の進捗の不規則性などを考えて、従来の定常解の式⁸⁾

$$Q = \frac{k}{L} (H^2 - h_0^2) \dots \dots \dots (14)$$

を用いることにする (L : 影響圏距離)。すなわち、各月ごとの揚水量 Q とその月の平均水位 H から月別に k/L を計算したところ、ほぼ一定の値となり、平均として $k/L = 2.63 \times 10^{-7} \text{ sec}^{-1}$ であった。また観測による影響圏も各月ごとにほぼ一定で、 $L = 11.8 \sim 15.9 \text{ m}$ (平均 13.3 m) であることが知られた。したがって、この工区における現地地盤の平均透水係数は $k = 3.5 \times 10^{-4} \text{ cm/sec}$ と算定される。一方、さきに Fig. 8 に示した表層滞水層での揚水試験の結果は、前述のように $k = 7.3 \times 10^{-4} \text{ cm/sec}$ であった。実際の掘削工事にあたっては、土留め矢板の先端部分に薬液注入が行われ、この止水効果のため約 1/2 程度の透水係数を示したものと考えられる。

6. 結 論

本文では、地下水調査のための揚水試験の解析にかかわる諸問題のうち、特に掘削工事の際の排水設計に必要な影響圏の解釈と算定法について新しい提案を行った。この研究によって得られた知見を要約すれば、以下のようになるであろう。

(1) いわゆる多孔式揚水試験において、通常非定常解析である Theis の方法、またはその近似としての Jacob の方法で滞水層定数の算定が困難な原因として、貯留係数の時間または水圧依存性、揚水井の貫入の不完全性、ならびに影響圏半径の設定の問題が考えられるが、ここでは井戸理論において常に問題となる影響圏を取り上げて論じた。

(2) 実際上の影響圏の意味は、揚水量にバランスするだけの補給が周囲から行われて水面が固定してしまった状態をいうのであって、この状態に到達するまでの時間および影響圏の大きさは、当然揚水量が大きいかほど大きくなる。この範囲の決定は、長時間揚水による水位-時間曲線の上方への屈折から映像法を用いて解析的に求めるのが望ましいことを論じた。

(3) 地下水の補給の多い地点の揚水試験を解析するのに島モデルなる地盤模型を提案し、従来理論解のなかった非定常解析を被圧地下水と不圧地下水の両者について行い、それぞれの場合に対し現地での実測データを用いて解の妥当性を検証した。また、実際にはこの島モデルの半径は一定ではなく、前述のように揚水量と供給量のバランスに従って決まるものであることを示し、この観点より現地での記録を考察して実証を行った。

(4) 最後に、この研究で得られた理論解を掘削工事における排水実績と比較するため、地下鉄建設工事のデータを用いて検討した。この工事においては、掘削時の揚水量はもちろん、排水が周辺地下水位の低下におよぼす影響が極度に懸念されていたが、十分な予備調査と、設計から施工に至るまでの適切な処置により、大きいトラブルもなく完工を見ることができたものである。

実際の基礎掘削のための排水工法の設計に必要な事項のおもなものは、掘削工事のさいの排水量の評価と揚水にもなる付近地下水位の低下の程度である。しかし本文中でも再三言及したように、元来地下水の流れが常に周囲からの補給とのバランスにおいて流量や水面形を決定するというに留意せねばならない。この研究では、最終的な基礎掘削工事を念頭において、その設計に必要な数値として滞水層定数を決定するため、揚水試験のさいに遭遇する影響圏半径の設定の問題を取り上げて論議し、地下水調査に関連する問題解決に若干の寄与を

行ったものである。

終りに、現地での揚水試験や排水実績のデータを提供された日本下水道事業団前大阪支社長 谷 和夫氏、京都市交通局高速鉄道建設本部長 利田春男氏はじめ関係方面に謝意を表する。

【付録 A】 島モデルによる被圧揚水解析

式 (6) を式 (7) の初期条件を用いてラプラス変換すると、

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} - q^2 \zeta = 0 \dots\dots\dots (A \cdot 1)$$

$$\zeta(R, s) = 0 \dots\dots\dots (A \cdot 2)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \zeta}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi kb} \cdot \frac{1}{s} \dots\dots\dots (A \cdot 3)$$

ここに、 $q = \sqrt{s \cdot \kappa / k}$ 、 s は時間 t の変換変数。

式 (A・1) の一般解は、

$$\zeta = AI_0(qr) + BK_0(qr) \dots\dots\dots (A \cdot 4)$$

ここに、

$I_0(qr)$: 第 1 種零次変形ベッセル関数

$K_0(qr)$: 第 2 種零次変形ベッセル関数

A, B : 積分定数

定数 A, B は式 (A・2)、(A・3) の境界条件より求まり、式 (A・4) は次のようになる。

$$\zeta = \frac{Q}{2\pi kb} \cdot \frac{1}{s} \left\{ K_0(qr) - \frac{K_0(qR)}{I_0(qR)} \cdot I_0(qr) \right\} \dots\dots\dots (A \cdot 5)$$

式 (A・5) を Mellin 逆変換公式と Duhamel の公式とを用いて、逆変換すると、

$$\zeta = \frac{Q}{2\pi kb} \left[\frac{1}{2} \int_{\kappa r^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda - \int_0^t \frac{1}{2\tau} \exp\left\{-\frac{\kappa R^2}{4k\tau}\right\} \cdot \left\{ 1 - \frac{2}{R} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\kappa/k \alpha_n^2 (t-\tau)} \cdot \frac{J_0(\alpha_n r)}{\alpha_n^3 J_1(\alpha_n R)} \right\} d\tau \right] \dots\dots\dots (A \cdot 6)$$

