

補剛板の座屈に及ぼす補剛材の偏心と ねじれ剛性の影響について

THE EFFECTS OF ECCENTRICITY AND TORSIONAL RIGIDITY OF LONGITUDINAL STIFFENERS ON THE BUCKLING OF STIFFENED PLATES

大村 裕*・吉浪 康行**

By Hiroshi OHMURA and Yasuyuki YOSHINAMI

1. ま え が き

補剛板に対する直交異方性板理論の適用については、特に鋼床版等の研究と関連して重要な問題であり多くの研究がある^{1), 2)}。

通常補剛板構造においては、おもに使用上の制約から補剛材が板の片面にのみ配置される場合が多く、このような場合、板中央面に対する対称性はそこなわれ、材料的直交異方性板理論としての Huber³⁾ 型の4階の微分方程式は近似式となる。このような板の片面にのみ補剛された板(偏心補剛板)の支配方程式としては、すでに直交する三方向の変位 $u \cdot v \cdot w$ に関する三元連立偏微分方程式が知られており、補剛板が面外荷重を受ける場合については Trenks⁴⁾, Clifton^{5), 6)} らによりその解析解も求められている。一般には、偏心補剛された板のような構造的直交異方性板と力学的に完全に等価な材料的直交異方性板は存在しないため、Huber 型の方程式でいう等価剛度を与えるような一般式は存在しないことになり⁷⁾、したがって、構造的直交異方性板に対してかりになんらかの方法で等価剛度を設定して材料的直交異方性板に簡略化したとしても、その解の近似度は補剛板の支持条件、荷重条件等により影響されることになる。

他方、補剛材自身の形状に着目すると、最近の鋼床版やボックスガーダーの圧縮フランジにみられるように、補剛材自身の早期局部座屈防止とねじれ剛性の期待という観点から、閉断面補剛材の使用が多くみられるようになった。このような補剛形式は土木の分野においては鋼床版の発展とともに出現したものであり、したがって、その研究⁸⁾も、鋼床版を対象としたものがほとんどで他の構造形式における研究は少ない。

また、最近の鋼構造物の分野においては、たとえば土

木構造物における吊橋の主塔やボックスガーダーの圧縮フランジのように、面内荷重を伝達する部材としての補剛板構造が多く用いられており、この補剛板の座屈に関する問題が注目すべき重要なテーマとなっている。このような補剛板の座屈に関しては、すでに DIN 4114 などにみられるごとく線形座屈理論に基づく設計基準が確立されているが、それらはすべて面外荷重を受ける補剛板に関してなされてきたように、補剛材の偏心およびねじれ剛性の影響は無視されている。

補剛板の座屈に及ぼす補剛材の偏心の影響については Seide^{9), 10)}, Pflüger¹¹⁾ らの研究がある。Seide は板と補剛材の相互作用を考慮した discrete な解析から補剛材の偏心の影響を考察し、補剛材の断面形状および補剛板の aspect ratio により変化する「有効断面二次モーメント」の概念を導入し偏心の影響を論じている。また、Pflüger は補剛板に対して直交異方性板理論を適用し、Seide とは逆に global な解析を行っている。Pflüger は構造的直交異方性板の座屈に関する三方向のつり合い式を導き補剛板の座屈を論じているが、補剛材の偏心の影響に対して特には触れていない。

他方、補剛材のねじれ剛性の影響については Wah¹²⁾ の研究があり、また最近では渡辺¹³⁾の研究もある。Wah は補剛材のねじれ剛性を考慮した補剛板の座屈解析を Seide 同様 discrete な手法により行い、補剛材のねじれ剛性と補剛板の座屈との関係においていくつかの興味深い数値計算結果を与えている。しかしながら、補剛材の剛比などにより支配される補剛板の全体座屈と局部座屈との関係を明確に考慮していないため、これらの数値計算結果のみをもとに補剛材のねじれ剛性の影響を一般的に論じるには多少の問題点も残るものと思われる。

1970 年を前後して 諸外国で発生した 各種の落橋事故を契機に、最近では補剛板の座屈に関連する問題が単に分岐形の座屈のみを取り扱う線形理論の範囲から、初期たわみ・残留応力などの初期不整を考慮した解析、ある

* 正会員 工博 広島大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 広島大学助手 工学部土木工学科

