

直角分岐構造内の波動伝播

STRESS WAVE PROPAGATION IN BRANCHED STRUCTURES WITH RIGHT ANGLE JOINT

佐藤 誠*

By Makoto SATO

1. まえがき

近年耐震，耐衝撃構造物の合理的な設計が強く望まれるようになり，骨組構造物としてのこれら構造物の波動伝播応答に関する研究が多数行われている。しかし，これらのほとんどは構造物全体に対するものか，あるいは主として直線材を対象とする単一部材の挙動に関するものであり，個々の部材の機構，形状を考慮した波動応答の研究例はあまり見あたらない。

単一直線部材以外の対象についての動挙動の研究としては，Phillips¹⁾ らがせんばねを対象として理論的および光弾性実験により曲りばりを取り扱っている。

また，はり内の縦波，せん断波，曲げ波の影響を同時に考慮するために Ranganath²⁾ が衝撃荷重を伝達する棒とそれによって横衝撃を受ける無限長はりの動挙動の研究を行っている。同じ目的で Lee³⁾ はロケット支持棒などを対象として対称分岐構造を取り扱っている。さらに，Mandel⁴⁾ はラーメン隅角部の曲げ波伝播の研究を行っている。

上記の研究はいずれもはりの曲げ振動に関する Timoshenko 理論⁵⁾ を用いており，衝撃的荷重を受けるはりの挙動を十分解明できるものである。しかし，本質的にははりの 1 次元解析法であり，分岐部分などの複雑な動挙動，たとえば断面内の応力分布などに対してはこの解析法では十分明らかにされない。

本研究は，この点を考慮し，骨組構造物の重要な構成要素である分岐構造の，衝撃的な入力に対する波動伝播応答を，2 次元場で解析することを目的とする。

分岐構造としては入力縦波の進行方向に対して対称，非対称な 4 種類の分岐形式を取り上げた。分岐部分はラーメンの一部として剛な接続であるととし，すべて直角に分岐しており，断面は同一とした。

上記分岐モデルに対する波動応答解析には 2 次元弾性波動方程式を差分近似によって解析する手法を用いた。計算に用いた入力波形は half sine 形であり，波長は衝撃的な入力に対応させるため分岐構造モデルの最小寸法の約 7 倍のものを採用した。

差分析においては解の精度が常に問題となるが，解の精度を検証し，合わせて分岐構造内の波動伝播機構の解明を容易にするために，同じモデルに対して一コマ撮り動光弾性実験を行い，解析解と比較検討し定量的かつ定性的な研究結果を得た。

2. 解析モデルおよび模型実験

本研究の対象とした直角分岐構造モデルは Fig. 1 に示した M-I ~ IV の 4 種類である。動光弾性実験に用いた模型寸法は解析モデルと同一であり，材料は表-1 のような静的性質を持つエポキシ樹脂（アラルダイト B）である。

表-1 エポキシ樹脂の材料性質 (18°C)

弾性係数 E	31 500 kg/cm ²
ポアソン比 ν	0.36
密度 ρ	1.27 g/cm ³
縦波速度 C_1	2037 m/sec
横波速度 C_2	953 m/sec

荷重は Fig. 1 の図中矢印方向に与えたが以下ではこの入力パルスの作用する軸方向部分を幹，直角分岐部分を枝と呼ぶ。

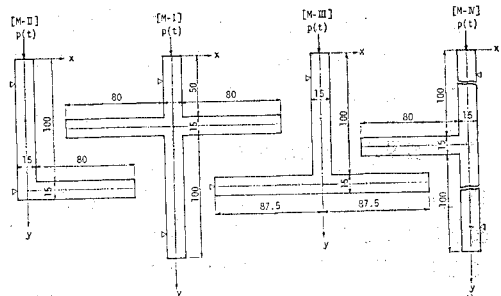


Fig. 1 Models of Branched Structure, Length in mm. Thickness is 10 mm.

* 正会員 工修 広島大学講師 工学部土木工学科

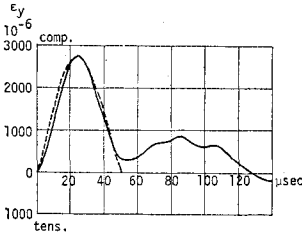


Fig. 2 Strain Pulse Profile.

動光弾性実験法としてはカメラと光源の組み合わせ方により種々の方法があるが、本研究では光源制御方式の一コマ撮り法⁶⁾を用いた。したがって、1回の入力に対して1枚の

光弾性等色線縞模様写真が得られる。本研究では多くの場合 5 μsec ごとに撮影しており、連続撮影速度に換算すると 20 万コマ/sec に相当する。

衝撃荷重は比較的短い波長の入力パルスを得るために重さ 0.54 g、弾速約 105 m/sec のポンプ銃弾を用いて与えた。この場合衝撃点近傍の幹軸方向の入射パルスひずみ波形は Fig. 2 のようになり、この波形の初期の主要部分約 50 μsec を図中の破線で示す半波長 50 μsec の half sine で近似して解析の場合の入力として用いた。なお、1コマ撮り動光弾性実験においては衝撃入力に再現性のあることが必須の条件であるが、本研究では弾速測定の結果、約 5% 以内のばらつきであり、ほぼ満足できると思われる。

3. 波動方程式および差分近似解析

(1) 支配方程式

平面ひずみ場における線形弾性体の波動方程式は x, y 方向の変位をそれぞれ u, v とするとき次式で与えられる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c_1^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (c_1^2 - c_2^2) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + c_2^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots\dots\dots(1.a)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c_1^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (c_1^2 - c_2^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c_2^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \dots\dots\dots(1.b)$$

ここに、 $c_1^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$ 、 $c_2^2 = \mu/\rho$ であり、 λ, μ はラメの定数、 ρ は密度である。また、平面応力場に対しては λ の代わりに $2\mu/(1-2\nu)$ とすればよい。ここに、 ν はポアソン比である。

(2) 境界条件と入力条件

動光弾性模型実験を行うに際しては模型を光路方向に垂直な面内に支持しなければならない。そのため、本研究では幹の両端付近を2個のナイフエッジ (Fig. 1 の▽印) で支持した。この支点による入射波の乱れは従来の実験においてもほとんど無視できるものであり、解

