

# 水草のある流れの水理学的研究

## HYDRAULIC CHARACTERISTICS OF FLOW WITH WATER PLANTS

日野 幹雄\*・歌原 英明\*\*  
By Mikio HINO, Hideaki UTAHARA

### 1. はじめに

河川の汚染問題を考える際に、その生態系を考えに入れなければならないことはいうまでもない。河川には、微生物の分解作用により、自ら水質を浄化する自浄作用とよばれる機能があるが、その際必要な溶存酸素は、大気中から取り込まれるか、水中の植物プランクトンや水棲大型植物（水草）の光合成によって作られる。

従来の自浄作用の研究においては、そのマイクロな機能に注意が払われてきた。しかし、水草の表面に微生物の膜ができたり、あるいは物理的付着作用のために、水草の生い茂った地点を通過すると水質が回復されるという例もある。水草の繁茂自体ある程度の河川の汚れの指標であるが、一方河川の自浄作用の中で水草の占める役割はこのように、重要であると考えられる。

そこで本論文では、水草と流体との相互作用に注目して、水草の持っている水理学的な性質を明らかにしていくことを試みる。また、本論文は水草の特性のうち流れに漂う葉の作用のみに着目する。すなわち、水草は流れに対し水平に位置し、流体に対して摩擦抵抗として働くと考えられる。

これまでに水草を取り扱った研究はいくつかあり、そのいずれもが、直立形の水棲植物の抵抗について研究している<sup>2),3)</sup>。また、実用的に、水草の抵抗とマンシングの粗度係数との関係も知られている<sup>1)</sup>。しかし、本論では、水草が繁茂したときの流速分布あるいは、水草周辺の乱れの状態を問題にしている。本研究と似たものに、井上による植物群落内部の気流の乱流構造に関する研究<sup>5),6)</sup>がある。ただし、この場合は  $\tau = \text{const}$  で取り扱いが容易になっている。

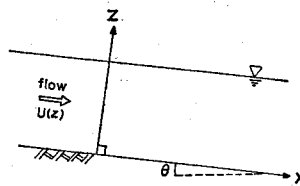


図-1 座標

### 2. 水草のある流れの基礎方程式

いま、2次元定常な流れを考え、Fig. 1 のように座標系を採れば、運動方程式 (Reynolds eqs.) は、

$$\rho \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \rho F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} - \rho \left( \frac{\partial \bar{u}'^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \rho \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \rho F_z - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \nabla^2 \bar{w} - \rho \left( \frac{\partial \bar{u}'w'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}'^2}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (2)$$

と表わされる。ここで、外力項は、

$$\left. \begin{aligned} F_x &= g \sin \theta - D \\ F_z &= -g \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

である。上式中の  $F_x$  の中の  $D$  は、 $z$  軸に垂直な単位断面積単位深さあたりの水草の葉による抵抗であり、その高さでの流速の自乗に比例すると仮定する (次元は  $[p]/L = [\rho][V^2]/[L]$ )

$$D = \frac{1}{2} \rho C_F b \varphi \bar{u}^2 \times 2 \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

- $C_F$ : 抵抗係数
- $b$ : 横断方向の水草の密度 (無次元)
- $\varphi$ :  $z$  方向の水草の密度 (単位高さ当りの水草の葉の数) ( $[L^{-1}]$ )

最後に2を掛けてあるのは、水草の表と裏を考えるからである。なお、序論に述べたように、茎の部分の作用は対象から除く。

\* 正会員 工博 東京工業大学 教授 工学部 土木工学科  
\*\* 学生会員 東京工業大学大学院

圧力の静水圧分布を仮定し、また、 $-\rho\partial u'w'/\partial z \gg \mu F^2\bar{u}$  の関係を考慮すれば定常準一様流に対する基礎方程式は、式 (1) より次のようになる。

$$\rho g I - \rho C_F b \varphi \bar{u}^2 - \frac{\partial \rho u'w'}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $I$  はエネルギー一勾配を表わし、

$$I = i - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\bar{u}^2}{2g} \right) \dots\dots\dots (6)$$

$-\rho u'w'$  は Reynolds 応力の成分  $\tau_{zx}$  である\*)。

$$\tau_{zx} = -\rho u'w' \dots\dots\dots (7)$$

**3. 基礎方程式の解**

基礎方程式 (5) を解くために、Reynolds 応力を平均流速に関して表示することが必要である。いわゆる Closure problem である。ここでは、もっとも一般的に用いられている Prandtl の混合距離理論を用いる。このとき、式 (5), (7) は、

$$\frac{d\tau}{dz} = -\rho g I + \rho C_F b \varphi \bar{u}^2$$

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right| \left( \frac{d\bar{u}}{dz} \right)$$

と書ける。あるいは、さらに整理して次のようになる。

$$[\tau \geq 0] \left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{dz} &= \frac{1}{l} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \dots\dots\dots (8a) \\ \frac{d\tau}{dz} &= -\rho g I + \rho \varepsilon \psi(z) \bar{u}^2 \dots\dots\dots (9a) \end{aligned} \right.$$

$$[\tau < 0] \left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{dz} &= -\frac{1}{l} \sqrt{-\tau} \dots\dots\dots (8b) \\ \frac{d\tau}{dz} &= -\rho g I + \rho \varepsilon \psi(z) \bar{u}^2 \dots\dots\dots (9b) \end{aligned} \right.$$

