

動的応答から見た歩道橋の使用性に関する確率論的考察

PROBABILISTIC APPROACHES TO THE ERGONOMICAL
SERVICEABILITY OF PEDESTRIAN-BRIDGES

梶川 康 男*・小堀 為 雄**

By Yasuo KAJIKAWA and Tameo KOBORI

1. ま え が き

構造解析の目的は、Bolotin が文献 1) で指摘するように、耐用期間中に許されない状態が生じないことの確実さを求めることにある (The purpose of an engineering analysis of a structure is to obtain assurance that none of the inadmissible limiting state would set in during its time of utilization.) と思われる。

従来、許されない状態として構造物の部材力とその部材の許容耐荷力を越える状態のみを考えてきた。しかし、部材力と耐荷力はともに確率量であり、部材力が耐荷力を越えるという状態が絶対に生じないことは保証されていなかった。このことが指摘され、安全であることの確実さを確率 (信頼性あるいは破壊確率) の概念を導入して、定量的に評価されなければならないことが強調されるようになってきた²⁾。また、構造物は安全であるとともに、通常の使用状態においても支障を生じにくいものでなくてはならないことも指摘され、終局限界と使用限界の2つの状態に対して構造物は設計されるのが望ましいとされるようになりつつある³⁾。2つの限界状態のうち、終局限界状態は構造物が破壊するという最もクリティカルな状態であるので、従来からの研究などの発想に確率的な要素を取り入れることによって比較的容易に理解され、検討されるものであろう。しかし、使用限界状態はそれほどクリティカルではなく、たとえば、この状態が生じたとしてもただちに損害を受けることもないが、長い間に徐々に影響が現われるという性質のものである。しかも、この種の発想そのものが従来欠けていたために確率論的な要素を取り入れる以前に検討すべき問題が多く残されている。この使用限界状態には変形、ひびわれ、振動・騒音などが考えられている³⁾。さらに、

振動・騒音の中には歩行者や走行車両への影響、周辺環境への影響などがある。本来、これらは総合的に評価されるべきものであるが、現在では、まだ個々の影響に関して研究され始めた段階である。

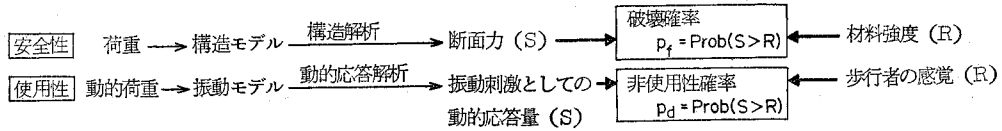
著者らは、上で述べた使用限界のうち、橋梁振動が歩行者に及ぼす影響について、振動感覚という立場から実験心理学的手法を用いた振動感覚実験^{4)~6)}、既設道路橋の振動調査⁷⁾ および歩道橋や道路橋の振動に対する考察^{8)~11)}などを行い、その成果を発表してきた。また、歩道橋に対して歩行者が受ける振動の影響に関する多くの研究^{12)~16)}がある。それらの研究は次のように分類される。その1つは、架設された歩道橋を1人または数人が歩いたときの振動がどのようなカテゴリーに属するものかを検討したものである¹²⁾。このほかに、歩行者が橋梁を通過するときの振動をどの程度にすれば快適であるか、あるいは振動量のある値以下にするには橋梁の断面などをどの程度のものにしたらよいかなどの考察を行った研究^{9), 13), 14)}がある。また、ある限度を越える振動の再現期間を確率統計的に求めた研究^{15), 16)}もある。これらの研究はいずれも、振動数や振幅を実験あるいは計算によって求め、振動感覚に関するデータ^{5), 17)~19)}のどのカテゴリーにその振動が属するかという評価が行われている。ところが、このような評価法では実験および計算で行われた載荷状態に対してのみの評価にとどまり、実際の使用状態に対する評価を行っているとは考えがたい。また、振動感覚実験における反応のばらつきは考慮されず、平均的な反応のみで評価していることになる。しかも、着眼点は常に橋梁であり、その利用者である歩行者には向けられていない。すでに述べたように、許されない状態が生じないことの確実さを定量的に評価するという点から考えると、従来の研究において何を定量化してきたのか疑問な点が多い。

そこで、安全性が終局限界状態の生ずる確率 (破壊確率) を定量的な尺度として評価されるならば、統一され

* 正会員 福井工業大学講師 建設工学科

** 正会員 工博 金沢大学教授 工学部建設工学科

表-1 安全性と使用性



た設計理念から使用性に関しても使用限界状態が生ずる確率を尺度として評価されるべきであろう。橋梁の振動が歩行者に及ぼす心理的影響に関していえば、使用限界状態とは振動がある限度を越えるということではなく、歩行者が不快あるいは不安の念を持つという状態であると思われる。このように考えると、安全性と振動感覚に関する使用性は表-1 のように対比される。

このような観点から、本論文では歩道橋に着目し、歩行者の荷重特性と反応特性に基づいて不規則振動解析の手法によって動的応答量を求め、振動刺激に変換し、心理的な反応の特性と比較することにより、心理的な限界状態が発生する確率（以後非使用性確率とよぶ）を求めた。この非使用性確率は橋梁の動的特性、歩行者の動的荷重としての特性、到着特性そして歩行者の心理反応の特性などのほとんどが加味された数値であるために、橋梁の使用性を論議する際に最も適した尺度であるとともに、構造解析の目的に合致する解析方法であると思われる。また、本論文で述べる解析方法はほとんどの形式橋に適用しうるが、歩道橋としてよく用いられる単純桁橋と等二径間連続桁橋に対して、非使用性確率を求め、その使用性を検討するとともに、二、三の考察を加えた。

2. 歩行者の特性

現在の歩道橋の設計では、主桁に対して 350 kg/m^2 、床組に対して 500 kg/m^2 の群集荷重を考慮している。 350 kg/m^2 の群集荷重は、歩行者の群集密度 $5 \sim 7 \text{ 人/m}^2$ を考えているために、群集の移動は困難であり、衝撃をさらに考慮する必要はないものと考えられる。しかし、群集密度が 1 人/m^2 程度では、歩行速度は自由歩行時のそれと大差はないと考えられる。したがって、群集密度が小さい場合にはかなり大きな衝撃荷重が橋面に加わり、ときには設計時に予測しなかった振動が発生することがある。さらに、このような群集密度が小さい場合には歩行者が自由に歩行することが可能であることから、さまざまな歩行特性が現われる。本節では、歩行者の動的外力としての特性、ある地点への到着の仕方および歩行者の振動感覚に関する特性について述べる。