析においてもこの支点を含め入力点以外はすべて自由境界とした。

入力条件としてはポンプ銃弾入力点近傍の軸方向ひずみ記録から、入射応力もこれと相似な波形を持つと考え、近似的に半波長 50 μsec、振幅 p_0 の half sine 入射応力を幹端中心線上に与えた。

(3) 差分近似式

(1.a, b) を時間、空間に対する中央差分による陽型差分式に書き直すと次式となる。

$$u_{j,k}^{n+1} = 2u_{j,k}^n - u_{j,k}^{n-1} + c_1^2 m_x^2 (u_{j+1,k}^n - 2u_{j,k}^n + u_{j-1,k}^n) + (c_1^2 - c_2^2) \frac{m_x m_y}{4} (v_{j+1,k+1}^n - v_{j-1,k+1}^n) + v_{j-1,k-1}^n - v_{j+1,k-1}^n + c_2^2 m_y^2 (u_{j,k+1}^n - 2u_{j,k}^n + u_{j,k-1}^n) \dots\dots(2.a)$$

$$v_{j,k}^{n+1} = 2v_{j,k}^n - v_{j,k}^{n-1} + c_1^2 m_y^2 (v_{j,k+1}^n - 2v_{j,k}^n + v_{j,k-1}^n) + (c_1^2 - c_2^2) \frac{m_x m_y}{4} (u_{j+1,k+1}^n - u_{j-1,k+1}^n) + u_{j-1,k-1}^n - u_{j+1,k-1}^n + c_2^2 m_x^2 (u_{j+1,k}^n - 2u_{j,k}^n + u_{j-1,k}^n) \dots\dots(2.b)$$

ここに、 $t = n\Delta t$ 、 $x = j\Delta x$ 、 $y = k\Delta y$ 、 $m_x = \Delta t/\Delta x$ 、 $m_y = \Delta t/\Delta y$ であり、 Δt は時間分割長、 $\Delta x, \Delta y$ はそれぞれ x 方向、 y 方向の空間分割長である。

(2) は境界格子点以外の一般内点に対して、時間 $n-1, n$ での変位が既知であれば逐次積分によって時間 $n+1$ での変位を求めることができる陽型差分式である。

(4) 境界条件

本研究で取り扱う初期・境界値問題は、支配方程式が変位形であるのに対し、初期値および境界値がすべて応力で与えられる Neumann 問題である。したがって、これら境界値を中央差分式で与えようとするためには、実際の境界の外側に仮想的格子 (以後 fictitious line と呼ぶ) を設定する必要がある。Fig. 3 に空間格子分割の一例を示す。図中の破線は fictitious line である。

a) 対称条件

これは境界条件ではないが、Fig. 1 に示した分岐モデルのうち y 軸に関して対称ものについては、格子点の数を減らすために以下の対称条件を用いた。

$$j=0 \text{ を対称軸とするとき, } (u, v)_{-1,k}^n = (-u, v)_{1,k}^n \dots\dots\dots(3)$$

ここに、() 内の値はその順に両辺が独立に成立することを示す。

b) 隅角点以外の自由境界

一般の自由境界は本研究の場合にはすべて x 軸または y 軸に平行であるので、変位成分で示すと以下のいずれかの条件となる。

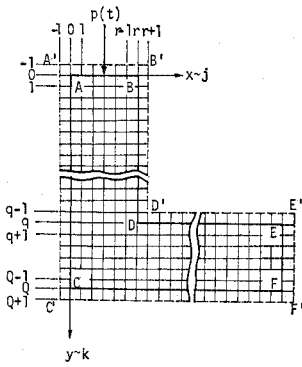


Fig. 3 Spatial Network.

$$\eta = \lambda / (\lambda + 2\mu).$$

したがって、たとえば Fig. 3 の境界 AC, CF については次式となる。

$$AC: (u, v)_{1,k}^n = (u, v)_{1,k}^n + \xi \{ (\eta v, u)_{0,k+1}^n - (\eta v, u)_{0,k-1}^n \}, \quad 1 \leq k \leq Q-1 \dots (4.a)$$

$$CF: (u, v)_{j,Q+1}^n = (u, v)_{j,Q-1}^n - \frac{1}{\xi} \{ (v, \eta u)_{j+1,Q}^n - (v, \eta u)_{j-1,Q}^n \}, \quad 1 \leq j \leq R-1 \dots (4.b)$$

ここに、

$$\xi = \Delta x / \Delta y \text{ である。}$$

c) 入力点

入力は幹軸上に集中的に作用するとし、以下の式となる。

$$v_{0,-1}^n = v_{0,1}^n + \frac{\eta}{\xi} (u_{0,0}^n - u_{0,2}^n) + \frac{2 \Delta y}{\lambda + 2\mu} p_0 \sin \omega t \{ H(t) - H(t - \tau) \} \dots (5)$$

ここに、 $H(t)$ はヘビサイドの関数であり、 τ はここでは 50 μsec である。

d) 隅角点 A, B, E, F

これらの点はその外側の A' 点などの値を境界条件から決定することができず、fictitious line 上の値が不足する格子点である。しかし、考えている問題に対しては応力集中などが生ずる心配がなく、波動応答の解析に際しては比較的重要でない点と考えられるため、計算の便利のために以下の条件を用いた。

たとえば、 A 点については、

$$\left. \begin{aligned} (u, v)_{1,0}^n &= (u, v)_{1,0}^n, \\ (u, v)_{0,-1}^n &= (u, v)_{0,1}^n, \\ (u, v)_{1,-1}^n &= (u, v)_{1,1}^n \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

e) 隅角点 C

この種の隅角はモデル M-II にしか存在しないが、分岐部の挙動に影響を及ぼすことも考えられるので、以

x 軸に平行な自由境界:

$$\left. \begin{aligned} \eta \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

y 軸に平行な自由境界:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \eta \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

