

## 粘着性流路の侵食と横断形状に関する研究\*

### EROSION AND CROSS SECTION ON THE COHESIVE STREAM BED

澤井 健 二\*\*・芦田 和 男\*\*\*

By Kenji SAWAI and Kazuo ASHIDA

#### 1. 結 言

地表面を構成する土砂には、いくらかの粘着性物質が含まれており、非粘着性の砂れきのみから成る流路床とは、非常に異なった侵食特性をもつことが少なくない。たとえば流路横断面や縦断面をみた場合、砂れき床においては、河床材料のもつ安息角がその断面形状に対するひとつの制約条件となるが、粘着性流路床においてはそのような制約はなく、随所にオーバーハングさえ見られる。このため、粘着性流路床では、流路位置がある程度固定すると、その部分が集中的に侵食を受け、深い溝を形成することになる。裸地斜面においてしばしば見られるリル (rill) は、このようなものである。

粘着性流路床における侵食現象のもうひとつの特徴は、土砂がはく離しにくいために、流路長が短ければ、水流のもつ輸送能力に達するだけの土砂が、供給されないことである。このため、多くの場合、流水のもつエネルギーが侵食力となって働き、それにつり合う土砂の堆積がないため、流路は各部で侵食される。

ところで、そのような粘着性流路床の侵食は、砂れき床の侵食に比べて研究が立ち遅れており、侵食限界や流出土砂量の推定にあたっては、限定された条件下での経験的な情報が取り入れられているに過ぎないようである。1968年のASCEの報告<sup>1)</sup>に、それまでの研究の動向や、問題点がいくつか指摘されているが、それらは大別すると、粘性土の侵食抵抗、侵食量、安定流路の設計などになる。

しかしながら、裸地斜面からの流出土砂量を予測するような問題では、斜面における流路の配列そのものが未

\* この研究は、一部文献<sup>12)</sup>に発表しているが、本論文はその前後にわたる研究成果を加えて、取りまとめたものである。

\*\* 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

\*\*\* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

知であり、リルの発生機構を明らかにしていくことが必要であろう。また、侵食に関与する種々の水理量を算定する上で、流路の横断面形状、とりわけ流路幅について適切な情報を得ることが必要である。

本研究はそのような観点から、リルの発生を含めた流路横断面の変形過程を中心に、理論的ならびに実験的な考察を行うものであるが、まず、その基礎となる粘着性流路の侵食機構について触れることにする。

#### 2. 粘着性流路の侵食機構

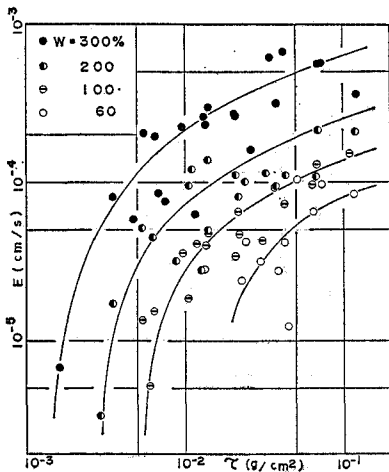
本研究でいう粘着性流路とは、土質力学的分類でいう粘土土に限らず、砂質土であっても、いくぶんかの粘土分のために、1. 緒言に述べたような侵食特性をもつ材料からなる流路のことである。このような材料の侵食特性は、それを構成する粘土の種類や配合状態によって非常に異なり、一般的に記述することは困難であるが、田中<sup>2)</sup>は、その侵食形態を「あばた状侵食」・「しわ状侵食」などに分類している。

ところで、そのような砂れきと粘土の混合物から成る流路の侵食は、塊状のはく離が生じる場合を除けば、砂れきを取り囲む粘土分のはく離と、砂れき粒子のはく離とが交互に生じて進行するものであり、まず、粘土の侵食特性を把握する必要がある。

##### (1) 粘土の侵食

粘土の侵食速度は、粘土の状態と水質などの条件を一定とすれば、一般に掃流力と正の相関をもち、ある値を境にして急激に変化することが知られている。これを限界掃流力と称するが、砂れきの場合のような力学的機構のほかに、電気化学的な機構の組み合わせた現象であり、現在のところ理論的な取り扱いには困難である。

経験的な手法としては、限界掃流力を粘土の土塊としてのせん断強度や、塑性指数・分散比などと結びつけよ



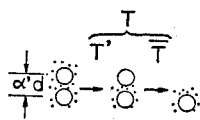
図一 掃流力と侵食速度の関係（ベントナイト、w：含水比）

うとするものもあるが<sup>3),4)</sup>、結局は材料ごとに異なった関係となり、侵食試験を行わざるを得ないようである。Partheniades<sup>5)</sup>は、さらに流水中の土砂濃度も、侵食を支配する因子として取り上げ、また、掃流力の時間的変動を確率的な現象であるとみなして、平均掃流力と侵食速度の関係を導いているが、これも一般的に成り立つものではない。

そこで一例として、ベントナイトの侵食実験を行い、掃流力  $\tau$  と侵食速度  $E$  の関係を調べると、図一のようになる<sup>6)</sup>。ベントナイトの状態を表わす指標としては、含水比と飽和度（あるいは締め固め度）が挙げられるが、図一はほぼ飽和状態におけるものである。このように、ベントナイトの侵食速度は含水比によってかなり異なり、含水比が小さくなるほど侵食抵抗が大きくなるが、土塊としてのせん断強度の変化（液性限界と塑性限界とで  $10^4$  倍以上も異なる）に比べれば、その変化量は少ない。また、含水比を一定とすれば、掃流力の大きい範囲で侵食速度が摩擦速度に比例している。

(2) 粘土分を含有する砂れき床の侵食

粘土分を含有する砂れき床の侵食は、それを構成する粘土分と砂れき分のはく離特性が異なるため、一体のものとして取り扱うことは困難である。そこで、それらが交互にはく離されるものと考えて、図二に示すように、



図二 粘土分と砂れき粒子の交互のはく離（d：砂れき径、α'd：粒子間隔）

ひとつの砂れき粒子のはく離過程に要する時間  $T$  を、周囲の粘土が侵食されて砂れきが移動しやすい状態になる時間  $T'$  と、そのような状態になったのち、実際に砂れき

が移動するまでの時間  $\bar{T}$  とに分割する。ここに「移動しやすい状態」とは、大きな外力さえ作用すれば、ほとんど瞬間的に粒子が移動するような状態のことである。厳密にはどのような状態においてどんなに大きな外力が作用しても、粒子のはく離が完結するには、ある程度の時間が必要であるが、その時間は粒子の露出度によって異なるから、それをある基準によって分けるのである。

$\bar{T}$  は、周囲の粘土がほとんど取れた状態において、砂れき粒子が移動するのに要する時間であるから、通常の砂れき床において、同じ位置から砂れきが飛び出す時間間隔にはほぼ等しいものと考えられる。これはすなわち、平衡状態の流砂機構における単位時間の砂れきの移動確率  $P_s$  の逆数であって、

$$\bar{T} = 1/P_s \dots\dots\dots (1)$$

となるが、 $P_s$  は、平衡流砂量  $\bar{q}_b$  と、

$$\bar{q}_b = P_s(1-\lambda)\bar{l}d \dots\dots\dots (2)$$

のような関係にあるので、式 (1) および (2) より  $P_s$  を消去すれば、

$$\bar{T} = (1-\lambda)\bar{l}d/\bar{q}_b \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここに、 $\lambda$  は砂れき床の空隙率、 $\bar{l}$  は砂れきの平均移動距離、 $d$  は砂れきの直径である。また、平均移動距離は主として粒径によって決まり<sup>7)</sup>、

$$\bar{l} = A_L d \dots\dots\dots (4)$$

と表わされる。ここに、 $A_L$  は  $10^2$  程度の係数である。

通常の砂れき床では、ひとつの砂れきが移動しても、そのすぐ下に別の砂れきが露出しており、また、上流から流れてきた砂れきがそこに堆積することもあって、常に「移動しやすい状態」が保たれるわけであるが、粘土分を含有する砂れき床では、次の粒子が露出するまでにかなりの時間が費やされる。これが  $T'$  であり、粘土のみの河床が  $d$  だけ低下する時間を  $T_c$  とし、係数  $k_1$  を導入して、

$$T' = k_1 T_c \dots\dots\dots (5)$$

と表わすことにすれば、侵食の周期  $T$  は

$$T = k_1 T_c + \bar{T} \dots\dots\dots (6)$$

となる。 $k_1$  は砂れきの存在が粘土の侵食に及ぼす効果ならびに砂れきの存在距離間隔によって決まるもので、実験によって求めなければならない。 $T_c$  は粘土の侵食速度を  $E$  とすれば、

$$T_c = d/E \dots\dots\dots (7)$$

であるが、 $E$  の値は前節に述べたように、粘土の種類や状態によって異なり、現在のところ実験的に求める以外に適当な方法がないようである。

以上のことから、粘土分を含有する砂れき床の侵食速度は、砂れき粒子の存在間隔を  $\alpha'd$  とすれば

$$\partial x/\partial t = \alpha'd/T = \alpha' / \{k_1/E + A_L(1-\lambda)d/\bar{q}_b\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに、 $z$  は河床面の高さ（下向きが正）、 $t$  は時間である。