いは座屈後のいわゆる「後座屈領域」をも考慮した解析へと集中しつつあるように思われる。しかしながら、前述の観点にたてば線形座屈の範囲内においてもなお多少の問題があるものと思われ、本報告においては補剛材の偏心およびねじれ剛性を考慮した補剛材の座屈に関する8階の偏微分方程式をもとに、これらの値が座屈荷重に及ぼす影響について若干の考察を行うものとする。

2. 補剛板の支配方程式

(1) 閉断面リブを有する補剛板

Fig. 1 に示すような長方形断面リブで偏心補剛された補剛板に関してはすでに多くの研究がある。そのうち最も最近のものとしては、補剛材のねじれ剛性の評価に際してせん断変形に関する板と補剛材の相互作用を考慮して補剛板が面外荷重を受ける場合を取り扱った長谷川ら¹⁴⁾の研究がある。しかしながら、通常この種の構造においてはリブのねじれ剛性は微少で無視されることが多く、曲げ剛性の評価にのみリブの影響を考慮する場合はほとんどである。このようにリブのねじれ剛性を無視する場合、補剛材の座屈に関する支配方程式は次式により与えられる。

$$\left(\frac{t}{1-\nu^2} + A_x\right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{t}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{t}{2(1+\nu)} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - S_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0 \dots\dots\dots(1)$$

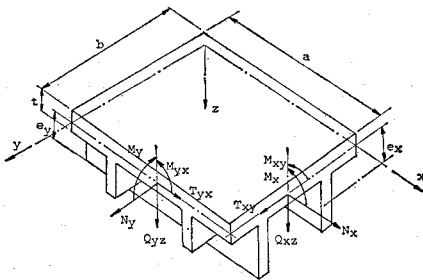


Fig. 1 Typical Element of Orthotropic Plate with Torsionally Soft Ribbs

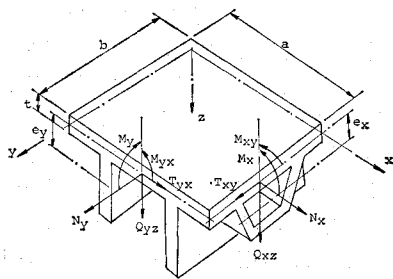


Fig. 2 Typical Element of Orthotropic Plate with Torsionally Stiff Ribbs

$$\begin{aligned} &\left(\frac{t}{1-\nu^2} + A_y\right) \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{t}{2(1-\nu)} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \\ &+ \frac{t}{2(1+\nu)} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - S_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \\ &- \frac{N}{E} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - e \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}\right) = 0 \dots\dots\dots(2) \\ &(I + I_x) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2I \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &+ (I + I_y) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - S_x \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - S_y \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} \\ &+ \frac{N}{E} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} - e^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right) = 0 \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

これは Pflüger の導いた式¹¹⁾と本質的には同一のものである。

(2) 閉断面リブを有する補剛板

Fig. 2 に示すように、一方向(x方向)にはねじれ剛性を有する閉断面リブが配置され他方向(y方向)にはねじれに抵抗しない閉断面リブが配置されている場合を考える。この場合、根本的に(1)の場合と異なるのは M_{xy} に関する変位と断面力の関係式のみである。閉断面リブを有する補剛板が面外荷重を受ける場合を取り扱った Clifton ら⁹⁾の研究を参考に、このねじれモーメント M_{xy} と変位の関係を

$$\begin{aligned} M_{xy} &= E \left[\{(1-\nu)I + \eta_1\} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \eta_2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ \eta_1 &= \frac{2A_a^2}{d(1+\nu)} \cdot \frac{t_a \cdot t}{(S_b \cdot t_a + S_a \cdot t)} \\ \eta_2 &= \frac{A_a \cdot t}{d(1+\nu)} \cdot \frac{S_b \cdot t_a}{(S_b \cdot t_a + S_a \cdot t)} \end{aligned}$$

と定めると、この場合の座屈支配方程式は式(1)、(2)および次式(4)となる。

$$\begin{aligned} &(I + I_x) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (2I + \eta_1) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &+ (I + I_y) \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - S_x \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - S_y \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} \\ &- \eta_2 \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y}\right) \\ &+ \frac{N}{E} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} - e^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}\right) = 0 \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