ここに、

下の条件を用いた。

C' 点以外については A 点と同様に、

$$\left. \begin{aligned} (u, v)_{1,Q}^n &= (u, v)_{1,Q}^n, \\ (u, v)_{0,Q-1}^n &= (u, v)_{0,Q+1}^n \end{aligned} \right\} \dots (7.a)$$

C' 点では fictitious line 上の値が不足しているが、 $j=-1$ および $k=Q+1$ の fictitious line に沿う C' 点でのテーラー展開の高次の項を無視した値の平均値として、

$$(u, v)_{1,Q+1}^n = \frac{1}{2} \{ (u, v)_{1,Q+1}^{**n} + (u, v)_{-1,Q+1}^{**n} \} \dots (7.b)$$

とする。

ここに、

$$\begin{aligned} (u, v)_{1,Q+1}^n &= \frac{5}{2} (u, v)_{1,Q}^n \\ &\quad - 2(u, v)_{1,Q-1}^n + \frac{1}{2} (u, v)_{1,Q-2}^n, \\ (u, v)_{-1,Q+1}^{**n} &= \frac{5}{2} (u, v)_{0,Q+1}^n \\ &\quad - 2(u, v)_{1,Q+1}^n + \frac{1}{2} (u, v)_{2,Q+1}^n \end{aligned}$$

である。

f) 隅角点 D

D 点は応力集中の生ずる点であり、特に合理的に境界条件の処理を行うことが要求される。 D' 点では fictitious line $B'D'$ と $D'E'$ に沿ってそれぞれ異なる値をもって重なる。 C 点で行った処理法では応力集中の勾配が大きい場合には、特別小さい格子間隔を選ばない限りよい結果が得られないことがわかった。そのため D 点での値としては現象を忠実に表現しないが、その近傍の点に与える影響が比較的小さいように試行錯誤を行った結果、以下の条件を用いることにした。すなわち、 D' 点の値は境界 BD の条件から得られる値 $(u, v)_{1,Q-1}^n$ と境界 DE の条件から得られる値 $(u, v)_{1,Q-1}^{*n}$ の平均値として、

$$(u, v)_{1,Q-1}^n = \frac{1}{2} \{ (u, v)_{1,Q-1}^n + (u, v)_{1,Q-1}^{*n} \} \dots (8)$$

とする。

この結果、凹の隅角点ではほかの凸の隅角点と異なり、変形後は直角が保たれないことになる。いずれにしても離散型の近似解析においては、凹の隅角部の応力集中効果を正確に表現することはできないのであって、この研究においてもこの点に対しては限界がある。

(5) 安定性の条件

支配方程式の陽形差分近似式を逐次積分によって解く場合、空間分割長と時間分割長に課せられる安定性の条件は (2) の差分式に対しては、

$$c_1^2 \Delta t^2 \left(\frac{1}{4x^2} + \frac{1}{4y^2} \right) \leq 1 \quad \dots (9)$$

である。

4. 実験結果と計算結果

(1) 実験結果

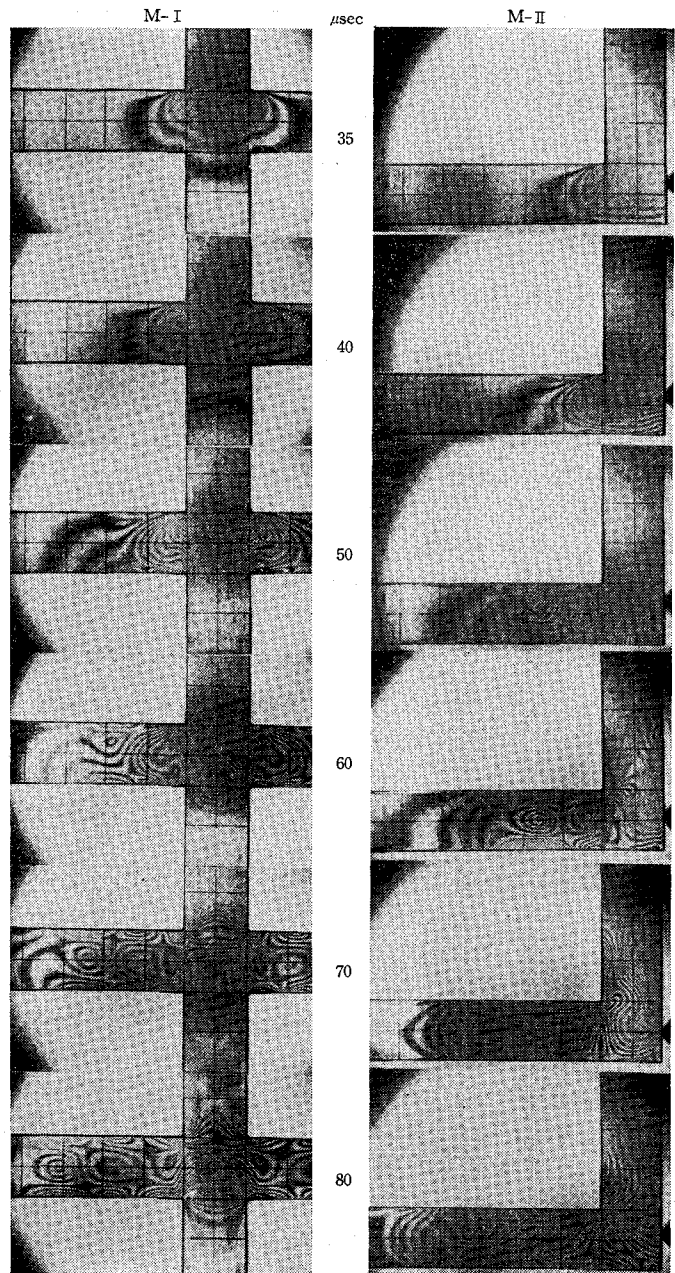
a) 等色線縞模様

一コマ撮り動光弾性実験によって得られた各模型に対する明視野等色線縞模様を写真—1, 2 に示す。ここに示した時刻は分岐模型の枝下端に縦波の先端が到着した時刻を 25 μsec として示している。これらの写真からは分岐部の波動挙動が定性的にきわめて明瞭に看取される。

