

地震外力に対する構造物応答の非超過確率

THE NONEXCURSION PROBABILITY OF STRUCTURAL
RESPONSE FOR SEISMIC LOAD

石 井 清*

By Kiyoshi ISHII

1. はしがき

地震外力は構造物の設計にあたって最も取り扱いにくい外力の1つである。その理由は、地震外力が構造物に対して非常に破壊的な外力となりうる反面、そのような地震動はごくまれにしか発生しないからである。

すなわち、地震外力の評価により、構造物の安全性および経済性が大きく左右される。

このことから、構造物の最適設計のためには、地震外力に対する構造物の信頼性を的確に評価する必要がある¹⁾。

無論、構造物の信頼性の評価にあたっては、地震外力のモデル化、構造物のモデル化、構造物の破壊基準の選定、また、モデルに含まれる各種パラメーターの不確定性といった大きな問題がある。

このことから、本研究では構造物の信頼性評価の第1歩として現在使用できうるデータにより、地震外力に対する構造物応答の非超過確率を求めようとするものである。

構造物の強度(耐力)が確定的であれば、非超過確率は構造物の信頼性となる。

解析方法については2.で詳述するが、従来の方法と異なるものではない。すなわち、構造物の応答を求めるのには動的解析法を用いるが、非超過確率の評価には静的な信頼性解析法を用いている^{2)~4)}。

以下、本研究の特徴を示す。

(1) 構造系モデルとして線形・非線形1自由度系および線形多自由度系について定式化を与える。線形多自由度系の場合には、最大応答を求めるためにR.M.S.法を用いて定式化している。

(2) さらに、本方法の実用性を示すため、最も基本的な例として線形1自由度系モデルを用いて非超過確率

を検討する。その際、地震動強度パラメーターを検討し、自乗平方根強度を用いる。また、地盤条件を考慮し解析を行う。

また、結果の考察を通じて、本研究の本来のねらいである地震外力に対する構造物の信頼性評価に線形1自由度系を用いることの意義について検討を加える。

また、本研究では、構造物の動特性(固有周期)の不確定性による非超過確率への影響も検討した。

2. 解析方法^{5)~7)}

(1) 構造物の非超過確率

強度 S^* によって設計された構造物応答の使用年数中における非超過確率 P_s は次式によって与えられる。

$$P_s = P_s(S < S^* | T_u) \dots\dots\dots (1)$$

また、

$$P_f = 1.0 - P_s = P_f(S > S^* | T_u) \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 S は地震動に対する構造物の応答、 T_u は構造物の使用年数、 P_f は使用年数中に地震外力が構造物の強度 S^* を超過する確率である。本論文の例題では、構造物の応答 S として線形1自由度系の絶対最大加速度応答値を用いる。また、構造物を多自由度系でモデル化する場合には、構造物の応答 S は、各部材の変形あるいは応力によって示される。非超過確率の定式化には構造モデルによる差異はないので $S > S^*$ により構造物の応答を示す。

式(1)は、(A) 構造物の使用年数 T_u を N_T 期間に分割し、1期間には地震動が1回以上は生起しないと仮定すれば、次式で表わせる。

$$P_s = 1.0 - \sum_{n=1}^{N_T} P(N_T \text{ 期間に } n \text{ 期地震があり、そのうち少なくとも1回は } S > S^* \text{ の事象が起こる}) \dots\dots\dots (3)$$

* 正会員 工修 清水建設(株)研究所力学研究部

ここで、(A) の仮定は式 (3) において N_T を大きくとれば満足される。

次に、地震の生起過程に対する第 1 近似として、(B) N_T 期間に n 期地震が起こる確率と n 回のそれぞれの地震で $S > S^*$ となる事象の確率が独立だと仮定すれば、式 (3) は、

$$P_s = 1.0 - \sum_{n=1}^{N_T} \{P(N_T \text{ 期間に } n \text{ 期地震が起こる} \\ \times P(n \text{ 回の地震のうち少なくとも 1 回は } S > S^* \text{ の事象が起こる})\} \dots\dots\dots (4)$$

となる。さらに、 n 回の地震のうち 1 回は $S > S^*$ の事象の起こる確率は確率 1.0 から n 回の地震で 1 回も $S > S^*$ が起こらない確率を引いたのに等しいから、

$$P_s = 1.0 - \sum_{n=1}^{N_T} [P(N_T \text{ 期間に } n \text{ 期地震が起こる} \\ \times \{1.0 - P(n \text{ 回の地震のうち 1 回も } S > S^* \text{ が起きない})\}] \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで、1 期間中の地震動の生起確率を p' 、また、1 回の地震で $S > S^*$ の事象が起きる確率を p とすれば、式 (5) は 2 項分布を用いて次式で表わせる。

$$P_s = 1.0 - \sum_{n=1}^{N_T} [N_T C_n (p')^n (1-p')^{N_T-n} \\ \times \{1 - (1-p)^n\}] \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 N_T が大きく、 p' が小さいとき、式 (6) の中の 2 項分布はポアソン分布により近似される。

$$P_s \cong 1.0 - \sum_{n=1}^{N_T} [(N_T p')^n e^{-N_T p'} / n! \\ \times \{1 - (1-p)^n\}] \dots\dots\dots (7)$$

式 (7) が地震外力に対する使用年数 T_u 中の強度 S^* の建造物の非超過確率である。非超過確率は使用年数 T_u 、1 期間中の地震動の生起確率 p' および 1 回の地震で $S > S^*$ の事象の起こる確率 p の関数として与えられる。

(2) p および p' の算定

次に、1 期間中の地震動の生起確率 p' および 1 回の地震で $S > S^*$ の事象が起こる確率 p について検討しよう。ここでは建造物を 1 自由度系モデルとして定式化し、そのあとで線形多自由度系に理論を拡張する。

a) 1 自由度系モデル

1 期間中の地震動の生起確率 p' は建設地点において過去にどのような地震が起きているかという地震の生起過程のデータが得られていれば、1 期間に生起する地震動の期待回数 ($p' < 1.0$) として与えられる。