ここで、 $\eta_1 = \eta_2 = 0$ とおけば式(4)は式(3)と等しくなる。

3. 補剛板の座屈係数

(1) 8階の偏微分方程式とその解

閉断面リブを有する場合をも含めた補剛板の座屈支配

方程式として式 (1), (2) および (4) よりなる連立偏微分方程式を得た. Trenks¹⁾ は開断面リブを有する補剛板が面外荷重を受ける場合について, 三元連立偏微分方程式より面内方向変位 u, v を消去したたわみ w に関する 8 階の偏微分方程式を導き, さらにたわみを Levy-type の級数に置換して一方向に補剛された無限帯状板に対する厳密解を求めている. 上記 Trenks の方法に従い補剛板の座屈支配方程式 (1), (2) および (4) より u, v を消去すると, たわみ w に関する 8 階の偏微分方程式として次式を得る.

$$a_1 \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + a_2 \frac{\partial^8 w}{\partial x^6 \partial y^2} + a_3 \frac{\partial^8 w}{\partial x^4 \partial y^4} + a_4 \frac{\partial^8 w}{\partial x^2 \partial y^6} + a_5 \frac{\partial^8 w}{\partial y^8} - \frac{N}{E} \left(b_1 \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} + b_2 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^2} + b_3 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^4} + b_4 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^6} \right) + \frac{N}{E} \left(c_1 \frac{\partial^6 w}{\partial x^6} + c_2 \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial y^2} + c_3 \frac{\partial^6 w}{\partial x^2 \partial y^4} \right) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \nu_1 (F_x J_x - S_x^2) \\ a_2 &= J_x F + \nu_1 F_x J_1 - S_x^2 F_y + \eta_2 S_x (\nu_2 - \nu_1) \\ a_3 &= J_1 F + \nu_1 (F_x J_y + F_y J_x) + 2 \nu_2 S_x S_y - \eta_2 (F_x S_y + S_x F_y) \\ a_4 &= J_y F + \nu_1 F_y J_1 - S_y^2 F_x + \eta_2 S_y (\nu_2 - \nu_1) \\ a_5 &= \nu_1 (F_y J_y - S_y^2) \\ b_1 &= F_x J_x - S_x^2 \\ b_2 &= (F_x e^2 + J_x) \nu_1 + 2 S_x e \nu_2 + J_1 F_x - \eta_2 (S_x + F_x e) \\ b_3 &= F e^2 + F_x (J_y - 2 S_y e) + \nu_1 J_1 + \eta_2 e (\nu_2 - \nu_1) \\ b_4 &= \nu_1 (F_y e^2 + J_y - 2 S_y e) \\ c_1 &= F_x \left(\nu_1 - \frac{N}{E} \right) \\ c_2 &= F - \nu_1 \frac{N}{E} \\ c_3 &= \nu_1 F_y \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{t}{2(1+\nu)}, & \nu_2 &= \frac{t}{2(1-\nu)} \\ J_x &= I_x + I, & J_y &= I_y + I \\ F_x &= \frac{t}{1-\nu^2} + A_x, & F_y &= \frac{t}{1-\nu^2} + A_y \\ F &= F_x F_y + \nu_1^2 - \nu_2^2, & J_1 &= 2I + \eta_1 \end{aligned}$$

いま, 周辺単純支持された長方形板を考え補剛板の座屈支配方程式 (5) に Galerkin 法を適用してみよう. 座屈時のたわみ波形を Navier 型の二重三角級数により次のように表わし,

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (6)$$

(5) に Galerkin 法を適用すると係数 A_{mn} に関する $(m \times n)$ 個の連立一次方程式が得られる. 任意の $m_0 \cdot n_0$ 番目に相当する式は次のごとくである.

$$\iint f(w) \sin \frac{m_0 \pi}{a} x \sin \frac{n_0 \pi}{b} y \cdot dx dy = 0 \dots (7)$$

ただし, $f(w)$ は式 (5) の左辺を示す.

式 (7) の左辺の積分を行う際に,

$$\iint \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \sin \frac{m_0 \pi}{a} x \sin \frac{n_0 \pi}{b} y \cdot dx dy = \begin{cases} \frac{ab}{4} & m = m_0 \text{ かつ } n = n_0 \\ 0 & m \neq m_0 \text{ または } n \neq n_0 \end{cases}$$

なる直交性に着目すれば, 式 (7) 中に現われる $m_0 \cdot n_0$ 以外のすべての係数 $m \cdot n$ は完全に消去されることがわかる. したがって, $m_0 \cdot n_0$ 番目の式に現われる係数は $m_0 \cdot n_0$ 自身のみとなり, Galerkin 法により得られる $(m \times n)$ 個の連立方程式はすべてが互いに独立なものとなる. このことは座屈時のたわみ波形が次式のように二重三角級数の任意の一項のみで表現されることを意味するものであり,

$$w = A_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (8)$$

したがって, (8) を (5) に代入することにより各 mode に対応する座屈荷重が得られ, 工学的にはその最小値を求めればよいことになる.