そこで、混合河床の低下速度、砂河床の平衡流砂量、および粘土の侵食速度の実測値から、 $T$ 、 $\bar{T}$ 、 $T_c$  を求めて、上記の関係を検討してみることにする。混合河床の構成材料は、粒径 1mm の砂とベントナイトと水を重量比 9:1:3 に練り混ぜたもので、砂の間隙を、含水比 300% でほぼ飽和状態のベントナイトが埋め尽くしている状態である。 $\bar{q}_b$  と  $\partial z/\partial t$  は同じ水理条件における実験によって測定し、 $E$  は前節の 図-1 において、それらと同じ掃流力に対する含水比 300% の場合の値を用いた。

実験例 1  $q=71 \text{ cm}^2/\text{sec}$  の場合 ( $q$  は単位幅流量)

$$T = d/(\partial z/\partial t) = 383 \text{ sec,}$$

$$\bar{T} = 100(1-\lambda)d^2/\bar{q}_b = 6.5 \text{ sec,}$$

$$T_c = d/E = 375 \text{ sec}$$

実験例 2  $q=16.5 \text{ cm}^2/\text{sec}$  の場合

$$T = 2083 \text{ sec,}$$

$$\bar{T} = 1600 \text{ sec,}$$

$$T_c = 495 \text{ sec}$$

ただし、 $A_L=100$ 、 $\alpha'=1$  とおいた。

このように、2 例とも

$$T \approx \bar{T} + T_c \dots \dots \dots (9)$$

が成り立っており、これを式 (6) と比較すると、

$$k_1 \approx 1 \dots \dots \dots (10)$$

となる。勾配はいずれも 1/100 で、例 1 はかなり活発な流砂が存在する場合、例 2 は限界掃流力を少し上回った場合であるから、式 (9) あるいは (10) は、かなり広範囲にわたって成立するものと考えられる。

なお、砂質土よりも粘性土の方が侵食抵抗が大きいというばく然とした概念は、限界掃流力の大小を比較しているのか、ある掃流力における侵食速度の大小を比較しているのかを明確にしなければ意味をなさない。たとえば上の例の場合、例 1 では、粘土分さえ侵食されれば、砂粒子はきわめて容易に離脱するが、例 2 では砂粒の離脱に要する時間が、粘土分の侵食時間よりもはるかに長くなっている。すなわち、ベントナイトは粒径 1mm の砂に比べて、大きな掃流力のもとでの侵食抵抗は大きい、限界掃流力はずっと小さいのである。

また、砂れき床では粒子の移動の活発さと侵食の進行（正味の河床低下）が必ずしも一致せず、流下方向への

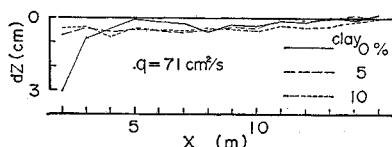


図-3 侵食後の河床縦断形状 ( $x < 2\text{m}$  は固定床)

水理量の変化に対応して河床が変動するが、粘着性流路床では各点の水理量 そのものに対応して侵食が進行する。図-3 は、先の例 1 と同じ条件での砂河床と粘着性河床における通水 30 分後の縦断形を示したもので、砂河床では上流部（固定床から移動床への移行部分）だけが激しく洗掘されて、少し下流からは活発な流砂があるにもかかわらず、ほとんど低下していないのに対し、混合河床では緩慢にはあるがかなり長い区間にわたってほぼ平行に低下が生じ、ある距離においてそれが急に止まっている。また、そのような洗掘を受ける範囲は、砂河床においては時間とともに伝播するが、粘着性河床においてはほぼ定まっている。

### (3) 粘着性流路における流砂量

前節に述べたように、砂れき床では粒子が「移動しやすいた状態」にあるため、河床からほぼ流水のもつ輸送能力に見合うだけの土砂が供給され、流砂量は各点の水理量と対応づけられる。これに対して粘着性流路では、それだけの土砂が供給されるにはかなりの距離を要し、流路長がそれよりも短ければ流砂量は流路長に依存する。このことは、岩垣・土屋<sup>9)</sup>によっても指摘されており、一様流による土のはく離量は斜面の長さとともにほぼ直線的に増大することが見い出されている。

一方、自然斜面に対する USDA<sup>9)</sup>などの土壌流亡式によれば、単位面積あたりの流出土砂量が斜面長の 0.5 乗に比例し、斜面全体からの流出土砂量は斜面長の 1.5 乗に比例して増大するが、これは斜面長の増加に伴う流量増加に起因するものであろう。

ところで水理条件が流下方向に一定の場合、斜面長の増加に伴って流砂量がどこまでも増加するとは考えられず、ある限界が存在するものと思われる。そこで粘着性河床の流砂機構について次のようなモデル化を行い、流路長と流砂量の関係について考察する。

粘土分を含んだ砂れき床が侵食されると、砂れき分は河床と流水の間を往復しながら徐々に流下するが、粘土分はほとんど水流と一体となってただちに流下してしまう。したがって、流砂現象を侵食と堆積の過程に分けて考えた場合、それらの過程における土砂の構成成分は異なっており、その結果河床面は、まだはく離していないものと混合物の露出部といったん侵食されたのち、輸送の過程で堆積している砂れきの被覆部とで異なった性質をもつようになる。

図-4 は、そのような流路の流下方向の微小区間における土砂収支を模式的に表現したもので、河床面における粘土分を含有した土砂の部分を領域 I、輸送過程にあるはく離した砂れきの部分を領域 II とし、後者の面積割合を  $\rho$  とおいている。河床の単位面積から単位時間に

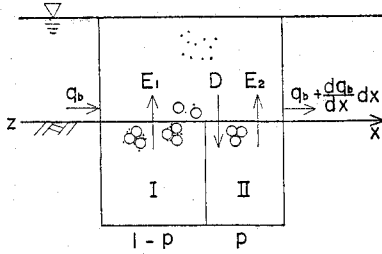


図-4 粘土分を含有した砂れき床の土砂収支

侵食される砂れきのうち、領域Ⅰからのものを  $E_1$ 、領域Ⅱからのものを  $E_2$ 、また堆積量を  $D$  とすれば、 $E_2$  と  $D$  はほぼ釣り合うから流砂の連続式は、

$$\partial q_b / \partial x = E_1 + E_2 - D \approx E_1 \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここに、 $q_b$  は粘土分を除外した単位幅流砂量、 $x$  は流下方向の距離である。

ここで、領域Ⅰについての単位面積・単位時間あたりの砂れきの侵食量を  $\bar{E}_1$  とすれば、

$$E_1 = \bar{E}_1(1-p) \dots\dots\dots(12)$$

と表わされる。一方、流下方向への  $q_b$  の増加に伴って  $p$  も増加するが、図-3 で見たように河床低下量は徐々に減少するものではなくて、 $p$  が比較的小きなある値に達する所までほぼ平行に低下したのちそれが急に止まっている。したがって、その場所における流砂量を  $\bar{q}_b$ 、それよりも上流の流路長を  $\bar{x}$  とすれば、実験結果ならびに式(11)、(12)より、

$$q_b \approx \bar{E}_1 \bar{x} \approx \bar{q}_b(x/\bar{x}) \quad (x < \bar{x}) \dots\dots\dots(13)$$

となる。 $\bar{E}_1$  は前節に求めた河床低下速度に、砂れきの空げき率を掛けて求めることができ、また、 $\bar{q}_b$  は平衡流砂量であるから、従来の流砂量式より算定することができる。このように、 $p$  の比較的小きな値において侵食が止まり、平衡状態が現われる理由としてはそれ以上の  $p$  に対しては砂れきの移動距離が急激に短くなって、余分に供給された土砂が容易に堆積すること、ならびに遮蔽効果が顕著になって、侵食が抑制されることなどが挙げられる。

図-5 は、流路長と流砂量の関係について実験結果を示したもので、砂河床の場合は流路長による流砂量の差

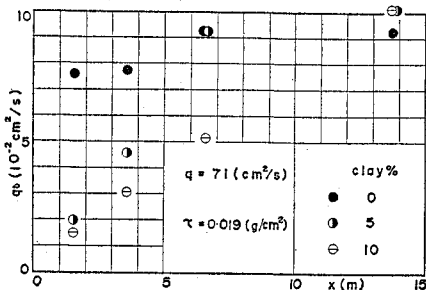


図-5 流路長と流砂量の関係

異がほとんどないが、混合河床の場合は流路長が短い間は流路長の増加に伴って流砂量がほぼ直線的に増加し、それがある値に達するとほとんど変化しなくなっている。そして、その値は粘土含有率