写真—1 は模型 M-I, II に対するものであるが、この例について写真から得られる波動挙動を検討する。分岐部に入射縦波が到達した直後には幹に warping を生じながら伝播する縦波の波面がある。露出時間内に縦波は約 2.5 mm 進行するためこの部分の縞はやや不鮮明である。枝部分では後述するように主として曲げとせん断波が卓越するが、これらの伝播速度は縦波の 1/2 以下であるため縞の輪郭が鮮明である。

50 μsec においては枝部に、先行する縦波に続いて枝の上縁寄りに曲げ変形の中立軸を示す零次の縞が出現する。これを以後中立点と呼ぶ。時間とともにこの中立点は枝の先端に向かって移動し、曲げ波が進行する状態を示している。

70 μsec においては中立点は枝のほぼ中心線上にあり、この断面で上に凸の曲率を持つ純曲げ状態となる。この純曲げ断面の幹側では枝の上下縁で零次、断面中央で最高次の縞となる純せん断断面が存在する。さらに、この断面の幹側には前述の純曲げとは逆の下に凸の曲率を持つ曲げの卓越する断面がある。枝の先端寄りの曲げ断面はほぼ一定の速度で先端に向かって移動するが、その中立点の移動速度から求めた曲げ波の伝播速度は全模型に対して約 800 m/sec である。曲げ波の伝播速度は波長がはりの断面方向の寸法に近づくときレーレイ波の速度に近づくときとされている⁹⁾。いまの場合写真より、先行する曲げ波の波長は約 2 cm で、はり高は 1.5 cm である。この材料に対するレーレイ波の伝播速度は



写真—1

約 890 m/sec であるから、本実験結果は枝部に対してきわめて短い入力パルスが作用した場合に対応するものとなっている。

いずれにしても、枝には上に凸の曲率を持つ曲げ部分に引き続き、下に凸の曲率を持つ曲げ部分が一体となって枝の先端に向かって伝播する。以下ではこの一体となって伝播する曲げ波を逆方向曲げモードの波と呼ぶ。

分岐部近傍の挙動を模型の型式別に考察すると、枝全体については M-I と IV とが酷似している。枝の純せ

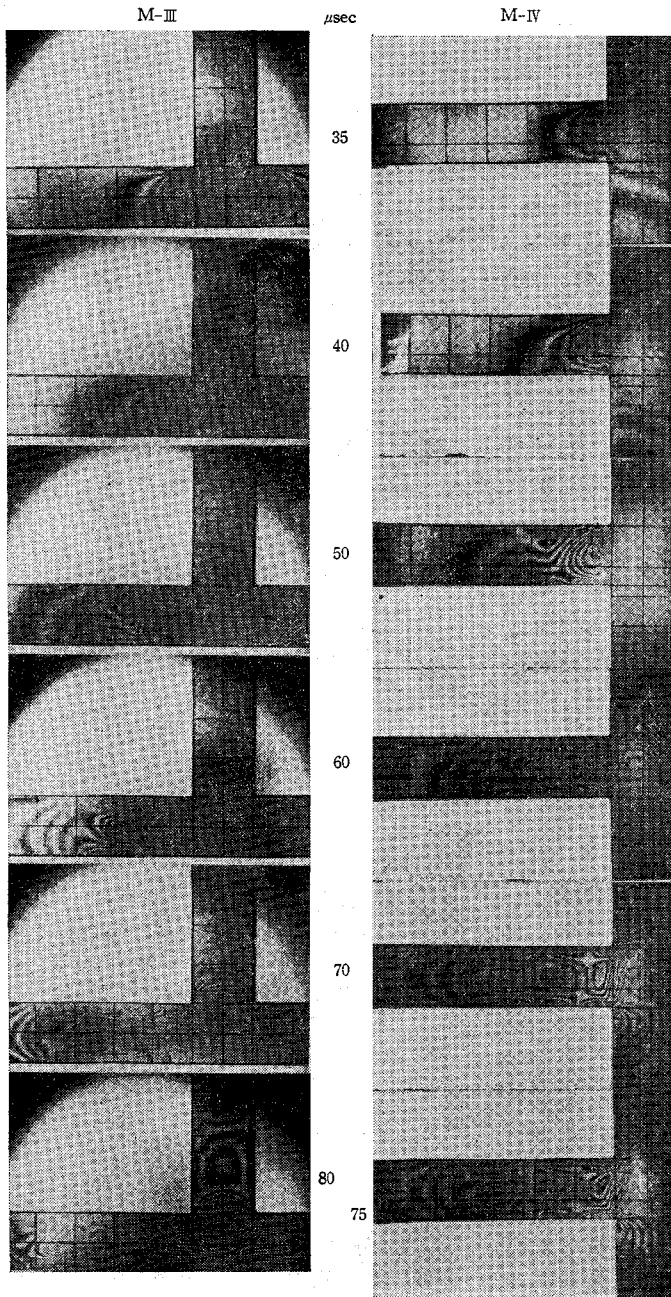


写真-2

断面から幹側の部分では M-II と III とが類似している。幹については M-II と IV とがともに分岐点上部に、枝側に凹の曲線を持つ曲げ変形を時間とともに発達させる点で同じ傾向を示す。

したがって、分岐構造の動挙動としては、枝に注目するとき、枝が幹の中間に存在するか端に存在するかによって分類され、このことが対称構造であるか非対称構造であるかによって受けるものより大きな影響を受けるこ

とを示唆している。また、4型式のうち M-II が縞模様変化のうえでは最も特異な挙動をしており、この分岐模型のもつ強い非対称性の影響を示している。

なお、分岐部の凹の隅角ではいずれも激しい応力集中を示し、写真からは判読不能の高い縞次数となっている。

b) 緑 応 力

等色線写真からだけでは応力状態を定量的に把握することはできないが、自由境界では縞次数に比例する量として主応力を求めることができる。ここでは縞次数をパラメーターとして緑応力の状態を示す。