また、1 回の地震で $S > S^*$ の事象が起こる確率 p は S^* を確定値とすれば、 S の確率密度関数 $P_s(S)$ が推定できれば次式で与えられる。

$$p = \int_{S^*}^{\infty} P_s(S) dS \dots\dots\dots (8)$$

しかし、建造物の応答 S は構造動特性と、入力地震加速度波に含まれる入力特性すなわち、マグニチュード、最大加速度、震央距離、震源深さ、継続時間、伝播経路における地盤特性などの不確定要因が複雑に影響し合っていると考えられ、その確率密度関数 $P_s(S)$ の推定はきわめてむずかしい。

そこで、 p の算定には以下のようなステップを入れる。すなわち、複雑な入力特性を代表するものとしてパラメーター α なる量を考える^{5), 6)}。パラメーター α は上述した入力特性の要因のみによって定まる量である。建造物の応答 S は、パラメーター α によって、パラメーター α と α によって正規化された応答 S_α の積、すなわち、次式により表わすことができる。

$$S = \alpha \cdot S_\alpha \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= f \{ \text{入力特性} \} \\ S_\alpha &= g \{ (\text{構造動特性}) + (\text{入力特性}) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9')$$

もし、パラメーター α が地震波の入力特性である各要因を十分反映していれば、 α により正規化された建造物の応答 S_α は構造動特性の要因のみで定まる関数となる。また、このパラメーター α は地震動の強さを示すパラメーターともいえる。

なお、地震動の複雑な特性を十分把握できない現状では理想的なパラメーターを見出すことは困難であり、正規化された応答 S_α は、構造動特性のみの関数ではなく、入力特性をも含んだかなり大きなばらつきをもつ量である。

したがって、ある程度適切なパラメーター α を選択し、かつ、 S_α のばらつきをも考慮すれば、 p はかなり正確に算定できる。

さて、式 (9) を用いれば、1 回の地震で $S > S^*$ となる確率 p は、 α と S_α の同時確率密度関数 $P_{\alpha, S_\alpha}(\alpha, S_\alpha)$ により、次式で与えられる。

$$p = \iint_{\alpha S_\alpha > S^*} P_{\alpha, S_\alpha}(\alpha, S_\alpha) dS_\alpha d\alpha \dots\dots\dots (10)$$

さらに、式 (10) において、 α と S_α が独立ならば、 p は、地震動強さを示すパラメーター α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ および正規化された建造物の応答 S_α の確率密度関数 $P_{S_\alpha}(S_\alpha)$ により、次式で与えられる。

$$p = \iint_{\alpha S_\alpha > S^*} P_\alpha(\alpha) P_{S_\alpha}(S_\alpha) dS_\alpha d\alpha \dots\dots\dots (11)$$

ところで構造系が線形 1 自由度系の場合には、星谷らにより、数種のパラメーターが検討されている^{5), 6), 9)}。パラメーター α の評価は、① 物理的な意味づけ、② α と S_α の相関性および ③ S_α のばらつき具合の 3 点よりなされている。検討の結果は、以下に示す 3 つのパラ

メーターの中では、自乗平方根強度 I が比較的良好な評価を受けており、本研究においても I をパラメーターとして採用する。

絶対最大加速度 $|\ddot{Y}|_{\max}$

$$\text{自乗平方根平均強度 } I_{\text{rms}} = \left[\int_0^{T_a} \{\ddot{y}(t)\}^2 dt / T_a \right]^{1/2}$$

$$\text{自乗平方根強度 } I = \left[\int_0^{T_a} \{\ddot{y}(t)\}^2 dt \right]^{1/2}$$

ここで、 T_a は地震波の全継続時間、 $\ddot{y}(t)$ は時間 t の地震加速度値を示す。

なお、図-1 に α と S_a の独立性を示す α と S_a の相関係数を示す⁵⁾。図-1 より、固有周期 $T_0=0.1\sim 10.0$ sec の広い範囲にわたって相関係数は、上記のいずれのパラメーターに対しても 0.42 以下である。このことから、 α と S_a は独立であるとして取り扱えよう。

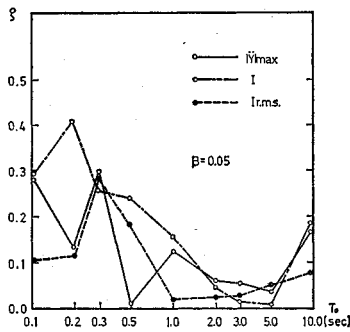


図-1 地震動強さパラメーター (α) と正規化応答スペクトル (S_a) の相関 ($\beta=0.05$)

以上まとめれば、構造系が線形1自由度系の場合には、 p は式(11)より、地震動強さを示すパラメーター α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ と α により正規化された構造物応答 S_a の確率密度関数 $P_{S_a}(S_a)$ によって算出される。

なお、構造系が非線形1自由度系の場合には、地震動強さ α と構造物の応答 S とは固有の特性が考えられることから、 α と S_a が独立であるとは一般に仮定できない。 p の算定には式(11)は使用できず、式(10)により算定しなければならない。なお、非線形性が小さい場合には式(11)の使用が可能であろう。

構造物の固有周期 T_0 に不確実性がある場合には、 p は T_0 の確率密度関数 $P_{T_0}(T_0)$ を用いて

$$p = \int_0^\infty \int_{S_a > S^*} P_\alpha(\alpha) P_{S_a}(S_a) \{S_a(T_0)\} \cdot P_{T_0}(T_0) d\alpha dS_a(T_0) dT_0 \dots \dots \dots (12)$$

により求まる。

b) 線形多自由度系

次に、構造物を線形多自由度系にモデル化した場合について検討しよう。

1 期間中における地震の生起確率 p' は 1 自由度系の場合とかわりない。次に、1 回の地震動で構造物応答が基準値を越える確率 p について定式化する前に、線形多自由度系モデルの破壊について考えてみよう。

線形多自由度系の場合には、地震による構造物の破壊は、各部材の変形なり応力がある破壊を示す基準値を越えた場合に生起すると定義できる¹⁰⁾。

なお、この定義では不静的構造物においては構造物の一部分に損傷を生ずる確率という意味しかない。しかし、この値は安全側の値であり、解析にも使うことのできる 1 つの有益な指標とはなりうる。