ここに、水草の葉密度の基準値ないしは平均値を  $(b\varphi)$  で表わし、

$$\left. \begin{aligned} \psi(z) &= b\varphi / (b\varphi)_0 \\ \varepsilon &= C_F (b\varphi)_0 \quad ([L^{-1}]) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

水草がある場合に、混合距離  $l$  がどうなるかが問題であるが、それは水底からの高さ  $z$  と水草の繁茂密度  $b, \varphi$  の関数と考えられる。繁茂度が小さい場合にはそれは  $b, \varphi$  には無関係であろう。また、水草の葉が密な場合には、 $\varphi$  (単位深さ方向の葉の枚数、 $[L^{-1}]$ ) や  $b$  に関係し、その次元を考えて、

$\varphi$  が小さい場合： $l \propto z$

$\varphi$  が大きい場合： $l \propto (1-b)/\varphi$

と仮定する。この間を結ぶ内挿式として、

$$l(z; \varphi, b) = \frac{\kappa(1-b)z}{1+\beta\varphi z} \dots\dots\dots (11)$$

\*) 以下 subscript  $zx$  は省略する。  
\*\*) 基礎方程式 (8), (9) は無次元化せずに、このままの形で取扱う。一時、無次元化表示の後、解をすすめたが、かえって無用の混乱を生じることがわかったためである。

が考えられる。

しかし、本論文の以下の計算はいずれも  $b, \varphi$  の小さい場合を対象としており、

$$l = \kappa z$$

としている。

**[境界条件—2 点境界値問題]**

さて、基礎方程式 (8), (9) に対する明確な境界条件は、

$$\left\{ \begin{aligned} z=h : \tau &= 0 \dots\dots\dots (12) \\ z=0 : \bar{u} &= 0 \dots\dots\dots (13) \end{aligned} \right.$$

である。しかし、式 (8) は  $z=0$  にまで適用できないので、式 (13) に代るそれと等価な条件を設定する必要がある。式 (11) より明らかのように、 $z \rightarrow 0$  では  $l \approx \kappa z$  ゆえ、漸近条件として、

$$z \rightarrow 0 : \frac{\bar{u}}{U_*} \rightarrow \frac{1}{\kappa} \ln \frac{U_* z}{\nu} + A_s \quad (\text{滑面})$$

$$\frac{\bar{u}}{U_*} \rightarrow \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{k_s} + A_r \quad (\text{粗面})$$

を考慮することができる (ここに、 $U_*$ : 摩擦速度、 $k_s$ : 相当粗度、 $A_s, A_r$ : 定数)。しかし、普通の流れと異なり摩擦速度  $U_*$  は  $\sqrt{ghI}$  ではなく未知量であり、上の条件は複雑すぎる。

そこで、これらに代るものとして、滑面の場合には粘性底層の高さでの条件

$$z = \delta : \bar{u}(\delta) = R_* U_* \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{\nu}{U_*} R_* \\ U_* &= \sqrt{\tau(0)/\rho} \\ R_* &= 11.6 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

また、粗面の場合には、

$$z = k_s : \bar{u}(k_s) = U_* A_r \dots\dots\dots (16)$$

を考える。

水草のある流れの問題は、一階連立常微分方程式 (8), (9) で表わされ、一見単純そうに見えながらこれを解くのに必要な 2 個の境界条件は両端で別々に与えられるといういわゆる「2 点境界値問題」となっている。しかも、その一端 ( $z=0$ ) での条件は、式 (14), (15) のように求むべき解 ( $\tau$ ) を含む形のいっそう複雑な「未定 2 点境界値問題」となっている (なお、2 点境界値問題は最近の応用数学上の主要な課題であり、invariant imbedding 法とか quasi-linearization 法が発表され、これらに関する成書も 5 点以上刊行されている。ただし、本論文では古典的 shooting 法を改良して用いている)。

さて、この「一端の境界条件が implicit に (未知の解を含んだ形で) 与えられた非線型 2 点境界値問題」を解くのに、以下に純解析的方法として「摂動法」による解と、数値的方法として古典的方法を若干修正した「二重

狙い撃ち法 (Double Shooting Method) による解を示す。

(1) 摂動法による解析解

解析を求めるために、単純に  $b\varphi$  = 一定を仮定し、かつ葉の密度も小さいとする。この場合、 $d\bar{u}/dz > 0$  と考えられるので、解くべき微分方程式は、

$$\begin{cases} \frac{d\sigma^2}{dz} = -gI + \varepsilon \bar{u}^2(z) \dots\dots\dots (17) \\ \sigma = \kappa z \frac{d\bar{u}}{dz} \dots\dots\dots (18) \end{cases}$$

となる。ここに、

$$\sigma = \sqrt{\tau/\rho} \dots\dots\dots (19)$$

$$\varepsilon = C_F b \varphi \dots\dots\dots (20)$$

である。

いま、 $\bar{u}$  および  $\sigma$  を微小パラメーター  $\varepsilon$  に関して、摂動展開する。

$$\begin{cases} \bar{u}(z) = u_0(z) + \varepsilon u_1(z) + \varepsilon^2 u_2(z) + \dots\dots\dots (21) \\ \sigma(z) = \sigma_0(z) + \varepsilon \sigma_1(z) + \varepsilon^2 \sigma_2(z) + \dots\dots\dots \end{cases}$$

