

# アーチの面内耐荷力の実用算定式について

## PRACTICAL FORMULAS FOR IN-PLANE LOAD CARRYING CAPACITY OF ARCHES

小松定夫\*・新家徹\*\*

By Sadao KOMATSU and Tohru SHINKE

### 1. 結 言

本文は、2ヒンジアーチおよび固定アーチの安定照査に役立つ面内耐荷力を基準にした合理的な実用安定照査式を提示したものである。

アーチの面内安定の問題に関しては、古くから細長比の大きい場合に生ずる弾性分岐座屈についての研究が行われてきており、特に各種のアーチに対称な荷重が載荷した場合の座屈荷重については、広範な資料が提供され実際設計に使用されてきた<sup>1)~3)</sup>。一般にアーチの支間長の半分に活荷重が載荷する場合は、この荷重が逆対称座屈モードを助成するように作用するので、限界水平反力は、満載荷重時のそれに比し相当小さくなる。しかし、この場合の研究は比較的少なく、Deutsch<sup>4)</sup>が、実験的研究によって求めた減少率が、貴重な資料として参考に供されている。

周知のように、1973年に改訂された道路橋示方書<sup>5)</sup>(以下道示と略称する)において、アーチ構造に関する規定が新設されたことは、一つの特筆される点である。アーチに関する限り、諸外国においても西ドイツ(DIN 4114)<sup>6)</sup>以外には、詳しい規定がなく、わが国道示の規定は、現在のところ、最も詳細な規定であろうと思われる。この規定では、変形の影響を考慮しなくてよい限界および面内・面外の座屈照査の方法について特に考慮が払われている。この規定においては主としてそれまでの弾性座屈に関する広範な研究成果が基盤となっている。

しかしながら、実橋に用いられているアーチの細長比の範囲については、残留応力の存在などを考えると、弾性座屈の崩壊形式をとるよりも、むしろある程度のひろがりをもった塑性域を含むようないわゆる弾塑性挙動を伴った不安定現象を生ずるであろうことが予想される。

また、活荷重が非対称に載荷した状態においては、曲げモーメントおよび変形が大きく、よりいっそう材料の非弾性化を伴って、いわゆる非弾性不安定現象として崩壊に至る。このような非弾性不安定現象には、残留応力や初期変形などの初期不完全因子の影響が無視できないものと考えられ、これらがアーチの耐荷力に及ぼす影響についても検討が必要とされる。道示では、アーチの耐荷力を算定する手法として、有効座屈長の概念を用いて、アーチを両端ピン支持の中心圧縮材に置換している。そして中心圧縮材について定められた許容軸方向圧縮応力度を用いてアーチの安定照査を行うものとされている。この処置は、中心圧縮材の許容軸方向圧縮応力度が分岐座屈荷重ではなく、残留応力や初期変形を考慮した耐荷力に基づいていることから、アーチの非弾性不安定現象もこれらを含めて評価しようとした一つのアプローチであって、考え方としては妥当なアプローチであろうと思われる。

その後、アーチの耐荷力に関しては、変形の影響や非弾性域のひろがりやを考慮した解析が行われるようになり<sup>7)</sup>、最近に至っては、アーチ断面の残留応力やアーチ軸線の初期変形を考慮して耐荷力が算定されるようになった<sup>8)~12)</sup>。このようなすう勢から、アーチの耐荷力解析に基づいた実用的な設計式を確立することが望まれており、その一つとして倉西 茂<sup>9)</sup>による報告が上げられる。文献9)では、2ヒンジアーチについて、アーチ断面を残留応力を有するサンドウィッチ断面と仮定し、文献8)の解析手法を用いて耐荷力解析を行い、各種の数値計算結果から弾性1次解析または弾性2次解析(2nd order elastic analysis)を行う場合の許容応力度算定式を提案している。

著者は、これまでに2次理論に基づき、アーチの変形、非弾性域のひろがり、材料のひずみ硬化を考慮して2ヒンジアーチおよび固定アーチの耐荷力についての汎用解析を伝達マトリックス法を用いて行った<sup>10)</sup>。さらに

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

\*\* 正会員 (株)神戸製鋼所構造研究所主任研究員

断面の残留応力やアーチ軸線の初期変形を考慮した解析を行い、これらの初期不完全因子がアーチの耐荷力に及ぼす影響を検討するとともに、模型実験によって解析法の妥当性も検証した<sup>13)</sup>。

本文は、この解析手法を用いて、2ヒンジアーチおよび固定アーチについて、箱型断面を有する場合の残留応力や軸線の初期たわみを考慮した耐荷力解析を行い、これらの計算結果から、道示と類似の表現形式にまとめた実用的な安定照査式を作成した。すなわち、著者の提示する安定照査式は道示と同様に等分布荷重満載の状態におけるアーチの耐荷力曲線と中心圧縮材の耐荷力曲線との類似性に注目し、アーチの耐荷力曲線を中心圧縮材の耐荷力曲線に変換する表現形式とした。また、満載分布荷重に加えて支間長の半分に分布荷重載荷の場合においては、半載荷重と満載荷重との比によって耐荷力を低減させる形式の算定式を作成した。したがって本安定照査式によれば、道示に規定されている慣用の中心圧縮材の許容応力度算定式をそのまま適用することができる。また、アーチの基本諸元と荷重を与えるだけで、きわめて簡単に安定照査を行うことができるので基本設計において便利に活用できるものであって、道示の長所をそのままいかしたものとなっている。

なお、本計算に用いたパラメーターはこれまでに建設されたアーチ橋の実績をもとに選ばれているので、本図表および安定照査式は、一般的なアーチに適用可能であると考える。

## 2. 耐荷力曲線

### (1) 数値計算の前提条件

#### a) 無次元パラメーター

本文の対象は、図-1 に示す放物線形状を有する2ヒンジおよび固定アーチである。断面の形状および部材の初期不完全性の問題を別にすれば、図のようなアーチの耐荷力を支配するパラメーターは、ライズ・スパン比  $f/L$ 、細長比  $a=L/r$  ( $L$  は支間長、 $r$  は断面二次半径)、鋼種  $E/\sigma_y$  および支間長の半分に載荷した分布荷重強度 (半載荷重強度)  $p$  と満載等分布荷重強度  $w$  との比  $p/w$  である。このうち、ライズ・スパン比および細長比について過去に建設されたアーチ橋およびローゼ橋の実例を示すと 図-2 および 図-3 のようになっている (鉄骨橋梁協会年鑑より)。図よりライズ・スパン比はほとんど  $0.1 \sim 0.2$  の間にあること、

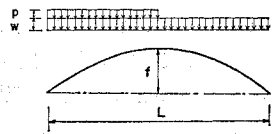


図-1 解析の対象とするアーチ

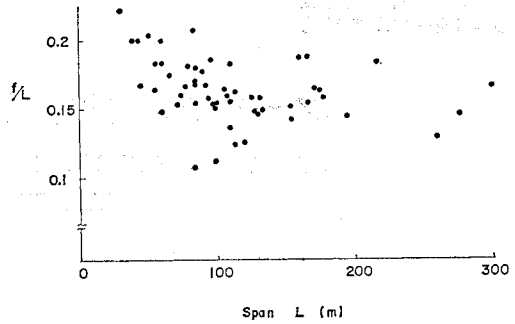


図-2 アーチ橋およびローゼ橋のライズ・スパン比

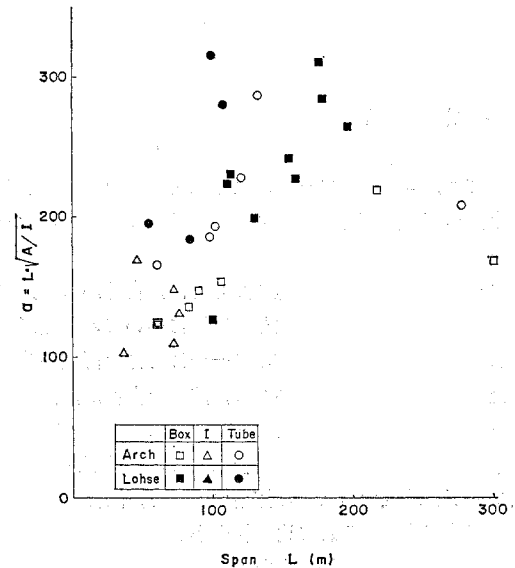


図-3 アーチ橋およびローゼ橋の細長比

また、細長比はほぼ支間に比例して大きくなっていて、しかも、その値は 100 から 320 の間にあることが読みとれよう。

本数値計算では、これらの実績を考慮して次のような範囲でパラメーターを変化させた。

- ライズ・スパン比  $f/L$  : 0.1 0.15 0.2
- 細長比  $a=L/r$  : 100~350
- 鋼種 (降伏点  $\sigma_y$ )  $E/\sigma_y$  : 875 (SS 41) ~ 456 (SM 58)
- 荷重比  $p/w$  : 0~0.5