Fig. 4 に等色線写真から読みとった枝の上、下縁縞次数の変化を示す。横軸の原点は幹の左側面に一致させている。図中の数字は時間 (μsec) であり、破線は各時刻でのピークの包絡線である。表-2 に包絡線の最大縞次数とその位置を示す。読み取り誤差を認めても先行する上に凸の曲げ曲率の部分では M-II, III が大きな曲げモーメントを有することが明らかである。この表には示さなかったが、下に凸の曲げ曲率の部分を検討すると、M-III の幹近傍の緑縞次数が全曲げの中で最大である。なお、幹側面の縞次数の値はその直前までの値を延長したものであり、実際上の意味はあまりない。

Fig. 5 に逆方向曲げモードの中間に存在するせん断断面の最大縞次数を示す。最大せん断応力はこの次数の 1/2 に対応する。したがって、M-III が最大のせん断応力断面を持つがその値は最大曲げ縁応力のせいぜい 1/2 である。

(2) 計 算 結 果

差分計算に用いた材料定数は表-1 のものであり、 ρ_0 は 1 kg/cm^2 とした。また、格子分割長は $\Delta x = \Delta y = 0.25 \text{ cm}$, $\Delta t = 0.5$

μsec とし安定性の条件内にある。空間分割長のこの値

表-2 枝の最大縁縞次数とその生ずる位置

分岐型式	上 縁		下 縁	
	最大縞次数	位置 (mm)	最大縞次数	位置 (mm)
M-I	7	28	6.5	28
M-II	11.5	23	14	27
M-III	14	33	11	30
M-IV	11	25	8.5	22

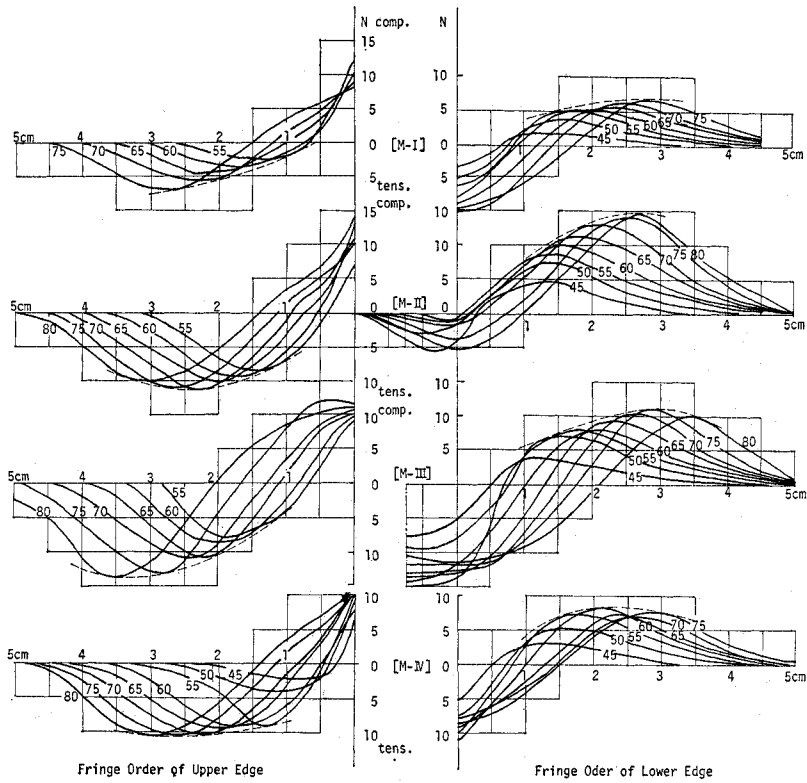


Fig. 4 Fringe Orders of Branched Part by Isochromatic Fringe Patterns.

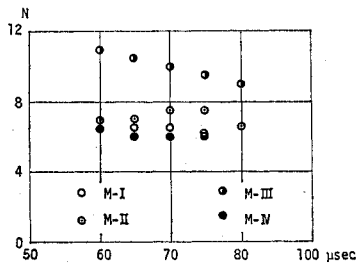


Fig. 5 Fringe Order at Cross section with Maximum Shear Stress.

は少し粗いようにも思われるが、筆者がかつて示した⁹⁾ようにこの半分の長さにした場合と比較しても十分正確であるし、それによって変化する時間分割長からも、短時間で計算できる利点を考えてこの長さを選んだ。計算はすべてのモデルに対して 150 μsec まで行った。 p_0 は幹軸上の格子点に集中して作用させたが、その結果、幹断面を伝播する入射縦波のピークの平均断面垂直応力は 0.143 kg/cm^2 であり、これを σ_0 とする。

a) 等主応力差線図

計算結果の精度を確かめるために計算による等主応力差線図と、これと同じ意味を持つ等色線写真とを比較した。Fig. 6 (a), (b) は M-I, II の場合に対して示したものである。

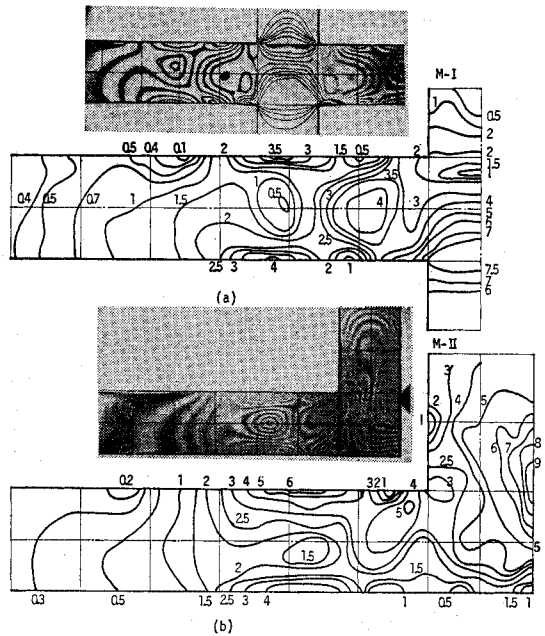


Fig. 6 Isochromatic Lines and Lines of Equal Principal Stress Difference ($1/36 \text{ kg}/\text{cm}^2$).