式 (17), (18) に式 (21) を代入し、 $\varepsilon$  の等べきの項を集めれば、次の諸式が得られる。

$$\varepsilon^0: \frac{d\sigma_0^2}{dz} = -gI; \sigma_0 = \kappa z \frac{du_0}{dz} \dots\dots\dots (22)$$

$$\varepsilon: 2 \frac{d(\sigma_0 \sigma_1)}{dz} = u_0^2; \sigma_1 = \kappa z \frac{du_1}{dz} \dots\dots\dots (23)$$

$$\varepsilon^2: 2 \frac{d(\sigma_0 \sigma_2)}{dz} = 2u_0 u_1 - \frac{d\sigma_1^2}{dz}; \sigma_2 = \kappa z \frac{du_2}{dz} \dots\dots\dots (24)$$

式 (22) を  $\tau$  に関する境界条件  $z=h$  で  $\sigma=0$  のもとに解くと、式 (25), (26) を得る。

$$\sigma_0 = \sqrt{gI(h-z)} \dots\dots\dots (25)$$

$$u_0 = \frac{\sqrt{ghI}}{\kappa} \left\{ \ln \frac{1 - \sqrt{1 - (z/h)}}{1 + \sqrt{1 - (z/h)}} + 2\sqrt{1 - (z/h)} + C_0 \right\} \dots\dots\dots (26)$$

式 (26) の積分定数は、水路底面の境界条件式 (14) から

$$C_0 = \kappa R_* - \ln \frac{1 - \sqrt{1 - \delta'}}{1 + \sqrt{1 - \delta'}} - 2\sqrt{1 - \delta'} \dots\dots\dots (27)$$

ここに、

$$\delta' = \delta/h = \nu R^*/h\sigma_0(0) \dots\dots\dots (28)$$

同様に、式 (23) と表面における境界条件から

$$\sigma_1(z) = \frac{-ghI}{2\kappa^2\sigma_0} \int_z^h \left\{ \ln \frac{1 - \sqrt{1 - (z/h)}}{1 + \sqrt{1 - (z/h)}} + 2\sqrt{1 - (z/h)} + C_0 \right\} dz \dots\dots\dots (29)$$

$$\begin{aligned} u_1(z) = & -\frac{\sqrt{ghI}}{2\kappa^3} \left[ \int_\delta^z \frac{1}{z\sqrt{1 - (z/h)}} \right. \\ & \times \int_z^h \left\{ \ln \frac{1 - \sqrt{1 - (z/h)}}{1 + \sqrt{1 - (z/h)}} \right. \\ & \left. \left. + 2\sqrt{1 - (z/h)} + C_0 \right\} dz dz + C_1 \right] \end{aligned}$$

積分定数  $C_1$  を定める境界条件 (式 (14)) は、次のように書き直される。

$z=\delta$  において、

$$\begin{aligned} u(\delta) &= u_0(\delta) + \varepsilon u_1(\delta) \\ &= R_* U_* \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

ここに、

$$\delta = \nu R^*/U_* \dots\dots\dots (32)$$

$$U_* = (\sigma_0 + \varepsilon \sigma_1)_{z=0} \dots\dots\dots (33)$$

式の展開が複雑になり混乱が生じがちであるので避けたが、摂動展開の本来の考え方に従えば、独立変数と従属変数が 1 のオーダーになるように無次元化の方がよい。その際の摂動パラメーターは、

$$\tilde{\varepsilon} = C_F b \varphi h \cdot (U_s/\sqrt{ghI})^2 \dots\dots\dots (34)$$

あるいは、

$$r = C_F h b \varphi \dots\dots\dots (35)$$

である。 $\tilde{\varepsilon}$  は流速の無次元化を表面流速  $U_s$ 、せん断応力の無次元化を  $\rho ghI$  で行う場合、 $r$  はそれぞれ  $\sqrt{ghI}$  および  $\rho ghI$  で無次元化する場合の水草葉密度パラメーターである。 $z$  の無次元化はともに水深  $h$  を用いている。 $\varepsilon$  は  $[L^{-1}]$  の次元をもつから実際の計算上はともかく、結果の表示には、 $\tilde{\varepsilon}$  あるいは  $r$  を使用しなければならない。

式 (29), (33) から式 (32) により  $\delta$  を求め、最後に式 (30) に式 (31) の関係を課して、積分定数  $C_1$  が決定される。式 (29), (30) の積分が解析的に困難ゆえ、この計算は数値的に行われる。

上述の方法による摂動解の各項  $\sigma_0, \sigma_1, u_0, u_1$  の計算

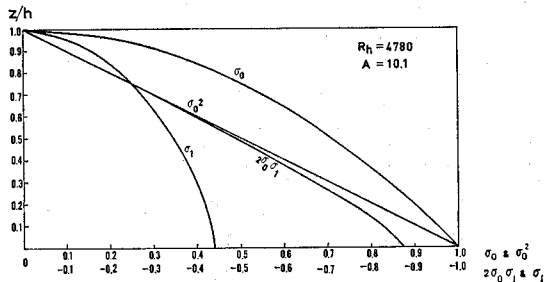


図-2 パーターベション法の解 (a)

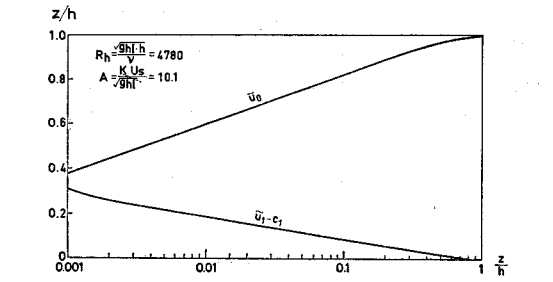


図-3 パーターベション法の解 (b)