(8) を (5) に代入することにより,

$$\begin{aligned} a_1 \beta^8 + a_2 \beta^6 + a_3 \beta^4 + a_4 \beta^2 + a_5 - \frac{N}{E} (b_1 \beta^6 + b_2 \beta^6 + b_3 \beta^4 + b_4 \beta^2) - \frac{N}{E} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 (c_1 \beta^6 + c_2 \beta^4 + c_3 \beta^2) = 0 \dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\left(\beta = \frac{b}{a} \cdot \frac{m}{n} \right)$$

を得るが, $c_1 \cdot c_2$ は N/E の項を含むため厳密には座屈荷重 $: N$ は二次方程式の根として求められる.

(2) 座屈係数の導入

前式 (9) により補剛板の座屈荷重が二次式の根として求まるわけであるが, このままでは解析解として不都合な点もあり, また複雑でもあるので座屈係数を導入し, 断面定数の無次元化と式の簡略化をはかることにする.

まず, 式 (9) 中に現われる断面定数としての係数 a_i, b_i, c_i の dimension に着目すると,

$$\begin{aligned} a_1 \sim a_5 & [m]^5 \\ b_1 \sim b_4 & [m]^4 \\ c_1 \sim c_3 & [m]^2 \end{aligned}$$

であることがわかる. そこで a_i, b_i, c_i をおのおの t^5, t^4, t^2 で除したものを改めて a_i, b_i, c_i とおき, すべての係数 (=断面定数) を板厚 t を基にした無次元量で表現する.

さらに板の座屈に関する無次元パラメーターとして次式により定義される座屈係数 $: k$ を導入し,

$$\sigma_{cr} = k \left(\frac{t}{b} \right)^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}$$

$$N_{cr} = \sigma_{cr} (t + A_x)$$

これを(9)に代入すると、上記のように修正された係数のもとで次式を得る。

$$\begin{aligned} & (a_1\beta^8 + a_2\beta^6 + a_3\beta^4 + a_4\beta^2 + a_5) - k \left(1 + \frac{A_x}{t} \right) \\ & \cdot \left(\frac{t}{b} \right)^2 \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} (b_1\beta^8 + b_2\beta^6 + b_3\beta^4 + b_4\beta^2) \\ & + k \frac{(1 + A_x/t)}{12(1-\nu^2)n^2} (c_1\beta^8 + c_2\beta^4 + c_3\beta^2) = 0 \dots (10) \end{aligned}$$

また、係数 c_1, c_2 については

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{F_x}{t} \left\{ \frac{\nu_1}{t} - k \left(1 + \frac{A_x}{t} \right) \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \right\} \\ c_2 &= \frac{F}{t^2} - \frac{\nu_1}{t} k \left(1 + \frac{A_x}{t} \right) \frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \end{aligned} \dots (11)$$

となる。本報告のように直交異方性板近似されるような補剛板構造の標準的な場合を考えると $(t/b)^2 = 10^{-4} \sim 10^{-5}$ の order であるので式(10)および(11)中の $(t/b)^2$ は微量として取り扱われる。したがって、式(10)は座屈係数 k に関する一次式となり、さらに式(10)中 $(t/b)^2$ を含む第2項目も省略され簡化された座屈係数として次式を得る。

$$k = \frac{12(1-\nu^2)n^2}{1 + (A_x/t)} \frac{a_1\beta^8 + a_2\beta^6 + a_3\beta^4 + a_4\beta^2 + a_5}{c_1\beta^8 + c_2\beta^4 + c_3\beta^2} \dots (12)$$

式(12)は従来の補剛板の全体座屈に関連する理論と比べて、① 偏心補剛の影響を考慮している。② 閉断面リブのねじれ剛性の影響を考慮している、という二つの特徴をもっている。以下においては補剛板の座屈係数に対するこの両者の影響に注目して数値計算を行う。

4. 偏心補剛の影響

偏心補剛が座屈荷重に及ぼす影響を調べるため、補剛板の1パネルとして荷重方向(x方向)にのみ補剛材が配置されている場合を考える。Fig. 3に示すように長方形断面補剛材が板の片側だけに配置されている場合、必要なすべての断面定数は板厚： t 、補剛材の板厚： t_a 、補剛材の高さ： h 、補剛材の間隔： d の4つの量により