なお、本計算に際し、材料の応力・ひずみ関係は、図-4 のように3本の直線で近似し、 $k_e=10$ 、 $\alpha_e=0.01$  とした。ここに  $k_e$ 、 $\alpha_e$  は、それぞれひずみ硬化開始時のひずみ比および、ひずみ硬化曲線の勾配を示している。

#### b) 断面形状および初期不完全性

これまでに多くの資料の得られている直線中心圧縮材の耐荷力に関する研究<sup>14), 15)</sup> から類推して、前述のパラ

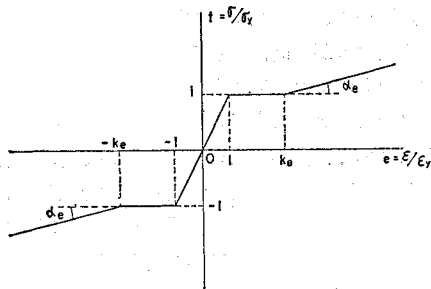


図-4 応力・ひずみ関係

メーターのほかにアーチ部材の断面形状や部材中に存在する残留応力、初期たわみなどのいわゆる初期不整が、アーチの耐荷力に影響することが予想される。

著者らは先に、箱型断面を有するアーチを対象として、部材中に存在する残留応力やアーチ軸線の初期たわみが耐荷力に及ぼす影響を検討したが<sup>14)</sup>、その結果を要約すると次のとおりである。

(1) 溶接熱によって導入される残留応力は、アーチの耐荷力に無視し得ない影響を与える。また、その影響は荷重比  $p/w$  の小さい時ほど、したがって純粋の軸圧縮応力状態に近いほど大である。特に軸圧縮状態 ( $p/w=0$ ) で、かつ弾性座屈領域と非弾性座屈領域の境界となる限界細長比の付近で最も影響が大である。

(2) アーチ軸線の初期たわみも(1)とほぼ同様の傾向で耐荷力に影響を及ぼす。すなわち、 $p/w$  が小さいほど耐荷力に及ぼす初期たわみの影響が大であり、また弾性座屈領域と非弾性座屈領域の境界となる限界細長比の付近において最も大きな影響が現われる。

(3) 残留応力が存在し、かつ初期たわみを有する場合には、それぞれが単独に存在する場合に比して耐荷力の低下は、やや大きい程度である。したがって、残留応力を考慮した場合初期たわみの影響は、 $p/w$  が小さい時には無視できないが、 $p/w$  が大きい時には耐荷力にあまり大きな影響を与えない。

一方、一般に実際のアーチ橋に用いられる溶接集成断面に存在している残留応力の分布に関する研究も進んでおり、種々の資料が提供されている<sup>16), 17)</sup>。部材の初期変形やアーチ軸線の初期変形量については、現在のところ、十分な資料が得られていない。しかしながら、上記(3)の結果からみて、断面の残留応力を考慮すると、初期たわみの大きさや、分布形の相異は、耐荷力にそれほど大きな差を与えないものと考えられるので、本文では最大初期たわみ  $e$  が、支間長  $L$  の  $1/2000$  となる図-5のような実用的見地から最も不

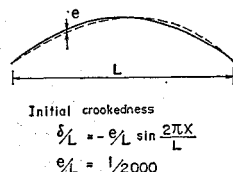


図-5 アーチリブの初期たわみ

Name	Shape of Section	Residual stress distribution
B-1		$\frac{\sigma_r}{\sigma_y}$ 
B-2		$\frac{\sigma_r}{\sigma_y}$ 
B-3		$\frac{\sigma_r}{\sigma_y}$ 
I-1		$\frac{\sigma_r}{\sigma_y}$ 
I-2		$\frac{\sigma_r}{\sigma_y}$ 
T		$\sigma_r = 0$

図-6 アーチリブの断面形状と残留応力

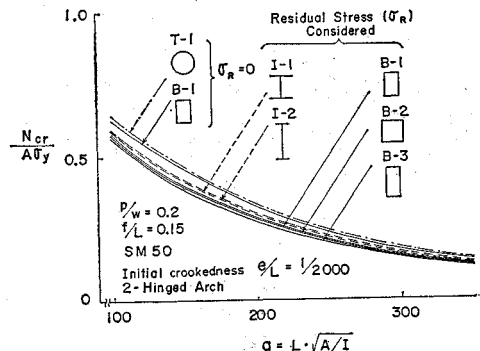


図-7 断面形状と耐荷力

利と考えられる逆対称形の初期たわみ形状を仮定するものとする。

次に、断面の残留応力や軸線の初期たわみを考慮した場合、実橋アーチに採用されているような断面形状について、断面形状の相異によって耐荷力がどの程度相違するかを検討する。アーチリブには、一般に箱型断面、I型断面あるいは、管断面が採用されているが、これらを大略分類して図-6に示す。

そこで図-6に示す断面を有し、ライズ・スパン比が  $f/L=0.15$  の SM 50 よりなる 2 ヒンジアーチについて、 $p/w=0.2$  の載荷状態の場合の、耐荷力曲線を求め図-7に示す。

図において縦軸は、極限荷重の表示法として、式(1)の表示を用い、これをアーチの断面積(A)と降伏点( $\sigma_y$ )の積で除して無次元表示したものである。

$$N_{cr} = r H_{cr} = r \cdot \frac{L^2}{8f} \cdot \left(1 + 0.5 \frac{p}{w}\right) w_{cr} \dots (1)$$

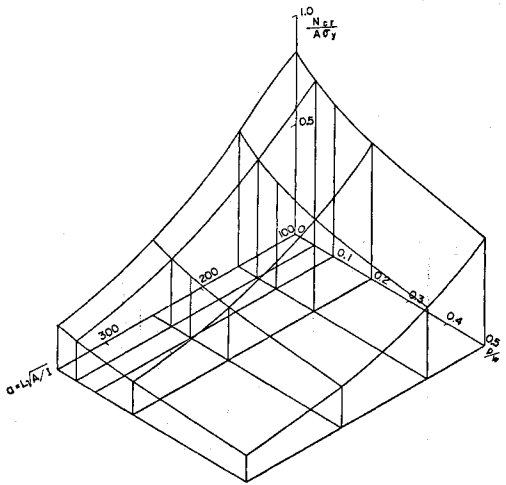
ここに、

$$\gamma = \sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{L} \right)^2}$$

$w_{cr}$ ：極限荷重時の満載等分布荷重

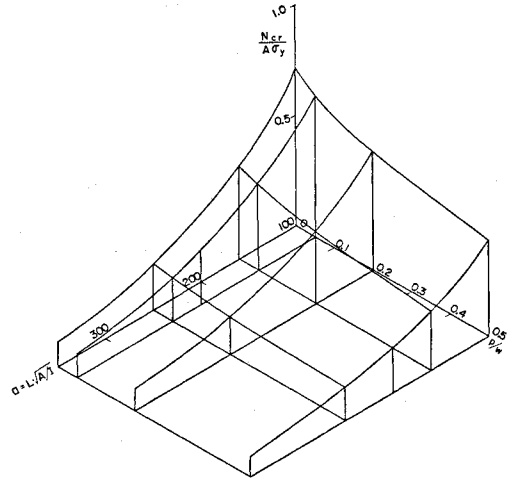
式(1)の  $N_{cr}$  は、極限荷重  $w_{cr}$  をアーチ軸線の伸縮を無視した弾性1次理論によってアーチ  $L/4$  点の軸方向力に変換するものである。すなわち、構造全体の安定照査を行う場合、設計荷重と極限荷重とを比較して論ずると荷重係数設計法の考え方になる。本文では、現行の許容応力度設計法の立場から、便宜上応力表示の形式で安定照査を行うことを意図して、式(1)のように極限荷重を応力表示した。