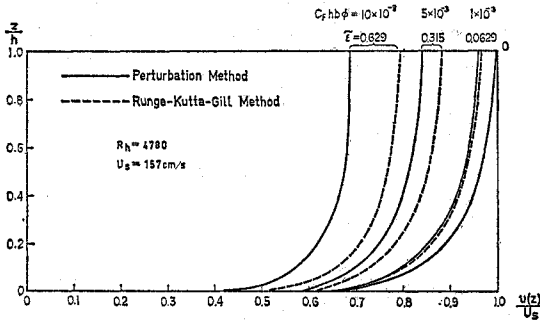


図-4 パーターベーション法による流速分布

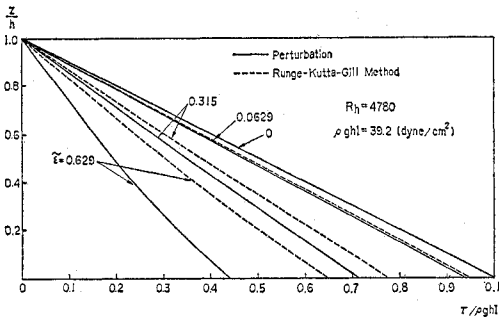


図-5 パーターベーション法によるせん断応力分布

結果を Fig. 2, 3 に示す。これらの図から、基礎解すなわち水草抵抗のない流れに対する第一次補正項の大きさの程度および水草による流速分布一様化の傾向を知ることができる。さらに、これらの解を用いて求められた種々の水草抵抗パラメータ  $\epsilon$  に対する流速分布・せん断応力分布が Fig. 4, 5 に示されている。なお、同図には次節に述べる式 (8), (9) の数値解 (数値的厳密解の結果) も記入してある。

Fig. 4, 5 によれば、一様葉密度の水草により流れは急激に一様化し、(同じ Reynolds 数  $h\sqrt{gh}/\nu$  の流れでは) 断面平均流速は减小する。また、摂動解は水草の及ぼす影響の傾向はよく表わすものの、数量的には  $\epsilon$  のきわめて小さい範囲に適用に限られることがわかる。それは、摂動法が本来非線形問題の線形化的近似解法であり、本問題のような非線形性の強い乱流現象に適していないためである。

解析解を求める意義は、単に具体的各ケースについて数量的解を与えることのみではなく、解の性質やパラメータの効果を一般的に把握する点にあるから、上述の点は摂動解を求めた意味を否定するものではない。

(2) 二重狙い撃ち法 (Double Shooting Method) による数値解

先に述べた基礎方程式の摂動法による解析解は、パラメータ  $\epsilon$  が小さいときのみ用いることができる。そ

こで、 $\epsilon$  の大きい場合については、基礎方程式の数値解によらざるを得ない。

解くべき方程式および境界条件は、式 (8a), (9a) または (8b), (9b) と式 (11), (13), (14) である。実際の数値計算では、

(i) まず、水面における流速  $\bar{u}(h) = U_s$  を仮定し、初期値問題

$$\left. \begin{aligned} z=h : \bar{u} &= U_s \\ \tau &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

として、式 (8), (9) を解く。

(ii) その解として、 $z=0$  における  $\tau_0$ 、したがって

$$U_* = \sqrt{\tau_0/\rho}$$

および、式 (8), (9) を下から数値積分をする出発点の高さ

$$\delta = \frac{\nu}{U_*} R_*$$

が求まる。 $\tau_0$  から必要とされるここでの流速  $U_* R_*$  は、しかし (i) で求められた  $\bar{u}(\delta)$  とは一般には一致しない。