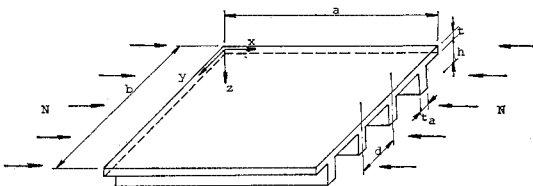


Fig. 3 Stiffened Plate Compressed in the Directions of Ribs

決定される。したがって、断面を決定する無次元量として $t_a/t, h/t, d/t$ を定義すれば、これらの無次元量により式(12)の係数 $a_1 \sim a_5, c_1 \sim c_3$ はすべて決定されることになる。

8階の偏微分方程式の解と近似式としての4階の偏微分方程式の解の差を評価するため、次の2つの近似式を考える。

(1) 補剛材の剛度として板表面に関する剛度を採用する場合^{15), 16)}

現行の道路橋示方書等においては補剛材の偏心の影響を無視し、補剛板全体の剛度として板(デッキプレート)自身の剛度と板表面に関する補剛材の剛度との単純な和を用いている。この考え方に従えば、補剛板の座屈係数として次式を得る¹⁷⁾。

$$k_1 = \frac{1}{1+n\delta} \left\{ (1+n\tau) \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 + 2 + \left(\frac{\alpha}{m} \right)^2 \right\} \dots (13)$$

δ : 補剛材の断面積比
 τ : 補剛材の剛比

(2) 偏心の影響を考慮して剛度を修正する場合¹⁸⁾

Gienke¹⁹⁾は「合成中立軸」(adjusted centroid)の概念を導入して面外荷重を受ける補剛板の支配方程式として Huber 型の4階の偏微分方程式を導いているが、この概念を座屈問題に適用すると座屈係数として次式を得る。

$$k_2 = \frac{1}{(1 + A_x/t)} \left\{ \frac{\bar{B}_x}{B} \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 + 2 \frac{H}{B} + \left(\frac{\alpha}{m} \right)^2 \right\} \dots (14)$$

\bar{B}_x : x方向合成中立軸に関する補剛板の曲げ剛度

$$\bar{B}_x = J_x E - e_x^{*2} D_x$$

$$D_x = \left(\frac{t}{1-\nu^2} + A_x \right) E, \quad B = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$H = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{1-\nu}{4} e_x^{*2} D$$

上記2者の近似性を評価するため、座屈係数比として、

$$R_1 = k_1/k, \quad R_2 = k_2/k$$

を定義すると $R_1 \cdot R_2$ は前記の断面に関する無次元量 $t_a/t, h/t, d/t$ および aspect ratio : $\alpha = a/b$ の関数として表わされる。

数値計算例を Fig. 4~6 に示すが、いずれの場合も実際の面内力を受ける補剛板を想定して $d/t = 30$ として計算を行ったものである。ここで断面形状に着目すると、補剛板全体に対する補剛材の占める割合が大きくなるに従い偏心補剛の影響が顕著にあらわれている。しかし、むしろ注目すべき点は、座屈係数比が aspect ratio にも大きく影響されていることであり、これは補剛板の

座屈に関する Huber 型の 4 階の方程式の解の近似性が板の支持形状にも大きく影響されることを示しているものである。一般に α の小さい範囲に対して k_1 は高めに評価されており、補剛材の剛度として板表面に関する剛度を採用する場合、補剛板の全体座屈に対して多少危険側の評価を与えていることになる。その割合は補剛材の断面形状および aspect ratio により変化しており定量的な判断はむづかしい。他方、Gienke 式の修正を行った k_2 は α の小さい範囲内では補剛板の断面形状には無

関係に非常によく近似性を示している。しかしながら、 α の増加とともに近似性は低下していくようである。これは式 (14) において、ねじれ剛度に相当する項 H が過大評価されその影響が顕著にあらわれたためと思われる。

このように材料的直交異方性を前提とした 4 階の方程式の解の近似性は、補剛材の断面形状のみならず補剛板の aspect ratio にも影響されており、面外荷重を受ける補剛板に対してなされたような方法（たとえば単なる剛度の修正）のみでは十分には近似し得ないものと思われる。