さて、図-7より、耐荷力は残留応力の有無によってかなり相異なるが、断面形状の相違による差違は、それほど大きなものではないことがわかる。したがって、図-6に示したような実際のアーチ橋に用いられる程度の断面については、いずれの断面を用いて計算を行っても、耐荷力に関しては、それほど一般性を失わないものと推定されるので、本文では、最も標準的と考えられるB-1の箱型断面を用いて以下の数値計算を行う。なお、このB-1断面に想定した残留応力分布は、直線中心圧縮材についての道示の規定にも採用されているものである。



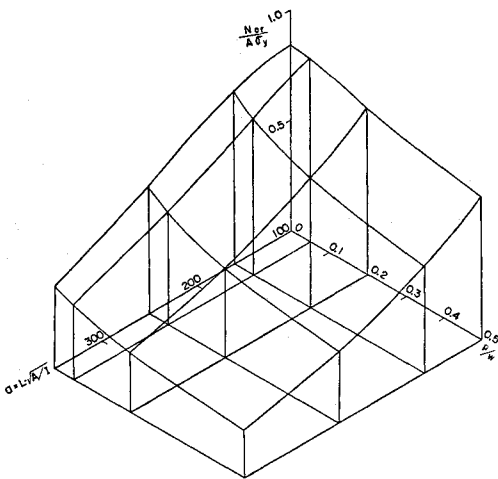
SS41  $f/L = 0.15$   
2 Hinged Arch

(a)



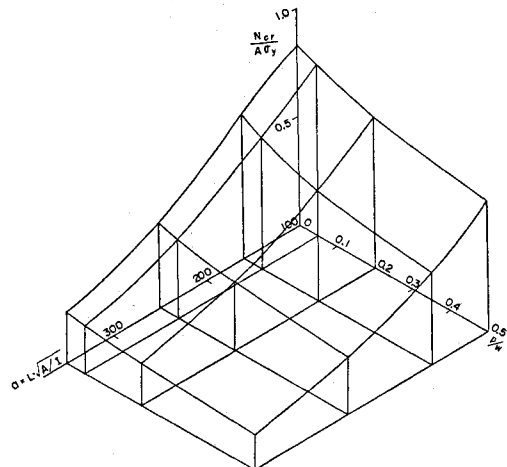
SM58  $f/L = 0.15$   
2 Hinged Arch

(a)



SS41  $f/L = 0.15$   
Fixed Arch

(b)

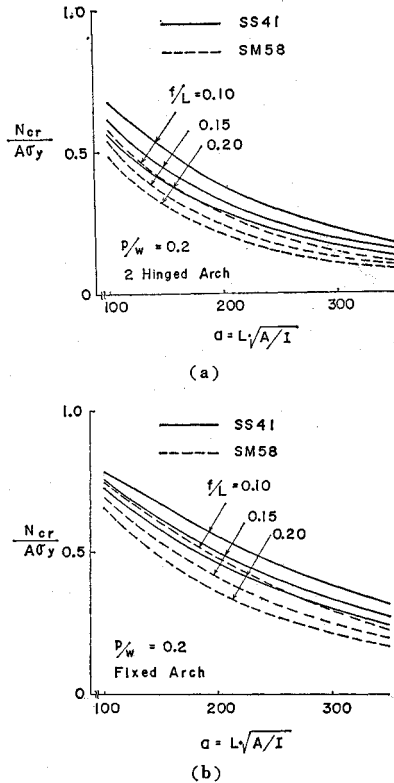


SM58  $f/L = 0.15$   
Fixed Arch

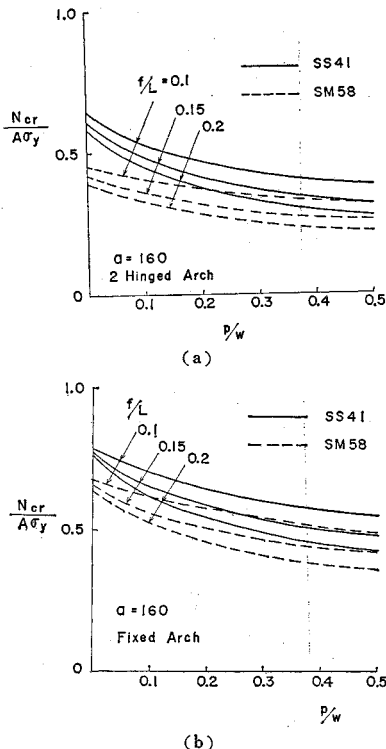
(b)

図-8 耐荷力曲線 (鋼種 SS 41)

図-9 耐荷力曲線 (鋼種 SM 58)



図一〇 耐荷力曲線（細長比の影響）



図一一 耐荷力曲線（荷重比の影響）

## (2) 耐荷力曲線

アーチ軸線の初期たわみおよび断面内の残留応力を考慮した B-1 断面を用い前述したパラメーターの範囲において耐荷力を求め、式 (1) で表示した耐荷力曲線を図一8~11 に示す。図一8 (a), (b) はライズ・スパン比  $f/L=0.15$  で鋼種が SS 41 の場合の耐荷力曲線をそれぞれ 2 ヒンジアーチおよび固定アーチについて示したものである。図一9 (a), (b) は同様の関係を鋼種が SM 58 の場合について示したものである。図より、耐荷力は細長比  $a$  および荷重比  $p/w$  が増加するほど減少することが明らかである。さらに、 $p/w$  による耐荷力の減少度は細長比  $a$  の値によっても異なるものであることが認められる。

図一8 (a), (b) および図一9 (a), (b) の曲面は  $f/L$  が異なると当然異なるが、その一部として、 $p/w=0.2$  の場合について、 $N_{cr}/A\sigma_y$  と  $a$  の関係を  $f/L$  をパラメーターとして図一10 (a), (b) に示す。また、図一11 (a), (b) には  $a=160$  の場合について、 $N_{cr}/A\sigma_y$  と  $p/w$  の関係を  $f/L$  をパラメーターとして示す。SM 58 の場合  $p/w$  の小さい範囲において SS 41 より変化が緩慢である。

## 3. 耐荷力の実用算定式

アーチの面内安定照査は、前節で求めた耐荷力曲線に基づいて行うことができるが、実際の設計に用いるためには、できるだけ簡単な耐荷力算定式として表現しておくのがよい。このような目的で、前節の耐荷力曲線をできるだけ道示の表現に近い形式にとりまとめ、耐荷力実用算定式として定式化することにする。

### (1) 等分布満載荷重状態

まず、初期たわみのない放物線アーチに等分布荷重を満載した状態を考えると、アーチには軸方向力のみが生じ、線形座屈理論によれば、アーチが弾性座屈するときの限界状態は、一般に式 (2) または式 (3) で表わされる。

$$H_{cr,0} = \alpha \cdot \frac{EI}{L^2} \dots\dots\dots (2)$$

$$N_{cr,0} = \alpha^N \cdot \frac{EI}{S^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $L$  は支間長、 $S$  はアーチ骨組線長の半分である。

式 (2) は座屈時の水平反力を表示したものであり、座屈係数  $\alpha$  は Stüssi らによって与えられ、道示表一解 11.4.1 に掲げられている。式 (3) は、座屈時におけるアーチ  $L/4$  点の軸方向力を示したものである。したが

って、

$$\left. \begin{aligned} N_{cr,0} &= r H_{cr,0} \\ r &= \sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{L} \right)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

であるから、

$$\left. \begin{aligned} \alpha^N &= r \alpha \cdot \eta^2 \\ \eta &= S/L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

である。式(3)の両辺を  $A\sigma_y$  で除して次のようにも書ける。

$$\frac{H_{cr,0}}{A\sigma_y} = \alpha \cdot \frac{E}{\sigma_y} \left/ \left( \frac{L}{r} \right)^2 \right. \dots\dots\dots (2)'$$

$$\frac{N_{cr,0}}{A\sigma_y} = \alpha^N \cdot \frac{E}{\sigma_y} \left/ \left( \frac{S}{r} \right)^2 \right. = r\alpha \frac{E}{\sigma_y} \left/ \left( \frac{L}{r} \right)^2 \right. \dots\dots\dots (3)'$$

もちろん、アーチの分岐座屈の表示としては、式(2)、式(3)のいずれを用いてもよい。ところが式(2)'を適用する場合と式(3)'を適用する場合とでは、アーチの座屈強度を両端ピンの中心圧縮材の座屈強度に換算する場合の換算係数に若干の相違がある。