(1) 動的荷重としての特性

歩行者を動的な荷重として扱う場合、まず、その周期と移動速度を調査する必要がある。この種の調査に関し

表-2 歩調と歩行速度の平均値と標準偏差

調査地点と対象	人数	歩調 (歩/秒)		歩行速度 (m/sec)		
		平均値	標準偏差	平均値	標準偏差	
福井	成人	530	2.00	0.171	1.40	0.181
	中学生	278	2.09	0.187	1.47	0.164
	小学生(高学年)	166	2.12	0.212	1.18	0.245
	小学生(低学年)	199	2.24	0.266	1.12	0.207
金沢 ⁸⁾	515	2.06	0.186	1.43	0.184	
東京 ¹⁵⁾	505	1.99	0.178			
大阪 ¹²⁾ 1	750	1.99	0.175			
大阪 ¹²⁾ 2	708	1.94	0.186			

注：大阪の数値は文献 12) には明記されていないので著者らが文献 12) の図より計算したものである。

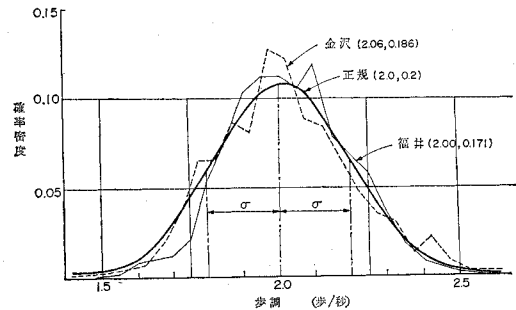


図-1 歩調分布

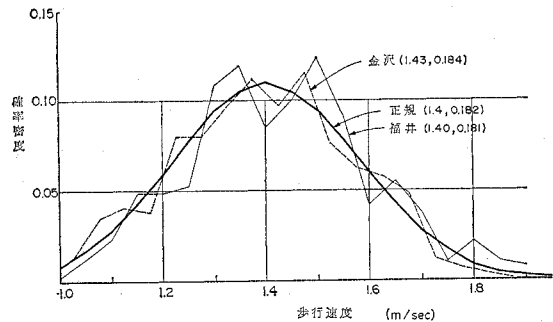


図-2 歩行速度の分布

て著者らが金沢市内で行った測定結果について、すでに発表⁸⁾したが、その補足調査を福井市内で行ったので、それらの結果について述べる。

一般街路上の一定距離 (20~30 m) を何歩で、何秒かかって歩いたかを測定した。今回の補足実験では、歩道橋が学童の安全から設置されることが多いために、成人 (高校生以上)・中学生・小学生高学年・小学生低学年に分けて測定した。その結果を表-2 に示した。表-2 には松本¹⁵⁾、牛尾¹²⁾そして著者ら⁸⁾の調査結果を参考までに示した。また、成人の歩調分布を図-1 に、歩行

速度の分布を 図-2 に示した。これらの図より、歩調・歩行速度ともに正規分布をしていることがわかる。小・中学生の場合も、ばらつきがやや大きくなるが、同様に正規分布であるとみなしうる。そして、小学生は成人に比べて歩行速度が小さくなり、歩調がやや大きくなっているが、中学生は成人とほとんど変わらないようである。

以上の調査結果および他の結果^{12),15)}などを総合してみると、歩調の平均はほぼ 2.0 歩/秒であり、そのばらつきは調査地点あるいは調査対象によって異なるが、変動係数にしてほぼ 0.1 とみなしてよく、その分布は正規分布である。そして、平均歩行速度は中学生以上で、約 1.4 m/sec であり、そのばらつきは変動係数にしてほぼ 0.13 とみなしてよく、この場合も正規分布であるといえる。一方、動的な荷重の特性として、その衝撃力の問題がある。これについては文献 8) において、詳細に検討したのでここではその結論のみについて述べる。歩行時に歩行者が橋面に与える衝撃力は、人体を腰部への集中系として扱い、その慣性力が一応の近似を与えるものと考えられ、その波形は粗い近似ではあるが次式のような三角関数で与えられる。

$$f(t) = \frac{W}{g} A \cos(\omega t + \theta) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $f(t)$: 衝撃力、 W : 体重、 g : 重力加速度、
 A : 腰部加速度の振幅 (約 0.4 g)、 ω : 歩調、
 θ : 初期位相

(2) 歩行者の到着特性

著者らの考えている構造物の動的使用性は、安全性のように、きわめてまねな状態を対象とせず、より日常的な状態を取り扱うべきであろう。一般に、きわめてまねな状態は密な載荷状態であり、動的影響は少ないものと考えられる。ところが、日常的な状態では歩行者は自由に歩行するために、ある到着特性をもつものと考えられる。一般的に、到着が少ない場合には、ある時間間隔内に到着する離散的な量はランダム型のポアソン分布に従うものとされている。そして、到着が多くなるに従ってアーラン型の到着となり、さらに多くなると一定間隔到着の規則型となる。また、交通信号などのような到着を調整する機構が予想される場合には超ランダム型の到着をするものと考えられる²²⁾。

そこで、著者らは福井市内の市街地において、歩行者の到着特性を調査した。その調査は、10 秒間に何人の歩行者が通過したかを記録した。測定は種々の通行量に対し、それぞれ 15 分間ずつである。その結果を 図-3 に示した。なお、図中の χ^2 はポアソン分布への適合度検定に必要な数値である。図示した 4 ケースのうち、(b) と (d) はかなりポアソン分布に適合しているが、

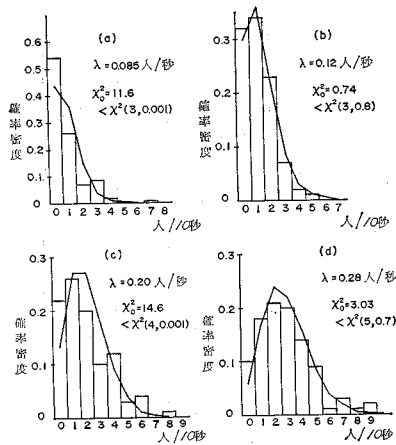


図-3 10 秒間に到着する歩行者の分布

(a) と (c) はあまり適合していない。そして、いずれのケースにおいても到着人数がゼロのときが理論値よりも大きくなっているがこれは測定点が市街地であるので交通信号の影響を大きく受けたためと考えられる。しかし、測定点の条件がランダムな到着にとってかなり悪いにもかかわらず、ある程度ポアソン分布に適合し、しかも横断歩道橋は歩行者の流れから交通信号の影響を減ずるであろうし、側道橋は市街地に架けられることが少ないであろうことから判断すると、歩行者はランダム到着をしているものと考えてもさしつかえないと思われる。

(3) 歩行者の振動感覚

人間が振動を受けたときの心理的な影響は、人間の姿勢・振動方向ならびに振動数などによって左右されることは周知のとおりである。そして、個人差がかなりあることもよく知られている。ところが、従来、この種の影響を考慮する場合に用いられてきた方法では、ある条件下での実測値あるいは計算値が、人間の平均的反応のどのカテゴリーに入るのみを考えてきた。しかし、前述したように安全性を評価する場合に、材料強度のばらつきを考えるように、動的使用性を評価する場合にも、人間の反応のばらつき (個人によるばらつきと各個人においても同じ反応を示さないことによるばらつきなど) を考慮して、確率論的な解析を行う必要がある。

