

土のダイレイタンスを考慮した地盤の有限要素解析

FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR DILATANT SOIL

松岡 元*・香川 和夫**・中井 照夫***

By Hajime MATSUOKA, Kazuo KAGAWA and Teruo NAKAI

1. まえがき

近年、地盤や土構造物の応力・変形解析に有限要素法がよく用いられているが、解析にあたり土の応力・ひずみ特性を適確に評価した構成式を導入することが重要である。本論文では、土のひずみがせん断によるひずみ、圧密によるひずみおよび弾性ひずみの和で表現されるとして、せん断中ならびに異方圧密中の土のダイレイタンス特性を考慮した平面ひずみ条件下の応力・ひずみ関係を誘導し、さらにこれを一般座標系での応力・ひずみ関係式に変換した。

次に、この応力・ひずみ関係式を構成関係として増分法による有限要素解析を行った。まず平面ひずみ状態の土要素を種々の応力径路下で解析するとともに、三軸圧縮試験結果と比較し、平均主応力一定時や異方圧密時の応力・ひずみ特性、ひずみの応力径路依存性などに関して良好な解を与えることを示した。一方帯状荷重下の地盤の解析も行い、特に安全率がすべり線と考えられる領域に沿って低下することを明らかにして、従来の安定解析との関連を検討した。

2. 平面ひずみ条件下の土の応力・ひずみ関係とその一般表示

地盤や土構造物の応力・変形解析を行うにあたり、適切な土の応力・ひずみ関係を導入することは最も重要な問題である。一般に土のひずみ増分は、塑性成分 $\{d\epsilon_p\}$ と弾性成分 $\{d\epsilon_e\}$ に分けられるであろう。ここでは、さらにこの塑性成分 $\{d\epsilon_p\}$ がせん断によるひずみ増分

$\{d\epsilon_s\}$ (応力比の変化によって生じるひずみ増分) と圧密によるひずみ増分 $\{d\epsilon_c\}$ (平均主応力の変化によって生じるひずみ増分) の和として表現されるものと考えた。すなわち、土の全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \{d\epsilon\} &= \{d\epsilon_p\} + \{d\epsilon_e\} \\ &= \{d\epsilon_s\} + \{d\epsilon_c\} + \{d\epsilon_e\} \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

以下サフィックス p は塑性成分、 e は弾性成分、 s はせん断による成分、 c は圧密による成分を表わすものとする。なお、ひずみ増分の方向については、弾性学・塑性学の仮定に基づいて弾性主ひずみ増分の方向は主応力増分の方向に、塑性主ひずみ増分の方向は主応力の方向に一致するものとする。また、平面ひずみ状態のような2次元問題においても、全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は平面ひずみ条件下の $\{d\epsilon_s\}$ 、 $\{d\epsilon_c\}$ 、 $\{d\epsilon_e\}$ の和として表現される、すなわち式(1)が成立するものとする。

(1) せん断による塑性ひずみ増分

せん断によるひずみとは、土質力学の分野では平均主応力一定の条件のもとで応力比が変化する場合に生じるひずみを呼んでいる。平均主応力一定試験の場合、著者の一人は3主応力軸間の3個のモービライズド面(複合モービライズド面)の概念より、1個のモービライズド面上においては次の2つの基本関係式が成立することを示している¹⁾。これらの式は、また平面ひずみ条件下においても近似的に成り立つと考えられる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \left(-\frac{d\epsilon_{Ns}}{dr_s} \right) + \mu \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda' \left(-\frac{\epsilon_{Ns}}{r_s} \right) + \mu' \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 τ/σ_N はモービライズド面上のせん断・有効垂直応力比、 ϵ_{Ns} 、 r_s はそれぞれせん断によるモービライズド面上の垂直ひずみ、せん断ひずみであり、 λ 、 μ 、 μ' はいずれも土質パラメーターである。式(2)、(3)を合わせて得られる微分方程式を、 $d\epsilon_{Ns}/dr_s = 0$ のとき $r =$

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 土木工学科

** 正会員 工修 フジタ工業(株)技術研究所 土質基礎研究室主任

*** 正会員 工修 名古屋工業大学助手 土木工学科(元・フジタ工業(株)技術研究所 土質基礎研究室)

r_0 なる条件で解けば次式を得る.

$$r_s = r_0 \cdot \exp\left(\frac{X - \mu}{\mu' - \mu}\right) \dots\dots\dots (4)$$

ここに, $X \equiv \tau/\sigma_N$ であり, r_0 はパラメーターである.

式 (4) を X について微分すれば次式を得る.

$$\begin{aligned} dr_s &= \frac{r_0}{\mu' - \mu} \cdot \exp\left(\frac{X - \mu}{\mu' - \mu}\right) \cdot dX \\ &\equiv G_1 \cdot dX \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

また式 (2), (5) より次式を得る.

$$\begin{aligned} d\epsilon_{Ns} &= \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot dr_s = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot G_1 \cdot dX \\ &\equiv E_1 \cdot dX \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

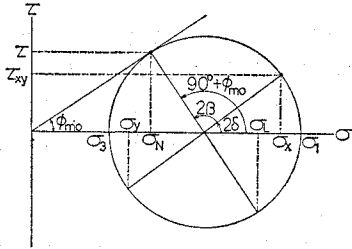


図-1 モールの応力円で表示したモービライズド面の応力 (σ_N, σ_L, τ) と一般面の応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)

ここでせん断によるひずみは塑性ひずみであると考へ, その主ひずみ増分の方向が主応力の方向に一致するという仮定に立てば, 図-1, 2 のモールの応力円とひずみ増分円よりモービライズド面と直交する面上の垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{Ls}$ は次式によって表わされる.

$$\begin{aligned} d\epsilon_{Ls} &= d\epsilon_{Ns} + \tan \phi_{m0} \cdot dr_s = d\epsilon_{Ns} + X \cdot dr_s \\ &= (E_1 + X \cdot G_1) \cdot dX \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここで, 土質パラメーター (λ, μ, μ', r_0) のうち, λ, μ, μ' については試料が決まればほぼ一定とみなし得る係数であるが, r_0 は初期の粒子構造や拘束応力の影響をうける係数である. そこで実験結果²⁾ などから近似的に次のように表現する.

$$r_0 = r_{0i} + C_d \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \dots\dots\dots (8)$$

ここに, σ_m は平均有効主応力であり, σ_{mi}, r_{0i} は基準とした平均有効主応力およびそのときの r_0 を表わしている. また C_d は試料およびその初期の粒子構造によって決まる係数と考えられる.

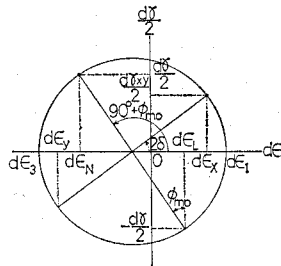


図-2 モールのひずみ増分円で表示したモービライズド面のひずみ増分 ($d\epsilon_N, d\epsilon_L, d\gamma/2$) と一般面のひずみ増分 ($d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\gamma_{xy}/2$)

さて, モービライズド面上のせん断・垂直応力比 $X \equiv \tau/\sigma_N$ を一般応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) を用いて表わすと次のようになる.

$$\begin{aligned} X &\equiv \frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{1}{2} (\sqrt{\sigma_x/\sigma_s} - \sqrt{\sigma_s/\sigma_x}) \\ &= \sqrt{\frac{(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2})^2 + \tau_{xy}^2}{\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2}} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで, 計算の便宜上 $I_1 \equiv \sigma_x + \sigma_y, I_2 \equiv \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2$ とおいて, 式 (9) を全微分すると次式を得る.

$$\begin{aligned} dX &= \frac{(I_1/I_2)}{8X} [\{2 - (I_1/I_2) \cdot \sigma_y\} \cdot d\sigma_x \\ &\quad + \{2 - (I_1/I_2) \cdot \sigma_x\} \cdot d\sigma_y + \{2(I_1/I_2) \cdot \tau_{xy}\} \cdot d\tau_{xy}] \\ &\equiv A_1 \cdot d\sigma_x + A_2 \cdot d\sigma_y + A_3 \cdot d\tau_{xy} \\ &= \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} \equiv \{a\}^T \cdot \{d\sigma\} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

したがって, 式 (5), (6), (7), (10) よりせん断によるモービライズド面上のひずみ増分 $\{d\epsilon_s^m\}$ は一般応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) によって次式のように表わされる.

$$\begin{aligned} \{d\epsilon_s^m\} &= \begin{Bmatrix} d\epsilon_{Ns} \\ d\epsilon_{Ls} \\ dr_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_1 + X \cdot G_1 \\ G_1 \end{Bmatrix} \cdot dX \\ &= \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_1 + X \cdot G_1 \\ G_1 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix} \\ &\equiv \{E_s\} \cdot \{a\}^T \cdot \{d\sigma\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

一方, いま β をモービライズド面と一般面 ($x-y$ 面) のなす角とすれば β は次式で表わされる (図-1, 2 参照).