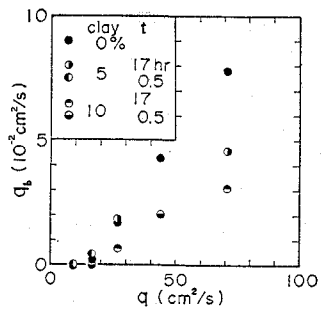


図-6 流量と流砂量の関係 (流路長 3.6 m, t: 敷きならし後の時間)

れき床の場合には、洗掘の進行に伴って勾配が緩くなり、その影響圏では流砂量が時間とともに減少する。これに対して粘性流路では、流路長がそれほど長くなければほぼ平行に低下が進むから、流砂量は時間的にさほど変化しない。

図-6 は流路長を一定として、流量  $q$  と流砂量  $q_b$  の関係を示したもので、流量が大きくなると砂河床の場合には  $q_b$  が  $q$  にほぼ比例して増加するのに対し、混合河床の場合にはそれほど増加しない。これは流量の小さい範囲では、混合河床の流砂量をもっと短い流路長ですでに平衡流砂量に達しているが、流量が大きくなると、このような流路長ではまだ平衡状態に達していないことに相当する。すなわち、平衡状態の現れる流路長  $\bar{x}$  は、流量あるいは掃流力と正の相関をもつ。

### 3. 粘着性流路床の横断面形状

一般に開水路の流れを取り扱う場合、流量  $Q$  と勾配  $I$  が独立変数として与えられることが多く、それらの値から他の種々の水理量(水深や流速など)を求めるには、まず、流路の断面形状、とりわけ流路幅  $B$  に関する情報を得ることが必要である。たとえば裸地斜面からの流出土砂量を予測しようとする場合、斜面上に形成される個々のリルやガリーの配列には、確率的な要素が介在するが<sup>10)</sup>、斜面全幅のうちで流路部分の占める割合などには統計的な規則性が見られ<sup>11)</sup>、その統計量を水理量その他の物理量といかに結びつけるかが問題となっている。

これには2つの問題があり、ひとつは流路間隔の問題、すなわち斜面におけるリルやガリーの形成の問題であり、もうひとつは形成された個々の流路の規模の問題である。以下、それぞれの問題について考察を進めるが、まずその基礎となる流路横断面内の掃流力分布について考察する。

(1) 流路横断面内の掃流力分布

流れが流下方向に変化しない場合、すなわち等流において2次流の影響を省略し、流体内に働くせん断力の原因が流速勾配にあるものとすれば、図-7に示すように、断面を等流速線の直截線群で分割したとき、分割線上ではその法線方向に流速勾配が存在しないからせん断力が働かない。

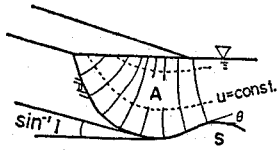


図-7 等流速線の直截線群による断面分割

したがって、そのような分割線にはさまれた流体塊に作用する重力の流下方向成分は、壁面せん断力すなわち掃流力のみによって受け持たれる。

そこで、分割された面積を  $A$ 、潤辺に沿う距離を  $s$  とすれば、掃流力  $\tau$  は、

$$\tau = \rho g (dA/ds) I \dots\dots\dots (14)$$

となる。ここに、 $\rho$  は密度、 $g$  は重力加速度、 $I$  は勾配である。

任意の形状をもつ断面において、等流速線を求めることはきわめて困難であるので、通常は断面を鉛直線で分割し、局部水深  $h'$  と壁面の傾き  $\theta$  を用いて、

$$\tau = \rho g h' I \cos \theta \dots\dots\dots (15)$$

と近似されるが、それでは鉛直な側岸の掃流力が評価できず、また、底面においても、曲率の大小にかかわらず、常に深部の掃流力が大きくなって不合理である。そこで式(14)と、流速分布に関する壁法則を連立させることによって、掃流力分布を求めてみよう。まず、掃流力分布の第0近似として、摩擦速度を壁面(側岸と底面を区別せずに総称したもの)で一様とおけば、壁法則により断面内の各点の流速は、壁面からの距離によって決定されることになる。すなわち、断面内の等流速線の第1近似として、壁面からの等距離線が得られる。次にこの等距離線群に対する直截線によって断面を分割すれば、式(14)によって掃流力分布が求まる。さらにその掃流力分布に対して壁法則を適用すれば、流速分布の第2近似が得られるが、掃流力が不均一な場では2次流の存在が無視できず、壁法則自体の精度が問題となるので、これ以上の展開は行わない。

ところで、壁面からの等距離線に対する直截線は、壁面上の同一の点を最短距離とするような点の集合にはかならないから、壁面にたてた内向き法線の一部となる。すなわち、図-8に示すように、断面内の法線上に壁面上の2つ以上の点を最短距離とするような点(等距離分割点)がある場合には、その点まで、また、そのような点がない場合には、自由水面までの部分である。この法線分の長さを  $l$  とすれば、式(14)は次のようになる。

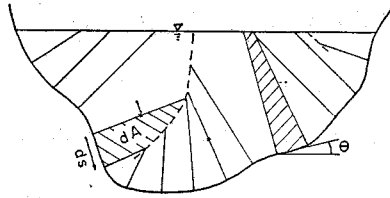


図-8 壁面の法線群による断面分割

$$\begin{aligned} \tau &= \rho g \{1 - (l/2) d\theta/ds\} I l \\ &= \rho g (1 - \kappa l/2) I l \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $\kappa$  は壁面の曲率である。

流路壁面にとがりがある場合、もしくは水際部分がオーバーハングしている場合には、ある範囲で平均操作を加えることにより、任意形状流路横断面内の壁面全体にわたる掃流力分布を、図解的に求めることが可能となる。

式(16)は、次節以下における理論展開の根幹をなすものであり、直接的な検証のなされることが望ましいが、現段階ではたとえば正弦波のような波状断面をもつ水路上の掃流力分布を直接に測定することはむずかしく、比較的単純な事例について直接的な検証が行えるのは、この式の誘導過程、式のもつ定性的特徴、この式を用いて導かれる結果と実際現象との対応など、種々の側面から間接的な検証を行わざるを得ないであろう。

図-9は、幅・水深比が約3の円弧断面について、式(15)と式(16)から求めた掃流力分布を断面平均値に対する比で表示し、流速分布の実測値から求めた掃流力<sup>13)</sup>と比較したもので、式(16)は式(15)よりもかなり精度のよいことがわかる。ここに、断面平均掃流力  $\bar{\tau}$  は、どちらの式においても通常のものと同じである。すなわち、

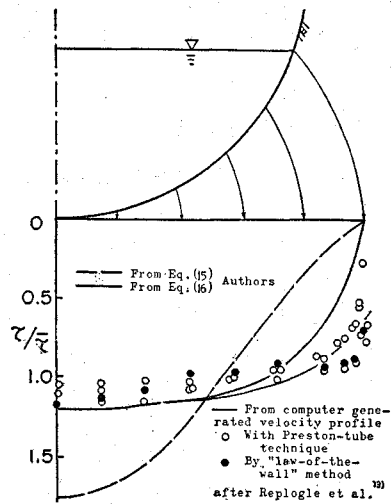


図-9 円弧断面における掃流力分布

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \frac{1}{s} \int_0^s \rho g \frac{dA}{ds} Ids = \frac{1}{s} \int_0^B \rho g h' I \cos \theta \frac{ds}{dx} dx \\ &= \frac{\rho g AI}{s} = \rho g RI \end{aligned}$$

である。ここに、 $s$  は潤辺長、 $B$  は流路幅、 $R$  は径深である。

また、式 (16) では曲率の存在によって、壁面の凸部における掃流力の集中や、凹部における遮蔽効果が表現されており、式 (15) に見られた不合理は解消する。

式 (16) における  $l$  は、壁面上の各点があつ影響圏の長さに相当し、一般的に表示することは困難であるが、特に壁面からの等距離分割線 (等距離分割点の集合) が断面内に存在しない (法線群が断面内で交錯せず水面と交わる) か、または鉛直 (たとえば、左右対称断面の中心軸) の場合には、容易に数式で表現することができ、直交座標を用いると式 (16) は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau}{\rho g H_0 I} &= \left\{ 1 + \left( \frac{dy'}{dx'} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2 y'}{dx'^2} F' \right\} \\ &\quad \cdot F' / \sqrt{1 + \left( \frac{dy'}{dx'} \right)^2}, \\ F' &= \min \left\{ 1 - y', (x' - x_0') \frac{dx'}{dy'} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

ここに、 $H_0$  は水位、 $x_0$  は等距離分割線の  $x$  座標で、 $x'$ 、 $y'$  はそれぞれ壁面の座標  $x$ 、 $y$  を  $H_0$  で基準化したものである。 $dy'/dx'$ 、 $d^2y'/dx'^2$  がともに小さい場合には、式 (17) は式 (15) と一致する。