そこで、すでに発表した振動感覚に関する結果⁵⁾を考察すると次のようになる。図-4 は振動台上に実際に歩いたときの反応のうち、歩きにくさを訴えた率と振動速度値 (実効値) である。図中の実線は、平均値と標準偏差値が同じ正規分布の分布関数を示している。なお、図-4 は 11 人の被験者に対し、各 3 回ずつ計 33 回の測定結果であることから、個人による差と各個人の状態による差を含めた結果である。また、他のカテゴリーに対

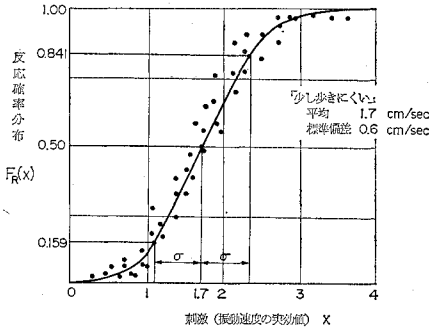


図-4 歩行者の反応分布 (少し歩みにくい)

表-3 各カテゴリーに対する刺激の平均値と標準偏差 (cm/sec)

カテゴリー	平均値	標準偏差
少し感じた	0.42	0.28
明らかに感じた	0.85	0.35
少し歩みにくい	1.7	0.60
大いに歩みにくい	2.7	0.70

する分布も正規分布をしており、その平均値と標準偏差値を表-3 に示した。したがって、前述した安全性の評価における材料強度に対応する

歩行者の各カテゴリーに対する感覚反応の分布は正規分布であると考えてよい。

3. 歩行者による動的応答と刺激影響線

ここでは、図-5 に示すように、ある歩行者 ① が歩道橋を渡るとき、その歩行者と時間間隔 τ (反対方向については橋端に達する時間差 τ) だけ離れた着目点にいる歩行者 (②あるいは③) にどのような影響を及ぼすかを求める。

歩行者の質量は橋梁に比べて小さく、歩道橋の振動減

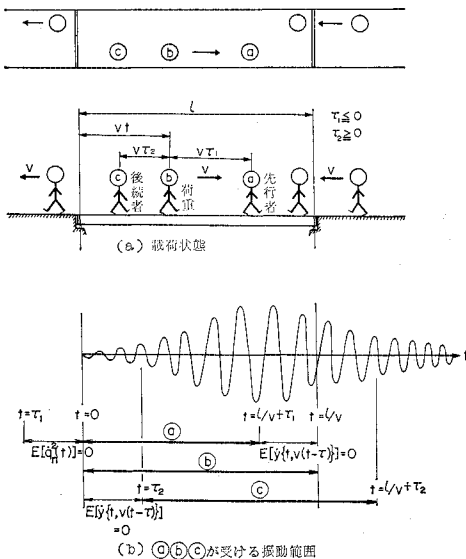


図-5 歩行者と橋梁のモデル

衰は小さいことから各モード間の減衰による影響は無視される。そのために、一人の歩行者による橋梁の振動は一般座標 $q_n(t)$ と正規化された基準関数 $\varphi_n(x)$ とを用いて、各モードごとに次式にて表わされる。

$$\ddot{q}_n(t) + 2\omega_n h_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = f(t)\varphi_n(vt) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、

ω_n : 系の固有振動数

h_n : 系の減衰定数

$f(t)$: 時間 t における外力

v : 外力の移動速度

そして、 x 点の変位は次式にて求められる。

$$y(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\varphi_n(x) \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 $\varphi_n(x) = \sum_{m=1}^{\infty} a_{nm} \sin \frac{m\pi x}{l}$ であり、係数 a_{nm} は $\sum_{m=1}^{\infty} a_{nm}^2 = 2/\rho l$ となるように正規化されているものとす

る。式 (2) による動的応答解析は、外力としての歩行者と時間間隔 τ だけ離れた位置にいる歩行者 (たとえば、②) への影響を求めているので、式 (3) において $x = v(t-\tau)$ とすれば、 $y(t, x)$ は着目した歩行者が脚部から受ける入力と考えることができる。したがって、この入力として歩行者への刺激に関する量を求めておけば、着目した歩行者が歩道橋を渡り終えるまでに、どのような刺激を受けるかを求めることができる。

さて、本論文では著者らがすでに発表した成果^{9),10)} に基づいて、歩行者に心理的な反応を起こさせる刺激として、橋梁の振動速度の実効値を考えることにする。そのために、本節では不規則振動解析を用いて $\dot{y}(t, x)$ の二乗平均値を求め、歩行者が橋梁を渡り終えるまでに受ける刺激の大きさを求め、次節にて、その確率を求めることにする。

まず、式 (2) はよく知られているように歩行者が橋面に与える定常外力 $f(t)$ を荷重として、歩行者が移動するために生ずる非定常性を確定関数 $\varphi_n(vt)$ で表わした非定常外力を受ける一自由度系の線形応答問題である。この種と類似した問題に対して、著者らは単一の走作荷重が道路橋を通過するときの橋梁の動的応答を不規則振動解析を用いて、すでに行い、その成果を発表^{9),10)} しているので、ここでは、その概略のみを述べる。

外力としての歩行者が橋梁に到着する以前、橋梁は静止していたと仮定し、しかも定常外力 $f(t)$ のパワースペクトル密度を $S_f(\omega)$ で表わせば、その歩行者から時間間隔 τ だけ離れた位置にいる歩行者が時間 t に受ける応答変位・応答速度ならびに応答加速度の二乗平均値の期待値は次式のようになる。

$$E[y^2\{t, v(t-\tau)\}] = \sum_{n=1}^{\infty} \{E[\hat{q}_n^2(t)]\varphi_n^2\{v(t-\tau)\}\} \dots\dots(4)$$

$$E[\dot{y}^2\{t, v(t-\tau)\}] = \sum_{n=1}^{\infty} \{E[\dot{\hat{q}}_n^2(t)]\varphi_n^2\{v(t-\tau)\}\} \dots\dots(5)$$

$$E[\ddot{y}^2\{t, v(t-\tau)\}] = \sum_{n=1}^{\infty} \{E[\ddot{\hat{q}}_n^2(t)]\varphi_n^2\{v(t-\tau)\}\} \dots\dots(6)$$