いま、上記の定義を参考として、1 回の地震での構造物応答の非超過確率 p を、各部材の応答のいずれかが基準値を越える確率として式(13)により定義しよう。

$$p = p \left(\bigcup_{i=1}^n u_i > u_{0i} \right) = p \left(\bigcup_{i=1}^n E_i \right) \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 E_i は $u_i > u_{0i}$ なる事象を示し、 u_i は部材 i の応答、 u_{0i} は i 部材の破壊を示す基準値である。 $\bigcup_{i=1}^n$ は部材 1~ n までの和集合を示す。

式(13)は全事象の定理を用いれば¹¹⁾、

$$p = \sum p(E_i) - \sum p(E_i \cap E_j) + \sum p(E_i \cap E_j \cap E_k) - \dots + (-1)^{n-1} p(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n) \dots (14)$$

となる。さらに、各部材の応答 u_i は線形1自由度系の場合と同様に、

$$E_i = (u_i > u_{0i}) = (\alpha u_{ai} > u_{0i}) \dots \dots \dots (15)$$

と表わせよう。ここで、 $u_{ai} = u_i / \alpha$ であり、 u_{ai} は単位の地震動強さ $\alpha=1$ に対する部材の応答である。

式(14)の計算には、 $\alpha, u_{a1}, \dots, u_{an}$ の同時確率密度関数が推定できればよい。

さらに、線形1自由度系の場合と同様に、地震動強さ α と α で正規化された各部材の応答は独立として、

$$P_\alpha, u_{a1}, u_{a2}, \dots, u_{an}(\alpha, u_{a1}, u_{a2}, \dots, u_{an}) = P_\alpha(\alpha) P_{u_{a1}, u_{a2}, \dots, u_{an}}(u_{a1}, u_{a2}, \dots, u_{an}) \dots \dots \dots (16)$$

となる。ここで、 α で正規化された各部材の応答 u_{ai} の同時確率密度関数の推定にあたっては詳細な検討を要するが、その1次近似としては n 次元の同時正規確率密度関数を用いることができよう。また、一般に同時確率密度関数を規定する最も重要なパラメーターは u_{ai} の平均値、分散および u_{ai}, u_{aj} の相関係数である。以下、 u_{ai} の平均値、分散および u_{ai}, u_{aj} の相関係数の算出法について検討する。

ここで、 u_{ai} は R.M.S. 法を用いて

$$u_{ai} = \left\{ \sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 \beta_j^2 r_j^2 \right\}^{1/2} \quad i=1, \dots, n \dots \dots \dots (17)$$

と表わす。ここで、 β_j はモーダルアナリシスによる j 次の刺激係数、また r_j は単位の地震動強さ $\alpha=1$ に対

する j 次の固有周期・減衰定数を有する 1 自由度系の最大相対変位応答を示す。また、 $\{\phi_j\}$ は j 次モードにおける質点間の変形あるいは応力を示すモードベクトルであり ϕ_{ij} は j 次モード中の i 部材を示す。なお、例として構造系を純せん断形とすれば、 $\{\phi_j\}$ は通常の固有モード $\{\psi_j\}$ を用いれば、変形で話をするときには層間変位で式 (18) により、また、力で話をするときには式 (19) で表わされる。

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & \\ & 1 & -1 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{Bmatrix}_j \dots\dots\dots (18)$$

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & & \\ & k_2 & -k_2 & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{Bmatrix}_j \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 k_1, \dots, k_n はモデルの上から番号をふったときの部材 i のばね剛性である。

ϕ_j として質点間の変形あるいは応力を示すモードベクトルを用いることにより、各モードにおける各質点の位相関係のみは考慮できる。

さて、式 (17) の $r_j (j=1, \dots, n)$ すなわち、単位の地震動強さ $\alpha=1$ に対する j 次の固有周期と減衰定数による 1 自由度系の最大変位応答は確率変数である。ここで、 $u_i, u_j (i \neq j)$ は R.M.S. 法では独立として扱ってよいであろう。式 (17) は u_{ai} に対して非線形な方程式であるので、 u_{ai} の平均値 μ_i 、分散 σ_i^2 あるいは u_{ai}, u_{aj} の相関係数 ρ_{ij} を求めることは容易でない。

そのため、式 (17) の u_{ai} をテーラー展開し、 u_{ai} を $r_j (j=1, \dots, n)$ の線形方程式として近似する¹²⁾。

$$\begin{aligned} u_{ai} &= \left(\sum_j \phi_{ij}^2 \beta_j^2 r_j^2 \right)^{1/2} \\ &\cong \left\{ \sum_j \phi_{ij}^2 \beta_j^2 (r_j^*)^2 \right\}^{1/2} \\ &\quad + [1 / \{ \sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 \beta_j^2 (r_j^*)^2 \}]^{1/2} \\ &\quad \times [\sum_{i=1}^n (\tau_i - \tau_i^*) \phi_{ii}^2 \beta_i^2 (\tau_i^*)] \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここで、 r_j^* は r_j の平均値である。

したがって、 u_{ai} の平均値 μ_i および分散 σ_i^2 は、

$$\text{平均値} : \mu_i \cong \left\{ \sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 \beta_j^2 (r_j^*)^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (21)$$

$$\text{分散} : \sigma_i^2 \cong \sum_{i=1}^n \sigma_{r_i}^2 \{ \phi_{ii}^2 \beta_i^2 (\tau_i^*)^2 \} / \sum_{j=1}^n \phi_{ij}^2 \beta_j^2 (r_j^*)^2 \dots\dots\dots (22)$$

となる。ここで、 $\sigma_{r_j}^2$ は r_j の分散である。

$$\begin{aligned} u_{ai} u_{aj} \text{ の期待値} : E[u_{ai} u_{aj}] \text{ は、} \\ E[u_{ai} u_{aj}] &= \left\{ \sum_j \phi_{ij}^2 \beta_j^2 (\tau_j^*)^2 \right\}^{1/2} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_k \phi_{jk}^2 \beta_k^2 (\tau_k^*)^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\text{相関係数} : \rho_{ij} = E[u_{ai} u_{aj}] / \sigma_i \sigma_j \dots\dots\dots (24)$$