さらにあとで述べるように、粘着性流路床における横断方向底面凹凸の発達・減衰や、平衡横断面など、本モデルを用いて導かれる種々の結果は、実験事実によく適合する。

したがって、式 (16) に示した掃流力算定法は、本論文における適用範囲ではかなりの妥当性を有するものと判断されるが、今後、より直接的な検証を加えるとともに、適用範囲を広げるため 2 次流の効果や不等流の影響をも導入していきたいと考えている。

### (2)\* 横断面形状の追跡法

前章に述べたように、粘着性流路床は掃流力の流下方向変化でなくて、各点の掃流力そのものに対応した侵食を受けるから、横断面内の掃流力分布ならびに掃流力と侵食速度の関係が得られれば、流れを等流で近似することによって流路横断面の変形過程を追跡できる。通常、流路変動の解析では底面と側岸を区別し、前者については鉛直方向、後者については水平方向に変位を追跡するが、侵食・堆積現象は壁面における土砂粒子の着脱によって生じるものであるから、本来は壁面の法線方向に変位を追跡するのが妥当であろう。また、与えられた流路

条件と流量条件  $Q$  に対して、水位を決定するには水流の抵抗則が必要である。

以上のことから、流路横断面の変形過程を追跡する基礎方程式は次のようになる。

$$dn/dt = E \dots (18)$$

$$E/E_0 = (u_*/u_{*0})^n \dots (19)$$

$$u_* = \sqrt{g(dA/ds)I} \dots (20)$$

$$v = \sqrt{8gRI/f} \dots (21)$$

$$Q = Av \dots (22)$$

ここに、式 (18) の  $n$  は壁面の外向き法線方向変位、 $u_*$  は摩擦速度 ( $\sqrt{\tau/\rho}$ )、 $v$  は平均流速、 $f$  は抵抗係数である。また、式 (19) における  $u_{*0}$  はある基準摩擦速度であり、指数  $n$ 、および  $u_{*0}$  に対応する侵食速度  $E_0$  は土の種類や状態によって決まる量である。

そこで基準水深  $H_0$  ( $\equiv u_{*0}^2/gI$ ) を用いて、上の式系を無次元化すると、次のようになる。

$$dn'/dt' = E' \dots (23)$$

$$E' = u_*'^n \dots (24)$$

$$u_*' = \sqrt{dA'/ds'} \dots (25)$$

$$v' = \sqrt{8R'/f} \dots (26)$$

$$Q' = A'v'/\sqrt{8/f} \dots (27)$$

ここに、 $n' = n/H_0$ 、 $t' = t \cdot E_0/H_0$ 、 $E' = E/E_0$ 、 $u_*' = u_*/u_{*0}$ 、 $A' = A/H_0^2$ 、 $s' = s/H_0$ 、 $v' = v/u_{*0}$ 、 $R' = R/H_0$ 、 $Q' = Q/(\sqrt{8/f} u_{*0} H_0^2)$  である。

流量が一定の場合には、これらの式系を、

$$fQ'^2 = fA'^2R' = fA'^3/s' = \text{const.} \dots (28)$$

の条件のもとで解けばよい。

### (3) 横断面内における底面凹凸の発達・減衰とリルの発生

一般に、斜面あるいは流路底面の横断方向には、種々の規模の擾乱が混在しており、そのうち凸部よりも凹部の方が速く侵食されるものは発達し、凹部よりも凸部の方が速く侵食されるものは減衰する。このような擾乱の盛衰を解析する手法としては、種々の分野で線形安定理論が用いられているが、流路の分裂のように平均量からのずれが、平均量と同程度の大きさを有するような現象の解析には、それは適用できないであろう。そこで本研究では、線形安定論におけるような微小振幅に限定することなく、任意の波高をもつ凹凸の峰と谷における諸量の比較から、擾乱の発達・減衰を論じる。

#### a) 正弦波近似による底面凹凸の発達・減衰

一般に、不規則波形は種々の正弦波の重ね合わせから成るものと解されるが、その成分波もしくは代表的な単一の波長をもつ正弦波を取り扱うことが、その解析の基礎となる。そこで、図-10 に示すように、横断面内の壁面の凹凸を単一の波長をもつ正弦波、

\* 本節の考え方は、文献 14) に述べたものと同じである。

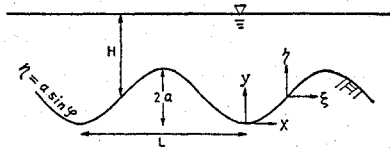


図-10 横断面内底面凹凸の正弦波による表示  
( $\varphi = 2\pi\xi/L$ )

$$\eta = a \sin(2\pi\xi/L) \dots\dots\dots(29)$$

で近似する。ここに、 $(\xi, \eta)$  は変曲点を原点とする壁面の座標、 $L$  は波長(うね間隔)、 $a$  は振幅(半波高)で、 $(\xi, \eta) = (x-L/4, y-a)$  である。このような正弦波上の掃流力分布を、式(17)によって求めれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau}{\rho g H I} &= \frac{\{1 + \delta^2 \cos^2 \varphi + (\delta^2/2\alpha) \sin \varphi \cdot F'\} \cdot F'}{\sqrt{1 + \delta^2 \cos^2 \varphi}} \\ F' &= \min[1 - \alpha \sin \varphi, \alpha(2\varphi + \pi)/(2\delta^2 \cos \varphi)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

となり、一方、平均掃流力は、

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\tau}}{\rho g H I} &= \frac{A}{Hs} \\ &= \int_{-L/4}^{L/4} (H - \eta) d\xi / \left\{ H \int_{-L/4}^{L/4} \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2} d\xi \right\} \\ &= \frac{\pi}{2\sqrt{1 + \delta^2} \cdot \underline{E} \sqrt{\delta^2/(1 + \delta^2)}} \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

であるから、両者の比は、

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\bar{\tau}} &= \frac{2}{\pi} \underline{E} \left( \sqrt{\frac{\delta^2}{1 + \delta^2}} \right) \sqrt{\frac{1 + \delta^2}{1 + \delta^2 \cos^2 \varphi}} \\ &\quad \times \left\{ 1 + \delta^2 \cos^2 \varphi + \frac{\delta^2}{2\alpha} \sin \varphi \cdot F' \right\} \cdot F' \end{aligned} \dots\dots\dots(32)$$

となる。ここに、 $\alpha = a/H$ 、 $\delta = 2\pi a/L$ 、 $H = h - a$  (平均水深)、 $\varphi = 2\pi\xi/L$  (峰側を正とした変曲点からの位相角)であり、また、 $\underline{E}(k)$  は第2種完全楕円積分

$$\underline{E}(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi$$

を表す。図-11は、式(32)によって求めた正弦波上の掃流力分布を、種々の波長と波高について、1周期ずつ示したものである。

ところで、先に示したように粘着性流路では侵食速度が掃流力と正の相関をもつから、壁面の凸部における掃流力が凹部におけるよりも大きければ、凸部の方が速く侵食されて凹凸の高さは減少し、逆に凹部における掃流

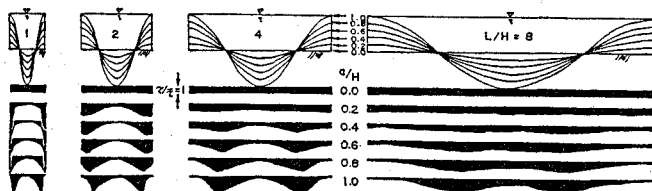


図-11 正弦波状横断面内の掃流力分布 (式(32))

力が凸部におけるよりも大きければ、凹部の方が速く侵食されて凹凸の高さは増加する。そこでそのような凹凸の盛衰を調べるために、式(30)の位相角  $\varphi$  に  $\pm\pi/2$  を代入し、正弦波凹凸の峰と谷における掃流力を求めると、

$$\tau_{\text{ridge}}/\rho g H I = \{1 + (1/2)K\alpha(1 - \alpha)\} (1 - \alpha) \dots\dots\dots(33)$$

$$\tau_{\text{trough}}/\rho g H I = \begin{cases} 1/(2K\alpha) & [(2\alpha + 1)^2 \geq 1 + (4/K) \text{ のとき}] \\ \{1 - (1/2)K\alpha(1 + \alpha)\} (1 + \alpha) & [(2\alpha + 1)^2 \leq 1 + (4/K) \text{ のとき}] \end{cases} \dots\dots\dots(34)$$