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} X - \delta \dots\dots\dots (12)$$

ここに, δ は主応力面と一般面 ($x-y$ 面) のなす角であって, 図-1 のように応力の符号を決めると δ は $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ を用いて次のように表わされる.

$$\delta = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) & (\sigma_x \geq \sigma_y) \\ \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) + \frac{\pi}{2} & (\sigma_x < \sigma_y) \end{cases} \dots\dots\dots (13)$$

ゆえに, モービライズド面から一般面 ($x-y$ 面) へのひずみ増分の座標変換マトリックス $[T]$ は, 主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという仮定より次のように表わされる.

$$\begin{aligned} [T] &= \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & \sin \beta \cdot \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & -\sin \beta \cdot \cos \beta \\ -2 \sin \beta \cdot \cos \beta & 2 \sin \beta \cdot \cos \beta & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{bmatrix} \\ &\dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

したがって, 式 (11)~(14) より一般面 ($x-y$ 面) におけるせん断によるひずみ増分 $\{d\epsilon_s\}$ は次式のように表

現される。

$$\begin{aligned} \{d\epsilon_s\} &= \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xs} \\ d\epsilon_{ys} \\ d\epsilon_{xys} \end{Bmatrix} = [T] \cdot \{d\epsilon_s^m\} \\ &= [T] \cdot \{E_s\} \cdot dX = [T] \cdot \{E_s\} \cdot \{a\}^T \cdot \{d\sigma\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(15)$$

(2) 圧密による塑性ひずみ増分

圧密によるひずみとは、土質力学の分野では応力比一定の条件のもとで平均主応力が変化する場合に生じるひずみと呼んでいる。そして、3主応力が等しい、すなわち主応力比が1の状態では平均主応力が増加する場合を等方圧密、主応力比が1より大きい一定値で平均主応力が増加する場合を異方圧密と名づけている。従来より圧密による体積ひずみ ϵ_{vc} は等方圧密、異方圧密を含めて次式で表現されるといわれていた。

$$\epsilon_{vc} = \frac{C_c}{1+e_0} \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 C_c は圧縮指数、 e_0 は初期間隙比、 σ_{m0} は初期平均有効主応力である。しかし、式(16)が成立するのは等方圧密および主応力比が小さい範囲での異方圧密に限られており、主応力比が大きい異方圧密では平均主応力の増加に対し逆に体積膨張の傾向を示すようである^{2),3)}。また等方圧密の場合には3主ひずみが等しくせん断ひずみは生じないと考えられるが、異方圧密の場合には一般に3主ひずみは等しくならず、圧密といえどもせん断ひずみが生じると考えられる。そこで、ここではモービライズド面上のせん断ひずみや垂直ひずみ(式(5),(6)参照)にいかにすれば平均主応力 σ_m の影響を含めうるかという立場から、圧密によるひずみ増分の式を試みた。

まず、せん断によるモービライズド面上のせん断ひずみ r_s が式(4)で表わせることと、土質パラメーター r_0 が近似的に式(8)で表現されることに着目する。そして、等方圧密においてはせん断ひずみが生じないことを考慮して、式(4)を次式のように補正する。

$$r = r_0 \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu'-\mu}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu'-\mu}\right) \right\} \quad \dots\dots(17)$$

ここで、式(8)を考慮して上式的全微分をとれば次式を得る。

$$\begin{aligned} dr &= \frac{r_0}{\mu'-\mu} \cdot \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu'-\mu}\right) \cdot dX \\ &+ 0.434 C_d \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu'-\mu}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu'-\mu}\right) \right\} \\ &\cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \quad \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

上式において右辺第1項は式(5)で示されるせん断によるせん断ひずみ増分 dr_s と同じものである。右

辺第2項を圧密によるせん断ひずみ増分 dr_c とみなせるかもしれない。しかし、式(18)は dr が完全微分形であることを表わしている。この式をそのまま採用すれば dr は応力径路に依存しないことになる。実験結果²⁾によればモービライズド面上のせん断ひずみ増分 dr についても、厳密には応力径路に依存するようであるので、ここでは1つの便法として式(18)の右辺第2項に係数 α をかけたものを圧密によるせん断ひずみ増分 dr_c とみなした。すなわち、

$$\begin{aligned} dr_c &= 0.434 \alpha C_d \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu'-\mu}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu'-\mu}\right) \right\} \\ &\cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \equiv G_2 \cdot d\sigma_m \quad \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

なお、この係数 α の決定法については後述する。

次に、圧密によるモービライズド面上の垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{Nc}$ については、そのメカニズムについての考察に基づいて、式(2)(または式(6)の第1等号参照)で与えられる stress-dilatancy 関係を満足する成分に勾配 $(C_c - C_s)$ (C_c : 圧縮指数、 C_s : 膨張指数)なる $e - \log_{10} \sigma_m$ 関係を満足する成分が付加されると考え次式のように与えた。

$$\begin{aligned} d\epsilon_{Nc} &= \frac{\mu-X}{\lambda} \cdot dr_c + \frac{0.434(C_c - C_s)}{2(1+e_0)} \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \\ &= 0.434 \left[\alpha C_d \frac{\mu-X}{\lambda} \left\{ \exp\left(\frac{X-\mu}{\mu'-\mu}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu'-\mu}\right) \right\} + \frac{C_c - C_s}{2(1+e_0)} \right] \cdot \frac{d\sigma_m}{\sigma_m} \\ &\equiv E_2 \cdot d\sigma_m \quad \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

ここで、上式右辺第2項において $(C_c - C_s)$ としたのは C_s の部分は次節の弾性ひずみ成分に入ると考えたからであり、分母に2が入っているのは平面ひずみ条件下では圧密による体積ひずみが2方向に分配されると考えたからである。

さて、係数 α については式(19),(20)が K_0 圧密条件を満足するという条件より、 K_0 値を用いて次のように決定することができる。一般に、モービライズド面上のせん断ひずみ増分、垂直ひずみ増分と主ひずみ増分の関係は、主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという条件を認めれば次のように表わされる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dr}{2} &= \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cdot \cos \phi_{m0} \\ d\epsilon_N &= \frac{d\epsilon_1 + d\epsilon_3}{2} - \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cdot \sin \phi_{m0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(21)$$

上式を $d\epsilon_1, d\epsilon_3$ について解けば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= d\epsilon_N + \frac{\sin \phi_{m0} + 1}{\cos \phi_{m0}} \cdot \frac{dr}{2} \\ d\epsilon_3 &= d\epsilon_N + \frac{\sin \phi_{m0} - 1}{\cos \phi_{m0}} \cdot \frac{dr}{2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(22)$$

ここに,

$$\sin \phi_{m0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \frac{X}{\sqrt{X^2 + 1}}$$

$$\cos \phi_{m0} = \frac{2\sqrt{\sigma_1 \sigma_3}}{\sigma_1 + \sigma_3} = \frac{1}{\sqrt{X^2 + 1}}$$

K_0 圧密状態においては最小主ひずみ $d\epsilon_{3c}$ が 0 となるから, 式 (22) 第 2 式より次式が成立する.

$$d\epsilon_{3c} = d\epsilon_{Nc(x=X_0)} + \frac{1}{2}(X_0 - \sqrt{X_0^2 + 1}) \cdot d\tau_{c(x=X_0)} = 0 \dots \dots \dots (23)$$

ここに, $X_0 \equiv \frac{1}{2}(\sqrt{1/K_0} - \sqrt{K_0})$, すなわち $\sigma_1/\sigma_3 = 1/K_0$ における $X \equiv \tau/\sigma_N = \frac{1}{2}(\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1})$ を意味する. 式 (23) に式 (19), (20) を代入して整理すれば, α は次式で表わされる.

$$\alpha = \frac{C_c - C_s}{2(1 + e_0)} \cdot C_d \left\{ \frac{1}{2}(\sqrt{X_0^2 + 1} - X_0) - \frac{\mu - X_0}{\lambda} \right\}^* \cdot \left\{ \exp\left(\frac{X_0 - \mu}{\mu' - \mu}\right) - \exp\left(\frac{-\mu}{\mu' - \mu}\right) \right\} \dots \dots \dots (24)$$

したがって, 係数 α は上式によって K_0 値と土質パラメーターの関数として決定することができる.