となる。

以上、まとめれば、線形多自由度系の場合には、1 回の地震で構造物が破壊する確率 p は以下のようにして求められる。

まず、 u_{ai} の平均値 μ_i 、分散 σ_i^2 および $u_{ai} u_{aj}$ の相関係数 ρ_{ij} を式 (21)~(24) より算出し、 $u_{ai} (i=1, \dots, n)$ の同時確率密度関数 $Pu_{a1}, u_{a2}, \dots, u_{an} (u_{a1}, \dots, u_{an})$ を規定する。次に、式 (16) により、その同時確率密度関数と地震動強さ α の確率密度関数を用いて、式 (14) の各項の確率を数値積分により算出し、各項を合計すれば p が求められる。

いったん、 p が求めれば 1 自由度系と同様にして、1 期間中に地震の起こる確率 p' との組み合わせにより使用期間中の構造物の非超過確率 P_s が求まる。

なお、多自由度系の場合には、解析がかなり煩雑なものとなる。しかし、構造物の部材すべてを解析に取り入れる必要はなく、地震時に最も早く破壊するであろう主要部材をうまく選択すれば、ごく低次の同時確率密度関数を取り扱えばよいことになる。さらに、R.M.S. 法において低次のモード合成により部材の応答を示すことができれば、解析の労力は大幅に削減できる。

3. 解析例

2. で示した解析方法の実用性を検討するために、構造系を線形 1 自由度系として非超過確率を解析する。

構造物の建設地点は以下のように仮定する。

東京、緯度 35.68°、経度 139.75°

(地盤 沖積層)

解析では、構造物の動特性 (固有周期)、強度および使用年数を変数とする。構造物の応答および強度は絶対最大加速度値により評価する。

本研究では、上記の検討のほかに、構造物の固有周期がばらつきを有する場合についても検討する。

その固有周期 T_0 は、 $T_0 = N(0.3, 0.06^2)$ すなわち、平均値 0.3 sec、標準偏差 0.06 の正規確率分布に従う確率変数というケースを取り上げた。

4. 使用地震データ

構造物の信頼性オーダー推定のためには、以下に示す 2 種類のデータが必要である。その 1 つは、構造物の建設地点において、歴史的にみて過去にどのような地震が起きているかというデータすなわち、地震の生起過程のデータである。もう 1 つは、構造物の建設地点における地域特性、地盤特性などにより限定される地震動のデジタル波形のデータである。

ここで、入力特性を限定した理由は地震動の波形は地

域あるいは地盤などにより大きく左右されるものであり、データを十分に選択、吟味して用いねば、解析はあまり意味のないものになってしまうためである。

理科年表などを用いれば、過去の地震のマグニチュードおよび震源などの情報はたやすく得られる。

上記の2種類のデータより、解析に必要な、1期間中の地震の生起確率 p' 、 α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ および S_α の確率密度関数 $P_{S_\alpha}(S_\alpha)$ は以下のようにして推定される。

p' は地震の生起過程のデータより、1期間に生起する地震の回数の期待値 ($p' < 1.0$) として与えられる。

S_α は式 (9) に示されるように構造物の応答 S とパラメーター α より求まる。したがって、地震動のデジタル波形のデータより、直接、 S と α を求めることにより S_α のデータが用意される。このデータより $P_{S_\alpha}(S_\alpha)$ は推定される。

また、 $P_\alpha(\alpha)$ の推定には上記2種類のデータが両方用いられる。すなわち、地震動のデジタル波形のデータの情報から、 α に対するマグニチュード M および震央距離 d からの帰帰式を求める。次に、地震の生起過程のデータのマグニチュードおよび震源より、建設地点における過去の地震のマグニチュード M と震央距離 d のデータを作る。初めに求めた α に対するマグニチュード M と震央距離 d の帰帰式にこのデータを適用すれ

ば、 α のデータを得る。この α のデータより $P_\alpha(\alpha)$ が推定される。

(1) 地震動のデジタル波形記録

上述したように、地震動のデジタル波形のデータは構造物の建設地点における地域特性、地盤特性などにより限定された入力特性を持つ必要がある。

本研究では、以下の選択基準¹³⁾により、建設省土木研究所で公表された地震資料¹⁴⁾の中から、28成分を選んだものである。内訳は表-1に示す。

- (1) 観測点の表層地盤を沖積層とする。
- (2) マグニチュードおよび震央距離があまりかたよっていないこと。

(1) は解析例において構造物の建設地点を東京と設定したことにより、地震動波形に対する表層地盤の影響を除くためである。なお、データから地域性をも除くために、観測点をも東京と限定したかったが、データの不足から選択基準とはしなかった。