5. 閉断面補剛材のねじれ剛性の影響

閉断面補剛材のねじれ剛性が座屈荷重に及ぼす影響を調べるため、Fig. 7 に示すように Case-1 として閉断面補剛材を有する場合、Case-2 として Case-1 と同じ断面積、断面 1 次モーメント、断面 2 次モーメントを持つ開断面補剛材を有する場合を考える。両 Case の比較のため座屈係数の比として $R = \frac{\text{Case 2}}{\text{Case 1}}$ なる座屈係数比を定義し、4. と同様荷重方向 (x 方向) にのみ補剛材が配置されている場合について比較を行う。補剛板の一般的な断面として $d/t=30, t_a/t=0.8$ の場合の数値計算結果を Fig. 8, 9 に示す。Fig. 8 は h/t をパラメ

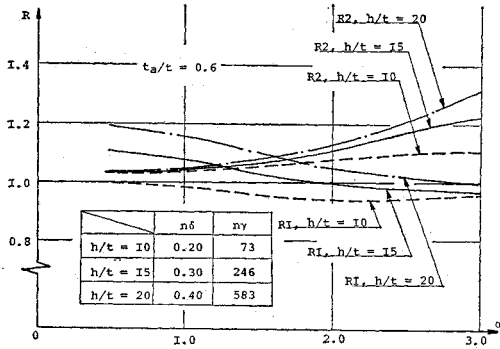


Fig. 4 Approximation of Huber Type Equation to Eighth Order Equation ($t_a/t=0.6$)

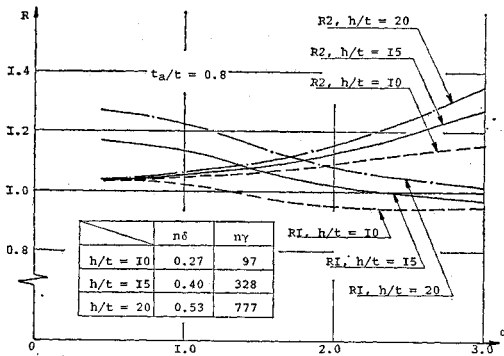


Fig. 5 Approximation of Huber Type Equation to Eighth Order Equation ($t_a/t=0.8$)

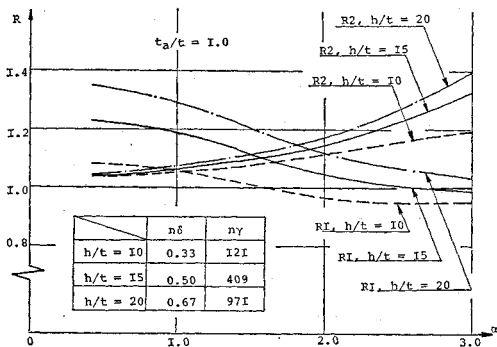
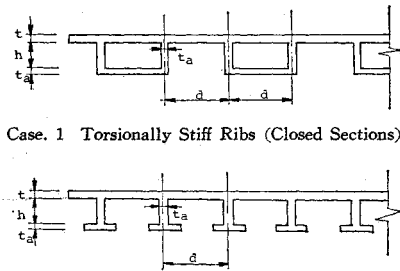


Fig. 6 Approximation of Huber Type Equation to Eighth Order Equation ($t_a/t=1.0$)



Case. 1 Torsionally Stiff Ribs (Closed Sections)

Case. 2 Torsionally Soft Ribs (Open Sections)

Fig. 7 Dimensions of Two Type Ribs

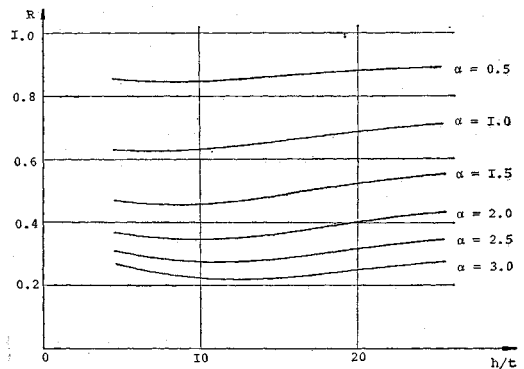


Fig. 8 Influence of Torsional Rigidity of Ribs
 $R = \frac{\text{Torsionally Soft}}{\text{Torsionally Stiff}}$