ここで, 平均主応力 σ_m は中間主応力 $\sigma_2 \equiv (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ を仮定すれば,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \equiv \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \dots \dots \dots (25)$$

となるので, 平均主応力増分 $d\sigma_m$ は次のように表わされる.

$$d\sigma_m = \frac{d\sigma_x + d\sigma_y}{2} = \left\{ \frac{1}{2} \right\}^T \cdot \left\{ \begin{matrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{matrix} \right\} \equiv \{b\}^T \cdot \{d\sigma\} \dots \dots \dots (26)$$

以上より, 圧密によるモービライズド面上のひずみ増分 $\{d\epsilon_c^m\}$ は, 式 (11) と同様にして式 (19), (20) より次式で与えられる.

$$\{d\epsilon_c^m\} = \begin{Bmatrix} d\epsilon_{Nc} \\ d\epsilon_{Lc} \\ d\tau_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_2 \\ E_2 + X \cdot G_2 \\ G_2 \end{Bmatrix} \cdot d\sigma_m$$

$$= \begin{Bmatrix} E_2 \\ E_2 + X \cdot G_2 \\ G_2 \end{Bmatrix} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \right\}^T \cdot \left\{ \begin{matrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{matrix} \right\}$$

$$\equiv \{E_c\} \cdot \{b\}^T \cdot \{d\sigma\} \dots \dots \dots (27)$$

したがって, 一般面 (x - y 面) における圧密によるひずみ増分 $\{d\epsilon_c\}$ は, 式 (14) で表わされる座標変換マト

リックス $[T]$ を用いて次式のように表わされる.

$$\{d\epsilon_c\} = \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xc} \\ d\epsilon_{yc} \\ d\tau_{xyc} \end{Bmatrix} = [T] \cdot \{d\epsilon_c^m\}$$

$$= [T] \cdot \{E_c\} \cdot d\sigma_m = [T] \cdot \{E_c\} \cdot \{b\}^T \cdot \{d\sigma\} \dots \dots \dots (28)$$

(3) 弾性ひずみ増分

弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon_e\}$ を考慮して, 式 (15), (28) で応力の関数として表わされている $\{d\epsilon_s\}, \{d\epsilon_c\}$ と合わせれば, 後述するように $\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\epsilon\}$ (D : 応力・ひずみマトリックス) なる陽な形の応力・ひずみ関係式を導びくことができる. ここでは, $\{d\epsilon_e\}$ を便宜上 $e - \log_{10} \sigma_m$ 関係の膨張指数 C_s と K_0 値より弾性係数, ポアソン比を定めた等方弾性式に従って表現することを試みた.

平面ひずみ条件下の等方弾性体の応力・ひずみ関係式より, 弾性ひずみ増分は次式で与えられる.

$$\{d\epsilon_e\} = \begin{Bmatrix} d\epsilon_{xe} \\ d\epsilon_{ye} \\ d\tau_{xye} \end{Bmatrix} = \frac{(1 + \nu_e)(1 - \nu_e)}{E_e} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\nu_e/(1 - \nu_e) & 0 \\ -\nu_e/(1 - \nu_e) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2/(1 - \nu_e) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\equiv [D_e]^{-1} \cdot \{d\sigma\} \dots \dots \dots (29)$$

ここに, E_e, ν_e はそれぞれ接線弾性係数, ポアソン比である. ここで, 式 (29) が K_0 圧密条件を満足するという条件より ν_e は次式で与えられる.

$$\nu_e = \frac{K_0}{1 + K_0} \dots \dots \dots (30)$$

また, 式 (29) より弾性体積ひずみ増分 $d\epsilon_{ve}$ は次のように表わされる.

$$d\epsilon_{ve} = d\epsilon_{xe} + d\epsilon_{ye} = \frac{3(1 - 2\nu_e)}{E_e} \cdot d\sigma_m \dots \dots \dots (31)$$

一方, $e - \log_{10} \sigma_m$ 関係の膨張曲線より次式が成立する.

$$d\epsilon_{ve} = \frac{0.434 C_s}{(1 + e_0)\sigma_m} \cdot d\sigma_m \dots \dots \dots (32)$$

したがって, 式 (31) と式 (32) を等値することにより E_e は次式で与えられる.

$$E_e = \frac{3(1 - 2\nu_e)(1 + e_0)\sigma_m}{0.434 C_s} \dots \dots \dots (33)$$

以上より, 式 (30), (33) によって ν_e, E_e を定め, それらを式 (29) へ代入することによって弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon_e\}$ を算定することができる.

(4) 応力・ひずみ関係の一般表示

本論文では土の全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ は式 (1) で示したようにせん断による塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon_s\}$, 圧密によ

る塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon_c\}$, 弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon_e\}$ の和として表現されるとしている。すなわち, 式 (1) を再録すれば次のようになる。

$$\begin{aligned} \{d\epsilon\} &= \{d\epsilon_p\} + \{d\epsilon_e\} \\ &= \{d\epsilon_s\} + \{d\epsilon_c\} + \{d\epsilon_e\} \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

ここで, 前節までの考察より $\{d\epsilon_s\}$, $\{d\epsilon_c\}$, $\{d\epsilon_e\}$ はそれぞれ式 (15), (28), (29) によって式示されている。なお, ここでは応力比 X が減少する過程 ($dX \leq 0$) では $\{d\epsilon_s\} = 0$, 平均主応力 σ_m が減少する過程 ($d\sigma_m \leq 0$) では $\{d\epsilon_c\} = 0$ とするものとする。

さて, 本節では山田らが弾塑性学において応力・ひずみ関係を陽に表示した方法³⁾を参考にして, 土の応力・ひずみ関係式を $\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\epsilon\}$ なる形で一般表示することを試みる。弾性体の応力・ひずみ関係式 (式 (29) 参照) と式 (1), (15), (28) より次式が成立する。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= [D_e] \cdot \{d\epsilon_e\} \\ &= [D_e] \cdot \{d\epsilon\} - [D_e] \cdot (\{d\epsilon_s\} + \{d\epsilon_c\}) \\ &= [D_e] \cdot \{d\epsilon\} - [D_e] \cdot [T] \cdot (\{E_s\} \cdot dX \\ &\quad + \{E_c\} \cdot d\sigma_m) \dots\dots\dots(34) \end{aligned}$$

ところで, dX , $d\sigma_m$ はそれぞれ式 (10), (26) で表わされるから, これらに式 (34) を代入することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} dX &= \{a\}^T \cdot \{d\sigma\} = \{a\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \\ &\quad - \{a\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot (\{E_s\} \cdot dX + \{E_c\} \cdot d\sigma_m) \\ &\dots\dots\dots(35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\sigma_m &= \{b\}^T \cdot \{d\sigma\} = \{b\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \\ &\quad - \{b\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot (\{E_s\} \cdot dX + \{E_c\} \cdot d\sigma_m) \\ &\dots\dots\dots(36) \end{aligned}$$