もし、底面が粗面ならば、式 (15)  $z=k_s$ ,  $\bar{u} = U_* A_r$  がこれに代わる。

(iii) 次に、(i), (ii) から仮に求めた条件

$$z=\delta : \bar{u} = U_* R_*$$

$$\tau = \tau(\delta) \approx \tau_0$$

もしくは、

$$z=k_s : \bar{u} = U_* A_r$$

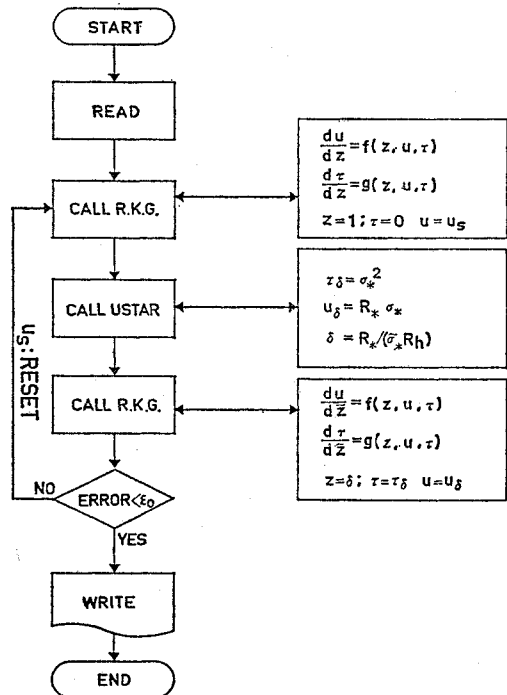


図-6 計算のフローチャート

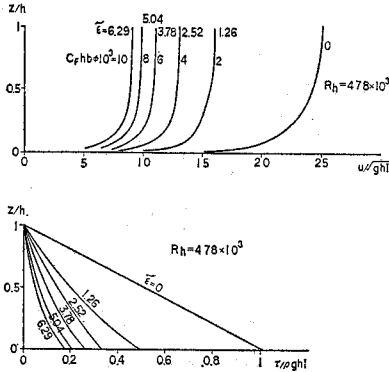


図-7 R.K.G. 法による流速分布とせん断応力分布

$$\tau = \tau(k_s)$$

を初期条件として、式 (8), (9) を今度は下から上へ数値積分を行う。

(iv) 上の数値積分の結果は、一般には水面での最初の仮定、式 (36) とは一致しない。そこで、改めて水面の流速  $U_s$  を仮定して、出発条件と帰還条件が一致するまで計算を繰り返す。

数値積分には HITAC Subroutine Library (MSL) にある Runge-Kutta-Gill 法を用いた。計算のフローチャートを Fig. 6 に示す。この計算では、 $U_s$  の仮定が最確値付近で2つの解の差は急激に小さくなり、収束した。計算結果の一例を Fig. 7 に示す。なお、摂動法との比較は、Fig. 4, 5 に並示した。Fig. 7 によれば、葉密度(一様)の増加とともに流速は急激に減少しかつ上下方向に一様化する。水草の葉が各深さで流速の自乗に比例する抵抗を及ぼしているのであるから、流速の速い表面近くほど流速が減少するのは、当然の結果といえる。また、せん断応力  $\tau$  の分布は、もはや直線分布ではないし、また底面でのせん断応力  $\tau_0$  は水草のない流れの場合の  $\rho ghI$  よりも急速に減少している。この他の場合の理論解は図-11, 12 に実験値と比較して示してある。

4. 実験

2., 3. で述べた理論の検証を中心とした実験を、全長 15m, 水路幅 40cm の開水路で行った。水草の代わりに Fig. 8 のように、幅 1cm または 2cm, 長さ 1

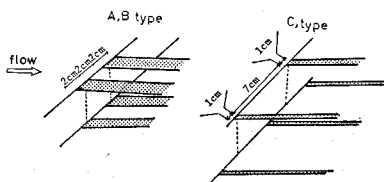


図-8 模擬水草の配置

表-1 模擬水草(ビニール)の種類

種類	厚さ	幅	長さ	間隔
A	0.05 mm	2 cm	1 m	1層に 2 cm 間隔 9枚
B	0.5 mm	2 cm	1 m	1層に 2 cm 間隔 9枚
C	0.05 mm	1 cm	1 m	1層に 6 cm 間隔 5枚, 4枚

m の帯状のビニール模擬水草を、横断方向に張りわたした細い釣り糸に取付けた。模擬水草の厚さは 0.5 mm および 0.05 mm の 2 種類である。模擬水草の配列そのものを表-1 に示す。

このように配列されたビニールを、水草のモデルとする点には多少の問題もあるが、水草の葉のように流れに漂って波打って動くという点で、水草そのものではないがその物理的特性をそなえていると思われる。目下、実際の水路での野外観測も立案中である。

さて、流速および乱れはそれぞれ、ピトー管と hot film 流速計により、また、水面形をポイント・ゲージにより測定した。実験結果は以下のとおりである。

(1) 水草の葉の抵抗係数の測定

上述の理論式により流速分布を計算するには、水草の葉の抵抗係数  $C_F$  を知らなければならない。水草は流れの中で揺動運動をしており、平板の抵抗係数とも異なるであろうし、また、これを理論的に求めることは、むしろ今後の研究課題である。したがって、ここでは  $C_F$  を実験的に推定する。

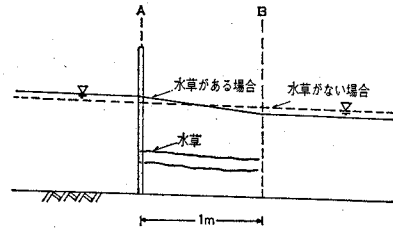


図-9 模擬水草がある場合の水面形の概略

流れは水草のある区間では、Fig. 9 のように不等流となっている。いま、検査面 AB を水草の前後に採れば、運動量方程式は次のようになる。

$$(\tau_0 + D_0)l_{AB} = \rho(h_A U_A^2 - h_B U_B^2) + \frac{1}{2} \rho g (h_A^2 - h_B^2) + \rho g \frac{(h_A + h_B)}{2} i l_{AB} \dots (34)$$

または、上式を変形して

$$\tau_0 + D_0 = \rho g h_{AB} \left[ i - \frac{1}{l_{AB}} (h_B - h_A) - \frac{1}{l_{AB}} \left( \frac{U_B^2}{2g} - \frac{U_A^2}{2g} \right) - \frac{(U_A - U_B)^2 (h_B - h_A)}{2 g l_{AB} (h_A + h_B)} \right] \rightarrow \rho g h I (l_{AB} \rightarrow 0)$$

ただし、 $D_0$  は単位幅単位長さ当りの水路底から水面ま

表-2  $U_*$  の比較 (cm/sec)