ここで、

$$E[\hat{q}_n^2(t)] = \frac{2e^{-2h_n\omega_n t}}{\bar{\omega}_n^2} \int_0^{\infty} S_f(\omega) \{I_s^2(\omega, t) + I_c^2(\omega, t)\} d\omega \dots\dots(7)$$

$$E[\dot{\hat{q}}_n^2(t)] = \frac{2e^{-2h_n\omega_n t}}{\bar{\omega}_n^2} \int_0^{\infty} S_f(\omega) \times \left[\left\{ -h_n\omega_n I_s(\omega, t) + \frac{\partial I_s(\omega, t)}{\partial t} \right\}^2 + \left\{ -h_n\omega_n I_c(\omega, t) + \frac{\partial I_c(\omega, t)}{\partial t} \right\}^2 \right] d\omega \dots\dots(8)$$

$$E[\ddot{\hat{q}}_n^2(t)] = \frac{2e^{-2h_n\omega_n t}}{\bar{\omega}_n^2} \int_0^{\infty} S_f(\omega) \times \left[\left\{ (h_n\omega_n)^2 I_s(\omega, t) - 2h_n\omega_n \frac{\partial I_s(\omega, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 I_s(\omega, t)}{\partial t^2} \right\}^2 + \left\{ (h_n\omega_n)^2 I_c(\omega, t) - 2h_n\omega_n \frac{\partial I_c(\omega, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 I_c(\omega, t)}{\partial t^2} \right\}^2 \right] d\omega \dots\dots(9)$$

ここで、 $\bar{\omega}_n = \omega_n \sqrt{1-h^2}$ である。なお、式(7)~(9)における $I_s(\omega, t)$ 、 $I_c(\omega, t)$ 、 $\frac{\partial I_s(\omega, t)}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial I_c(\omega, t)}{\partial t}$ 、 $\frac{\partial^2 I_s(\omega, t)}{\partial t^2}$ および $\frac{\partial^2 I_c(\omega, t)}{\partial t^2}$ は文献9)の付録を参照のこと。

ここで、定常外力のパワースペクトル密度 $S_f(\omega)$ について考えてみる。歩行者が橋面に与える衝撃力は式(1)によって近似されることはすでに述べた。式(1)において、体重、腰部加速度の振幅や歩調はともに、かなりのばらつきをもつ。ところが、それらをすべて考慮することは困難であり、ここでは、そのばらつきが動的応答に最も大きく影響するであろう歩調のみについて考える。各個人は常に一定の歩調で歩くものではないが、その乱れは少ないものと考えられるが、人による差は図-1に示したように変動係数にして約0.1である。そこで、歩道橋上に多くの人々が歩いているとして、各人は図-1のような歩調のばらつきを有しているものとする、式(1)で表わされる衝撃力 $f(t)$ のパワースペクトル密度 $S_f(\omega)$ は次式にて示される²⁰⁾。

$$S_f(\omega) = \pi \left(\frac{W}{g} A \right)^2 p(\omega) \dots\dots(10)$$

ここで、 $p(\omega)$ は歩調の確率密度関数であり、本論文では $p(\omega)$ として、2.(1)で示したように平均2.0歩/秒、変動係数0.1の正規分布を用い、そして、体重 W として60kg、加速度振幅 A として0.4gを用いることにする⁸⁾。橋上の歩行者が少ない場合にはやや妥当性を欠くが、そのような場合の平均的な状態を考え、しかも、本研究で対象にしている動的使用性は多数の人が同時に載ったときが問題であると思われるので、式(10)を衝撃力のパワースペクトルであるとした。

以上より、外力としての歩行者①が支点から vt の位置にいるときの橋梁の応答（一般座標における二乗平均値）を求めることができ、その外力と $v\tau$ だけ離れた位置にいる歩行者への刺激に関する入力計算される。そして、2人の歩行者は同じ速度で、間隔 $v\tau$ を保ったまま移動するとすれば着目した歩行者が橋端に達し、橋梁を渡り終えるまでの各時間に受ける入力を求めることができる。ただし、荷重としての歩行者以外は質量を持たないと仮定しているの、図-5の④で示したように外力よりも先行する場合 ($\tau_1 < 0$) には、荷重としての歩行者が橋梁に到着するまで橋梁は振動しない。一方、⑤で示したように外力よりも後続する場合 ($\tau_2 > 0$) には振動を受ける方の歩行者が橋梁に到着するまで、橋梁は荷重によって振動しているが、後続者が橋上にいないので式(4)~(6)で示される応答はゼロとなる。しかも、荷重が橋梁から出たあとの減衰振動による影響を後続者が橋梁から出てしまうまで受けることになる。なお、この減衰振動の影響は荷重が橋梁から出たあと、自由振動をしながら減衰するものとして、荷重が橋梁を出る時の二乗平均値 $E[Q_n^2(l/v)]$ を用いて、次のように示される。

$$E[Y^2\{t, v(t-\tau)\}] = \sum_{n=1}^{\infty} E[Q_n^2(l/v)] e^{-2h_n\omega_n(t-l/v)} \varphi_n^2\{v(t-\tau)\} \dots\dots(11)$$

このようにして、歩行者への入力計算されるが、本論文では前述したように橋梁振動による歩行者の心理的

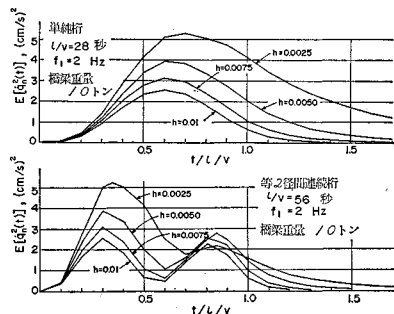


図-6 外力の位置による応答速度の二乗平均値(期待値)の変化

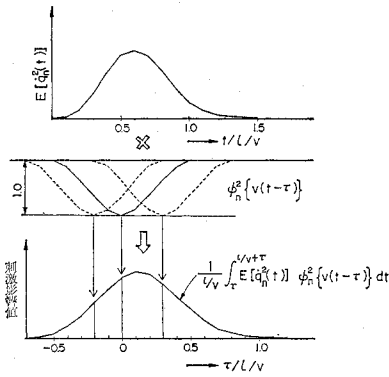


図-7 刺激影響値の計算法

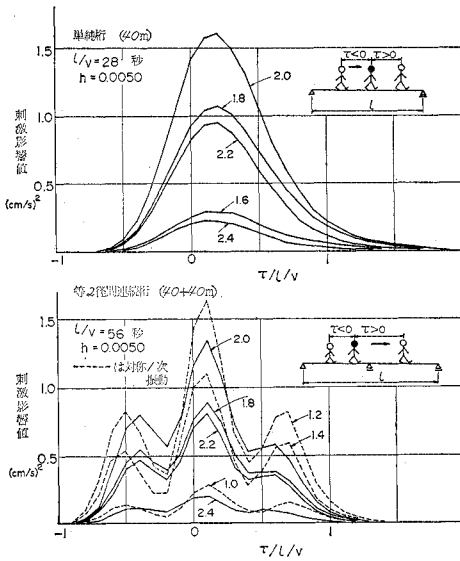


図-8 刺激影響値 (図中の数字は基本1次振動数 Hz を表わす)