となる。ここに、 $K \equiv (\delta/\alpha)^2 = (2\pi H/L)^2$  である。

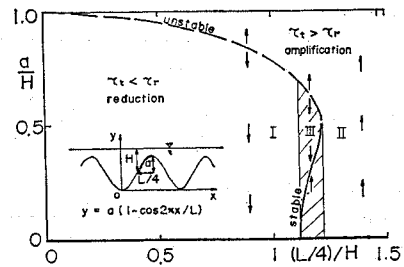


図-12 波高・波長・水深の相対比による底面凹凸の発達・減衰区分

図-12は、式(33)、(34)に基づき、流路横断面内の凹凸の増幅と減衰を、波高・波長・水深の相対比によって区分したもので、上向きの矢印を付した部分が増幅領域、下向きの矢印を付した部分が減衰領域、その境界および平坦河床が平衡状態となる。正弦河床波が変形する場合、その波高が増減するだけで、変形後も同じ波長をもった正弦波で近似され、しかも平均水深  $H$  が一定に保たれるものとすれば、図-12のある点で表される凹凸は、侵食時間の経過(平均河床の低下)に伴って、矢印の方向へ移行することになり、領域Iでは減衰を続けてやがて消滅し、領域IIでは発達を続けてやがて水面が凹凸の峰よりも低くなり、流路が分離する。また領域IIIでは、増幅や減衰が生じてもやがてある波高で平衡状態を保つようになる。図中、太い実線と破線で示した状態は、いずれも平衡条件(峰と谷の侵食速度が等しいこと)を満たしているが、前者はそれから少し外れても元

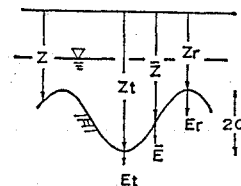


図-13 底面凹凸の各位置における侵食深ならびに低下速度

に戻るという意味で安定な平衡状態、後者は、それから少しでも外れると別の状態へ移行していくという意味で、不安定な平衡状態である。

ところで、図-13 に示すように、ある基準線から凹凸の峰までの深さを  $Z_r$ 、谷までの深さを  $Z_t$  とすれば、凹凸の振幅は、

$$a = (Z_t - Z_r) / 2 \dots\dots\dots (35)$$

であるから、その変化速度は

$$da/dt = (E_t - E_r) / 2 = dE/du_* \cdot \Delta u_* / 2 \dots\dots\dots (36)$$

となる。ここに、 $E_r = dZ_r/dt$ 、 $E_t = dZ_t/dt$ 、 $\Delta u_* = u_{*t} - u_{*r}$  で、 $u_{*r}$ 、 $u_{*t}$  はそれぞれ凹凸の峰と谷における摩擦速度である。式 (36) を水深が  $H$  の 2 次元流れにおける侵食速度  $E_0$  で基準化し、さらに、摩擦速度と侵食速度の関係は、

$$E \propto u_*^n \dots\dots\dots (37)$$

と表示して、その右辺に代入すれば、

$$(da/dt)/E_0 = (n/2) \cdot (\Delta u_* / U_*) \dots\dots\dots (38)$$

となる。ここに、 $U_* (= \sqrt{gHI})$  はそのような 2 次元流れの摩擦速度である。特に  $n=1$ 、すなわち、

$$E/u_* = \text{const.} \dots\dots\dots (39)$$

の場合には、式 (36)、(38) は近似式でなくて、等式となる。前章に示したように、ベントナイト河床で比較的掃流力の大きい場合には、 $n=1$  がほぼ成り立っている。

図-14 は、式 (38) に式 (33)、(34) を代入し、 $n=1$  として、凹凸の振幅の増減速度を求めたもので、上向きの矢印が増幅、下向きの矢印が減衰を表わし、いずれもその長さを式 (38) の値に比例させている。また、増幅速度の逆数を振幅で積分すれば、振幅の増減に要する時間  $T$  が求まるが、積分の始点を振幅が平均水深の 1/2 になる状態に選ぶと、式 (38) より、

$$\frac{T}{H/E_0} = \frac{E_0}{H} \int_{1/2}^a \frac{dt}{da} da = \int_{1/2}^{a/H} \frac{2U_*}{n\Delta u_*} d\left(\frac{a}{H}\right) \dots\dots\dots (40)$$

となる。図-14 の点線は、 $n=1$  でかつ平均水深  $H$  が

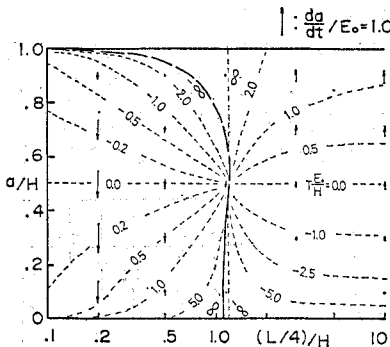


図-14 底面凹凸の増幅減衰速度 (矢印) ならびに基準状態 ( $\alpha=0.5$ ) からの所要時間 (点線)

時間的に変わらないものとして、式 (40) の値を求めたものである。この図からわかるように、増幅領域と減衰領域の境界近傍、および波高が小さい領域では、増幅・減衰ともその速度が遅く、うね間隔 ( $L$ ) を一定とすれば、減衰領域ではその速度 ( $|da/dt|$ ) の極大となる波高が存在するが、増幅領域では波高が大きくなるほど急速に増幅する。また、同一波高では一般にうね間隔の狭いものほど減衰しやすく、広いものほど増幅しやすい。

一方、侵食の進行に伴って、当然、平均河床が低下するが、正弦波では峰と谷の平均が全体の平均にほかならないから、図-13 の基準線から平均河床までの深さを  $\bar{z}$  とすれば、

$$\bar{z} = (z_t + z_r) / 2 \dots\dots\dots (41)$$

であり、その低下速度  $\bar{E}$  は、

$$\bar{E} = d\bar{z}/dt = (E_t + E_r) / 2 = E(\bar{u}_*) \dots\dots\dots (42)$$

となる。ここに、 $E(\bar{u}_*)$  は平均摩擦速度  $\bar{u}_* [= (u_{*t} + u_{*r}) / 2]$  に対する侵食速度である。式 (42) を  $E_0$  で基準化し、さらに式 (37) を用いれば、

$$\bar{E}/E_0 = (\bar{u}_*/U_*)^n \dots\dots\dots (43)$$

となる。また、振幅が平均水深  $H$  の半分からある値  $a$  になるまでの、平均河床の低下量  $Z$  は、

$$\begin{aligned} \frac{Z}{H} &= \frac{1}{H} \int_{1/2}^a \frac{d\bar{z}}{da} da = \frac{1}{H} \int_{1/2}^a \frac{\bar{E}}{da/dt} da \\ &= \int_{1/2}^{a/H} \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{\bar{u}_*}{U_*}\right)^{n-1} \frac{\bar{u}_*}{\Delta u_*} d\left(\frac{a}{H}\right) \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

となる。図-15 は、式 (43)、(44) に式 (33)、(34) を代入し、 $n=1$  として平均河床の低下速度ならびに低下量を求めたもので、矢印が式 (43)、点線が式 (44) の値を表している。

b) 任意形状凹凸の変形

前項では、無条件に底面凹凸を正弦波で近似したが、その妥当性については検討を要するであろう。そこで、本項では前節に述べた一般的な横断面追跡法を用いて、前項の結果を検討するとともに、種々の擾乱の組み合わせ

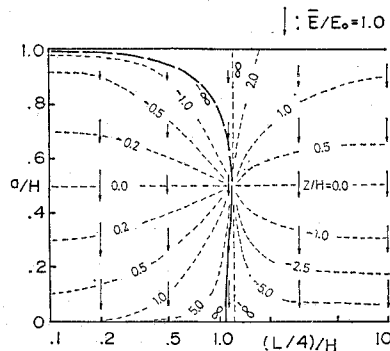


図-15 平均河床の低下速度 (矢印) ならびに基準状態 ( $\alpha=0.5$ ) からの侵食深 (点線)



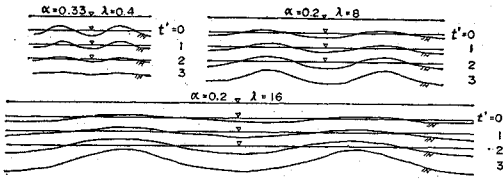


図-16 正弦波初期擾乱の変形過程

せ効果について考察する。

図-16 は、種々の波長の正弦波を初期形状とする擾乱の変形過程を、式(16)の掃流力分布に基づいて追跡したものである。このように、いずれの波長の場合においても、正弦波の変曲点付近が激しく侵食され、波形は峰側のやせたものに変化する。変形に伴う潤辺長の変化はわずかであるから、流量が一定の場合には、式(28)より  $fA^{1/3}$  の値もさほど変化せず、横断面形状の変化に伴う抵抗係数の変化を省略すれば、断面積一定、すなわち平均水深一定となる。また、水位ならびに平均河床の低下速度も、ほぼ一定である。

一般の波形について、波長や波高を定義するには、若干のあいまいさが伴うが、図-16 からそれらを読み取り、その時間的変化を追跡すると、その領域区分や増幅速度は、正弦河床波として前節で求めた図-14によって、かなり近似できることがわかる。ただし、波長の短い領域において、正弦波近似ではきわめて急速に波高が0に近づくのに対し、本項の数値解ではある程度減衰が進むと、その速度が遅くなり、擾乱は容易に消滅しない。この場合には、壁面の法線群が断面内で交錯し、正弦波近似はもちろんのこと、式(17)も成り立たなくなっている。