Austin<sup>3)</sup> は、アーチの座屈現象は支間  $L/4$  点の軸方向力で表示した式(3)'の方が理解しやすいと述べているが、中心圧縮材の座屈変形とアーチの座屈変形を巨視的に眺めての洞察によるものと思われる。実際、中心圧縮材に換算する場合には、試算によれば式(3)'を用いた方がより適切であることが認められた。

周知のように、両端ピンの中心圧縮材のオイラー座屈荷重は式(6)で表わされるから、式(3)で表わされるアーチの弾性分岐座屈荷重は、式(7)の有効座屈長を定義することによって中心圧縮材のそれに置換できる。

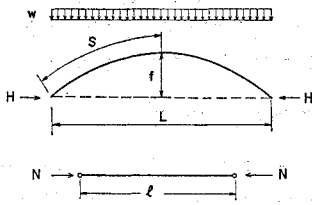


図-12 有効座屈長

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{l^2} \dots\dots\dots (6)$$

$$l = \frac{\pi}{\sqrt{\alpha^N}} \cdot S = \frac{\pi}{\sqrt{r\alpha}} \cdot L \dots\dots\dots (7)$$

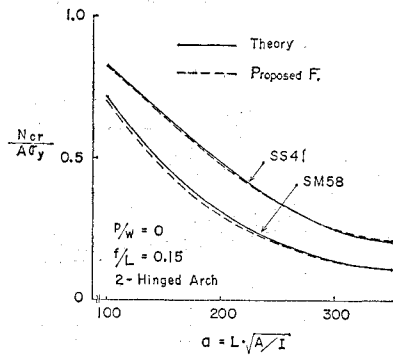
しかるに細長比のそれほど大きくないアーチで、かつ初期たわみや残留応力を含む場合には、非弾性座屈を生じる。このような場合にも式(7)の有効座屈長を適用できるかどうかを調べるために、中心圧縮材の耐荷力曲線とアーチの耐荷力曲線を比較することが重要である。

残留応力および初期たわみを有する中心圧縮材の耐荷力曲線が、無次元応力度  $\sigma_{cr}/\sigma_y$  と相関細長比  $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_y$  ( $\lambda_y = \pi \sqrt{E/\sigma_y}$ ) の関数関係で表わされたように<sup>3)</sup>、アー

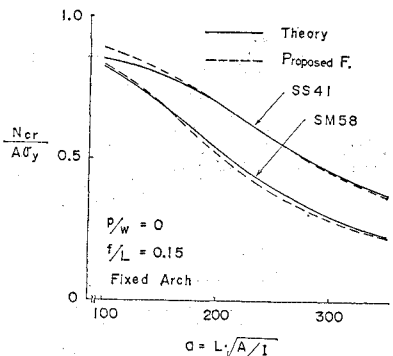
チの耐荷力曲線も弾性座屈応力が降伏点に等しくなるときの限界細長比  $a_y$  を用いて、無次元応力度  $\sigma_{cr}/\sigma_y$  と相関細長比  $\bar{a} = a/a_y$  の関数関係で表示した耐荷力曲線を作成することにする。ここに、 $a_y$  は式(3)'の左辺を1として次式のように与えられる。

$$a_y = \sqrt{r\alpha} \frac{E}{\sigma_y} \dots\dots\dots (8)$$

満載荷重状態においては、アーチは極限状態近くまで純粋な軸圧縮状態に近いので、アーチの座屈挙動と直線圧縮材の座屈挙動の類似性を考慮して、アーチの耐荷力曲線を無次元応力度  $N_{cr}/A\sigma_y$  と相関細長比  $\bar{a}$  の関係で表示すると、 $N_{cr}/A\sigma_y - \bar{a}$  曲線は中心圧縮材の耐荷力曲線  $\sigma_{cr}/\sigma_y - \bar{\lambda}$  と類似した曲線になることが予想できる。実際、本文の計算に用いたパラメーターの範囲において、 $N_{cr}/A\sigma_y - \bar{a}$  関係を求めると、アーチの形式(2ヒンジ、固定)、ライズ・スパン比、鋼種にかかわらず道示に示されている直線圧縮材の耐荷力曲線(道示図解-2.2.2)ときわめて類似した曲線が得られることがわかった(後出の図-13(a),(b)は  $N_{cr}/A\sigma_y - a$  の関係で示しているが、 $a = \bar{a} \cdot a_y$  を用いて変換したものであり、図中 Theory で示す曲線がアーチの耐荷力曲線  $N_{cr}/A\sigma_y - \bar{a}$  に、Proposed Formula で示す曲線が直線圧縮材の耐荷力曲線  $\sigma_{cr}/\sigma_y - \bar{\lambda}$  に対応する)。したがって、



(a)



(b)

図-13 理論値と実用算定式の比較 (満載荷重状態)

アーチの耐荷力曲線は、次式のように中心圧縮材の耐荷力曲線として道示に示されている代数式で表わすことができる。

$$N_{cr,0}/A\sigma_y = 1 - 0.136\bar{a} - 0.3\bar{a}^2 \quad \bar{a} \leq 1.0 \dots (9)$$

$$\frac{N_{cr,0}}{A\sigma_y} = \frac{1}{0.773 + \bar{a}^2} \quad \bar{a} > 1.0 \dots (10)$$

ただし、

$$\bar{a} = a/a_y = \frac{1}{\sqrt{r\alpha(E/\sigma_y)}} \cdot \frac{L}{r} \dots (11)$$

図-13 (a), (b) は、それぞれ 2 ヒンジアーチおよび固定アーチについて、 $f/L=0.15$  で鋼種が SS 41 および SM 58 の場合の耐荷力理論値 (図中 Theory で示した値) と本算定式で求めた近似値 (図中 Proposed Formula で示した値) とを比較したものである。固定アーチで鋼種が SS 41 の場合、細長比が小さいところ ( $a=100$  付近) で本算定式は理論値に比し 6% 程度大きいですが、固定アーチは一般に細長比の大きいところで用いられることを考えると実用上十分な精度を有するものと思われる。

### (2) 半載等分布荷重が存在する場合

図-1 のように、死荷重に相当する満載等分布荷重  $w$  に加え支間の半分に分布する活荷重  $p$  が載荷すると、 $p$  はアーチの変形を大きくさせることになり、耐荷力は減少する。この減少率について Deutsch<sup>9)</sup> は数多くの実験を行い、半載等分布荷重のある場合の限界水平反力  $H_{cr}$  と満載等分布荷重時の限界水平反力  $H_{cr,0}$  との比  $\phi (=H_{cr}/H_{cr,0})$  はアーチの形式、ライズ・スパン比にあまり左右されず、半載荷重強度  $p$  と満載荷重強度  $w$  との比  $p/w$  に大きく影響されると述べている。また道示では、この実験結果に基づいて定式化がなされている。しかしながら、Deutsch の実験は、非常に細長比の大きい ( $a=1560$ ) 供試体を用いた弾性座屈領域での実験であることに注意をはらう必要がある。本文で対象としているような細長比がそれほど大きくないアーチでは、弾塑性領域に入るので極限耐荷力があくまでも強度設計の基準になると考えられる。

そこで耐荷力を算定しその結果から、荷重比  $p/w$  と減少率  $\phi$  の関係を求め、アーチの形式別、鋼種別に示すと図-14 (a), (b) および図-15 (a), (b) が得られる。図中点線、実線、鎖線はそれぞれ  $f/L=0.1, 0.15, 0.20$  の場合である。また図中には、参考のために道示に採用されている設計式  $\phi=1-0.5\sqrt{p/w}$  を太い実線によって併記した。

図-14 (a), (b) を総括的に眺めると減少率  $\phi$  は、各種のパラメーターの値によってかなりの幅を有するが、式 (12) に示すように  $p/w$  の平方根に比例する形で、