な反応を対象としていることから、入力として応答速度の二乗平均値を考えることにする。図-6には、外力の位置によって一般座標における応答速度の二乗平均値の期待値 $E[\dot{q}_n^2(t)]$ がどのように変化するかを示した一例である。また、 $t/l/v > 1$ は式 (11) における $E[\dot{Q}_n^2(l/v)]e^{-2h_{non}(t-l/v)}$ である。図-7には外力と τ だけ離れた歩行者が受ける刺激に関する入力の計算方法を示し、その例を図-8に示した。この図-8において、 $\tau=0$ は歩行者自身で起こす振動あるいは並行して歩く歩行者または同時に反対側橋端に達した歩行者によって起こされる刺激であり、 $\tau < 0$ は τ 秒後に橋梁に到着する歩行者による刺激、 $\tau > 0$ は τ 秒前に到着した歩行者による刺激である。したがって、着目した歩行者の前後の状態がわかれば、その歩行者が橋梁上にいる間に受ける刺激量(刺激の二乗)を求めることができる。

本節で述べた解析方法では固有振動モードを正弦級数

の和で仮定しているの、固有振動数と固有振動モードの正弦級数を固有値解析によって決定すれば本解析方法が適用でき、橋梁形式にこだわらずに振動刺激の影響量を求めることができる。

以上のように、ある歩行者が時間間隔 τ だけ離れた歩行者によって受ける振動刺激の影響量を求めることができる。ところが、 τ だけ離れた位置に歩行者がいるか否かは確率事象であるので、振動刺激の大きさは確率的な取り扱いが必要となる。次節において、刺激がある大きくなる確率を求め、5.において、歩道橋としてよく用いられる単純桁橋と等二径間連続桁橋に対して、数値計算例を示す。

4. 非使用性確率

確率論的な設計においては、終局限界状態に対して信頼性あるいは破壊の確率を用いて限界状態が生じないことの実確さの尺度とするのが一般的である。前述したように使用限界状態に対しても、同じく確率にて評価するのが望しいと考えられる。荷重や強度の分布形などの問題点から終局限界に対する確率論の適用の是非が議論²¹⁾されているが、使用限界に対してはそれほど裾の部分が影響しないであろうから確率論の適用が適切さを欠くものではないと思われる。

そこで、本研究における非使用性確率をここで定義する。表-1で対比した安全性と同様に考えれば、歩行者の振動感覚に関する非使用性確率は、ある振動刺激が歩行者にある感覚を生じさせる確率である。ここで、振動刺激 S も歩行者の感覚反応 R もともに、ある分布形を有するので、その確率は次式となる(図-9参照)。

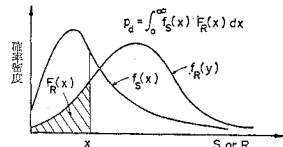


図-9 非使用性確率

$$p_d = P(S > R) = \int_0^{\infty} f_s(x) \left\{ \int_0^x f_R(y) dy \right\} dx = \int_0^{\infty} f_s(x) F_R(x) dx \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

- p_d : 動的非使用性確率
- $f_s(x)$: 振動刺激の確率密度関数
- $f_R(y)$: 振動に対する感覚反応の確率密度関数
- $F_R(x)$: " の確率分布関数

式 (12) における感覚反応の分布は 2.(3) で述べたように、振動感覚実験の結果よりほぼ正規分布であることが確認されたので、本論文では振動速度で与えられる刺激に対する歩行者の反応の確率分布関数 $F_R(x)$ とし

て、正規確率積分の形のものをを用いることにする。

一方、振動刺激 S の分布に対し、次のように考えることができる。ただし、ここでは歩行者はポアソン到着をするものとする。図-8 に示した振動刺激に関する影響値は着目した歩行者が橋梁上にいる間に、時間間隔 τ だけ離れた歩行者からどれだけの影響を受けるかを示している。ところが、 τ_i だけ離れた i 番目の区間 (S_i) 内に歩行者が n_i 人いる確率は、歩行者の到着率を λ 人/秒とすると、 $p_i(n_i) = e^{-\lambda S_i} (\lambda S_i)^{n_i} / n_i!$ であり、どの区間に対しても同様である。そして、 τ_i だけ離れた人の影響値を $D(\tau_i)$ とし、影響区間が N 個あるとすると着目した歩行者が受ける振動刺激の二乗の大きさ (S^2) は次のようになる。

$$S^2 = D(0) + \sum_{i=1}^N n_i D(\tau_i) \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $D(0)$ は着目した歩行者自身の起こす振動の影響である。そして、刺激が S になる確率は、

$$p(S) = \prod_{i=1}^N p_i(n_i) \dots\dots\dots (14)$$

となる。なお、ポアソン到着において、ある人が到着した時点からの分布と任意の時点からの分布とが一致する²²⁾ことが知られていることから、全影響区間内に一人もいない確率を、着目した歩行者以外に一人もいない確率であるとみなし、 n 人いる確率を着目した歩行者のほかに n 人いる確率とみなすことにする。このように考えることによって歩行者が受ける振動のみを対象とした。式 (13) で示されるのは振動刺激の二乗の大きさであることから、振動刺激の大きさ S を求めることができ、その確率が式 (14) によって求めることができるので、ある載荷状態における非使用性確率が計算される。すべての載荷状態を考慮すれば、式 (12) と同じ非使用性確率を求めることができる。

ところが、式 (13) と式 (14) の計算は、平均到着数 λS_i や区間数 N が大きくなると考慮すべき載荷の組合せは約 $(2\lambda S_i)^N \sim (3\lambda S_i)^N$ 回となり、非常に多くなる。たとえ、大型の電子計算機を用いても実用的ではない。そこで、図-8 の影響値に対し、きわめて単

純な仮定を設けることによって計算をはるかに容易にすることができる。すなわち、図-10 のように影響値を三角形で表わしうるものとする。ただし、最大影響値と影響面積は等しくとるものとする。このように仮定することによって、次のように振動刺激の分布を求めることができる。

影響区間 (T , 三角形の底辺の長さ) 内に着目した人のほかに n 人いる確率は、ポアソン分布より $P_T(n) = e^{-\lambda T} (\lambda T)^n / n!$ になる。ところが、その n 人が区間内のどの微小区間にいるかはすべて同じ確率である。したがって、図-10 に示すように、刺激に関する値 (刺激の二乗) は B から $B+nA$ の範囲に一律に分布することになる。ここで、 B は着目した歩行者自身が起こす振動の影響であり、 A は影響値の最大値である。そして、刺激に関する値が単位幅 (A) 内に入る確率は $e^{-\lambda T} (\lambda T)^n / n \cdot n!$ となる。すべての n について計算すれば、 j 番目の単位区間に刺激に関する値が入る確率は次式となる。

$$P(j) = \sum_{n=j}^{\infty} \frac{e^{-\lambda T} (\lambda T)^n}{n \cdot n!} \dots\dots\dots (15)$$