(2) は特定のマグニチュードあるいは震央距離のかたよりによる影響をさけるためである。使用地震データのマグニチュード・震央距離の分布を図-2に示す。

図-2から、マグニチュード6~8では、震央距離0~350 kmと広範囲にほぼ均等に分布している。また、マグニチュード4~6の小規模な地震もデータに含まれ

表-1 地震動波形データ

No.	地震名	観測点	年月日	方向成分	マグニチュード	震央距離 (km)	自乗平方根強 度 (galsec ^{1/2})	地 盤
1	越前沖地震	厄ヶ崎-高架橋	1963. 3.27	T_r	6.9	121.0	34.089	沖積層シルト
2		佐 賀-有明海	1966.11.12	$N 40^\circ E$	5.5	11.0	80.149	沖積層軟弱粘土
3		"	"	$N 50^\circ W$	5.5	11.0	67.233	"
4	日向灘地震	板 島 橋	1968. 4. 1	L_q	7.5	101.0	193.294	粘質シルト
5		"	"	T_r	7.5	101.0	243.508	"
6	十勝沖地震	新 石 狩 大 橋	1968. 5.16	$N-S$	7.9	322.0	372.191	沖積層砂質シルト
7		"	"	$E-W$	7.9	322.0	310.460	"
8		"	"	$N-S$	7.5	223.0	163.219	"
9		"	"	$E-W$	7.5	223.0	207.442	"
10	埼玉県中部	平 井 大 橋	1968. 7. 1	L_q	6.1	89.0	54.565	砂質シルト
11		"	"	T_r	6.1	89.0	52.684	"
12	北美濃地震	豊 田-吉田大橋	1961. 8.16	T_r	7.0	135.0	13.146	沖積層砂質
13		"	"	L_q	7.0	135.0	14.512	"
14	埼玉県中部	新 葛 飾 橋	1968. 7. 1	L_q	6.1	47.0	36.174	沖積層、砂質土層
15		"	"	T_r	6.1	47.0	43.768	"
16		東京湾環状-富津岬	"	$N-S$	6.1	80.0	27.884	砂
17	静岡市付近	浜 松-新天竜川橋	1965. 4.20	T_r	6.1	46.0	37.934	沖積層、シルト混り砂礫層
18		"	"	L_q	6.1	46.0	73.631	"
19	金華山沖	石 巻-開北橋	1967. 1.17	T_r	6.3	151.0	17.783	沖積層、砂利層
20	松代群発地震	落 合 橋	1966. 7.10	L_q	4.7	10.0	65.659	沖積層、砂礫
21		"	1966.10.23	L_q	4.7	10.0	34.419	"
22		"	1966.10.26	L_q	5.3	10.0	38.065	"
23		"	1967. 1.16	L_q	5.2	10.0	19.743	"
24	十勝沖地震	千 代 田 橋	1968. 5.16	L_q	7.5	172.0	60.530	沖積層、砂混り砂礫
25		"	"	T_r	7.5	172.0	53.312	"
26		幌 満 橋	"	L_q	7.9	157.0	61.022	沖積層、砂礫
27		"	"	T_r	7.9	157.0	59.459	"
28		"	"	T_r	7.5	74.0	76.932	"

ている。図-2 から、使用地震データは (2) の基準をほぼ満足しているといえよう。なお、使用地震データの地震動強さを示すパラメーター α すなわち自乗平方根強度 I を図-3 に示す。図-3 から α は 0~400 gal sec^{1/2} の広範囲に分布しており、地震データの選択がおおむね適切であったことがわかる。

建設地点におけるパラメーター α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ を推定するために、表-1 のデータより、自乗平方根強度 I をマグニチュードおよび M 震央距離 Δ km から、次の回帰式より推定する。

$$I = e^{0.403 + 0.811M - \Delta} - 0.393 \dots\dots\dots(25)$$

また、パラメーター α により正規化された絶対最大加速度応答スペクトル S_α の平均値 μ_{S_α} および標準偏差

σ_{S_α} を図-4 に示す。 S_α の確率密度関数 $P_{S_\alpha}(S_\alpha)$ に対する第1次近似として、図-4 の平均値および標準偏差の正規確率密度関数を解析に用いる。

$$P_{S_\alpha}(S_\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{S_\alpha}} e^{-\frac{(S_\alpha - \mu_{S_\alpha})^2}{\sigma_{S_\alpha}^2}} \dots\dots\dots(26)$$

(2) 地震の生起過程のデータ

有史以来の資料から、東京で震度V以上と思われる地震 46 を選びだした¹⁵⁾。内訳を表-2 に示す。

表-2 より、1 期間中の地震動の生起確率 p' および式 (25) を用い、建設地点におけるパラメーター α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ を決定する。ただし、1 期間中の

表-2 東京で震度 V 以上の地震

理科年表番号	年月日	緯度	経度	マグニチュード	震度(東京)
29	818	35.2	139.3	7.9	VII
42	878. 6. 1	35.3	139.3	7.4	VI
61	1096.12.17	34.2	137.3	8.4	V
76	1241. 5.22	35.1	139.4	7.0	V
81	1257.10. 9	35.2	140.9	7.0	V
84	1293. 5.27			7.1	V
110	1433.11. 7	34.9	139.5	7.1	V
130	1498. 9.20	34.1	138.2	8.6	V
143	1525. 9.20				V
162	1592.10.18			6.7	V
172	1605. 1.31	34.3	140.4	7.9	V
176	1615. 6.26	35.7	139.7	6.4	VI
180	1628. 8.10			6.1	V
181	1630. 8. 2			6.7	V
182	1633. 3. 1	35.2	139.2	7.1	V
184	1635. 3.12			6.1	V
190	1643.12. 6			6.2	V
194	1647. 6.16			6.4	V
195	1648. 6.12	35.1	139.3	7.1	V
197	1649. 7.30	36.1	139.7	7.1	VI
198	1649. 9. 1	35.5	139.6	6.4	V
235	1683. 6.18	36.8	139.7	7.3	V
247	1697.11.25	35.8	139.5	6.9	VI
251	1703.12.31	34.7	139.8	8.2	VI
	1706.10.21				V
254	1707.10.28	33.2	135.9	8.4	V
284	1746. 5.14			6.9	V
308	1782. 8.23	35.2	139.2	7.3	V
310	1784. 8.29			6.1	V
326	1812.12. 7	35.4	139.6	6.6	V
363	1854.12.23	34.1	137.8	8.4	V
367	1855.11.11	35.8	139.8	6.9	VII
369	1856.11. 4				V
387	1880. 2.22			5.9	V
	1884.10.15				V
	1889. 2.18	35°25'	139°40'	6.2	V
	1892. 6. 3	35.9	140.5	6.7	V
400	1894. 6.20	35.7	139.9	7.5	VI
401	1894.10. 7	36.	139.	7.5	V
402	1895. 1.18	35.9	140.4	7.3	V
	1906. 2.24	35°30'	139°50'	7.7	V
449	1922. 4.26	35.7	139.7	6.9	V
453	1923. 9. 1	35.2	139.3	7.9	VI
454	1924. 1.15	35.5	139.2	6.9	V
	1931. 6.17	35.8	139.3	6.3	V
	1931. 9.21	36.1	139.2	7.0	V