ここで, 式 (35), (36) を整理すれば次のように表現できる。

$$P_1 \cdot dX + P_2 \cdot d\sigma_m = \{a\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots(37)$$

$$Q_1 \cdot dX + Q_2 \cdot d\sigma_m = \{b\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots(38)$$

ここに,

$$P_1 \equiv 1 + \{a\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_s\}$$

$$P_2 \equiv \{a\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_c\}$$

$$Q_1 \equiv \{b\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_s\}$$

$$Q_2 \equiv 1 + \{b\}^T \cdot [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_c\}$$

a) $dX > 0, d\sigma_m > 0$ の場合

式 (37), (38) より $dX, d\sigma_m$ は次式で表わされる。

$$dX = \frac{(Q_2 \cdot \{a\}^T - P_2 \cdot \{b\}^T) \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \dots\dots\dots(39)$$

$$d\sigma_m = \frac{(P_1 \cdot \{b\}^T - Q_1 \cdot \{a\}^T) \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \dots\dots\dots(40)$$

式 (39), (40) を式 (34) に代入することにより, 土の応力・ひずみ関係式は次のように一般表示される。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left([D_e] - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_s\} \cdot \frac{Q_2 \cdot \{a\}^T - P_2 \cdot \{b\}^T}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \cdot [D_e] \right. \\ &\quad \left. - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_c\} \cdot \frac{P_1 \cdot \{b\}^T - Q_1 \cdot \{a\}^T}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} \cdot [D_e] \right) \cdot \{d\epsilon\} \\ &\equiv [D] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

b) $dX > 0, d\sigma_m \leq 0$ の場合

$d\sigma_m \leq 0$ のとき $\{d\epsilon_c\} = 0$ とするので, 式 (34) および式 (37) は次のようになる。

$$\{d\sigma\} = [D_e] \cdot \{d\epsilon\} - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_s\} \cdot dX \dots\dots\dots(42)$$

$$P_1 \cdot dX = \{a\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots\dots(43)$$

式 (43) を式 (42) へ代入することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left([D_e] - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_s\} \cdot \frac{\{a\}^T}{P_1} \right. \\ &\quad \left. \cdot [D_e] \right) \cdot \{d\epsilon\} \equiv [D] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots\dots(44) \end{aligned}$$

c) $dX \leq 0, d\sigma_m > 0$ の場合

$dX \leq 0$ のとき $\{d\epsilon_s\} = 0$ とするので, 式 (34) および式 (38) は次のようになる。

$$\{d\sigma\} = [D_e] \cdot \{d\epsilon\} - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_c\} \cdot d\sigma_m \dots\dots\dots(45)$$

$$Q_2 \cdot d\sigma_m = \{b\}^T \cdot [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots\dots(46)$$

式 (46) を式 (45) へ代入することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} \{d\sigma\} &= \left([D_e] - [D_e] \cdot [T] \cdot \{E_c\} \cdot \frac{\{b\}^T}{Q_2} \right. \\ &\quad \left. \cdot [D_e] \right) \cdot \{d\epsilon\} \equiv [D] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots\dots(47) \end{aligned}$$

d) $dX \leq 0, d\sigma_m \leq 0$ の場合

このとき $\{d\epsilon_s\} = 0, \{d\epsilon_c\} = 0$ より応力・ひずみ関係式は次式で表わされる。

$$\{d\sigma\} = [D_e] \cdot \{d\epsilon\} \equiv [D] \cdot \{d\epsilon\} \dots\dots\dots(48)$$

なお, 以上の表示で応力増分 $\{d\sigma\}$ は全て有効応力増分を意味する。

3. 有限要素法による解析

(1) 解析の方針

前章の式 (41), (44), (47), (48) で与えられている応力・ひずみマトリックス $[D]$ を用いて増分法による有限要素解析プログラム “FEMSB0” を作成し解析を行った。なお, 土の破壊条件としてはモール・クーロンの規準を採用し, 破壊後は式 (41), (44) の $\{E_s\}$ の中の土質パラメーター τ_0 の値を 100 倍することにより, せん断に対してはほとんど抵抗を示さないが圧密に対しては抵抗を示す状態を表現しようとした。

対象地盤として想定した土質試料は豊浦標準砂 (比重 2.65, 平均粒径 0.19 mm, 均等係数 1.6, 最大間隙比 0.95, 最小間隙比 0.58) である。せん断に関する土質パラメーター ($\lambda, \mu, \mu', \tau_{0i}, C_d, \sigma_{mi}$) はやや密詰めの豊浦標準砂 (初期間隙比 $e_0 \equiv 0.68$) についての平均主応

表一 解析に用いた土質パラメーター

$\lambda=1.2$	$C_c=0.01$
$\mu=0.21$	$C_s=0.003$
$\mu'=0.40$	$e_0=0.68$
$r_{oi}=0.01\%$	$K_0=0.5$
$C_d=0.07\%$	$c=0 \text{ kg/cm}^2$
$\sigma_{mi}=1.0 \text{ kg/cm}^2$	$\phi=40^\circ$

力 σ_m 一定の排水三軸圧縮試験結果²⁾を、複合モービライズド面の概念¹⁾を用いて1個のモービライズド面に関して整理することにより決定した。

また強度パラメーター

(c, ϕ) は上述の試験結果より通常の方法で定めた。圧密に関する土質パラメーター (C_c, C_s) については、同じ豊浦標準砂の三軸装置による等方圧密試験結果より決定した。 K_0 値については 0.5 と仮定した。なお、上述の各試験においてはゴム膜買入 (membrane misfit) による実験誤差の補正を行っている。以後の解析に用いる豊浦標準砂の土質パラメーターの一覧を 表一 に示す。

(2) 要素による解の検討

本節では平面ひずみ状態にある四角形要素を種々の応力条件下で有限要素解析して、異方圧密時の応力・ひずみ特性、ひずみの応力経路依存性などに関して検討を行い、前章で提案した応力・ひずみマトリックス [D] の特性を調べる。また、この解析結果を豊浦標準砂の排水三軸圧縮試験結果²⁾と比較対照する。なお、解析に用いた土質パラメーターは 表一 に掲げたものである。

まず、塑性主ひずみ増分の方向が主応力の方向に、弾性主ひずみ増分の方向が主応力増分の方向に一致するかどうかを検討する。図-3 は、当初 K_0 圧密状態 ($\sigma_1=4 \text{ kg/cm}^2, \sigma_3=2 \text{ kg/cm}^2$) にあった要素を純粋せん断 (pure shear) した場合の最大主ひずみ増分 $d\epsilon_1$ の方向、最大主応力 σ_1 の方向、最大主応力増分 $d\sigma_1$ の方向の解析結果を示したものである。なお、方向角 θ° の符号は図中に示すように Y 軸から反時計回りを正とする。純粋せん断ということより $d\sigma_1$ の方向は常に 45° とな

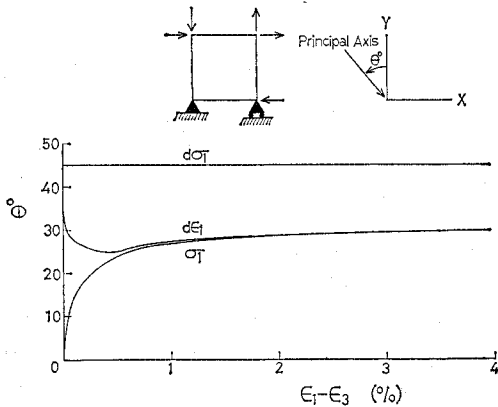


図-3 純粋せん断時の最大主応力 σ_1 、最大主応力増分 $d\sigma_1$ 、最大主ひずみ増分 $d\epsilon_1$ の方向

るが、 σ_1 の方向はひずみ ($\epsilon_1 - \epsilon_3$) の大きさによって変化するのがみられる。また、 $d\epsilon_1$ の方向はひずみの小さいところでは σ_1 の方向と $d\sigma_1$ の方向の間にあるが、ひずみの大ききなところ、すなわち塑性ひずみが卓越しているところでは σ_1 の方向に漸近しており、解析仮定をよく満足しているようである。なお、この解析結果は Roscoe らが単純せん断 (simple shear) 試験機で行った同種の実験結果⁶⁾ともよい対応を示している。