ビニール配列の種類		流速分布から求めた $U_*$	$\sqrt{gIR}$
A-2 (1.5, 3.5)	枠だけの場合	3.1	3.0
	模擬水草がある場合	3.1	—
A-2 (4.5, 6.5)	枠だけの場合	3.25	3.0
	模擬水草がある場合	3.1	—
B-2 (1.5, 3.5)	枠だけの場合	3.15	3.0
	模擬水草がある場合	2.85	—
B-2 (5.5, 7.5)	枠だけの場合	3.15	3.0
	模擬水草がある場合	3.4	—
C-5	枠だけの場合	3.1	3.0
	模擬水草がある場合	3.25	—
C-9	枠だけの場合	3.1	3.0
	模擬水草がある場合	3.3	—

での水草の全抵抗で、式 (4) の  $D$  の平均値を  $\bar{D}$  とすれば、

$$D_0 = \bar{D}h \text{ あるいは } (\rho C_F b \bar{u}^2 \times \text{葉の層数}) \dots (35)$$

である。

ビニール水草がある場合でも、水底近くではその影響を無視しうる。そこでの流速分布は対数分布則に従うので、流速分布曲線から  $\tau_0 = \rho U_*^2$  として底面でのせん断応力を求めることができる。この方法の精度を検証するために、水草のない場合について成立する関係  $U_* = \sqrt{ghI}$  ( $R$ : 径深) から求める摩擦速度と、流速分布から求めた摩擦速度を比較した。表-2 に示すように、両者は大体一致する。したがって、模擬水草のある場合の  $\tau_0$  も流速分布から推定してよいであろう。

この  $\tau_0$  を式 (34) に代入し  $D_0$  を求めた。さらに式 (35)、(4) より計算した平均の水草の抵抗係数を表-3 に示す。結果のばらつきは、水面勾配の測定誤差や流速分布からの  $\tau_0$  の推定誤差によると思われる。 $C_F$  の平均値は、

$$C_F = 8.04 \times 10^{-3} \pm 0.71 \times 10^{-3}$$

で、同程度の Reynolds 数  $R_I (=Ul/\nu) \cong 5 \times 10^5$  範囲の平板の抵抗係数  $C_f' = 5 \times 10^{-3}$  に比較して大きくなっている。

流れの中で乱舞するA型の模擬水草と、あまり動きのないB型の模擬水草の  $C_F$  の値に大きな差のないことから、 $C_F$  が一様流中の固定平板の値より大きいのは、

表-3 抵抗係数の推定 ( $R_I = U_0 l / \nu \cong 5.4 \times 10^5$ )

模擬水草の型	水草のない場合のエネルギー勾配	水草がある場合のエネルギー勾配	$C_F$
A-2 (1.5, 3.5)	1/455	1/227	$6.85 \times 10^{-3}$
A-2 (4.5, 6.5)	1/455	1/213	$7.54 \times 10^{-3}$
B-2 (1.5, 3.5)	1/455	1/192	$8.83 \times 10^{-3}$
B-2 (5.5, 7.5)	1/455	1/196	$8.43 \times 10^{-3}$
C-5	1/455	1/256	$7.82 \times 10^{-3}$
C-9	1/455	1/185	$8.77 \times 10^{-3}$
			平均 $8.04 \times 10^{-3}$

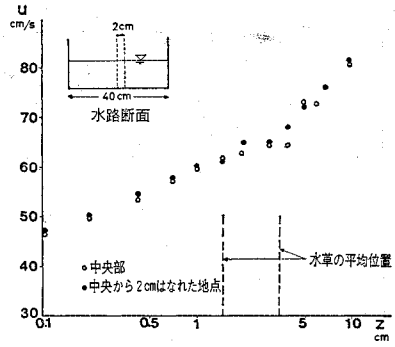


図-10 同一断面内の流速分布

単に水草の waving motion のみではなく、水草の表面から発達する境界層の干渉や水面・水路底の影響、流速分布のシアアの効果などによると思われる(本研究は、水草のある流れの流速とせん断応力分布の計算を主目的としているが、上記の事実は今後の研究素材を提供するものである)。

(2) 流速分布

水中で乱舞する水草がピトー管にからみ付くため、流速分布の測定は模擬水草の後方 5 cm の断面中央部と、それより 2 cm 横断方向に離れた相隣の水草の平均位置の間で行った。Fig. 10 に示すように、両断面での流速分布の差異はなく、流速は横断方向に均一化している。

水草の葉(ビニール葉)は、乱れにより平均位置を中心に乱舞している。ビニール葉の運動自体、流体力学的にも植物物理的にも面白い研究テーマであるが、ここではビニール葉が多層多列に配列されている場合には、葉密度分布関数  $b\phi$  を一定とし; また、ビニール葉の一層ないし二層多列配置の場合には、その存在確率を考慮して平均高さ  $\bar{x}$  を中心に実験的に求めた乱舞半幅  $\sigma$  の Gauss 分布形に仮定した。それは理論で問題にしているのは、時間平均的  $b\phi$  および  $\bar{u}, \tau$  だからである。すなわち、C-5, C-9:

$$b\phi = [(\text{ビニール幅}) \times \text{列数}] \cdot [\text{ビニール層数}] / [\text{水路幅} \times \text{水深}] = \text{一定}$$

A-2, B-2:

$$b\phi(x) = [(\text{ビニール幅}) \times \text{列数} / \text{水路幅}] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma^2}\right)$$

なお、以下の計算では  $\sigma$  の値を A 型で 1 cm, B 型で 0.3 cm とした。

各実験条件(水深  $h$ , エネルギー勾配  $I$ , 抵抗係数  $C_F$ ) に対し、II.2) に述べた数値解法(Runge-Kutta-Gill 法を用いた二重狙い撃ち法)による流速分布・せん断応力分布の理論曲線を Fig. 11 に示し、流速分布は実験値(○印)と比較している。図中の破線は、模擬水草の平