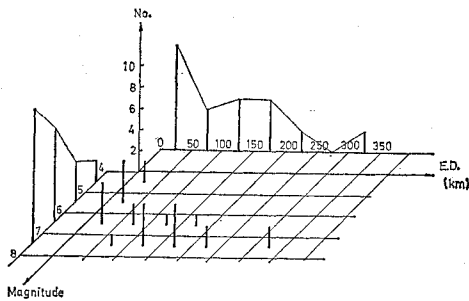


図-2 地震動波形データのマグニチュードおよび震央距離の分布

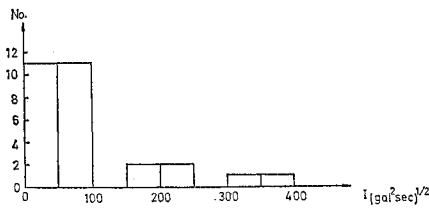


図-3 地震動波形データの自乗平方根強度 (I) の分布

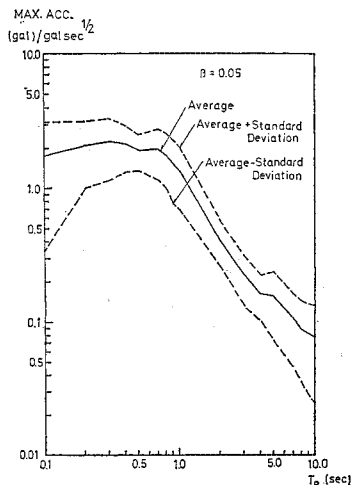


図-4 正規化応答スペクトル (I=1.0 gal sec^{1/2})

地震動の生起確率 p' は 1592 年以後のもののみから推定する。これは、1603 年が江戸開府の年であり、これ以後の江戸で震度 V 以上の記載漏れはないと思われ、それ以前の地震とは同列に論じられないためである。実際、1592 年以後の 360 年間に 37 の地震が数えられるのに反し、それ以前の約 800 年間には 9 個の地震しか記載されていない。

1592 年～1931 年の間には 37 個の地震が生起しており、1 期間、本研究では 2 年間に地震の生起する確率 p' は 0.092 と推定される。

また、式 (25) および、表-2 の中でマグニチュード、震源のはっきりしている 32 のデータより推定したパラメーター $\alpha=I$ の確率密度関数 $P_I(I)$ は次式で与えられる²⁾ (図-5 参照)。

$$P_I(I) = \frac{1}{k} e^{-I/k} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$k = 121.0$$

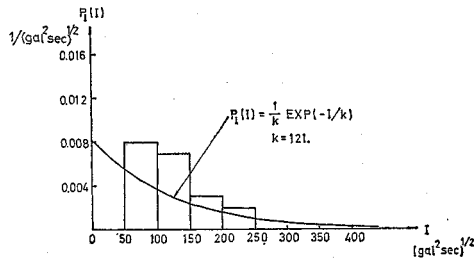


図-5 地震動強さ (I) の確率密度関数 $P_I(I)$

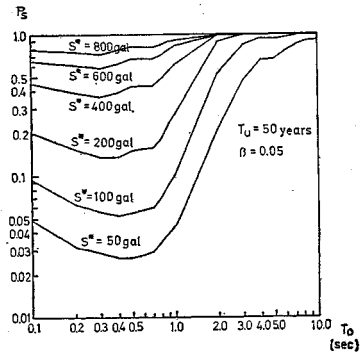
5. 解析結果および考察

図-6 は線形 1 自由度系の固有周期 T_0 に対して、構造物の強度 S^* を変数として、構造物応答の非超過確率 P_s を示したものである。構造物の減衰定数 β は 0.05 である。また、図-6 (a) および (b) はそれぞれ構造物の使用年数 T_u を 50 年および 75 年にしたものである。

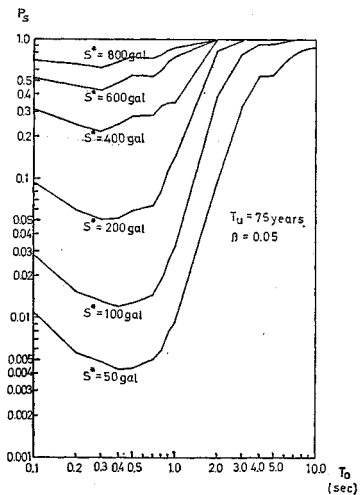
図-6 (a) からは、以下のことが考察できる。

(1) 構造物の強度 S^* を定数としたとき、構造物の非超過確率 P_s は、固有周期 $T_0=0.1\sim 1.0$ sec では下側に凸、固有周期 $T_0=2.0\sim 10.0$ sec では上側に凸である。

(2) 通常的设计震度 0.2 すなわち、 $S^*=200$ gal の構造物の非超過確率 P_s は固有周期 $T_0=0.1\sim 0.7$ sec では 0.15~0.20 ときわめて低い。これに対して、固有周期 $T_0=2.0$ sec 以上では 0.85 以上であり、前者に比較するとはるかに非超過確率は大きい。なお、この点についてはすでに片山により検討されている。その結果とは後で比較検討しよう。



(a) 使用年数 $T_u=50$ 年, 減衰定数 $\beta=0.05$



(b) 使用年数 $T_u=75$ 年, 減衰定数 $\beta=0.05$

図-6 SDF 系の非超過確率

(3) 設計震度 0.2 で設計された短周期 (固有周期 $T_0=0.1\sim 0.7$ sec) の構造物は、実際の強震時には非線形応答をし、エネルギーを大幅に吸収する。このことから、実際の構造物の強度 S^* は 200 gal よりもはるかに大きい。Newmark は完全弾塑性復元力をもつ 1 質点系が地震動をうけた場合、弾塑性応答と弾性応答との関係が図-7 のように力～変形曲線の下側の面積 (エネルギー) が同じになるという考え方を示している^{17), 18)}。さらに、この結果は多種の地震、1 質点系に応じた弾塑性応答の結果の上限に近いもので安全側の値である。