次に、図-17 は2つの異なる波長の正弦波の重ね合わせから成る初期擾乱の変形過程を調べたものである。擾乱の与え方は、

$$\eta' = a_1 \cos(\pi \xi' / \lambda_1) + a_2 \cos(\pi \xi' / \lambda_2 + \delta) \dots (45)$$

としている。図からわかるように、凹凸の変形速度や、流路の分裂のしかたには、明らかに2成分の干渉効果が現れるが、(a)の場合には合成波の2つのピークがともに減衰、(b)の場合には片方のピークだけが発達、(c)以下の場合にはどちらのピークも発達し、いずれの場合もそれらの成分波が単独に存在する場合の発達・減衰区

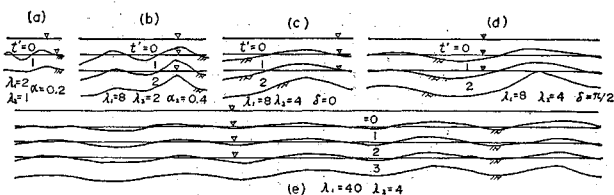


図-17 正弦波擾乱の重ね合わせ効果

分が保存されている。

図-18 は、さらに一般的な場合として、正弦波に不規則擾乱を重ね合わせて、その変形過程を追跡したものである。これによると比較的短波長の擾乱は急速に減衰し、長波長のものだけが選択的に発達している。

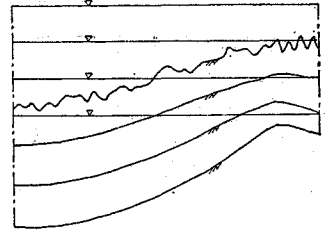


図-18 不規則擾乱の重ね合わせ効果

c) リルの発生

先にも述べたように、流路の横断方向には種々の規模の擾乱が混在しており、そのうちのあるものは侵食の進行に伴って発達し、流路の分裂が生じるが、これは裸地斜面におけるリルの発生機構にほかならないものと考えられる。

ところで、流路幅  $B$  が有限の場合、横断方向の凹凸に関与する擾乱は、

$$L/B < 1/2 \dots (46)$$

のものである。ここに、 $L$  は擾乱の波長である。したがって、有限な幅をもつ平坦なシートフロー (sheet flow) から横断方向の凹凸が発達する条件は、式(46)を満たす微小擾乱に対する、底面の安定・不安定問題として解析できるであろう。前項の図-12 からわかるように、粘着性材料からなる平坦河床は、

$$(L/4)/H \leq \sqrt{2} \pi/4 \approx 1.1 \dots (47)$$

の正弦微小擾乱に対して、それぞれ安定・中立・不安定である。また、不安定となる擾乱のうち、発達して流路の分裂にまで至るのは、

$$(L/4)/H > \pi/4 \sqrt{\sqrt{2}-1} \approx 1.2 \dots (48)$$

のものである。したがって、そのような擾乱が存在して、流路の分裂が生じるための条件 (リルの発生条件) は、式(46),(48)より、

$$B/H > 2\pi \sqrt{\sqrt{2}-1} \approx 10 \dots (49)$$

となる。そして、流れが式(49)の条件を満たしている間は、式(46)と(49)を同時に満たす擾乱のうち、最も速く水面に達するものによって、流れが次々に分裂する。しかし、その分裂のしかたは、初期の波長と波高の分布状態に依存し、与えられた水理条件や土質条件に対して、必ずしも一意的であるとは限らない。

また、そのような分裂が生じるのにどの程度の時間がかかるかも、初期状態に依存し、図-14に示したように初期波高が小さければその時間は急増する。

d) 実験的検証

そこで、以上の理論結果を検証し、さらに問題

表-1 底面凹凸の変形に関する実験 (Series A) の概要

	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7	Run 8	Run 9	Run 10	Run 11	Run 12	Run 13	Run 14	
実験条件	$Q(L/s)$	0.1	0.6	0.15	0.6	0.15	1.2	0.6	0.15	0.6	0.3	0.15	6.6	6.6	4.3
	$I$	1/5	1/20	3/10	1/20	3/10	1/40	1/20	3/10	1/20	1/5	3/10	1/20	1/20	1/20
	$H(cm)$	0.17	0.85	0.35	1.1	0.4	2.5	0.8	0.45	0.9	0.4	0.3	1.5	1.0	0.8
	$L(cm)$	7	0.5		1		2		4			100	4		
	$a(cm)$	0.25										0.50			
実験結果	$t(min)$	10	5	5	10	5	5	5	5	5	5	5	16	16	48
	$a(cm)$	0.05	0.04	0.04	0.15	0.15	0.25	0.23	>H	0.25	0.38	>H	0.10	0.60	0.45
	$t(min)$	20	10	10	20	10	10	10		10			45	45	
	$a(cm)$	0.07	0.04	0.04	0.10	0.07	0.22	0.20		0.25			0.15	0.45	
	$t(min)$				30	15	15	15	15	15			75		
$B/h$				0.10	0.07	0.18	0.19	0.15	0.25			0.40			
								5		15	15			48	
								2.82		3.73	3.37			3.41	

水路幅：Run 1~11 7 cm, Run 12~14 100 cm  $B/h$ ：分離した流路の水面幅最大水深比

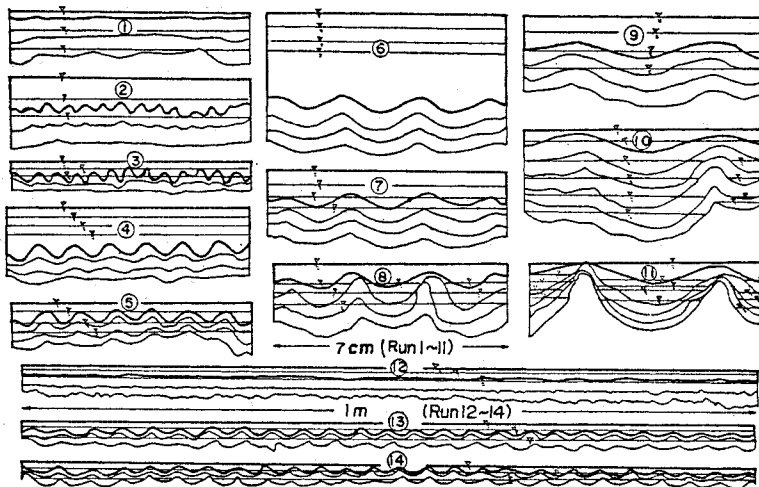


図-19 実験 (Series A) における流路横断面形状  
(水平線：水面，曲線：流路床，太線：初期状態)

点を検討するために、水路実験を行った (Series A)。使用材料は前章に述べた実験と同じく、砂とベントナイトと水を重量比 9:1:3 に練り混ぜたもので、表-1 および 図-19 に、その実験条件ならびに結果を示している。

まずその概要を定性的に述べると、次のようである。すなわち、Run 2~5 のようにうね間隔の狭い凹凸を与えると、その凹部に比べて凸部の方がきわめて速く侵食されて波高は急速に減衰するが、Run 11 のようにうね間隔が広く、かつ水深と波高が同程度の場合には、凸部に比べて凹部の侵食が速く、波高は増大してやがて流路が分裂している。また、Run 6~9 のようにその中間的なうね間隔のものは、通水開始後まもなく凹凸の変曲点付近が侵食されて、やや峰のとがった形に変化するが、その後はほぼ一定の形状を保ったまま低下している。こ

れらの特徴は、先に 図-11 に示した掃流力分布から十分に説明できるものである。

図-20 は、Series A の実験結果を 図-14 の平面上で追跡したもので、先の理論によってその変形過程をある程度定量的に模擬できることがわかる。ただし、図中の数字は、通水時間を平均水深と平均河床低下速度の比で割った値である。この中で Run 8 の動きは複雑で、通水初期に増幅が生じていったん流路が分裂したのち、再び合体して減衰に移行している。これは、初期状態においては峰部よりも谷部の侵食が速いために、

峰部の低下よりも速く水位が低下して峰部が水面上に露出したが、分離した個々の流路はその水理量に対応する平衡形状よりも深く狭いために、拡幅が生じてオーバ

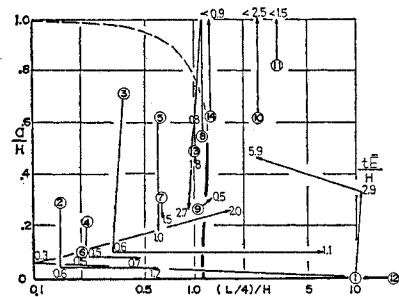


図-20 波長・波高・水深の相対比を表わす平面上における実験結果 (Series A) の追跡

一ハンクした部分を崩落させ、その結果流路が合体すると、Run 2~5 や 13 と同様に峰部の掃流力が谷部の掃流力を上回るようになったものと考えられる。これに対して Run 11 や 14 の一部においては、通水初期に凹凸が発達していったん流路が分裂すると、その後は分離した流路がそれぞれほぼ一定の形状を保ったまま低下している。これは分裂した時点においてそれぞれの流路が平衡形状よりも扁平で、中央部が早く侵食され、流路幅を減少させながら平衡断面を形成したためと考えられる。この場合にはいったん分離した流路が再び合体することがあるとすれば、拡幅によるものではなくて蛇行によるものであろう。Run 10 は Run 8 と Run 11, 14 の中間的なものである。