この結果、空間分割長を 0.25 cm という比較的大きな値としているにもかかわらず、実験結果と計算結果は入力パルス形の差を考慮するときわめてよく一致してい

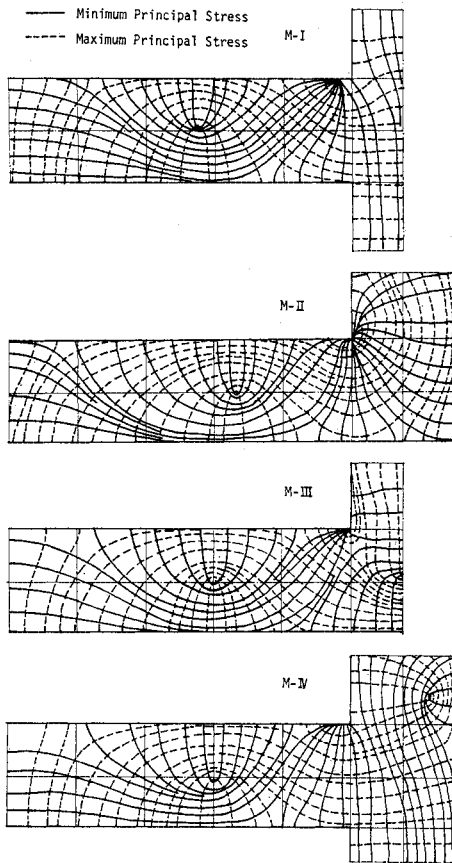


Fig. 7 Principal Stress Trajectories at 65 μ sec.

る。したがって、計算結果は波動の実際の挙動を十分表現していると考えられる。

b) 主応力線図および応力状態

Fig. 7 には分岐部中央に入射パルスのピークが到達する 65 μ sec (等色線縮模様写真と同じ基準)での各モデルに対する主応力線図を示す。この図からも前述したように枝部に逆方向曲げモードが存在することは明らかである。特に、分岐部近傍における各モデルの応力状態の違いにもかかわらず、枝内の応力分布は定性的にはほ

とんど等しいといえる。一方、対称構造と非対称構造、枝が幹の中間にある場合と端にある場合とによる分岐部の応力状態の違いも明瞭である。非対称構造の M-II では幹に凹の隅角部と結ぶような形で曲げが生じているが、M-IV では凹の隅角部から外れた位置で曲げが生じている。

c) 縁 応 力

Fig. 8~13 に各モデルの枝および幹の縁応力を示す。図中の模型図の実線部の縁応力を示し、数字は時間 (μ sec) である。○印は枝端からの反射波の影響のない時間内でのピーク値を示す。凹の隅角点の値は計算上のものであり、実際にはその前後の値を延長した値に近いと考えられる。

Fig. 14 は Fig. 8~13 で得られた最大縁応力とその生ずる位置を各モデルに対して示した。なお、以下では幹線に対して枝のある側を枝側、その反対側を直側と呼ぶことにする。また、枝縁に対しては上縁を入力縁、下縁を反射縁と呼ぶ。

枝について、実験結果から得た表-2 の値と Fig. 14 の値とを比較すると、M-II の上下縁応力比以外は同じ傾向を示している。

Fig. 14 から枝の挙動について検討すると、先行する上に凸の曲率を持つ曲げ部分では、最大縁応力のうち、入力縁応力が必ず大である。また、それを生ずる断面は M-II を除いて幹の枝側から 30 mm で一定である。この点より幹側に生ずる下に凸の曲率の曲げ部分は、最大縁応力のうち反射縁応力がより大きい。また、それら最大縁応力を生ずる位置は M-II 以外は 5~7.5 mm ほぼ一定である。

M-II の場合のみがこれらと若干異なった値となるのは、Fig. 7 から明らかなように、隅角部全体が曲げを受ける形で変形するという構造形式によるためである。

以上のことから、幹の枝側から最大縁応力を生ずる位置までの距離は、入力パルス形およびモデルの寸法によって定まる値と考えられる。

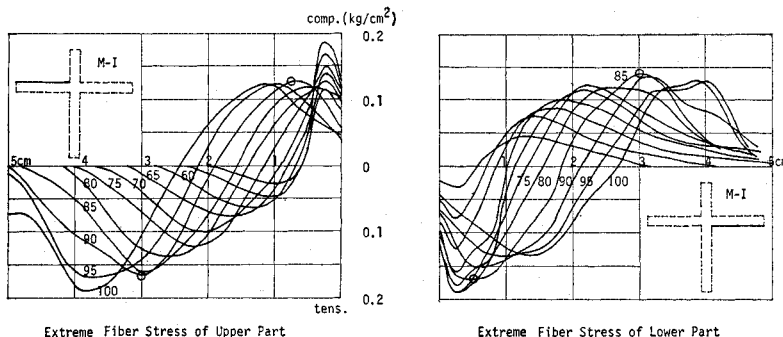


Fig. 8 Extreme Fiber Stresses of Branched Part, M-I Model.

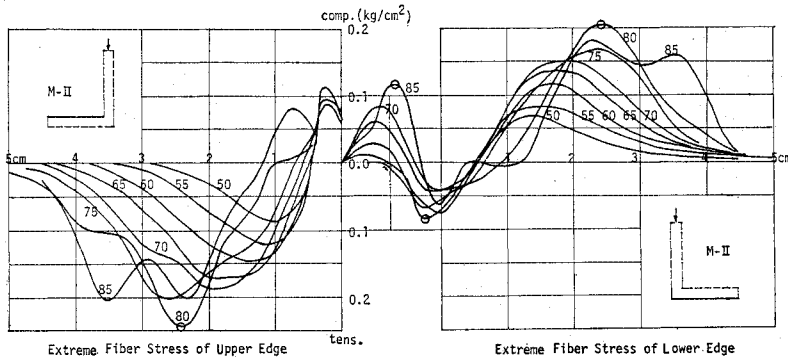


Fig. 9 Extreme Fiber Stresses of Branched Part, M-II Model.