ここに、 α_n は第 1 種零次ベッセル関数 $J_0(\alpha_n R) = 0$ の第 n 番目の根である。

式 (A・6) を整理して書き直すと、求める解は、

$$\zeta = \frac{Q}{4\pi kb} \left[\int_{\kappa r^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda - \int_{\kappa R^2/4kt}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} d\lambda \right] + \frac{Q}{2\pi kbR} \int_0^t \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{\kappa R^2}{4k\tau}\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left\{-\frac{k}{\kappa} \alpha_n^2 (t-\tau)\right\} \frac{J_0(\alpha_n r)}{\alpha_n^3 J_1(\alpha_n R)} d\tau \dots\dots\dots (8)$$

【付録 B】 島モデルによる不圧揚水解析

自由水面を有する浸透の基礎方程式は、軸対称問題に対して次のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 1)$$

初期条件 :

$$\zeta(r, z, 0)|_{z=H} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 2)$$

境界条件 :

$$\zeta(R, z, t)|_{z=H} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 3)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z}(r, 0, t) = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 4)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_0^h r \frac{\partial \zeta}{\partial r} dz = -\frac{Q}{2\pi k} \dots\dots\dots (B \cdot 5)$$

自由水面上の連続の式は、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial r} n_r + \frac{\partial \zeta}{\partial z} n_z = \frac{\beta}{k} \frac{\partial \zeta}{\partial t} n_z \dots\dots\dots (B \cdot 6)$$

ここに、 n_r, n_z はいずれも法線方向のベクトルである。

ここで自由水面上においては、水位低下量 ζ の半径方向の勾配が小さいものと考え、摂動法により第一近似を用いて、その結果をラプラス変換すると、

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 7)$$

$$\zeta(R, H, s) = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 8)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z}(r, 0, s) = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 9)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \zeta}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi kH} \cdot \frac{1}{s} \dots\dots\dots (B \cdot 10)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z}(r, H, s) = -\frac{\beta}{k} \zeta s \dots\dots\dots (B \cdot 11)$$

いま、

$$\zeta = \zeta_1(r, s) + \zeta_2(r, z, s) \dots\dots\dots (B \cdot 12)$$

とおくと、 ζ_1 については、

$$\frac{\partial^2 \zeta_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta_1}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 13)$$

$$\zeta_1(R, s) = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 14)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \zeta_1}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi kH} \cdot \frac{1}{s} \dots\dots\dots (B \cdot 15)$$

ζ_2 については、

$$\frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 16)$$

$$\zeta_2(R, H, s) = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 17)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial z}(r, 0, s) = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 18)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial \zeta_2}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots (B \cdot 19)$$

さらに式 (B・11) より、

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial z}(r, H, s) = -\frac{\beta}{k} (\zeta_1 + \zeta_2) s \dots\dots\dots (B \cdot 20)$$

式 (B・13) の解は式 (B・14)、(B・15) の条件より次のように求まる。

$$\zeta_1 = -\frac{Q}{2\pi kHs} \ln \frac{r}{R} \dots\dots\dots (B \cdot 21)$$

一方、式 (B・16) の一般解は式 (B・18) の条件より、

$$\bar{\zeta}_2 = A \cosh(\alpha z) J_0(\alpha r) \dots\dots\dots (B \cdot 22)$$

となる。式 (B・17) の条件を満たすには、

$$\bar{\zeta}_2 = \sum_n^{\infty} A \cosh\left(\frac{z}{R} \lambda_n\right) J_0\left(\frac{r}{R} \lambda_n\right) \dots\dots (B \cdot 23)$$

式 (B・21) と式 (B・23) を自由水面上の条件式 (B・20) に代入して定数 A を求め、その結果を逆変換すると次式を得る。

$$\zeta = -\frac{Q}{2\pi kH} \left[\ln \frac{r}{R} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 J_0\left(\frac{r}{R} \lambda_n\right) \cosh\left(\frac{z}{R} \lambda_n\right) \cdot \exp\left\{-\frac{k \lambda_n}{\beta R} \tanh\left(\frac{H}{R} \lambda_n\right) t\right\}}{\lambda_n^2 J_1^2(\lambda_n) \cosh\left(\frac{H}{R} \lambda_n\right)} \right] \dots\dots\dots (13)$$

参 考 文 献

- 1) 赤井浩一：地下水調査のための原位置試験の解析における諸問題，京大防災研究所年報，18-B，pp. 305~321，1975。
- 2) 野満隆治・山下 馨：井戸理論の一進展（第2報），地球物理，7-1，pp. 21~40，1943。
- 3) 物部長穂：水理学，岩波書店，p. 472，1950。
- 4) 村山朗郎・赤井浩一・鈴木伸彦：被圧地下水の揚水による帯水層常数の決定に関する二，三の考察，土木学会論文集，49，pp. 25~31，1957。
- 5) 赤井浩一：透水における理論と実際，土と基礎，21-11，pp. 23~28，1973。
- 6) Ferris, J.G.: Hydrology, Chapter 6, Ground Water, Ed. by C.O. Wisler and E.F. Brater, John Wiley & Sons, pp. 127~191, 1951.
- 7) 赤井浩一・大西有三・西垣 誠：豎井，横井の揚水による地下水位低下に関する非定常解析，第10回土質工学研究発表会講演集，pp. 619~622，1975。
- 8) 松尾新一郎，河野伊一郎：地下水位低下工法，鹿島出版会，p. 51，1970。

(1977.1.19・受付)