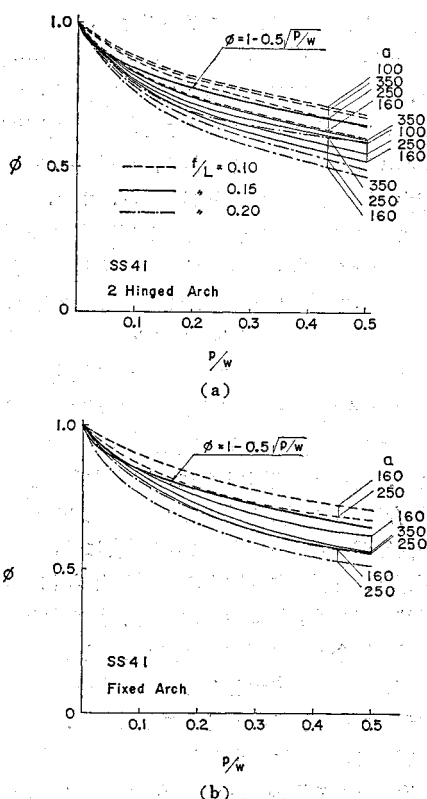


図-14 半載荷重による耐荷力の減少度 (鋼種 SS 41)

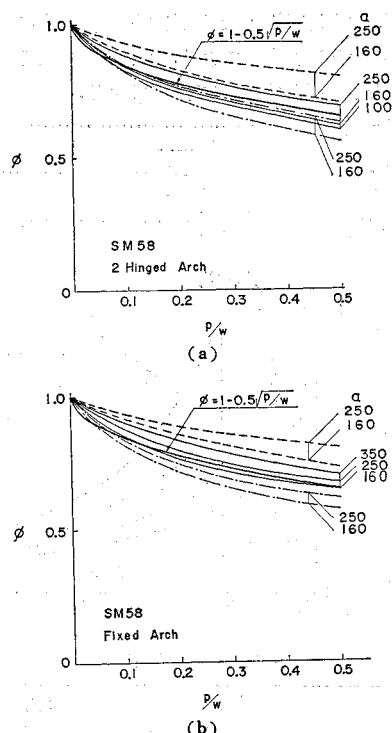


図-15 半載荷重による耐荷力の減少度 (鋼種 SM 58)

道示と類似した式を与えることができる。

$$\phi = 1 - C\sqrt{p/w} \dots\dots\dots(12)$$

また、これらの図より  $\phi$  の値は、ライズ・スパン比  $f/L$  によって分けられていること、さらに全体として鋼種レベルによっても相違があり、鋼種レベルの低い方が耐荷力の減少が著しいことがわかる。また、細長比も明らかに  $\phi$  に影響を与えるが、その影響度は、図-14 (a), (b) および 図-15 (a), (b) を比較すると互いにかなり違っていることがわかる。すなわち、たとえば固定アーチで  $f/L=0.15$  の場合をみると鋼種が SS 41 の場合は、 $a=250, 350, 160$  の順で  $\phi$  の減少が大きいが、SM 58 の場合は  $a=160, 250, 350$  の順に  $\phi$  の減少が著しい。これは、次のような理由によるものであると推定される。図-16 に示すように、満載荷重状態 ( $p/w=0$ ) の場合においても、初期たわみを含むアーチの耐荷力は細長比が  $a=a_y$  の近傍にある場合には、初期たわみの影響と、材料の非弾性化の影響をともしうけるため、単純な弾塑性曲線<sup>注1)</sup>からの低下が最も大となるが、半載荷重の場合もこの傾向を保持する。したがって、図-17 (a), (b) に示すように  $\phi-a$  曲線を描くと、 $a=a_y$  近傍に  $\phi$  の最小値がくることになる。

図-17 (a), (b) に示すような  $\phi-a$  曲線をライズ・スパン比の異なる場合についても求め、式 (12) の  $C$  を  $\phi-a$  曲線の最低点を表示する  $C_1$  と細長比の関数の項  $C_2$  とに分離する。すると、 $C_1$  はアーチの形式にかかわらずほぼ同じ値となり式 (14) のように  $f/L$  と  $E/\sigma_y$  の関数として表示できる。また、 $C_2$  は式 (15) のように細長比の 2 次代数式で近似できる。

$$C = C_1 + C_2 \dots\dots\dots(13)$$

$$C_1 = 2.2 f/L + 0.018 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} - 0.190 \dots\dots\dots(14)$$

$$C_2 = -K_1(a - K_2 a_y)^2 \dots\dots\dots(15)$$

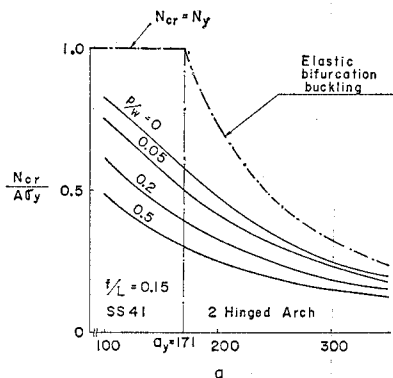
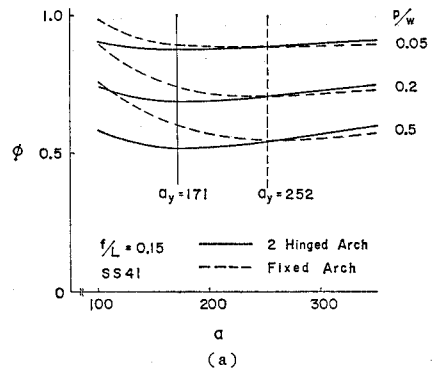
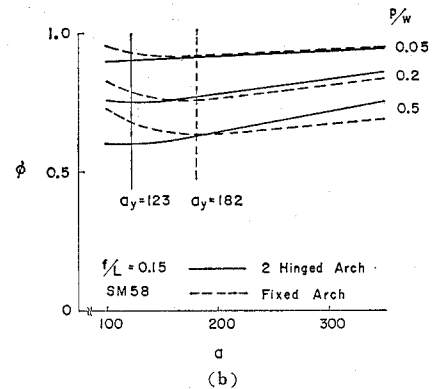


図-16 耐荷力曲線

注 1) 降伏限界軸方向力  $N_{cr} = N_y = A\sigma_y$  を示す直線と弾性分岐座屈曲線 (Euler 曲線) とからなる 図-16 の鎖線で示す曲線をいう。



(a)



(b)

図-17 半載荷重による耐荷力の減少度と細長比の関係

ただし、 $K_1, K_2$  はアーチの形式別の定数。

数値計算結果より、2 ヒンジアーチでは、 $K_1=4 \times 10^{-6}$ 、 $K_2=1.05$ 、固定アーチでは、 $K_1=6.8 \times 10^{-6}$ 、 $K_2=1.20$  とすれば、式 (12) は、 $\phi-a$  曲線に対して良好な近似式となることがわかる。さらに、限界細長比

$$a_y = \sqrt{r\alpha \frac{E}{\sigma_y}}$$

の中に含まれる因子  $\sqrt{r\alpha}$  が  $f/L$  によりあまり変化しないことを考慮して定数を与えると式 (15) はさらに単純化されて、次式のように表示できる。

$$C_2 = -4 \cdot K \left( a - 6 \cdot K \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \right)^2 \times 10^{-6} \dots\dots\dots(16)$$

ただし、 $K=1.0$ .....2 ヒンジアーチ

$K=1.7$ .....固定アーチ

上式より半載荷重  $p$  の存在する場合の耐荷力  $N_{cr}$  は、前節で求めた満載荷重状態における耐荷力  $N_{cr,0}$  を基準として、

$$N_{cr} = \phi N_{cr,0} \dots\dots\dots(17)$$

として求めることができる。

なお式 (13) において、細長比に関する第 2 項を無視して  $C=C_1$  とすれば、安全側の近似式を作成することができる。また、第 2 項を  $a$  に無関係の定数とおいていっそう単純化することも可能であろう。

以下に、本算定式による耐荷力(図-18, 19)において



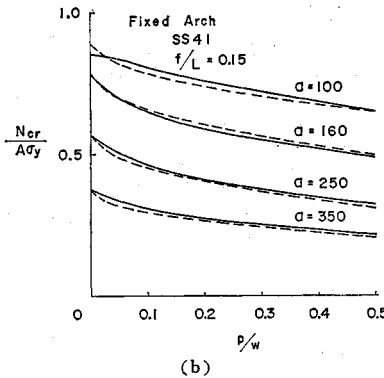
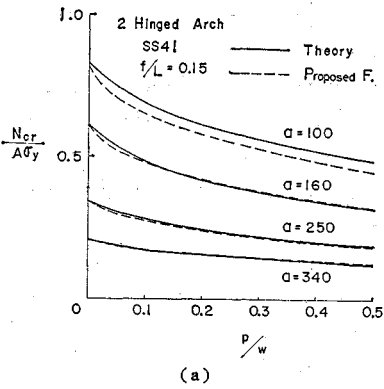