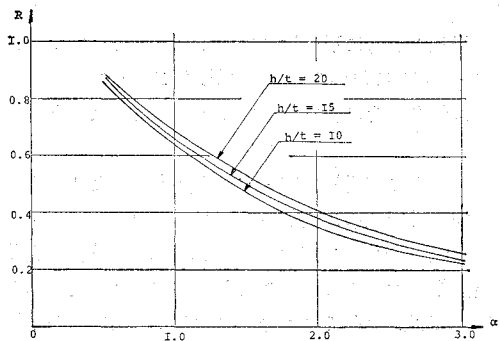


Fig. 9 Influence of Torsional Rigidity of Ribs

$$R = \frac{\text{Torsionally Soft}}{\text{Torsionally Stiff}}$$

ターとして種々の α に対する R の値をプロットしたものである。これからわかるように座屈係数比 R に影響を及ぼすパラメーターとしての h/t の意義は小さく、逆に α が非常に重要な意味をもっているようである。Fig. 9 は α をパラメーターとしての比較である。閉断面補剛材のねじれ剛性の影響は h/t にはほとんど無関係で α のみに関係しており、一般に α の増加とともにその影響は顕著にあらわれている。これは α の増加とともに、『荷重を伝達するメカニズムとして、 x 軸方向の曲げモーメント (M_x) による抵抗に比較し y 軸方向の曲げモーメント (M_y) およびねじれモーメント (M_{xy}) による抵抗の方がより支配的となる』ためと思われる。¹⁴⁾ たとえば簡単な 1 例として、

$$B_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

なる Huber 型の 4 階の方程式で表わされるような直交異方性板の座屈を考えてみると、この場合座屈係数は、

$$k = \frac{1}{1+n\delta} \frac{1}{B} \left\{ \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 B_x + 2H + B_y \left(\frac{\alpha}{m} \right)^2 \right\}$$

となり、 α の増加とともにねじれおよび y 軸方向曲げに相当する項がより支配的となることがわかる。なお、4. において α の増加とともに式 (14) が過大評価される原因としてねじれ剛度に相当する項 H の影響を指摘したのは上記の理由からである。

これらの数値計算例は鋼床版等の解析結果と比較して興味深い結果を与えており、補剛材の全体座屈を取り扱った本報告の範囲内では閉断面補剛材のねじれ剛性の影響は非常に重要であると思われる。

6. あとがき

補剛材の直交異方性板近似により補剛材の偏心およびねじれ剛性を考慮した補剛材の座屈支配方程式として 8 階の偏微分方程式を導いた。さらに、この方程式をもとに従来の理論との比較を行い、補剛材の全体座屈に及ぼ

す補剛材の偏心とねじれ剛性の影響についてこれを明らかにした。得られた結果は次のようである。

(1) 補剛材の偏心を考慮した 8 階の偏微分方程式の解に対する Huber 型の 4 階の偏微分方程式の解の近似性は、補剛材の断面形状のみならず aspect ratio にも影響される。したがって、面外荷重を受ける補剛材に対してなされてきたような単なる剛度の修正のみでは十分なる近似は得られない。

(2) 補剛材の剛度として板表面に関する剛度を採用する場合は aspect ratio の比較的小さい範囲で近似性がそこなわれ、Gienke 流に剛度を修正する場合は逆に aspect ratio の比較的大きい範囲で問題点が残る。

(3) 閉断面補剛材のねじれ剛性が補剛材の座屈荷重に及ぼす影響は主として板の aspect ratio により大きく支配され、補剛材の高さにはほとんど無関係となる。

(4) 補剛材の全体座屈に及ぼす閉断面補剛材のねじれ剛性の影響は曲げ解析の場合よりも重要であり、一般に aspect ratio の増加とともにその影響は顕著にあらわれる。したがって、そのねじれ剛性の評価自体も重要な要素となり、今後の課題ともなる。

記号

A_d : 閉断面補剛材により形成される中空部分の面積

A_x, A_y : x, y 方向補剛材の単位幅あたりの断面積

a : 補剛材の x 方向の長さ

b : 補剛材の y 方向の長さ

d : 補剛材間隔

E : 板および補剛材の弾性係数

e : 次式で定義される偏心量

$$S_x + \frac{\frac{t^3}{12(1-\nu^2)}}{\frac{t^3}{12(1-\nu^2)} + J_y + (1-\nu^2) \left(F_y - \frac{S_y^2}{t^3} + J_y \right)} \nu^2 t S_y$$

$$e = \frac{t}{1-\nu^2} \left[1 - \frac{\nu^2 t}{t + (1-\nu^2) \left(F_y - \frac{S_y^2}{t^3} + J_y \right)} \right] + F_y$$