たとえば、鉄筋コンクリート造の構造物などは靱性率が 5~6 となっても破壊しない。このとき等面積の線形復元力 Q_{rd} と降伏復元力 Q_{ru} の比は 3.5 程度となる。このことから、設計震度 0.2 の力 (0.2 W: W=構造物の重さ) により構造物が多小、塑性領域に入るとしても実際の耐力にはまだかなりの余裕があることが予想される。

この点を考慮して、いま構造物の強度 S^* を 400 gal, 600 gal あるいは 800 gal とした場合、構造物の非超過

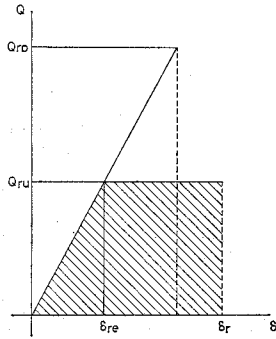


図-7 弾塑性構造物の復元力特性とその線形化

確率 P_s はそれぞれ、0.35~0.45, 0.6~0.7 および 0.75~0.85 となる。構造物の強度 S^* を 800 gal としても非超過確率は期待するほど大きくないことがわかる。

(4) 一方、長周期(固有周期 $T_0=2.0$ sec 以上)の構造物に対しては、修正震度法では設計震度の低減ができる。この点を考慮して、構造物の強度 S^* を 50 gal および 100 gal としても構造物の非超過確率 P_s はそれぞれ 0.2 および 0.5 以上となっている。

(5) 長周期(固有周期 $T_0=2.0$ sec 以上)の構造物と短周期(固有周期 $T_0=0.1\sim 0.7$ sec)の構造物の非超過確率を比較すれば、強度 $S^*=100$ gal の長周期構造物の非超過確率と強度 $S^*=600$ gal の短周期構造物の非超過確率がほぼ等しいことがわかる。

図-6(b) すなわち、構造物の使用年数 $T_u=75$ 年の構造物の非超過確率は、使用年数が長くなることにより、使用年数 $T_u=50$ 年と比較して小さくなる。また、そのほかの傾向は使用年数 $T_u=50$ 年とほぼ等しい。

なお、本研究では構造系を線形1自由度系としたことにより構造物の応答 S は加速度応答スペクトルとなる。片山は、加速度応答倍率スペクトルとある地点について推定される地震動最大加速度の分布と組み合わせることにより、超過確率をパラメーターとした絶対加速度応答スペクトルを作成している¹¹⁾。この結果は、本例題と基本的には一致するものである。図-8(a) に東京における将来 75 年間の超過確率つき加速度応答スペクトルを示す。また、図-8(b) には、図-6(b) と直接、比較検討できるものを図-8(a) の表示方法を変更して示してみた。

図-8(b) より、以下のことが考察できよう。① 構造物の非超過確率のオーダーは、両者においてほぼ一致しており、その傾向も同じである。② さらに、構造物の強度 $S^*=400\sim 800$ gal における固有周期 $T_0=0.4\sim 1.0$ sec の非超過確率はほぼ等しい。③ なお、構造物の強度 600~800 gal における固有周期 $T_0=0.2\sim 0.3$ sec の非超過確率あるいは $S^*=100$ gal, 固有周期 $T_0=1.0$ sec の非超過確率には、両者にかなりの差がある。これ

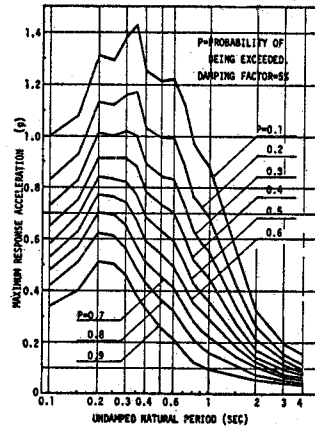


図-8(a) 将来 75 年間の東京に対する超過確率つき加速度応答スペクトル (減衰定数=0.05, 片山による)

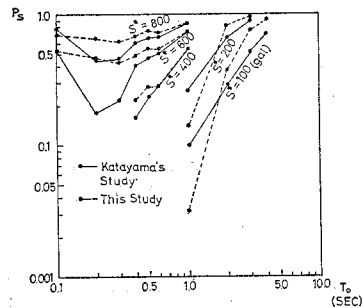


図-8(b) SDF 系の非超過確率 (使用年数 75 年, 東京)

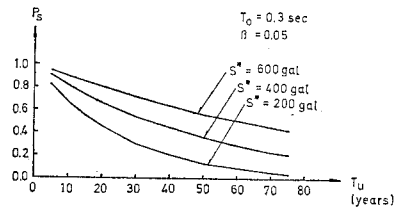


図-9 SDF 系の非超過確率 (固有周期 $T_0=0.3$ sec, 減衰定数 $\beta=0.05$)

は、解析において使用したデータの違い、あるいは、採用した確率密度関数の相違によるものと思われる。

図-9 は構造物の使用年数 T_u に対して、構造物の強度を変数として、構造物の非超過確率 P_s を示したものである。ここで、線形1自由度系の動特性は固有周期 $T_0=0.3$ sec, 減衰定数 $\beta=0.05$ の確定値である。

図-9 からは以下のことが考察できる。

- (1) 構造物の非超過確率 P_s は、使用年数 T_u の増加につれて指数関数的に減少する。
- (2) しかし、構造物の非超過確率 P_s は、構造物の強度 S^* が大きくなれば、ほぼ直線的に減少する。
- (3) 構造物の非超過確率 P_s は、使用年数 $T_u=10$ 年以下のときは、構造物の強度 S^* にかかわらず、あま

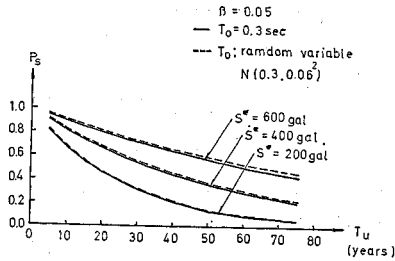


図-10 SDF系の非超過確率 (固有周期 $T_0=0.3$ sec, 減衰定数 $\beta=0.05$)