図-18 理論値と実用算定式との比較 (半載荷重のある場合, 鋼種 SS 41)

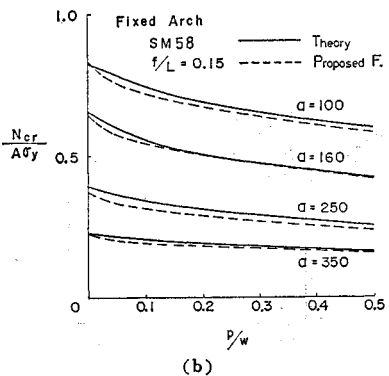
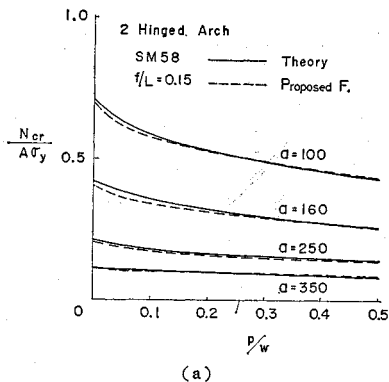


図-19 理論値と実用算定式との比較 (半載荷重のある場合, 鋼種 SM 58)

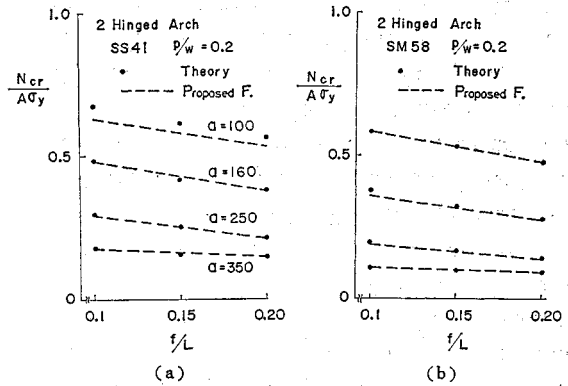


図-20 理論値と実用算定式との比較 (2 ヒンジアーチの場合のライズ比の相異)

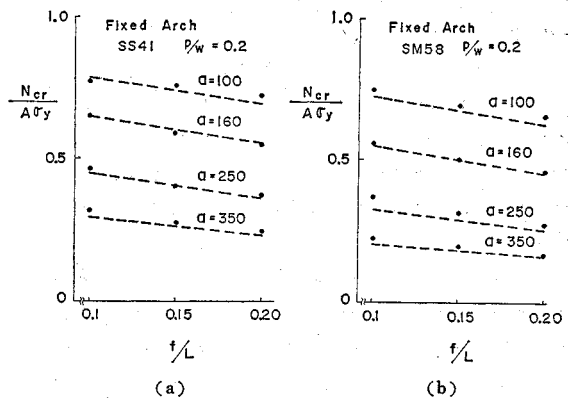


図-21 理論値と実用算定式との比較 (固定アーチの場合のライズ比の相異)

Proposed Formula で示す値)が 2. に示した理論値 (図-18, 19 において Theory で示す値)にどの程度の近似度を有するかを検討する。

図-18 (a), (b), 図-19 (a), (b) は  $f/L=0.15$  の場合について、アーチの形式、鋼種、細長比および荷重比と耐荷力との関係を示したものである。また、図-20 (a), (b) および 図-21 (a), (b) には、荷重比  $p/w=0.2$  の場合について、アーチの形式、鋼種、細長比およびライズ・スパン比と耐荷力との関係を示した。これらの図にみられるように、本算定式は、理論値に対し、部分的には、危険側に 5% 程度、安全側に 10% 程度の差異を生じているが、全体的には、よい精度で近似しており、実用上十分であると思われる。

#### 4. 鋼種および断面諸量が部分的に変化するアーチ

前節までは、同一鋼種で等断面のアーチの耐荷力について述べたが、実橋では経済設計の観点から断面力の大さに対応して、断面や鋼種を変化させるのが普通であ

る。文献18)では、2ヒンジアーチを対象として、鋼種や断面を部分的に変化させた場合について耐荷力の検討を行っている。それによると一般にアーチリブ全体に強度の大きい材料を用いても全長にわたり full stress 効果を十分に発揮することはない。また、特に細長比が大きい場合は、鋼種や断面を部分変化させると耐荷力の増大に効果があると述べている。

したがって、部分的に断面を変化させたアーチの耐荷力を良好な精度で近似的に算定できるような実用計算式を作成することが重要である。ところが断面変化や鋼種変化の組合せは無限に考えられるので、あらゆる場合に成立する精度のよい近似式を見出すことは複雑なように思われる。ここでは、一般によく用いられる程度の断面変化に対し、耐荷力の近似算定法を提示し、その妥当性を検討することにする。

すなわち、ここで述べる近似算定法は、かなり大胆ではあるが、断面変化や鋼種変化のある場合も、アーチの全長にわたって平均化した断面積と材料強度を有する仮想の部材からなる等断面アーチとして取り扱い、3. で示した等鋼種、等断面のアーチに対する耐荷力算定式を準用しようというものである。

もちろん、このような取扱いによるアーチ全体の耐荷力の照査のほかに、道示に規定されているようにアーチ各部の部材としての応力照査により安全性を確認することが必要である。なお、部材としての応力照査では、作用応力度が許容応力度より大きい部分の断面のみを補強すればよいが、アーチ全体の安定性の向上は局部的な補強で達成することはできない。上記の全長にわたって平均化した断面を使用して安定性の照査を行う手法は、このような意味においても合理的であり、これによって安易に局部的補強ですませることを防ぐことができる。

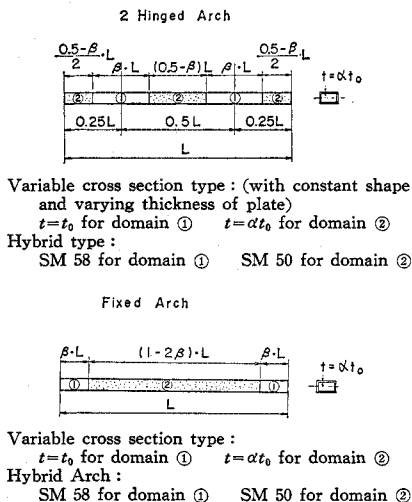


図-22 断面変化の状態

図-22 は、本数値計算に用いた断面変化および鋼種変化の状態を示したものである。2ヒンジアーチでは、 $\beta L$  にわたる区間の  $L/4$  点付近の断面(領域①)を基準断面とし、その両側(領域②)で断面減少または鋼種低下があるものとし、固定アーチでは、端部の  $\beta L$  区間を基準断面とし、ほかの中間部分で断面減少あるいは鋼種低下があるものとする。

計算に用いた断面形状および残留応力、初期たわみなどは、前節までの計算に用いたものと同様である。また、ここではアーチのライズ・スパン比はすべて  $f/L = 0.15$  として計算を行う。

a) 変断面の場合

断面の変化の仕方は種々の場合があり得るが、ここでは、アーチ断面の形状(箱型断面の高さと幅)は不変とし、板厚のみが変化するものとする。減少断面の板厚は、基準断面の板厚の  $\alpha$  倍になるものとする。この場合、薄肉箱型断面では、断面積が  $\alpha$  倍になるとともに、断面二次モーメントも近似的に  $\alpha$  倍とみなせるため、細長比は不変であると考えてよい。断面減少のパラメーター  $\alpha$  および区間長のパラメーター  $\beta$  は、これまで架設された多くの実例によると、2ヒンジアーチでは  $\alpha = 0.75$ ,  $\beta = 0.3$ 、固定アーチでは  $\alpha = 0.65$ ,  $\beta = 0.1$  程度になっている。前述した近似算定法がこの場合の耐荷力をどの程度近似的に算定できるかを示すため、図-23 (a), (b)