次に、図-4 に示すような種々の応力経路に沿った四角形要素の有限要素解析結果とやや密詰めの豊浦標準砂 (初期間隙比 $e_0 \cong 0.68$) の三軸圧縮試験結果を比較する。有限要素解析は平面ひずみ状態で解いているため、定量的には三軸圧縮試験結果と一致しないが定性的な傾向は対応するものと考えられる。図-4 では、平均主応力 $\sigma_m=2 \text{ kg/cm}^2$ 、主応力比 $R(\equiv \sigma_1/\sigma_3)=1$ の応力点から $\sigma_m=8 \text{ kg/cm}^2$ 、 $R=4$ の応力点に至る過程に、 σ_m 一定径路 ($\sigma_m=2, 4, 6, 8 \text{ kg/cm}^2$) と R 一定径路 ($R=1, 2, 3, 4$) を組み込んだ応力経路を基本とし、他に $\sigma_3=$

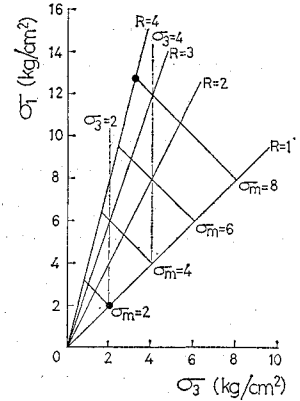


図-4 解析に用いた応力経路図

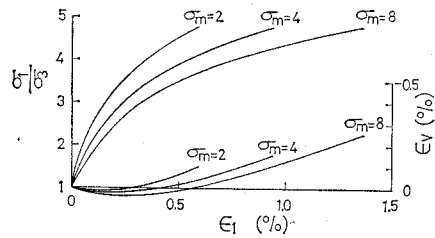


図-5 平均主応力 $\sigma_m=2, 4, 8 \text{ kg/cm}^2$ 一定径路での解析結果

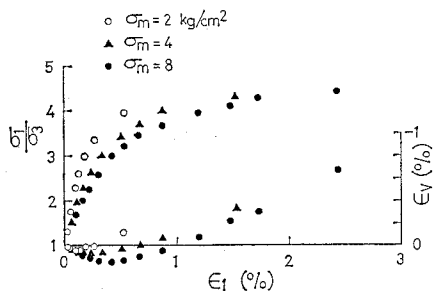


図-6 平均主応力 $\sigma_m=2, 4, 8 \text{ kg/cm}^2$ 一定径路での豊浦標準砂の三軸試験結果

2, 4 kg/cm² の σ_3 一定径路を加えている。なお、有限要素解析では破壊付近の $R=4.5$ の異方圧密径路についても計算した。

まず、図-5, 6 は $\sigma_m=2, 4, 8$ kg/cm² の σ_m 一定径路

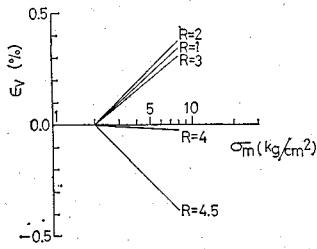


図-7 主応力比 $R=1, 2, 3, 4, 4.5$ 一定径路での体積ひずみ ϵ_v ~ 平均主応力 σ_m 関係の解析結果

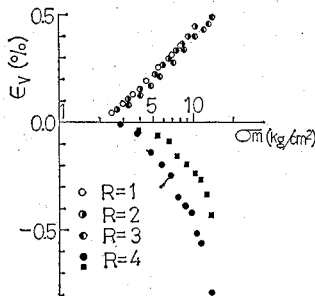


図-8 主応力比 $R=1, 2, 3, 4$ 一定径路での豊浦標準砂の体積ひずみ ϵ_v ~ 平均主応力 σ_m 関係の三軸試験結果

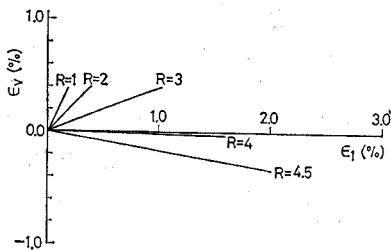


図-9 主応力比 $R=1, 2, 3, 4, 4.5$ 一定径路での体積ひずみ ϵ_v ~ 軸ひずみ ϵ_1 関係の解析結果

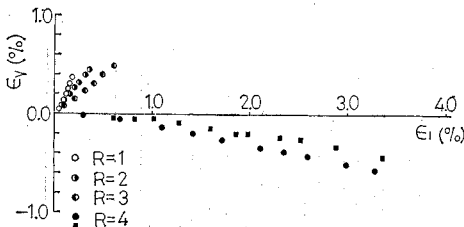


図-10 主応力比 $R=1, 2, 3, 4$ 一定径路での豊浦標準砂の体積ひずみ ϵ_v ~ 軸ひずみ ϵ_1 関係の三軸試験結果

での有限要素解析の結果と三軸圧縮試験結果をそれぞれ示したものである。両図の主応力比 σ_1/σ_3 ~ 軸ひずみ ϵ_1 ~ ダイレイタンス ϵ_v 関係の傾向はよく対応しており、提案式は応力・ひずみ関係におよぼす拘束圧 σ_m の影響を表現しているようである。なお、複合モービライズド面の考え方によれば、 σ_m 一定条件下では平面ひずみ状態での軸ひずみ ϵ_1 、体積ひずみ ϵ_v は三軸圧縮状態での ϵ_1, ϵ_v のほぼ半分に対応する¹⁾と考えられるので、比較の便宜上

図-6 の ϵ_1 軸、 ϵ_v 軸のスケールは 図-5 の 2 倍にとっている。

次に R 一定径路での体積ひずみ ϵ_v と平均主応力 σ_m の関係の有限要素解析結果と三軸圧縮試験結果をそれぞれ 図-7, 8 に示す。主応力比 R が 1~3 という小さな範囲では圧縮指数がほぼ同じになるが R が大きくなると急激に体積膨張側に移るといふ実験結果の傾向を解析結果はよく説明している。ただ、解析が平面ひずみ条件であるのに対し実験が軸対称条件で行われたためか、体積膨張を示しはじめる R の値については解析結果の方が若干大きくなっている。また R 一定径路での体積ひずみ ϵ_v と軸ひずみ ϵ_1 の関係の解析結果と試験結果をそれぞれ 図-9, 10 に示す。 R が一定であれば ϵ_v と ϵ_1 の比も一定になるといふ実験結果を解析結果がよく説明しているのがみられる。以上のように、本解析法によればいままでも説明が困難であった上述のような異方圧密特性もよく表現できるようである。またこれらの解析結果は El-Sohby の報告³⁾ともよく対応している。

図-11, 12 は σ_m 一定径路、 σ_3 一定径路、 R 一定径路での主応力比 σ_1/σ_3 ~ 主ひずみ増分比 $(1-d\epsilon_v/d\epsilon_1)$ 関係の解析結果と三軸試験結果を示したものである。ただし、図-11 の σ_m 一定径路と σ_3 一定径路の解析では、それぞれ $\sigma_m=4$ kg/cm²、 $\sigma_3=4$ kg/cm² での解析結果を代表値としてあげている。 σ_m や σ_3 が 2~8 kg/cm² 程度の範囲では弾性ひずみは小さく、特に σ_1/σ_3 が 2 以上

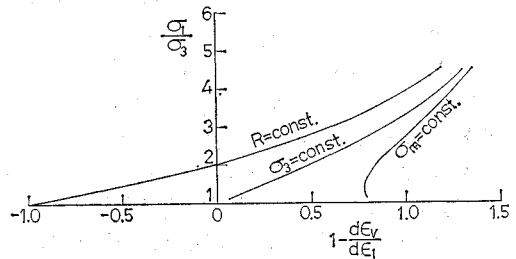


図-11 $\sigma_m=4$ kg/cm²、 $\sigma_3=4$ kg/cm²、 $R=2, 3, 4, 4.5$ 一定径路での主応力比 σ_1/σ_3 ~ 主ひずみ増分比 $(1-d\epsilon_v/d\epsilon_1)$ 関係の解析結果