り差がない。

また、構造物の非超過確率 P_s は、構造物の強度 S^* = 200~600 gal においては、使用年数 $T_u=30\sim50$ 年において最も差がひろく。

図-10は、構造物の動特性(固有周期 T_0)がばらつきを有する場合の非超過確率を検討したものである。図-10の実線は、線形1自由度系の固有周期 $T_0=0.3$ sec, 減衰定数 $\beta=0.05$, の結果である。破線は、固有周期 T_0 にばらつきを与えた。すなわち、平均値 0.3 sec, 標準偏差 0.06 sec の正規確率分布に従う確率変数とした場合の結果である。

図-10から、固有周期 T_0 を確定値とした場合と確率変数とした場合の構造物の非超過確率の差が、構造物の強度 S^* が大きくなるほど、大きくなるのがわかる。しかし、その誤差は、いずれの場合にも最高5%程度である。

6. ま と め

本研究は、現在使用できうるデータにより、地震外力に対し、強度 S^* によって設計された構造物の使用年数 T_u 中の非超過確率を検討したものである。非超過確率の定式化には、構造物応答の計算に動的解析法を用い、非超過確率の評価自体には静的な信頼性解析法を用いている(式(7)参照)。

以下、本研究の結論を示す。

(1) 構造系モデルとし、線形1自由度系のほかに、非線形1自由度系および線形多自由度系について定式化を行った。線形多自由度系の応答は R.M.S. 法により求めた。

(2) 本方法の実用性を示すために、最も基本的な例題として、線形1自由度系の非超過確率を求めた。構造系の強度 S^* は絶対最大加速度値とした。例題では建設地点を東京(沖積層地盤)としデータを選択使用した。その際、定式化の誘導で必要とした仮定、式(9)を満足する地震動強さを示すパラメーターとして検討の結果として自乗平方根強度 I を用いた。

(3) 解析の結果は図-6に示される。減衰定数は $\beta=0.05$ である。

① 図-6からは、構造物の強度 S^* を一定とすれば、短周期構造物 ($T_0=0.1\sim0.7$ sec) の非超過確率が長周期構造物 ($T_0>2.0$ sec) の非超過確率と比べかなり小さいことがわかる。

② さらに、設計震度0.2で設計される短周期構造物の強度 S^* は強震時の非線形復元力特性を考慮に入れれば、 $S^*=200$ gal の数倍にはなろう。この点を考慮し、 S^* を仮に 800 gal としても非超過確率 P_s は 0.8 程度にしかならない。

(4) また、図-9には固有周期 $T_0=0.3$ sec, 減衰定数 $h=0.05$ の1自由度系の非超過確率 P_s の使用年数 T_u に対する変化を示す。図-9からは P_s の変化が指数関数的であること、使用年数が10年以内では差が小さいことがわかる。

(5) 図-10には、図-9の例に固有周期に不確定性を考慮し計算した。変動係数を0.2としたが、差は5%以内である。

なお、線形1自由度系の非超過確率から、本研究の本来の目的である地震外力に対する構造物の信頼性を評価することは無理がある。しかし、さらに以下のことを検討することにより、本方法の定式化はより信頼性評価への適切な指標を与えよう。

1) 構造物のモデル化: 構造物のモデルとして非線形モデルを用いること。

2) 構造物の破壊基準の問題: 本研究の例題では構造物の強度を1自由度系の絶対最大加速度応答で評価した。さらに構造物の破壊基準となる適切なパラメーターはないであろうか。上記、非線形モデルの場合には脆性率を、あるいはエネルギー量をパラメーターとして使用できないであろうか。

参 考 文 献

- 1) Cornell: Engineering Seismic Risk Analysis., Bulletin of Seismological Society of America, Vol. 58, No. 5, Oct., 1968.
- 2) 岡本: 耐震工学, p. 126~128, オーム社, 1970.
- 3) Borgman, L.E.: Risk Criteria., ASCE., Vol. 89, No. WW 3, August, pp. 1~35, 1963.
- 4) 後藤・亀田: 地震時における最大地動の確率論的研究, 土木学会論文報告集, 第159号, 1968年11月.
- 5) 星谷・石井: 非正常周波数特性を有する最悪人工地震波, 土木学会論文報告集, 第242号, 1975年10月.
- 6) 石井: 地震外力に対する構造物の信頼性オーダー解析, 第3回土木学会関東支部年次研究発表会, I-18, 1976.1.
- 7) 石井: 地震外力に対する構造物の信頼性オーダー解析, 地震, 第2輯, 第28巻, 第4号, pp. 483~486, 1975.
- 8) 星谷・矢作・柴田・草野: 平均応答スペクトル作成に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第232号, pp. 14~24, 1974.12.
- 9) Hoshiya, M., Kusano, N. and Ishii, K.: Basic Study

- on Dynamic Characteristics of Earthquake., the 5th European Conference of Earthquake Engineering, Sept. 22-25, Ankara-Turkey, 1975.
- 10) 土木学会編：構造物の安全性・信頼性，1976.11.
 - 11) 星谷：確率論手法による構造解析，鹿島出版，1974.
 - 12) Bowker, A.H. and Lieberman, G.J. : Engineering Statistics., Prentice-Hall Maruzen, 1961.
 - 13) 石井：応答スペクトルの形状に関する一考察，地震，第2輯，第28巻，第2号，pp. 367~370, 1975.
 - 14) 建設省土木研究所資料，No. 317, 1968.3, No. 175, 1970.9.
 - 15) 宇佐見・久本：東京が震度V以上の地震に襲われる確率，地震研究所彙報，Vol. 48, pp. 331~340, 1970.
 - 16) Katayama, T. : Probabilistic Assessment of Maximum Response Acceleration., 5 WCEE, pp. 2864~2867, Rome, 1974.
 - 17) Veletsos, A.S. and Newmark, N.M. : Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions., Proc. of 2nd WCEE, Vol. II, July, 1960.
 - 18) 日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性 (1976), 日本建築学会, 1977.

(1977.1.18・受付)