また、この図において Run 9 のように、時間の経過とともに横座標  $(L/4)/H$  がわずかに移動しているものがあるのは、波長  $(L)$  の変化ではなくて侵食の進行に伴う水深  $(H)$  の変化、すなわち抵抗の変化によるものである。一方、Run 2, 3, 4 および 12 の後半のように、横座標が右方へ大きく移動しているものは、種々の擾乱の中から、波長の大きなものが選択的に残った結果であり、Run 1 および 12 の前半のように左方へ大きく移動しているものは、平坦な初期河床（水路幅を波長とする、波高0の擾乱とみなした）上に、水路幅よりも小さな波長をもつ新たな凹凸が発生した結果である。このように、実際の侵食現象には種々の波長の擾乱が混在しており、卓越波長が時間的に変化することもある。

この実験では、式 (49) のような、平坦河床からリルが発達して流れを分離させる条件は確認できなかったが、先にも示したように波高の小さな擾乱は発達領域においてもその発達速度がきわめて遅く、それを確認するにはかなり長時間にわたる実験が必要であろう。しかしその場合、平均河床の低下量がきわめて大きくなるから、実験装置の規模の制約があって、その確認は困難である。もっともここには載せなかったが、流量を少なくして水深を極端に小さくすれば、平坦河床からでも容易に凹凸が生長して流路が分離する。しかしその場合には、シートフローのもつ土砂輸送能力が小さいために、侵食と同時に局所的な堆積現象が随所に生じ、流下方向に流況が変化して、等流状態が維持されない<sup>10)</sup>。

(4) 平衡横断面の形成過程

a) 侵食に伴う横断面の変形

前節では、横断方向の底面凹凸の変形を論じたが、一般には側岸を含めた横断面全体としての形状も、侵食の進行に伴って変化する。その際、ある程度変形が進めばもはやそれ以上変形することなく、同じ形状を保ったまま低下が進むような状態、すなわちある種の平衡状態の

存在することが実験的にも見い出された。

ここで、任意の初期形状をもつ横断面が、必ず平衡横断面を形成するか否か、もしも形成するならばそれはどのようなものであるか、またそれが初期形状に依存するかどうかということは、きわめて興味深い問題である。図-21 はその手

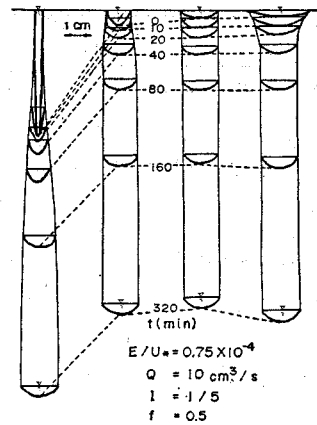


図-21 横断面変形過程の数値シミュレーション

がかりとして、種々の放物線を初期形状とする横断面の変形過程を数値差分法によって追跡したものである。ただし、侵食速度と摩擦速度の比や抵抗係数  $f$  などは、あとに述べる実験と対比するため、図中に示した数値を用いている。このように初期断面を狭くて深いものにするれば、拡幅が生じて水深が減少し、逆に初期断面を広くて浅いものにするれば、深掘れが生じて流路幅が減少し、変形速度は異なるが、いずれもほぼ同じ平衡断面に漸近する。しかしながら、ここに見られる平衡断面の一意性は、滑らかな放物線で表わされた初期断面に対して得られたものであり、前節で述べた発達領域に属する波状の初期断面に対しては、流れがいくつかに分裂したのち、そのそれぞれが平衡断面を形成していくものと思われる。その分裂のしかたは、初期断面における凹凸の波長や波高の分布ならびにその位相の組み合わせによって異なるであろう。

実際の斜面における地表面の凹凸状況は、雨水流の水深程度のスケールから見ればり面の施工直後といえどもかなり不規則であり、まして崩壊地においてはその程度がはなはだしい。また斜面の初期形状だけでなく、侵食機構そのものにもここに述べたような決定論的な現象のほか、種々の不規則な現象が介在している。したがって、そのような斜面上の流路の形成過程を一般的に扱うには、決定論的な手法だけでなく確率・統計的な手法も導入せざるを得ないであろう。

b) 平衡横断面形状

前項において、流路には平衡横断面の存在することがわかったが、このように流路がその横断形状を変えずに鉛直に低下する条件は、壁面に沿って、

$$\partial z / \partial t = E / \cos \theta = \text{const.} \dots\dots\dots (50)$$

が成り立つことである。そこで掃流力と侵食速度の関係を式 (37) で表わし、座標原点を最深点を選んで掃流力

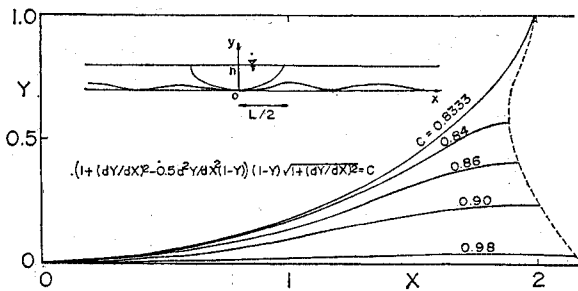


図-22 平衡横断面形状の理論解

を式 (17) で求めれば式 (50) は、

$$C = \left\{ 1 + \left( \frac{dY}{dX} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2Y}{dX^2} \cdot F \right\} \cdot F \cdot \left\{ 1 + \left( \frac{dY}{dX} \right)^2 \right\}^{1/n-1/2} \dots\dots (51)$$

$$F = \min \left[ 1 - Y, X \frac{dX}{dY} \right]$$

となる。ここに、 $X=x/h$ ,  $Y=y/h$ ,  $h$  は最大水深、 $C$  は最深部の掃流力と  $\rho ghI$  との比である。

図-22 は、境界条件を  $X=0$  において  $Y=0$ ,  $dY/dX=0$  とおき、 $n=1$  として式 (51) を積分したもので  $C < 0.8333$  の場合には解曲線が水中で直立してその法線群が交錯し、本モデルに適合する解が得られないが、 $C > 0.8333$  の場合には  $X=2$  で河床高の極大が現われて、うね間隔・最大水深比が約 4 の横断方向の波状河床となる。ただしその場合には水際が現われず、流路幅が無限となるので、現実の有限の流路に対する解とはなり得ない。そして特に  $C=0.8333$  の場合にのみ、その峰が水面と一致し、水面幅・最大水深比が約 4 の閉じた平衡断面となる。

表-2 流路横断面変形過程に関する実験 (Series B) の概要

	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7	Run 8	Run 9	Run 10
Q (cm <sup>3</sup> /s)	5	9	20	2	5	10	1	2	5	10
sin <sup>-1</sup> I	13°			26°			45°		33°	
t (min)	180	180	120	210	120	90	18	105	75	20
B (cm)	1.33	1.20	2.20	0.90	1.26	1.68		0.83	1.20	1.25
h (cm)	0.32	0.32	0.63	0.27	0.34	0.36		0.21	0.35	0.39

(初期流路断面は、幅 1 cm の長方形)

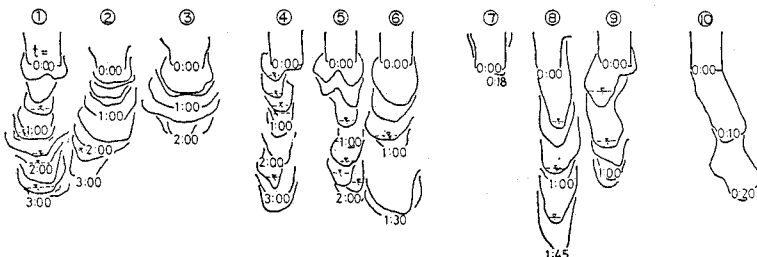


図-23 実験 (Series B) における流路横断面変形過程

このように、本モデルで求まる平衡断面は流量や勾配によらず相似であるが、これは掃流力と侵食速度の関係式 (39) のようにおいたためであり、前章に述べた限界掃流力や式 (37) における指数  $n$  の変化を考慮すれば断面形状も変わってこよう。しかし、従来の平衡断面理論<sup>15)</sup>に見られるような、流路の中央における平坦部の幅の任意性は除去されている。これは、本理論では、掃流力の算定に壁面の曲率が導入されていることに基づいている。