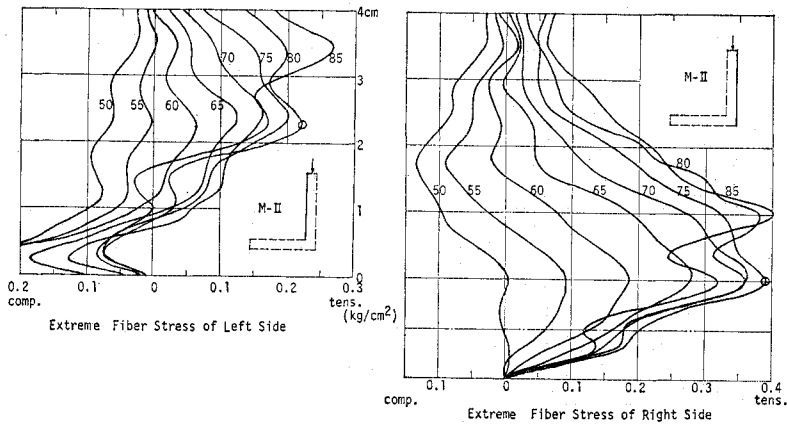


Fig. 10 Extreme Fiber Stresses of Column Part, M-II Model.

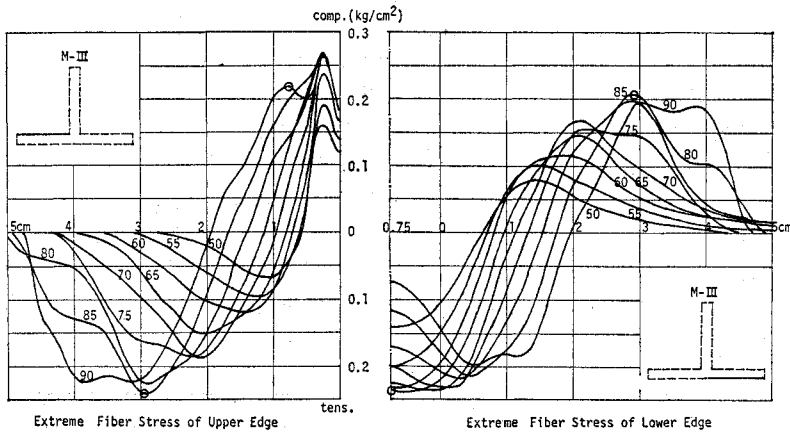


Fig. 11 Extreme Fiber Stresses of Branched Part, M-III Model.

上に凸の曲率を持つ曲げ部分の最大縁応力は、写真1, 2 から明らかなように、枝部に入射波が到達した後 25~30 μ sec で幹の枝側から約 15 mm に中立点が発達し、同時に縁応力を増大させながら枝先端に向かって進行し、残りの入力継続時間(約 20~25 μ sec)に約 800 m/sec の伝播速度で伝播した位置にあると考えられる。しかしながら、与えられた入力パルス形とモデル寸法に

対して、枝に曲げが開始されるまでの時間が未確定であるため、これらの位置を一般的に推定することはできない。

枝内を先行する上に凸の曲率を持つ曲げ断面の最大縁応力は M-I と IV, M-II と III がほぼ等しい。このことは枝の最大縁応力が幹に対する枝の相対位置にのみ依存すること示しており、きわめて興味深い。すなわ

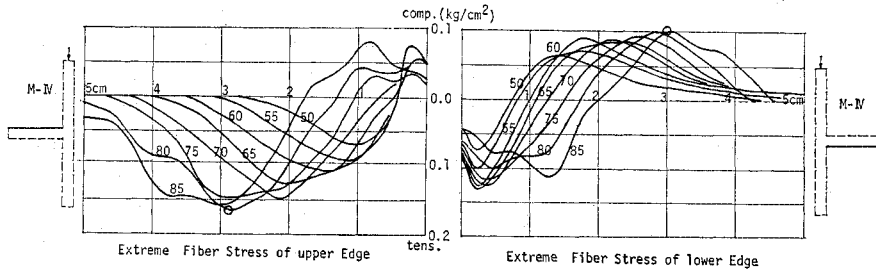


Fig. 12 Extreme Fiber Stresses of Branched Part, M-IV Model.

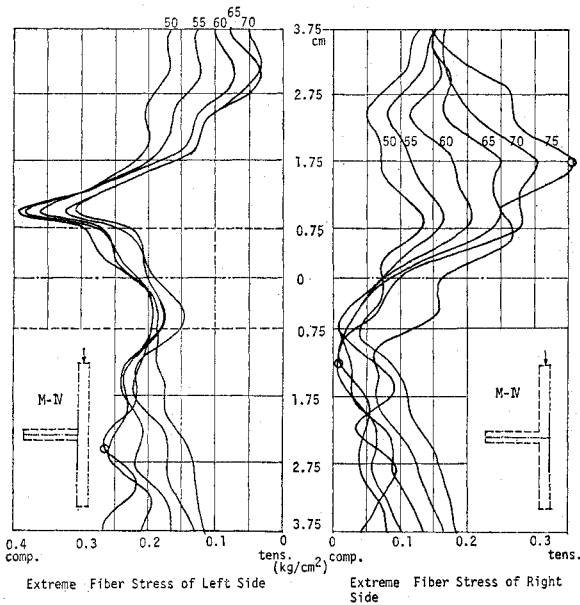


Fig. 13 Extreme Fiber Stresses of Column Part, M-IV Model.

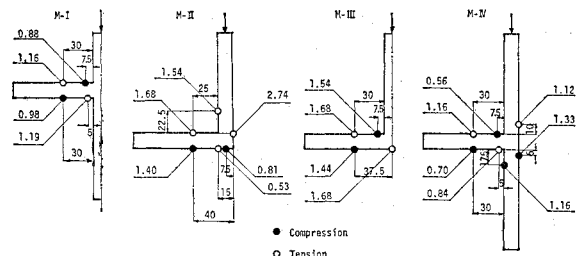


Fig. 14 Extreme Fiber Stresses and Its Position, when σ_0 is Unit Length, in mm.