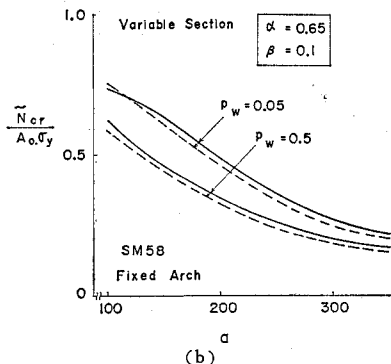
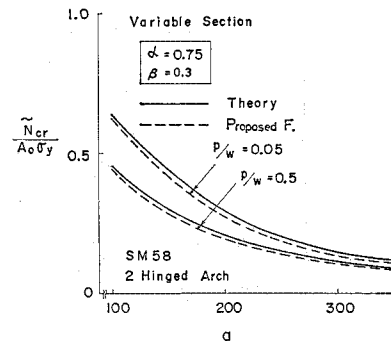
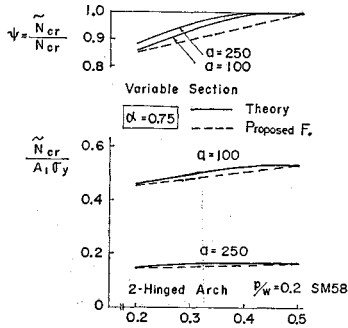


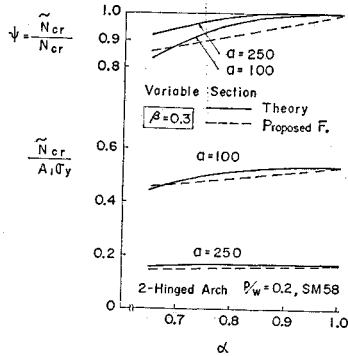
図-23 変断面アーチの耐荷力

に理論値と対比した。図において、縦軸は変断面の場合の耐荷力 ( $\tilde{N}_{cr}$ ) をアーチの長さに沿って平均した断面積 ( $A_0$ ) と降伏点 ( $\sigma_y$ ) の積で除した値であり、横軸は細長比  $a$  である。荷重比の小さい場合 ( $p/w=0.05$ )、および大きい場合 ( $p/w=0.5$ ) とともに、2 ヒンジアーチ、固定アーチの両者に対し、算定式は実用上十分有効であると思われる。

図-24 (a) は、2 ヒンジアーチの細長比が小さいもの ( $a=100$ ) と大きいもの ( $a=250$ ) について、 $\alpha=0.75$  と

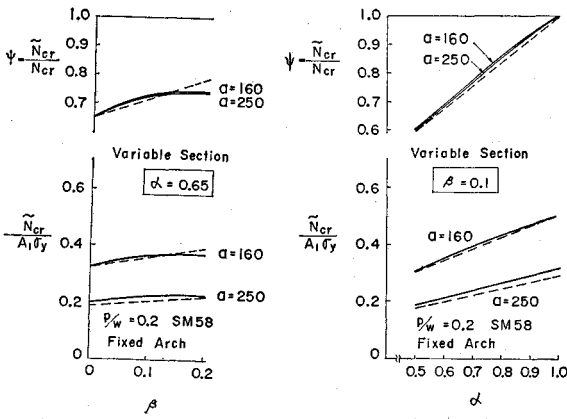


(a)



(b)

図-24 変断面アーチの耐荷力 (2 ヒンジアーチ)



(a)

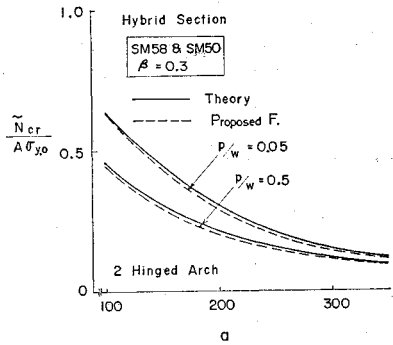
(b)

図-25 変断面アーチの耐荷力 (固定アーチ)

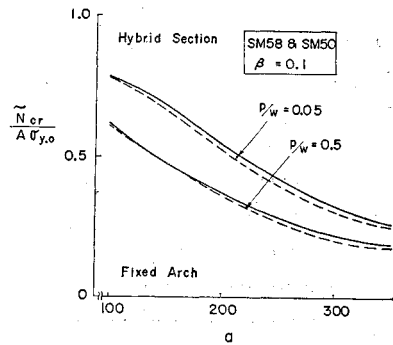
し区間長パラメーター  $\beta$  を変化させ、また図-24 (b) では、 $\beta=0.3$  として断面減少パラメーター  $\alpha$  を変化させて、これらの影響による耐荷力の減少度を検討したものである。図中  $A_1$  は、基準断面の断面積 ( $A_1$ ) である。図の上方には、変断面の場合の耐荷力 ( $\tilde{N}_{cr}$ ) と、全断面が基準断面の場合 ( $\alpha=1, \beta=1$ ) の耐荷力 ( $N_{cr}$ ) との比 ( $\psi = \tilde{N}_{cr}/N_{cr}$ )、すなわち断面減少による耐荷力の減少度を示した。図-25 (a) および (b) では、固定アーチについて同様の関係を示した。図-24 (a), (b) および図-25 (a), (b) の理論値よりわかるように  $\alpha, \beta$  を減少させていくと、耐荷力は、 $\alpha, \beta$  に比例して減少するのではなく減少度に緩急があることがわかる。この理由は、アーチ断面の塑性化する位置および範囲が、 $\alpha$  および  $\beta$  の値によって異なるためであると考えられる。これに対し近似算定法では、全長にわたり平均化した等断面アーチとして取扱っているため、部分的には、理論値と相違した値を与えるが、図より明らかなように、その相違は 5% 程度であり、実用上十分であると考えられる。

b) 鋼種変化の場合

鋼種の変化の組合せに関しては、基準断面を SM 58 とし、減少断面では SM 50 とする。図-26 (a) は 2 ヒンジアーチについて  $\beta=0.3$  の場合に、近似算定法がどの程度の妥当性を有するかを示すものである。図の縦

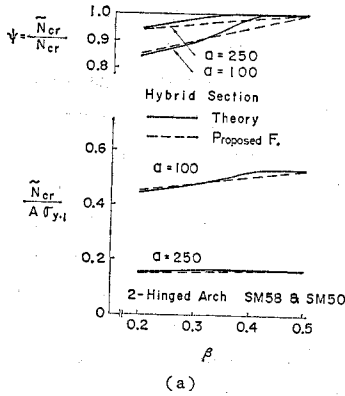


(a)

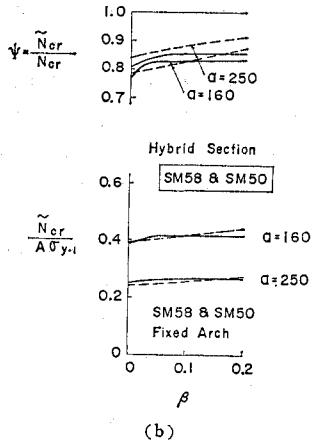


(b)

図-26 鋼種変化のあるアーチの耐荷力



(a)



(b)

図—27 鋼種変化のあるアーチの耐荷力 (鋼種変化区間長の影響)

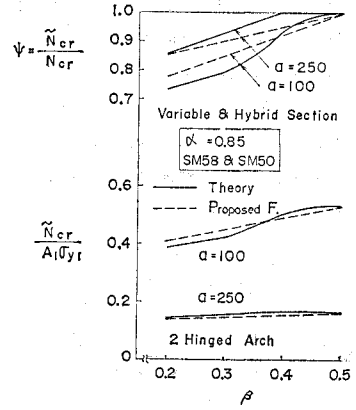
軸は、耐荷力 ( $\tilde{N}_{cr}$ ) を断面積  $A$  と平均降伏点<sup>注2)</sup>  $\sigma_{y,0}$  の積で除して無次元化した値である。図—26 (b) は、固定アーチについて  $\beta=0.1$  として同様の検討を行ったものである。2ヒンジアーチ、固定アーチともに荷重比  $p/w=0.05, 0.5$  に対して、細長比の全領域にわたり近似算定法は、十分の精度を有することが認められる。

図—27 (a), (b) は、2ヒンジアーチ、固定アーチについて、区間長パラメータ  $\beta$  の影響を調べたものである。理論値をみると変断面の場合と同様、耐荷力は  $\beta$  の値に比例して変化するものではないことを示しているが、実用的には、降伏点をアーチの長さ方向に平均化した簡易算定式で十分に近似できることがわかる。