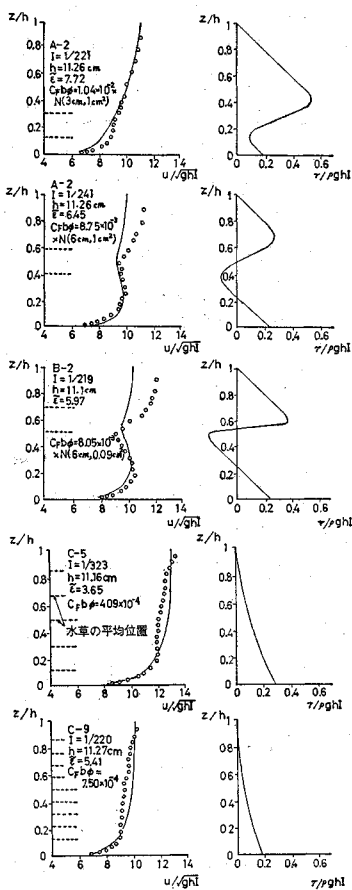


図-11 水草がある場合の流速分布とせん断応力分布(理論と実験との比較)

均位置を示す。  
**Fig. 12** は、流速分布についてのみ、水草のない場合とある場合の理論曲線と実験値との比較を示している。  
 理論計算には単純な混合距離の仮定 ( $l = \kappa z$ ) を用い、 $C_F, \sigma$  に実験による推定値を用いた以外には、 $l$  に葉密度の影響を考慮するなど細工をしなかったことを考えれば、理論は実験結果と合っていると見える。特に、二層配列の場合、流速分布にくびれができる傾向を両者は示している。また、実験値は得られないが、せん断応力に負領域が生じる場合(流速分布が逆勾配となる部分)のあることに注目したい。これは水草が下の水塊を引き止める効果のためである。

(3) 乱れの測定

最後に、今後の研究の方向を探るために、水草が乱れに及ぼす影響に関して若干の実験結果を補足する。本実験はビニールによる模擬実験であり、詳細な実験は野外での実物実験がよいと考えられる。

水草の乱れに及ぼす影響を hot film 流速計により測定した。hot film 流速計からの出力電圧を HITAC-10II により AD 変換し、出力紙テープをいったん磁気テープに移し替えたのち、

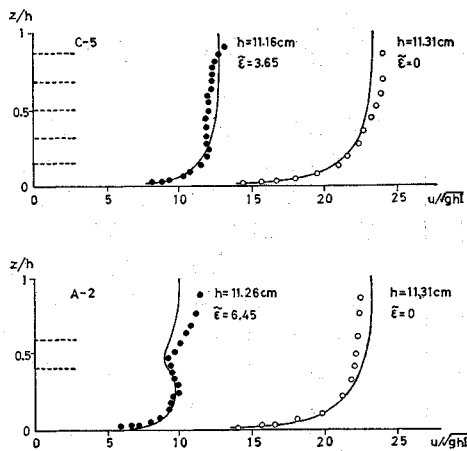


図-12 流量一定の場合の水草がある場合とない場合の流速の比較

均位置を示す。  
**Fig. 12** は、流速分布についてのみ、水草のない場合とある場合の理論曲線と実験値との比較を示している。  
 理論計算には単純な混合距離の仮定 ( $l = \kappa z$ ) を用い、 $C_F, \sigma$  に実験による推定値を用いた以外には、 $l$  に葉密度の影響を考慮するなど細工をしなかったことを考えれば、理論は実験結果と合っていると見える。特に、二層配列の場合、流速分布にくびれができる傾向を両者は示している。また、実験値は得られないが、せん断応力に負領域が生じる場合(流速分布が逆勾配となる部分)のあることに注目したい。これは水草が下の水塊を引き止める効果のためである。

理論計算には単純な混合距離の仮定 ( $l = \kappa z$ ) を用い、 $C_F, \sigma$  に実験による推定値を用いた以外には、 $l$  に葉密度の影響を考慮するなど細工をしなかったことを考えれば、理論は実験結果と合っていると見える。特に、二層配列の場合、流速分布にくびれができる傾向を両者は示している。また、実験値は得られないが、せん断応力に負領域が生じる場合(流速分布が逆勾配となる部分)のあることに注目したい。これは水草が下の水塊を引き止める効果のためである。

乱れの助長と、他の一つは、葉面による流れに直角方向の大きな渦運動の抑制である。川(たとえば、山形県鶴岡市の市中を流れる川)の中の藻のたゆとうような動きを見てみると、後者の作用が期待される。本論文のビニールによる模擬実験では、平均流速  $U(z)$  や(底面)摩擦速度に対する乱れは、水草の位置で水草のない場合の2倍以上にもなっており、水草から離れるにつれて元の分布に戻っている (**Fig. 13** (a), (c))。しかし、乱れは結局エネルギー損失となるのであるから、エネルギー勾配  $I$  を用いて  $\sqrt{ghI}$  に関して乱れの強さの分布を比較すると水草の位置では乱れの助長が行われ、その上下では乱れの抑制が行われるとみられる (**Fig. 13** (b))。