参考文献 11) 参照

e_x, e_y : x, y 方向補剛材の偏心量 (Fig. 1, 2 参照)

e_x^*, e_y^* : 板中央面から補剛材の x, y 方向合成中立軸までの距離

$$e_x^* = \frac{e_x \cdot A_x}{A_x + \frac{t}{1-\nu^2}}, \quad e_y^* = \frac{e_y \cdot A_y}{A_y + \frac{t}{1-\nu^2}}$$

h : 補剛材の高さ

I : 板の断面二次モーメント $I = \frac{t^3}{12(1-\nu^2)}$

I_x, I_y : x, y 方向補剛材の板中央面に関する単位

幅当りの断面二次モーメント

M_x, M_y : x, y 面に生じる曲げモーメント (Fig. 1, 2 参照)

M_{xy}, M_{yx} : x, y 面に生じるねじれモーメント (Fig. 1, 2 参照)

N : 補剛板の座屈荷重

N_x, N_y : x, y 面に生じる軸力 (Fig. 1, 2 参照)

S_a : 閉断面補剛材の周長

S_b : 閉断面補剛材に囲まれる板部分の長さ

S_x, S_y : x, y 方向補剛材の板中央面に関する単位幅あたりの断面一次モーメント

T_{xy}, T_{yx} : x, y 面に生じるせん断力 (Fig. 1, 2 参照)

t : 板 (deck plate) の板厚

t_a : 補剛材の板厚

u, v, w : $z=0$ なる面上での x, y, z 方向の変位

x, y, z : $z=0$ なる面が板 (deck plate) の中央面に一致するように定めた直交座標系

α : 補剛板の縦横比 $\alpha=a/b$

ν : 板および補剛材のポアソン比

参考文献

- 1) 小西一郎編: 鋼橋・設計編 I, 丸善, 1975.
- 2) 成岡・中村編: 骨組構造解析法要覧, 培風館, 1976.
- 3) M.T. Huber: Die Theorie der kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten nebst Anwendungen auf mehrere bautechnisch wichtige Aufgaben über rechteckige Platten, Bauingenieur, B.d. 5, 1923.
- 4) K. Trenks: Beitrag zum Berechnung orthogonal anisotroper Rechteckplatten, Bauingenieur, B.d. 29, Heft 10, 1954.

- 5) V. Vitols ほか: Analysis of composite beam bridges by orthotropic plate theory, Proc. ASCE, Vol. 89, No. ST 4.
- 6) J. Clifton: Analysis of orthotropic plate bridges, Proc. ASCE, Vol. 89, No. ST 5.
- 7) R. Bareš and C. Massonnet: Analysis of beam grids and orthotropic plates, Crosby Lockwood and Sons, 1968.
- 8) たとえば E. Gienke: Die Berechnung von Hohlrippenplatten, Der Stahlbau B.d. 29, Heft 1, 1960.
- 9) P. Seide: Compressive buckling of simply supported plates with longitudinal stiffeners, NACA. TN, No. 1825, 1949.
- 10) P. Seide: The effect of longitudinal stiffness located on one side of a plate on the compressive buckling stress of the plate-stiffener combination, NACA. TN, No. 2873, 1953.
- 11) A. Pflüger: Zum Beulproblem der anisotropen Rechteckplatten, Ingenieur Archiv B.d. 16, 1947.
- 12) T. Wah: Buckling of longitudinally stiffened plates, The aeronautical quarterly, Vol. 118, Feb. 1967.
- 13) 渡辺英一: 閉断面リブを有する補剛板の圧縮耐荷力について, 第 31 回土木学会全国大会講演概要集,
- 14) 長谷川・秋山・西野: 片面で補剛された板の解析, 土木学会論文報告集, No. 240, 1975-8.
- 15) S. Timoshenko: Theory of elastic stability, second edition, McGraw-Hill, 1961.
- 16) 日本道路協会: 道路橋示方書, 同解説.
- 17) E. Gienke: Über die Berechnung regelmäßigen Konstruktionen als Kontinuum, Der Stahlbau, B.d. 33, Heft 2, 1964.
- 18) 大村・吉浪・花田: 偏心補剛板の座屈について, 第 28 回土木学会中国四国大会講演概要集.
- 19) E. Gienke: Die Grundgleichungen für die orthotrope Platte mit exzentrischen Steifen, Der Stahlbau, B.d. 24, Heft 6, 1955.

(1977.1.10・受付)