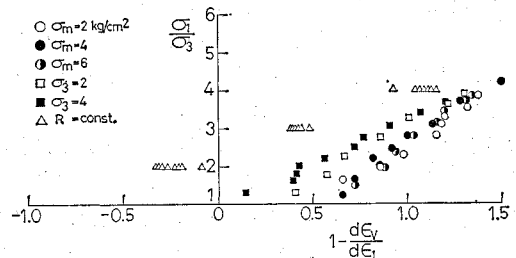


図-12 $\sigma_m=2, 4, 6$ kg/cm²、 $\sigma_3=2, 4$ kg/cm²、 $R=2, 3, 4$ 一定径路での豊浦標準砂の主応力比 σ_1/σ_3 ~ 主ひずみ増分比 $(1-d\epsilon_v/d\epsilon_1)$ 関係の三軸試験結果

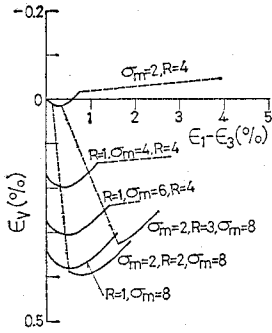


図-13 応力径路が異なる場合の体積ひずみ ϵ_v ~ 主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ 関係の解析結果

では弾性ひずみ ($d\epsilon_e$) に比べ塑性ひずみ ($d\epsilon_s, d\epsilon_c$) が大きいので主応力比~主ひずみ増分比関係において σ_m や σ_3 の影響をうけないようである。したがって他の解析結果も上述の代表値とほとんど同じになる。図より、 σ_3 一定径路での $\sigma_1/\sigma_3 \sim (1 - d\epsilon_v/d\epsilon_1)$ 関係は R 一定径路と σ_m 一定径路の場合の間に位置することは、破壊応力比付近ではひずみ増分比 $(1 - d\epsilon_v/d\epsilon_1)$ の値が応力径路にかかわらず大略同じ値に近づくことなどがみられ、解析結果と実験結果はよく一致している。

図-13, 14 は、 $\sigma_m = 2 \text{ kg/cm}^2, R = 1$ の応力点から $\sigma_m = 8 \text{ kg/cm}^2, R = 4$ の応力点に至る過程での体積ひずみ ϵ_v と主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ の関係の、応力径路別の解析結果と試験結果を示したものである。なお、両図とも実線部分は σ_m 一定径路、点線部分は R 一定径路を意味している。また図-14の中には同じ印のプロットが2シリーズあるが、これは同じ条件で2度試験を行ったことを示している。図中の記号は応力径路を表わしているが、たとえば $R = 1, \sigma_m = 4, R = 4$ という記号は、図-4を参照して $R = 1$ で $\sigma_m = 4 \text{ kg/cm}^2$ まで等方圧密し、ついで $\sigma_m = 4 \text{ kg/cm}^2$ の平均主応力一定試験で $R = 4$ までせん断し、最後に $R = 4$ で $\sigma_m = 8 \text{ kg/cm}^2$ の最終点まで異方圧密する応力径路を意味している。一般に土のひずみは、同じ応力状態にあってもそこに至る応力径路のとり方によって異なるといわれている。図-14に示す実験結果によると、 $\sigma_m = 8 \text{ kg/cm}^2, R = 4$ という同じ応力状態での体積ひずみ ϵ_v 、主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ は途中の応力径路に依存しているのがみられる。たとえば、体積ひずみ ϵ_v に着目すると、さきに $\sigma_m = 2 \text{ kg/cm}^2$ でせん断し、ついで $R = 4$ で異方圧密を行った場合 ($\sigma_m = 2, R = 4$) の ϵ_v は膨張ひずみ(負)であるのに対し、さきに $R = 1$ で等方圧密し、ついで $\sigma_m = 8 \text{ kg/cm}^2$ でせん断し

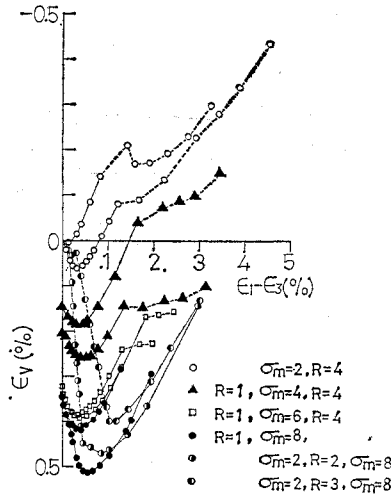


図-14 応力径路が異なる場合の豊浦標準砂の体積ひずみ ϵ_v ~ 主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ 関係の三軸試験結果

た場合 ($R = 1, \sigma_m = 8$) の ϵ_v は圧縮ひずみ(正)となるのがみられる。また、主ひずみ差 $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$ についても、上述の前者の応力径路の場合 ($\sigma_m = 2, R = 4$) の方が後者の応力径路の場合 ($R = 1, \sigma_m = 8$) より2倍程度大きいのがみられる。一般に、図-4の応力径路図において上回りの径路(最も上回りの径路が $\sigma_m = 2, R = 4$ である)をとる方が下回りの径路(最も下回りの径路が $R = 1, \sigma_m = 8$ である)をとるよりも、体積ひずみについては膨張側に大きくなり、せん断ひずみについても大きくなるようである。これらのことは、図-13からわかるように解析結果にもよく表われている。

以上より、前章で提案した土の応力・ひずみ関係式(41),(44),(47)は、

平均主応力一定試験、主応力比一定試験を含む種々の応力径路下の土の応力・ひずみ特性をかなりの精度で表現していると考えられる。特に、土のダイレイタンスを適切に考慮することによって、従来より説明が困難であった異方圧密特性やひずみの応力径路依存性を評価できるようになったことは注目すべきであろう。

(3) モデル地盤による解析例

ここでは(1)で述べた解析方針に基づき、モデル地盤の表面に等分布帯状荷重が載荷された場合の地盤内の応力・変形状態を有限要素法によって計算した。解析に用いたモデル地盤は平面ひずみ条件下の深さ 22.5 m、荷重中心軸よりの距離 37.0 m の地盤とし、図-15に示すようにこれを 210 個の四角形容素 (242 節点) に分割した。境界条件としては、底面で完全固定、両側面で鉛直方向のみ移動とし、載荷部底面と地表の境界面では水平方向の移動も許した。また載荷重は図のように半幅 4 m の等分布荷重とした。解析に用いた土質パラメータ

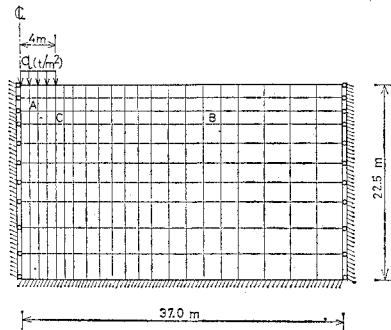


図-15 解析に用いたモデル地盤

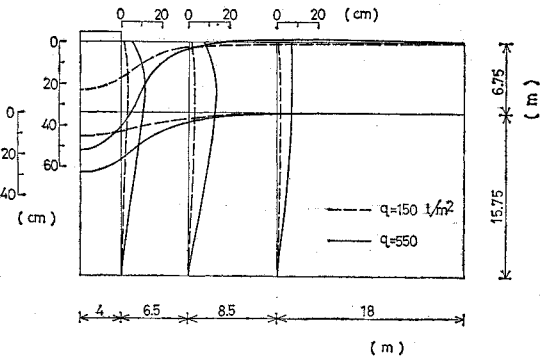


図-16 沈下量と水平変位量の解析結果

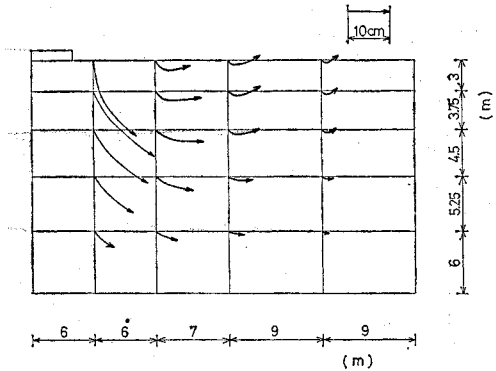


図-17 地盤中の各点の変位ベクトル図

一は前節同様表-1に掲げたものである。なお、初期応力状態は単位体積重量 $\gamma_t=1.6 \text{ t/m}^3$, $K_0=0.5$ として定めた。