表-2 および 図-23 は、粘性流路における平衡横断面の形成過程について行った水路実験の実験条件ならびに結果である (Series B)。使用材料は、Run 1~9 が先の実験 (Series A) と同じく、砂・ベントナイト混合物、Run 10 は京都市西部の洛西ニュータウンで採取した、竹林跡の土砂である。初期断面はいずれも幅約 1 cm の長方形としたが、通水開始後まもなく放物線形に変化する。その後、低下に伴って縦断面形状は階段状となり、流路位置は横へもかなり振れるが、流水断面はそれらの変動に対して比較的すみやかに調節されて、Run 1 と Run 5 を除けば時間的にさほど変化していない (Run 1, 5 は、いったん分離した流路が、測定位置よりも上流で蛇行のために合流し、一方が涸渇して他方の流量を増加させたものである)。

流量や勾配を変えれば、断面の大きさはもちろんそれに依存して変化するが、その形状には系統的な差異が見出し難く、水面幅・最大水深比が約 3~4 の範囲に分布している。これは理論によって得られた値、すなわち  $B/h=4$  にかなり近い。実験において水面よりも上部の溝幅が水面幅に比べて広いのは、流れの横変動や側壁の崩落によるものと思われる。

また、前節に示した先の実験 (Series A) の Run 6~9 において、通水初期の変形後に見られるほぼ一定の形状を本節で理論的に得られた波状の平衡断面と比較すると、実験で得られるものには、波長・最大水深比が理論値 (約 4) に比べてはるかに小さいものが含まれており、峰部もかなりとがっている。これらが実際に平衡形状であるのか、それとも単に変形速度が遅いだけでもっと別の平衡形状へと移行していく過渡的な段階にあるのかは判定し難いが、いずれにしても掃流力を式 (17) で算定する限り、そのような峰部のとがりを説明することはでき

ず、さらにらせん流などの2次流の効果<sup>16),17)</sup>を考慮する必要がある。

さて、断面形状がわかれば、抵抗係数を与えることによって、流量や勾配と水深（あるいは流路幅）の関係が導かれるが、斜面侵食流路の抵抗には断面形の効果を無視できない上に、蛇行や階段状の縦断形<sup>18)</sup>の影響など未知の要素が多く、それを明らかにしていくことは今後に残された課題である。なお、粘着性材料上の流路形成過程と形態的に類似した現象が、融水による雪氷の侵食過程<sup>19)</sup>にも見られることは興味深い。

#### 4. 結 論

以上、従来研究の立ち遅れている、粘着性流路床の土砂水理学を進展させるための基礎として、粘土分を含有する砂れき床の侵食ならびに流砂機構に基づいて、平坦な流路床にリルが形成されていく過程、ならびに形成された流路の横断面が平衡形状に移行していく過程を理論的に考察し、実験によってその適用性を検討した。得られた結果を要約すると次のようである。

(1) 粘土の侵食速度は水流の条件だけでなく、その鉱物組成や存在状態によって異なるが、一般に掃流力と正の相関をもつものと考えられる。特にベントナイトの場合には、含水比を一定とすれば、大きな掃流力の範囲で侵食速度が摩擦速度に比例し、その係数は $10^{-5}$ のオーダーをもつことが実験的に得られた。

(2) 粘土分を含有する砂れき床の受食性は、従来、その材料に固有のものとして取り扱われてきたが、本研究では個々の砂れきの侵食の過程を周囲の粘土がはく離して砂れきが移動しやすい状態になる過程と、そのような状態になったのち実際に砂れきが移動するまでの過程とに分けることによって、粘土の侵食速度と砂れき床の平衡流砂量から混合物の侵食速度を求めるモデルを考案し、式中の係数を実験によって定めることができた。

(3) 流砂量が流水のもつ土砂輸送能力に満たなければ、侵食が進行するがその速度は流砂量そのものにはあまり影響されずに、掃流力と河床材料によって決まり、掃流力が一定の場合には平衡流砂量に達するまで河床はほぼ平行に低下し、流砂量は距離に比例して増加することが確かめられた。

(4) 等流における流路横断面内の掃流力分布は、等流速線にたてた直截線にはさまれる部分の面積をその潤辺長で微分することによって得られるが、等流速線を壁面からの等距離線で近似することによってその直截線を壁面にたてた法線で表わすことを提案し、任意断面の掃流力分布を求める式を導いた。この式には壁面の曲率が含まれており、上に凸の部分では掃流力が集中し凹の部

分では分散することが定量的に表されている。

(5) 上の掃流力分布と侵食特性を用いることによって、任意の横断面の変形過程を追跡するモデルが組み立てられ、粘着性流路床における極端に波長の短い凹凸は侵食の進行に伴って平滑化され、水深( $H$ )に比べて波長( $L$ )の大きな凹凸( $L/H \geq 5$ )は発達して流れを分裂させるようになることが導かれた。

種々の波長の擾乱が組み合わさっている場合には、それらの干渉効果が現われて、変形速度や分裂のしかたは成分波の組み合わせり方によって異なるが、それらの発達・減衰区分は、それぞれの成分波が単独に存在する場合のものが保たれる。したがって、幅の広い流れは、何らかの原因によって生じる発達領域の擾乱によって、ある平衡条件を満たすまで徐々に分離する。

(6) 上記のモデルを放物線で近似されるような横断面に適用することによって、初期形状が広くて浅い断面は底面の一部に深掘れを生じて流路幅が減少し、初期形状が狭くて深い断面は拡幅を生じて水深が減少し、いずれもほぼ同一の平衡断面に漸近していく過程を追跡した。壁面の後退速度が摩擦速度に比例する場合には、この平衡断面は流量や勾配によらず相似で水面幅・最大水深比が約4となる。

(7) 流路の横断形状特性がわかれば、水流の抵抗則を与えることによって、流量や勾配と断面の大きさの関係が得られるが、抵抗則は流路の縦・横断ならびに平面形状と密接に関連しており、一般的な把握が困難である。また、本研究では流れを等流として2次流の影響を省略したが、実際の流れは複雑で場所によって状態が異なるから、掃流力分布の算定法もさらに改良する必要がある。

(8) 本研究ではおもに決定論的な観点から流路横断面の形成過程を論じたが、水文条件・地形条件・土質条件、さらには水理学的な流れの機構の中にも不規則性の存在は避け難く、実際問題への適用にあたっては、確率・統計的な手法を組み合わせる必要がある。

#### 参 考 文 献

- 1) Task Committee on Erosion of Cohesive Materials: Erosion of cohesive sediments, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. HY 4, 1968.
- 2) 田中 茂: 急斜面土壌侵蝕の機構に就て, 土木学会誌, 第33巻, 4号, 1948.
- 3) Dunn, Irving, S.: Tractive resistance of cohesive channels, Proc. of ASCE, Vol. 85, No. SM 3, 1959.
- 4) Smerdon, E.T. and Beasley, R.P.: Tractive force theory applied to stability of open channels in cohesive soils, Research Bulletin No. 715, Agricultural Experiment Station, Univ. of Missouri, Columbia, Mo., 1959.
- 5) Partheniades, E.: Erosion and Deposition of Cohesive Materials, River Mechanics, Vol. II, ed. by H.W. Shen, 1971.

- 6) 芦田和男・田中健二：粘土分を含有する砂れき床の侵食と流砂機構に関する研究，京都大学防災研究所年報，第17号B，1974.
- 7) 矢野勝正・土屋義人・道上正規：砂れきの流送機構の確率過程としての特性について，京都大学防災研究所年報，第11号B，1968.
- 8) 岩垣雄一・土屋義人：雨水流による土砂の剥離と輸送について，土木学会論文集，第51号，1957.
- 9) Agricultural Research Service, USDA: A universal equation for predicting rainfall-erosion losses, ARS 22-66, 1961.
- 10) 芦田和男・田中健二：裸地斜面における流路の形成過程に関する研究(1)——流路網の確率的シミュレーションを中心として——，京都大学防災研究所年報，第18号B，1975.
- 11) 芦田和男・奥村武信・田中健二：斜面侵食に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第16号B，1973.
- 12) 芦田和男・澤井健二：粘着性河床における流路横断面形状，第20回水理講演会論文集，1976.
- 13) Graf, W.H.: Hydraulics of Sediment Transport, McGraw Hill, p. 112, 1971.
- 14) 芦田和男・澤井健二：粘着性流路床における横断方向凹凸の発達過程：第21回水理講演会論文集，1977.
- 15) Lane, E.W.: Progress report on studies on the design of stable channels of the Bureau of Reclamation, Proc. ASCE, Vol. 79, 1953.
- 16) 木下良作：航空写真による洪水流の流況測定，水工学シリーズ68-12，土木学会水理委員会，1968.
- 17) Allen, J.R.L.: Transverse erosional marks of mud and rock: Their physical basis and geological significance, Sediment Geol., 5, p. 320, 1971.
- 18) 芦田和男・澤井健二・藤田学：宅造地法面における侵食流路形態，土木学会関西支部年次学術講演会概要集，1976.
- 19) Parker, G.: Meandering of superglacial melt streams, Water Resources Research, Vol. 11, No. 4, 1975.

(1977.1.17・受付)