$(j=1, 2, 3, \dots)$

また、ポアソン分布は λT が大きくなると平均 λT , 標準偏差 $\sqrt{\lambda T}$ の正規分布にて近似されるので、式 (15) は次式にて表わされる。

$$P(j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda T}} \int_j^{\infty} \frac{1}{n} e^{-\frac{(n-\lambda T)^2}{2\lambda T}} dn \dots\dots\dots (16)$$

そこで、式 (15) あるいは (16) で示される j 番目の単位区間に刺激に関する値が入る確率 $P(j)$ を λT をパラメーターにとって計算した結果の一例を図-11 に示した。そして、単位区間幅を影響値の最大値 A にとり、座標原点を着目した歩行者自身が起こす振動の影響値 B だけ移動させ、 B の位置に T 内に一人もいない確率 $P(0)$ を加えれば、着目した歩行者が受ける刺激の二乗の分布を求めることができ、刺激の二乗の分布から刺激の分布が計算され、式 (12) における $f_s(x)$ を知ることができる。すでに、述べたように $F_R(x)$ も知る

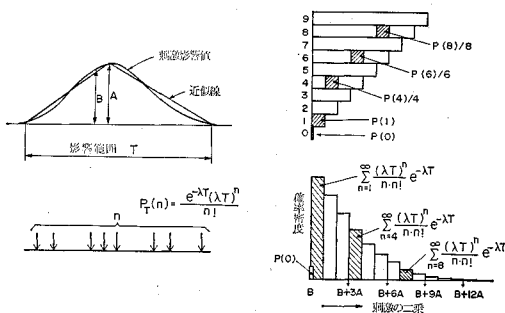


図-10 刺激分布の近似解法

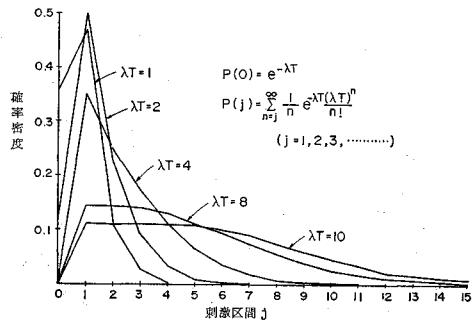


図-11 区間 j に刺激の二乗が入る確率

ことができたので、非使用性確率が求められる。ただし、 $f_s(x)$ と $F_R(x)$ はともに積分指数関数の形となり、式(12)の積分を解析的に求めるのは困難であり、数値計算によってのみ求めることができる。

この非使用性確率は、到着率が λ 人/秒である歩道橋に、任意に到着する歩行者のうち、何パーセントの人があるカテゴリー（たとえば、「振動を感じる」「歩きにくい」など）を感じるかを示している。この確率が、橋梁の動的特性（固有振動数、モード、減衰定数、橋梁重量、橋長）、歩行者の動的荷重としての特性（歩調、歩行速度、体重、衝撃力）と到着特性（到着率、到着分布）、歩行者の心理的反応の特性（平均、ばらつき）などのほとんどを考慮した数値であることから、橋梁の使用性を歩行者の立場から論議する場合の最も適した尺度であると思われる。

5. 数値計算例

本節では、前節までに述べた非使用性確率を単純桁と等二径間連続桁の形式橋に対して行った計算例を示す。ここで対象とした非使用性は「歩きにくさ」である。この種の歩道橋の設計については文献 8) で述べた。その

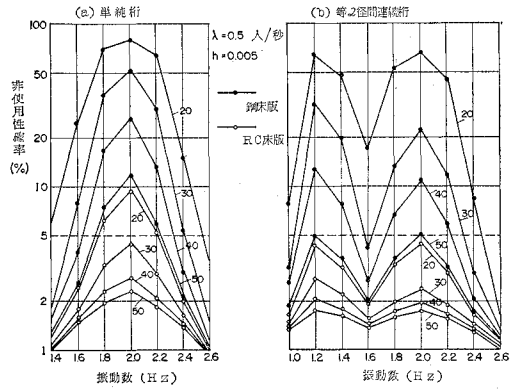
表一4 各種歩道橋の橋梁重量 (トン)

支間長 (m)	単純桁橋		等二径間連続桁橋	
	RC床版	鋼床版	RC床版	鋼床版
20	40	12	78	22
30	65	22	125	40
40	100	35	180	62
50	135	55	250	100

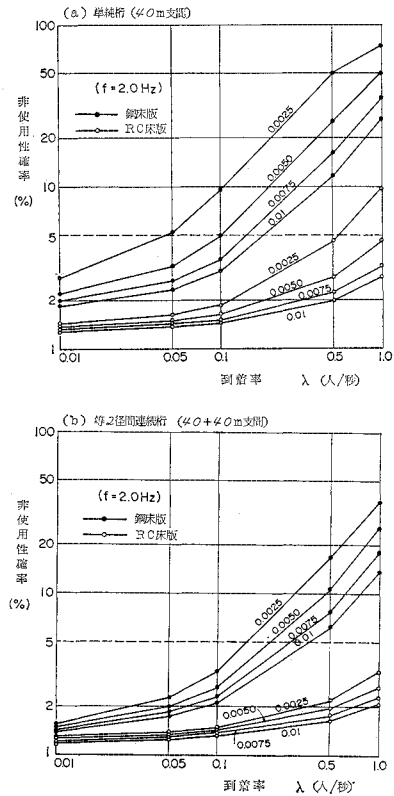
結果に基づいて、支間長・橋梁重量などは表一4に示した。橋梁重量は、桁高によって鋼重が多少変化するがその影響はわずかであるので、ここでは一定とした。歩道幅員は 4 m、床組構造としては鉄筋コンクリート床版（厚さ 10 cm）と鋼床版（デッキプレートと床用鋼板の併用）の二種類とした。減衰定数は 0.0025~0.01 とし、振動数については主桁（I型プレートガーダー、2本）の高さを変化させることによって制御できるので数種の振動数に対して、非使用性確率を求めた。ただし、現行設計で用いられている活荷重によるたわみ制限（支間長の 1/400 以下）にはこだわらないことにした。なお、歩行者の到着率は 0.01~1.0 人/秒（36~3600 人/時）とし、歩行速度は測定結果によって、その平均値 1.4 m/秒を用いた。

振動刺激の影響値の代表例は、すでに図一8に示したが、橋梁の重量を 10 トンとして計算されているので、影響値に重量補正値 $(10/\text{橋梁重量})^2$ を乗ずる必要がある。そして、図一10のような三角形近似を行うことによって影響範囲 (T) を求めることができ、歩行者がポアソン到着するものとすれば、 T 内に存在する歩行者数