まず、等分布上載荷重 q が 150 t/m^2 , 550 t/m^2 の場合の沈下量および水平変位量の解析結果を図-16に示す。沈下量は地表面と深さ 6.75 m の水平断面について、水平変位量は荷重中心軸より 4 m (載荷端), 10.5 m , 19 m の鉛直断面についての解析値を示している。また図-17に $q=550 \text{ t/m}^2$ までの地盤中の各点の変位ベクトルを示す。載荷重の増加に伴い側方変位が卓越するのがみられ、載荷部から離れた地表面付近では上向きの変位も生じている。

次に図-18(a), (b), (c), (d), (e) は $q=90 \text{ t/m}^2$, 150 t/m^2 , 270 t/m^2 , 430 t/m^2 , 550 t/m^2 の場合の地盤内の安全率の分布を示したものである。安全率 S.F. は破壊時の $(\tau/\sigma_N)_f (= \tan \phi)$ を各要素のモーブリイズド面上のせん断・垂直応力比 $(\tau/\sigma_N) (= \tan \phi_{mo})$ で割ったもの (S.F. $= \tan \phi / \tan \phi_{mo}$) で定義した。解析結果によれば、 $q=90 \text{ t/m}^2$ 程度までは q の増加とともに安全率の低い領域は載荷部の下方へ広がっていくようである。 $q=150 \text{ t/m}^2$ 程度になると、載荷部下方の安全率が低下するとともに、安

全率の低い領域は載荷部下方だけでなく横方向にも広がり始める。この荷重で載荷端はすでに安全率が 1.1 以下となっている。 $q=270 \text{ t/m}^2$ になると、載荷端が破壊 (安全率 1.0 以下) し安全率 1.1 以下の破壊に近い領域が載荷端から鉛直下方にのびている。また安全率の低下は鉛直方向よりもむしろ横方向に卓越していく。 $q=430 \text{ t/m}^2$ になると、載荷端の破壊領域が拡大し安全率 1.1 以下の領域が主働くさびと考えられる部分を囲むように発達する。また横方向への安全率の低下は急激に進み、安全率 1.4 以下の領域が地盤の半分ぐらいまで張り出している。

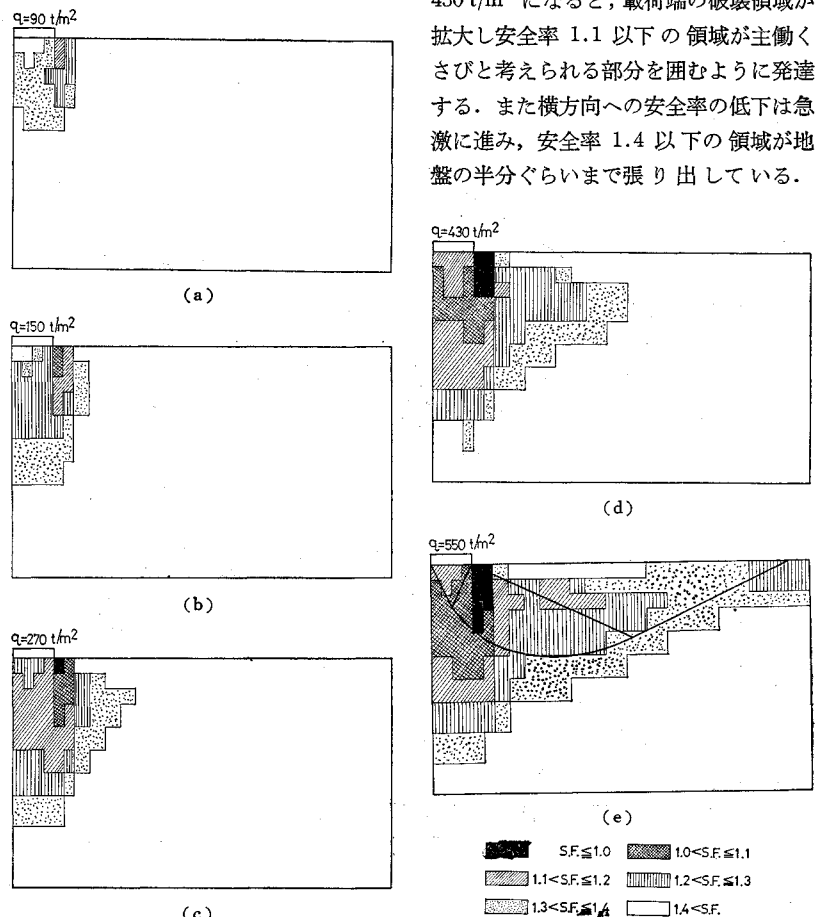


図-18 載荷重 q の増加に伴う地盤内の安全率 (S.F. $= \tan \phi / \tan \phi_{mo}$) の分布の変化

$q=550 \text{ t/m}^2$ になると、安全率 1.4 以下の領域が地表面に到達する。以上のような載荷重の増加に伴う安全率の分布の変化は、実際のすべり破壊現象とよく対応しているようである。図-18 (e) に Terzaghi 支持力によるすべり線を併示した。解析結果は Terzaghi の支持力論によるすべり線よりやや浅いすべり線が生じる可能性を示

しているがその形状は類似している。なお、Terzaghi の支持力式によると極限荷重は 720 t/m^2 となり、解析より最終状態に近いと考えられる $q=550 \text{ t/m}^2$ とほぼ一致している。これらのことは、従来の安定解析法と有限要素法による変形解析法の接点を示すきわめて興味ある事柄のように思われる。

図-19 (a), (b), (c) に図-15 中に示した要素 A, B, C の載荷重の増加に伴う応力径路を示す。縦軸、横軸はそれぞれ 45° 面上のせん断応力、垂直応力とした。また図中の破線は破壊線を表わす。要素 A は主働領域内にあると考えられる点であるが、図-19 (a) によれば主応力比は増加するもののそれ以上に平均主応力の増加が著しく応力径路は破壊線に到達しない。これは主働くさび自身は破壊しないという実験事実と矛盾しない。要素 B は受働領域内にあると考えられる点であるが、図-19 (b) によれば最初 K_0 圧密状態から主応力比が低下し受働状態で再び主応力比が増加するのがみられる。応力の絶対値は要素 A の場合よりはるかに小さい。図-19 (c) に示す要素 C は $q=350 \text{ t/m}^2$ のときすでに破壊するが、破壊後も破壊線上に留まり、載荷重の増加による応力の再配分がうまく行われていることを示している。

以上述べてきたように、せん断によるひずみと圧密によるひずみを適切に評価して異方圧密時のダイレイタンシー特性もうまく表現できる本解析法は、帯状荷重下のモデル地盤の解析でもきわめて現実的な解を与えるのである。単純にせん断によるひずみと等方圧密によるひずみを重ね合わせる解析法では、上述のようなすべり破壊現象の説明はできない。本解析法でパラメーター r_0 を式 (8) のように平均主応力 σ_m の関数とせず一定とすれば、式 (19) の圧密によるせん断ひずみ増分 $d\epsilon_c$ がなくなり、したがって式 (20) の圧密による垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{Nc}$ も第 1 等号の右辺第 1 項がなくなって等方圧密によるひずみだけになる。参考のため、このような r_0 一定の場合の解析結果の一例を次に示す。図-20 は、 $r_0=0.08\%$ (一定) の場合の $q=270 \text{ t/m}^2$ での安全率の分布を示したものである。同じ $q=270 \text{ t/m}^2$ の場合の