水草が乱れに及ぼす作用は、水草の種類、葉の力学的性質、水深方向の繁茂度にも関連するであろうから、本実験の結果からただちに一般的結論を下すことは避けなければならないが、水草による乱れの助長と抑制の効果は一応認められる。いずれの無次元化によっても、水草のところで相対的に乱れが大きくなっている。これは葉面における光合成に必要な  $CO_2$  とその結果発生する  $O_2$  の物質交換輸送に有利になっていると考えられる。

この点の詳細な検討のために最大エントロピー法 (M

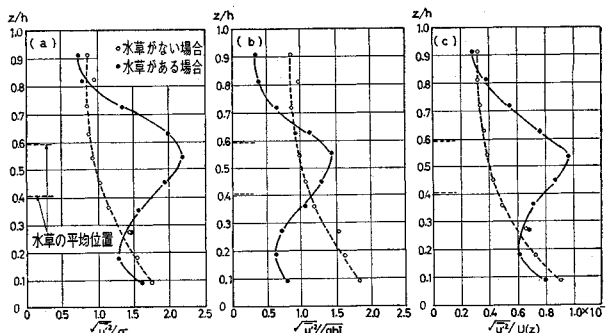


図-13 乱れ強度

HITAC 8700 により変動流速の標準偏差  $\sqrt{u'^2}$ , 乱れのスペクトル  $P(f)$  を求めた。この際データの読み取り間隔は 20 m sec, 計測時間 10 sec で、1点につき2回の測定を行いその平均値をプロットした。

**Fig. 13** は乱れの  $r.m.s.$  の分布である。水草の作用としては相反する2つの効果が考えられる。一つは、葉の乱舞(waving motion)によ

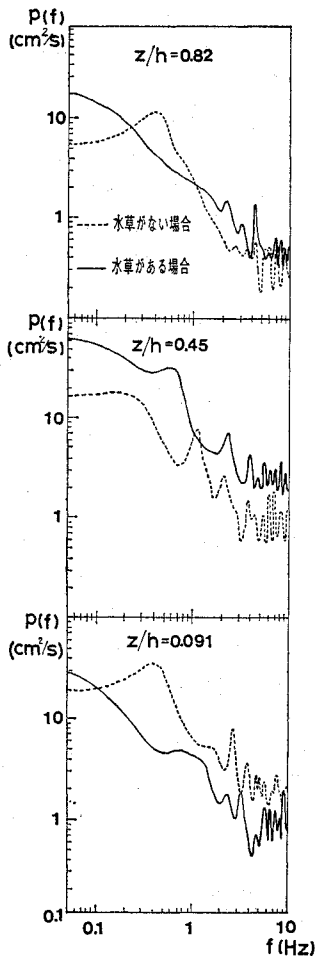


図-14 乱れのスペクトル

(1) 水草のある流れの流速分布・せん断応力分布は、一階連立常微分方程式(8),(9)の未定型2点境界値問題の解として求められる。水草の葉密度が小さい場合には、摂動法による解析解が適用できるが、葉密度の大きい場合には二重狙い撃ち法(Double shooting method)による数値解により解を求めることができる。

(2) 上記の理論解と実験値はほぼ一致する。よりよ

EM)によるスペクトルを求めた(Fig. 14)。スペクトルの高周波数領域( $f > 1$  Hz)の分布には水草による有義な差を認めることができない。低周波数領域では、水草により $f \approx 0.5$  Hz 範囲の変動が押えられている。ただし、水草のない場合の3か所の深さでのスペクトルが必ずしも同じ分布形となっていないこと、模擬水草の動揺を測定できないことなどのため、これ以上の議論はやめる。

#### 4. 結 論

い一致を得るためには、水草による混合距離の仮定の修正、水草による抵抗項の表示、さらには Reynolds 応力に対する高次の Closure 問題などの研究が必要である。特に新たな仮定を持ち込むことなしに、本論文では水草が流速分布を一様化し、また、流れに対する抵抗として作用するために平均流速が减小することを示し得た。

水草が深さ方向のある層に集中している場合には、流速分布のくびれや負のせん断応力など普通の流れと著しく異なる特性をもつことが注目される。

(3) 水草には葉の乱舞による乱れの助長と、大きな渦運動の抑制による乱れの低下の相反する作用が考えられるが、hot film 流速計による乱れの r.m.s. の分布からこれらの作用が実際に生じていることを認めることができる。

水草の葉の位置での乱れは相対的に増加している。これは、葉面での光合成のための  $\text{CO}_2$  と光合成の際に生じる  $\text{O}_2$  の物質交換および輸送のために有利になっているといえる。

(4) 本研究により、水草のある流れについて、水中の揺動物体による抵抗と乱れ、混合距離の変化など今後の課題が示された。また、実際に水草のある川での測定の重要性についても指摘した。

#### 参 考 文 献

- 1) Chow, V.T. : Open-Channel Hydraulics, McGraw Hill.
- 2) Kowen, N. and Unny, T.E. : Flexible roughness in open channel; J. of the Hydr. Div., ASCE, Vol. 99, No. HY 5 1973 May.
- 3) Li, R.-M. and Shen, H. W. : Effect of tall vegetation on flow and sediment; J. of the Hydr. Div., ASCE, Vol. 99, No. HY 5 1973 May.
- 4) 日野幹雄：流体力学，朝倉書店。
- 5) Inoue, E. : On the structure of air flow within crop canopies; J. Meteorol. Soc. Japan, Vol. 41.
- 6) 大久保明：生態学と拡散，築地書館。

(1976.7.5 (再) 1977.4.18・受付)