が n 人であることの確率が計算されるので、振動刺激の大きさとその大きさに対応する歩行者の反応確率が算出される。すべての n について計算すれば前節で定義した非使用性確率を求めることができる。なお、 T 内に n 人がいる確率分布として、平均到着数 λT が 10 人以下のときはポアソン分布、10 人以上のときは正規分布を用いて計算した。図一12は振動数の変化によって、非使用性確率がどのように変化するかを床組構造、支間長



図一12 振動数による非使用性確率 (図中の数字は支間長を示す)



図一13 到着率による非使用性確率の変化 (図中の数字は減衰定数を示す)

をパラメーターにとって示した一例である。この図では、同じ振動数であれば短支間の橋梁の方が重量が小さいために、大きな確率を示しているが、実際には短支間であれば振動数が大きくなり、2 Hz 付近になることはほとんどないので必ずしも短支間橋の使用性が悪いというわけではない。そして、図-13 は到着率の変化によって非使用性確率がどのように変化するかを床組構造、減衰定数をパラメーターによって示した一例である。この図から到着率が大きくなると、使用性が著しく損われてくるのがわかる。このことは、この種の使用性問題が都市部の市街地において生ずるであろうことがわかる。また、減衰定数による差異も見られる。このことより、長支間橋では一般に振動数が低くなり、減衰定数が小さい¹²⁾ことから、郊外部の長支間側道橋などにおいても、この種の検討が必要であることがわかる。

ここで、従来の設計において歩行者の不快感の排除などの理由で用いられている活荷重によるたわみ制限（歩道橋の場合には、支間長の 1/400 以下）と、本論文で計算される非使用性確率とを比較した。まず、著者らが文献 8) で示したが、歩道橋の活荷重によるたわみと支間長との比 (δ/l) は近似的に次式で示される。

$$\frac{\delta}{l} \approx \frac{80 r_1 a \sigma}{384 E(1+\beta a)} \cdot \frac{1}{h/l} \dots\dots\dots(17)$$

そして、歩道橋の 1 次固有振動数 f_1 (単純桁では対称 1 次、等二径間連続桁では逆対称 1 次の振動数) は次式で表わされる⁸⁾。

$$f_1^2 \approx \left(\frac{r_2 \pi}{2}\right)^2 \frac{gE(1+\beta a)}{16 a l} \cdot \frac{h}{l} \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

- β : 活荷重の載荷長による係数 (単純桁では 1.0, 等二径間連続桁では 1.36)
- a : 単位長さ当りの活荷重/単位長さ当りの死荷重
- σ : 鋼材の許容応力 (SS 41 の場合, 1 610 kg/cm²)
- E : 鋼材のヤング率 (2.1×10^8 kg/cm²)
- g : 重力加速度 (980 cm/sec²)
- r_1 : 設計曲げモーメントに関する補正係数 (単純桁で 1.0, 等二径間連続桁で 1.25)
- r_2 : 断面二次モーメントに関する補正係数 (単純桁で 1.05, 等二径間連続桁で 0.79)

式 (17) と式 (18) より h/l を消去し、整理すると δ/l と f_1^2 との関係は次式となる。

$$\frac{\delta}{l} \approx r \frac{\pi^2 a}{f_1^2 l} \leq \frac{1}{400} \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 r は $3.19 r_1 r_2^2$ であり、単純桁では 3.35, 等二径間連続桁では 2.49 となる。式 (19) より、たわみ制限は a/l をパラメーターとした振動数制限と同意であることがわかる。すなわち、現行設計では振動数を次

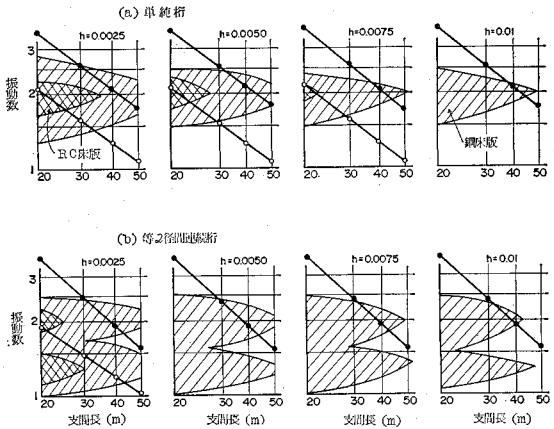


図-14 非使用性確率が 5% を越える振動数範囲とたわみ制限による振動数下限値 (到着率 0.5 人/秒、●— は鋼床版、○— は RC 床版を示す)

式で与えられる値よりも大きくすることになる。

$$f_1^2 \geq \frac{400 r \pi^2 a}{l} \dots\dots\dots(20)$$

そこで、歩行者の到着率を 0.5 人/秒として、非使用性確率が 5% を越える振動数範囲を減衰定数別に、各支間長ごとに求めたのが 図-14 である。非使用性確率を 5% としたのは特に理由はないが、Massonnet²³⁾ が使用限界状態に対する許容最大確率として、参考に挙げている値である。そして、図-14 の図中に引いた実線が式 (20) で示されるたわみ制限から求められた振動数制限の値である。この図より、短支間橋では一般に振動数が高く、減衰定数大きいことを考えると次のことがいえる。支間長 20~30 m の範囲では、現行のたわみ制限によって歩行者に対する使用性は確保されているが、支間長 40~50 m の鋼床版を有する歩道橋においては、現行のたわみ制限に準じて設計されたとしても歩行者に対する使用性が損われる可能性がある。そして、コンクリート床版を有する歩道橋では、橋梁重量が大きいために、特に減衰定数が小さく、しかも通行する歩行者が多くない限り、使用性が問題になることはないと思われる。本論文での設計例は歩道幅員 4 m であるが、ほかの幅員の場合も同様のことがいえると思われる。

以上の数値計算で示したように、非使用性確率が多い因子を考慮するためには、有効な尺度であると思われる。

6. 総括

本論文は、使用性を安全性と同じ設計理念で評価すべきであると考え、先に著者らが行ってきた振動感覚に関する実験的研究ならびに理論的研究をもとにして、歩道

橋の振動が歩行者に与える影響を確率論的手法を用いて解析する方法について検討したものである。まず、歩行者の特性を調べ、歩道橋の動的応答をモーダル解析と不規則振動解析を併用して求め、振動感覚を生じさせる刺激の影響量を計算した。そして、その刺激の影響が生ずるか否かは確率事象であるので、歩行者がポアソン到着をするものとして、振動刺激の大きさとその確率を求め、歩行者の反応分布との対応によって非使用性確率が計算されることを示した。この非使用性確率を、単純桁と等二径間連続桁の歩道橋に対して数値計算し、歩道橋におけるこの種の使用性を検討した結果、興味ある点を指摘することができた。特に、従来から用いられている活荷重によるたわみ制限が、見方によっては振動数制限であると考えられ、鋼床版を有する支間長 4.50 m の単純桁橋や等二径間連続桁橋においては、その制限が歩行者の振動感覚に関する使用性の点で有効でないことも指摘できた。