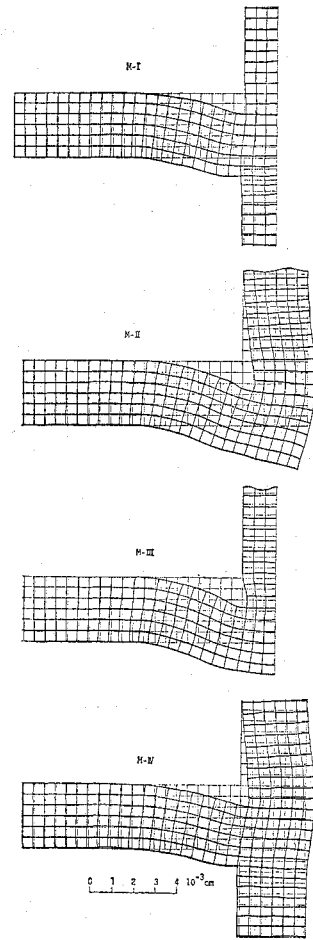


Fig. 15 Displacements at 65 μ sec.

ち、構造が対称であるか非対称であるかに無関係に、枝の位置が幹の中間であるか端端であるかによって、枝を伝播する曲げ波に与えられるエネルギーが決定されるものと推定される。

非対称モデルについては幹に曲げ応力が発生する。幹に生ずる最大の縁応力は分岐部近傍の直側に存在し、M-II と IV とではその位置と符号が異なる。また、そ

の値はそれぞれの場合に枝に生ずる最大の縁応力より大であり、枝が幹端にある M-II において最大となる。

結局、枝全体での縁応力は M-IV, I, III, II の順に大きく、幹を含めた構造全体での最大縁応力は M-I, IV, III, II の順で増加している。

d) 変形

Fig. 15 に 65 μ sec での各モデルの変形状態を示す。

ここには前述した応力状態に対応した変形特性が示されている。

幹枝側と枝入力側とがなす隅角点の変位は M-I, IV, III, II の順に大きくなり, M-I のそれを 1 とするとき, その比は同じ順に 1, 1.05, 1.38, 1.93 となっている。

5. ま と め

本研究は 4 種類の直角分岐構造モデルに対し, 幹軸上へ縦衝撃を加え, 比較的短い波長の入力を与えた場合の波動応答を, 動光弾性実験と 2 次元波動方程式の差分近似解析により解明することを目的とした。

その結果, ここで用いた程度の差分格子分割で解析結果は実験結果ときわめてよく一致することが明らかとなった。また, 動光弾性実験はこの場合にも波動伝播現象を定性的に解明する手段としてきわめて有効であり, 一部の定量解析に対しても有効であることが示された。

分岐構造の波動挙動は, 構造形式の違いにより分岐部近傍の応力状態は異なるが, 枝においては定性的にはほとんど同一であり, 逆方向曲げ波が伝播する。この曲げ波の伝播速度はここで用いた入力パルスに対してはレイ波の速度に近い。この曲げ波による最大縁応力を生ずる位置は, 与えられた入力パルス形とモデルの断面量に対して, モデルの形にかかわらず一定となる。

曲げ波によって生ずる枝での最大縁応力は, 幹内の縦入射波による最大平均応力を単位 とするとき, M-I, II, III, IV の順に 1.19, 1.68, 1.68, 1.16 である。非対称構造 M-II, IV では分岐部近傍の幹にも曲げによる縁応力が発生し, この縁応力も含めると構造全体の最大縁応力は上記と同じ順に 1.19, 2.74, 1.68, 1.33 となる。

結局, 本研究の場合には, 枝に関しては M-II と III が同じ値でほかより 4 割以上大きな縁応力を生じ, 構造全体としては M-II が最も大きな縁応力を幹に生じる。

動光弾性実験の結果からも, 計算結果からも, 分岐構造の波動応答に関しては, それが対称構造であるか非対称構造であるかの差より, 枝が幹の中間であるか端であ

るかの差が支配的な要素であることが明らかである。このことは入射応力波の持つ全エネルギーが幹を伝播するとき, 枝にその一部を与えて通過してしまうか, 枝を越えた部分に通過すべき幹を持たず, 反射する過程で枝あるいは枝と幹の両者に十分なエネルギーを与えるか, という事に直接関係していることを意味する。この関係は幹と枝の断面量および入射パルス波形とにより支配されると考えられるが, 本研究からだけでは解明できない。

なおここでは実験的にも解析的にも隅角部応力集中については合理的な取り扱いができなかった。今後の課題として残されている。

最後に, 本研究をすすめるにあたり計算および実験に関して現在清水建設株式会社勤務の岩原重之君のご助力を得た。深く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Phillips, J.W. and F.B. Crowley III : On the theory of pulse propagation in curved beams, *Jour. of Sound and Vibration*, Vol. 24, No. 2, pp. 247~258, 1972.
- 2) Ranganath, S. : Normal impact of an infinite elastic beam by a semi-infinite elastic rod, *Jour. of Applied Mechanics*, Vol. 38, pp. 455~460, 1971.
- 3) Lee, J.P. : Elastic waves produced by longitudinal impact on a system with symmetrically branched rods, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 8, pp. 699~707, 1972.
- 4) Mandel, J.A., R.K. Mathur, and Y.C. Chang : Stress waves at rigid joint, *Proc. of ASCE*, Vol. 97, No. EM. 4, pp. 1173~1185, 1971.
- 5) Abramson, H.N., H.J. Plass, and E.A. Ripperger : *Advances in Applied Mechanics 5. Stress wave propagation in rods and beams*, Academic Press, pp. 162~175, 1958.
- 6) 佐藤 誠・岩原重之 : 分岐構造の応力波伝播解析, 土木学会第 25 回年次学術講演会講演集 第 1 部, pp. 593~595, 1970.
- 7) 佐藤 誠 : 差分法による粘弾性波伝播解析について, 広島大学研究報告, 第 22 卷, 第 2 冊, pp. 201~208, 1974.
- 8) たとえば, Kolsky, H. : *Stress Waves in Solids*, Dover, pp. 40~85, 1963.
- 9) 佐藤 誠・中 檢 新 : 2 次元弾性波問題の数値解析について, 土木学会第 27 回年次学術講演会講演集 第 1 部, pp. 537~540, 1972.

(1977.1.12・受付)