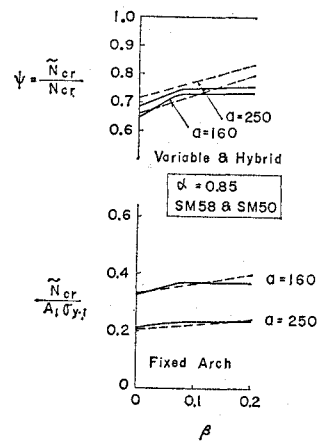
c) 鋼種変化のある変断面アーチ

上述 a), b) の結果によれば、変断面の場合と鋼種変化の場合とでは、図—24 (a), (b) と図—27 (a), (b) の比較からわかるように、細長比の値によって、区間長パラメータが耐荷力に及ぼす影響に若干相違がみられる。しかし、全体的には、変断面の場合と鋼種変化の場合

注 2) 平均降伏点とは、アーチの長さに沿って降伏点を平均した値。



(a)



(b)

図—28 変断面かつ鋼種変化のあるアーチの耐荷力

合とはほぼ同じような傾向で耐荷力に影響を与えている。また、両者とも近似算定式は、耐荷力の変化をよく表現していると考えられる。それで、断面変化と鋼種変化の両者共存する場合にも、算定式が有効であろうことが予測できる。ここでは、基準断面の鋼種を SM 58 とし、減少断面では  $\alpha=0.85$  かつ鋼種を SM 50 とし、区間長パラメータ  $\beta$  による耐荷力の減少度を求め図—28(a), (b) に示す。ここに想定した断面変化は、かなり極端な断面変化であるので、図—24 (a), (b) および図—27 (a), (b) に比し、耐荷力の低下が著しく、また、理論値と算定式との差も若干大きくなっているが、それでも両者の差は数%程度であり、近似算定式は、実用上十分な精度を有しているといえる。

5. アーチの安定照査式

以上の検討により、図—1 を参照して、設計時におけるアーチの面内安定照査式として次式が与えられる。

$$\frac{N}{A} \leq \sigma_a \dots \dots \dots (18)$$

$$\sigma_a = \frac{1}{\nu} \times \phi \times \sigma_{cr,0}$$

ここに、 $N$ ：設計荷重を載せた場合の1次理論によるアーチの  $L/4$  点の軸方向力

$$N = r \cdot \frac{wL^2}{8f} \left( 1 + 0.5 \frac{p}{w} \right) \dots \dots \dots (19)$$

ただし、

$$r = \sqrt{1 + 4 \left( \frac{f}{L} \right)^2} \dots \dots \dots (19)'$$

$\nu$ ：安全率

$\sigma_{cr,0}$ ：直線中心圧縮材の耐荷力算定式から求められる限界座屈応力度すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{cr,0}}{\sigma_y} &= 1 - 0.136 \bar{\lambda} - 0.3 \bar{\lambda}^2 \\ &\bar{\lambda} \leq 1.0 \text{ (道示解 2.2.1)} \\ \frac{\sigma_{cr,0}}{\sigma_y} &= \frac{1}{0.773 + \bar{\lambda}^2} \\ &\bar{\lambda} > 1.0 \text{ (道示解 2.2.3)} \end{aligned} \right\} \dots (20)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \cdot \frac{l}{r} \dots \dots \dots (21)$$

ただし、

$$l = \frac{\pi}{\sqrt{r\alpha}} \cdot L \text{ ゆえに } \bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{r\alpha} \cdot (E/\sigma_y)} \cdot \frac{L}{r}$$

( $\alpha$  は座屈係数で道示表解 11.4.1).....(21)'

$A$ ：アーチ部材の総断面積のアーチの長さにとわたる平均値

$r$ ：アーチ部材の断面二次半径のアーチの長さにとわたる平均値

$\sigma_y$ ：アーチ部材の降伏点のアーチの長さにとわたる平均値

$\phi$ ：半載荷重による耐荷力の減少率

$$\phi = 1 - C \sqrt{\frac{p}{w}} \dots \dots \dots (22)$$

$$C = C_1 + C_2 \dots \dots \dots (23)$$

$$C_1 = 2.2 \frac{f}{L} + 0.018 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} - 0.190 \dots \dots \dots (24)$$

$$C_2 = -4K \left( \frac{L}{r} - 6K \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \right)^2 \times 10^{-6} \dots \dots \dots (25)$$

$$\left. \begin{aligned} K &= 1.0 \dots \dots \dots 2 \text{ ヒンジアーチ} \\ K &= 1.7 \dots \dots \dots \text{固定アーチ} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (26)$$

### 6. 結 言

本文は、幾何学的非線形性・弾塑性を含む耐荷力解析による厳密解を基準にして2ヒンジアーチおよび固定アーチの面内安定照査を簡便に行うための实用算定法を提示したものである。数値計算に用いたパラメーターは、

これまでに架設されたアーチの資料に基づいているので、ほとんどの実際のアーチ橋に適用できると考える。

本算定式の誘導の過程で得られた主な結論は、次のとおりである。

(1) アーチに荷重が満載する場合、弾性座屈に対して正確に成立する有効座屈長の概念が、实用設計においては弾性・非弾性を含めた耐荷力の問題にも拡張して適用し得る。

(2) 満載荷重に加え半載荷重のある場合の耐荷力と満載荷重状態の耐荷力の比すなわち、半載荷重による耐荷力の減少率は、アーチの形式、細長比、ライズ・スパン比いづれによっても無視し得ない影響をうける。

(3) 断面の変化や鋼種の変化のあるアーチでは、明らかに断面変化の程度、断面変化の位置によって耐荷力が相違する。しかし、実際の設計で用いられる断面変化の程度であれば、断面の剛度や、鋼材の降伏点をアーチの全長にわたって平均化した等断面均一材質のアーチとみなして耐荷力を求めることが近似的に可能である。

数値計算は(株)神戸製鋼所コンピューターセンターのIBM S/370-168によった。

終わりに、本研究を行うにあたり、ご鞭達・ご便宜を賜った神戸製鋼所構造研究所所長 池田一夫博士、次席研究員 波田凱夫博士およびご協力を載いた頭井洋氏に厚く御礼申しあげる。

### 参 考 文 献

- 1) Column Research Committee of Japan : Hand Book of Structural Stability, 1971.
- 2) 平井 敦：鋼橋 Ⅲ，技報堂，1967.
- 3) Austin, W.J. : In-Plane Bending and Buckling of Arches, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST 5, 1971.
- 4) Deutsch, E : Das Knicken Von Bogenträgern bei Unsymmetrischer Belastung, Bauingenieur, 1940-12.
- 5) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，昭和48年2月.
- 6) DIN 4114 1952.
- 7) Harries, H. : Traglasten Stählerner Zweigelenbögen mit Ausgebreiteten Fließenzonen, Der Stahlbau, H. 6 und H. 8, 1970.
- 8) Kuranishi, S. and Le-Wu-Lu : Load Carrying Capacity of Two-hinged Steel Arches, Proc. of JSCE, No. 204, 1972.
- 9) Kuranishi, S. : Allowable Stress for Two-hinged Arch, Proc. of JSCE, No. 213, 1973.
- 10) 新家 徹・頭井 洋・波田凱夫：アーチの面内非弾性座屈および終局耐荷力の解析，土木学会論文報告集，No. 244, 1975.
- 11) 新家 徹・頭井 洋・波田凱夫：アーチの面内耐荷力解析と模型実験，土木学会論文報告集，No. 263, 1977
- 12) Komatsu, S. and Sakimoto, T. : Nonlinear Analysis of Spatial Frames Consisting of Members With Closed Cross Sections, Proc. of JSCE, No. 252, 1976.
- 13) 前田幸雄・林 正・森川孝義：変形を考慮したアーチ橋の弾塑性立体解析，土木学会 関西支部 年次学術講演会講演概要，I-8, 1975, 4.
- 14) Galambos, T.V. : Structural Members and Frames, Prentice-Hall, Inc. 1968.

- 福本昉士・西野文雄訳：鋼構造部材と骨組一強度と設計，丸善，1970.
- 15) 成岡昌夫・福本昉士・伊藤敏一：ヨーロッパ鋼構造協会連合・VIII 委員会の鋼柱座屈曲線について，JSSC, Vol. 6, No. 55, 1970.
- 16) 残留応力と座屈（特集），JSSC, Vol. 3, No. 16, 1967.
- 17) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛板の溶接残留応力及び初期たわみに関する実験的研究，土木学会論文報告集 No. 265, 1977
- 18) 岡部俊三・倉西 茂：菱断面アーチの耐荷力について，土木学会年次学術講演会講演概要集，I-154, 1976, 10. (1977.2.25 受付)
-