非使用性確率が、さまざまな特性を総合的に加味した数値であることから、橋梁の使用性を歩行者の立場から論議する際の最適な尺度であると考えられるが、さらに検討すべき点が多く残されている。

その一つに、非使用性確率をどの程度にすれば使用性が確保されたといえるか、である。Massonnet²³⁾は最大 5% としているが、その論拠は明らかではない。やはり、許容確率の設定はすでに使用性が保証されている既存の歩道橋の非使用性確率を計算し、キャリブレーション²⁴⁾を行う以外に方法はないように思われる。また、非使用性確率に対し、歩行者の到着率が大きく影響することはすでに述べた。ここで、次の 2 つの考え方が挙げられる。

(1) 設計に用いる活荷重（現行では 350 kg/m²）が同じであれば、使用目的や架設地点などの因子を問題とせず、一律に同じ到着率に対して使用性が確保されるべきである。

(2) 設計活荷重は破壊というクリティカルな状態を考えているので、日常の使用状態では架設地点の特性を考えて、計画到着率や許容確率を決定すべきである。

前者の考え方は、現行の活荷重を一律に考えようとするものであり、本来、確率論的な設計では設計活荷重も載荷確率によって変えるべき数値である。したがって、架設地点の計画到着率を用いる方が確率論的であると思われる。しかし、歩行者の歩行目的・職業・年齢などが架設地点で、どのように分布しているかなどによって許容確率を変えようとするのは、設計を複雑にするとともに、長い供用期間中にそれらの分布が変わる可能性を考えると許容確率はほぼ一律に決定すべきであると思われる。そして、計画到着率としては日平均到着率と日最

大時間平均到着率とを考慮するのが望ましいものと考えられる。特に、学童が多く利用する場合は、20 人程度の集団を考えて、その使用性を検討すべきである。そのいずれの結果も許容確率を越えないように、計画および設計を行うべきであろう。

ところが、本論文で用いてきた固有振動数や減衰定数は、歩道橋が完成して、その後に行うことのできる数値であり、計画や設計の段階では正確に知りえないものである。ここで問題にしてきたような使用性が論議されるべき時期は計画段階であり、遅くとも設計段階でなくては、対象としている構造物に、この種の設計理念を反映させることができない。しかし、設計終了時には振動数を計算することができるが、その振動数も橋梁完成後の実測振動数とは一般に異なった値となる。また、減衰定数については、それを予測することは現在ではほとんど行われていないのが実状であろう。このような理由から、振動数や減衰定数をより正確に予測する方法が開発されることが重要となる。

次に、よく議論される点であるが、使用性と経済性は背反する²⁴⁾といわれている。この点に関して、破壊確率を考慮した最適設計法が検討²⁵⁾され始めたが、同様な考え方で非使用性確率を用いることによって、使用性と経済性は決して背反するものではないと思われる。この点に対する検討も、今後の重要課題であろう。

さらに、検討すべき点はあると思われるが、本研究で求めた非使用性確率による歩道橋の動的使用性の検討方法が、今後、歩道橋の振動を考える際に参考になれば幸いである。

最後に、本研究の歩行者特性調査に協力いただいた福井工業大学の橋梁研究室の学生諸氏に謝意を表わすとともに、図面の作成などに助力いただいた金沢大学の城戸隆良技官に感謝いたします。なお、本研究の一部に文部省科学研究費の援助を受けたことを付記します。

参考文献

- 1) Bolotin, V.V.: Statistical methods in structural mechanics, Second chapter, Holden-Day Publishing Co., San Francisco, Calif., 1969.
- 2) Freudenthal, A.M.: Safety of structures, Transactions, ASCE, Vol. 112, pp. 125~180, 1947.
- 3) 土木学会 コンクリート 委員会終局強度設計小委員会：鉄筋コンクリート設計法の最近の動向——鉄筋コンクリートの限界状態設計法について（第 3 章）土木学会 コンクリートライブラリー第 41 号, 1975.
- 4) 小堀・梶川：道路橋の振動とその振動感覚，土木学会論文報告集，第 222 号，1974.
- 5) 小堀・梶川：橋梁振動の人間工学的評価法，土木学会論文報告集，第 230 号，1974.
- 6) 小堀・梶川：水平振動の振動感覚について，土木学会関西支部研究発表会，III-23, 1975.
- 7) 小堀・梶川：道路橋（鋼橋）の振動測定法とその特性，道路，第 401 号，1974.7.

- 8) 小堀・梶川・城戸：振動感覚を考慮した歩道橋の設計，橋梁と基礎，8巻12号，1974.12.
- 9) 小堀・梶川：単一動荷重に対する道路橋の振動感覚，土木学会論文報告集，第248号，1976.
- 10) 小堀・梶川：振動感覚を評価するためのアーチ橋の動的応答スペクトル，土木学会論文報告集，第251号（ノート），1976.
- 11) 小堀・梶川：単一動荷重に対する応答スペクトルの一考察，土木学会関西支部研究発表会，I-22，1976.
- 12) 牛尾・南条：歩道橋の振動に関する諸問題，日立造船技報，Vol. 33-3，1972.
- 13) 西脇威夫：歩道橋は揺れている，土木建設，第21巻9号，1972.9.
- 14) 西脇威夫：歩道橋における振動感覚の数量化と設計への応用，土木学会論文報告集，第257号，1977.
- 15) 松本・佐藤・西岡・塩尻：歩道橋の特性を考慮した歩道橋の動的設計に関する研究，土木学会論文報告集，第205号，1972.
- 16) 塩尻弘雄：歩道橋の動的設計について，第19回橋梁・構造工学研究発表会，1972.
- 17) ISO 2631 : Guide for the Evaluation on Human Exposure to Whole-Body Vibration, 1974.
- 18) 三輪・米川：振動の評価法，日本音響学会誌，27巻1号，1971.
- 19) Goldman, D.E. and Gierke, H.E. : Effects of shock and vibration on man, In shock and vibration Handbook, Edited by Harris, C.M. and Grede, C.E. (Vol. III), McGraw-Hill, 1961.
- 20) Papoulis, A. : Probability, Random Variables, and Stochastic Process, McGraw-Hill, 1965.
同訳 平岡・篠崎・天野・村田：工学のための応用確率論，東海大学出版会，1970.
- 21) 土木学会構造工学委員会 構造物安全性研究小委員会：構造物の安全性・信頼性——信頼性理論による設計法（第1編第5章），土木学会，1976.
- 22) 西田俊夫：待ち行列の理論と応用，朝倉書店，1971.
- 23) Massonnet, Ch. : Tokyo Seminar on some European Contribution to the Design of Metal Structures, Dept. of Civil Eng'g. Nagoya Univ., 1974.
- 24) 村上永一：土木構造物の設計とは何か，土木学会誌，57巻7号，1972.

(1977.3.16・受付)