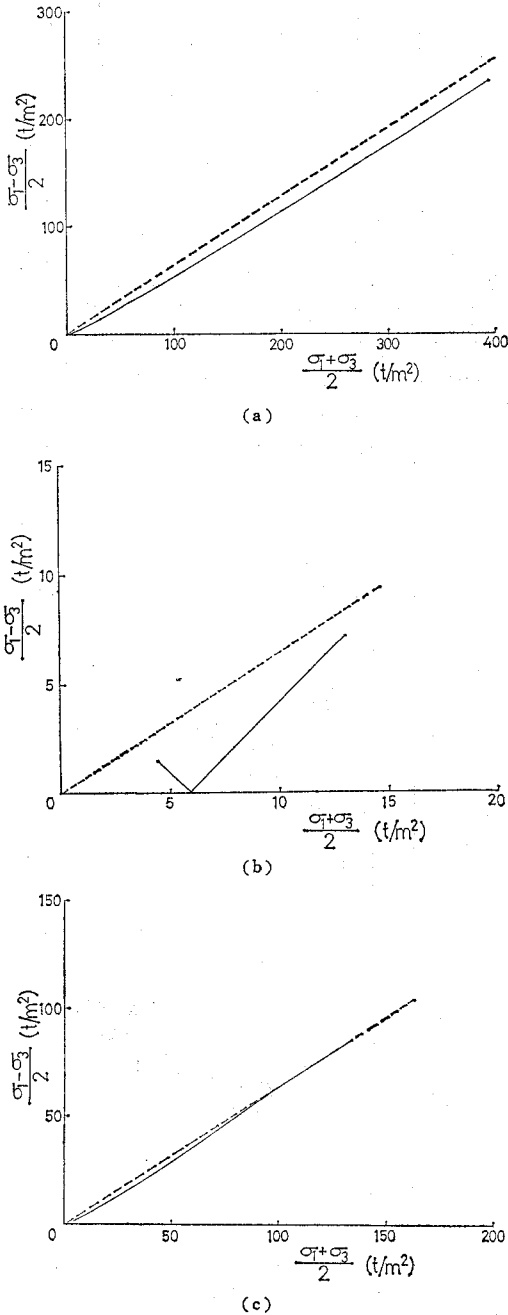


図-19 載荷重 q の増加に伴う地盤内の (a) 要素 A, (b) 要素 B, (c) 要素 C の応力径路

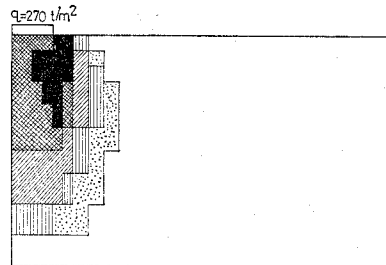


図-20 土質パラメーター $r_0=0.08\%$ (一定) の場合の載荷重 $q=270 \text{ t/m}^2$ での安全率 (S.F. = $\tan \phi / \tan \phi_{m0}$) の分布

図一18(c)では載荷重の増加に伴って安全率はすべり線と考えられる領域に沿って低下していくのに対し、図一20では安全率の低下は下方へ広がりますべり線の形状を示さないのみみられる(正規圧密粘土の場合にはパラメーター r_0 がほぼ一定となることが多い)。解析結果にこのような差が出る原因として重要なのは、異方圧密時の体積膨張が考慮されているかどうかという点と思われる。このような異方圧密による体積膨張は主応力比がかなり大きくないと起こらないが、主応力比の大きい載荷重近傍の土の体積膨張が、かなり離れた地盤の安全率分布にも影響を及ぼすものと想像される。なお、以上の解析結果はすべて排水状態に対するものであって、載荷重によって生じた過剰間隙水圧が消散した状態あるいは過剰間隙水圧が発生しない状態での応力値、変形量に対応するものである。

4. あとがき

以上本論文では、まず土の全ひずみ増分 $\{d\epsilon\}$ を塑性ひずみ増分 $\{d\epsilon_p\}$ と弾性ひずみ増分 $\{d\epsilon_e\}$ とに分け、 $\{d\epsilon_p\}$ がせん断によるひずみ増分(応力比の変化によって生じるひずみ増分) $\{d\epsilon_s\}$ と圧密によるひずみ増分(平均主応力の変化によって生じるひずみ増分) $\{d\epsilon_c\}$ から成るとして、一般的な土の応力・ひずみ関係式を誘導した。このとき、 $\{d\epsilon_p\}$ についてはモービライズド面上のせん断ひずみ増分 $d\epsilon_r$ 、垂直ひずみ増分 $d\epsilon_N$ がそれぞれ $d\epsilon_r = G_1 \cdot dX + G_2 \cdot d\sigma_m$ 、 $d\epsilon_N = E_1 \cdot dX + E_2 \cdot d\sigma_m$ (ここに、 X : モービライズド面上のせん断・垂直応力比 τ/σ_N 、 σ_m : 平均主応力、 G_1, G_2, E_1, E_2 : 応力と土質パラメーターの関数)なる形で表わされることを基礎とし、 $\{d\epsilon_e\}$ については弾性係数、ポアソン比を膨張指数 C_s, K_0 値から定めた等方弾性体の式に基づいた。そして、この応力・ひずみ関係式を弾塑性学における山田らの方法⁹⁾を参考にして、 $\{d\sigma\} = [D] \cdot \{d\epsilon\}$ なる一般表示形に変換した。なお、この応力・ひずみ関係式を導くにあたり塑性ポテンシャルや硬化関数などの塑性学の概念は用いられていない。

次に、この一般表示の応力・ひずみ関係式を用いて増分法による有限要素解析のプログラムを作成し、まず平

面ひずみ状態にある土要素を、ついで帯状荷重下のモデル地盤を解析した。土要素の解析結果によれば、平均主応力一定時のダイレイタンス特性(図一5参照)、異方圧密時のダイレイタンス特性(図一7,9参照)、ひずみの応力径路依存性(図一13参照)など、従来説明が困難であった土の力学特性が適切に表現されているのみみられる。このような土の諸特性は、よく行われている弾性係数やポアソン比を変化させる非線形弾性解析では説明できないものである。またモデル地盤の解析結果によれば、特に図一18に示すようにすべり線と思われる領域に沿って安全率が低下することが明らかにされ、従来の安定解析法との関連性も検討された。以上より、土要素の応力・ひずみ特性、特にダイレイタンス特性を適確に評価した土の構成式に基づいて、地盤の有限要素解析を行えば、従来の解析では得られなかった種々の現実的な解を求め得ることが明らかにされた。

最後に、お世話になったフジタ工業(株)技術研究所土質基礎研究室室長 鎌田正孝氏 および同チーフ・エンジニア 後藤哲雄氏に感謝の意を表する次第である。なお、計算にはフジタ工業(株)の IBM 370-158 と名古屋工業大学 付属情報処理教育センターの HITAC-M-160 II を使用した。

参考文献

- 1) Matsuoka, H. : Stress-strain relationships of sands based on the mobilized plane, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, pp. 47~61, June, 1974.
- 2) 香川和夫・中井照夫・鎌田正孝: 応力径路変化による砂の変形特性, 第11回土質工学研究発表会講演集, 56, pp. 211~214, 1976.
- 3) El-Sohby, M.A. : Deformation of sands under constant stress ratios, *Proc. 7th Int. Conf. SMFE*, Vol. 1, pp. 111~119, 1969.
- 4) Matsuoka, H. : Deformation characteristics of soil, *Dr. Eng. Thesis*, Kyoto University, pp. 227~228, 1973.
- 5) 山田嘉昭: 塑性・粘弾性, 日本鋼構造協会編, コンピューターによる構造工学講座 II-2-A, 培風館, pp. 74~75, 1972.
- 6) Roscoe, K.H., R.H. Bassett and E.R.L. Cole : Principal axes observed during simple shear of a sand, *Proc. Geotech. Conf.*, Oslo, Vol. 1, pp. 231~237, 1967.

(1976.8.30・受付)