

剛体円柱に斜交する薄肉円筒シェルの応力集中について

STRESS CONCENTRATION IN THE THIN PIPE SHELL OBLIQUELY
INTERSECTING ON THE RIGID CIRCULAR COLUMN桜井 孝 昌*
By Takamasa SAKURAI

1. ま え が き

円筒シェルの有する力学的特性を利用すれば、これを構造物として有利に生かすことができる。軸力に対しては特に強い性質を持ち、たとえば鋼管においては、局部座屈に対して著しく有利で、管厚が直径の1/100以上あれば、局部座屈を防止するための縦補剛材などは不要である¹⁾。また、ねじりモーメントに対しても強い剛性を示す。

第2次大戦後、鋼管の製造技術、加工技術あるいは溶接技術が著しく進歩し、建築物、クレーン、橋梁、石油掘削設備あるいは海上作業足場など、鋼管を用いた構造物が数多く建造されるに至っている。このようにして構造物に円筒シェルを用いる場合、地部材との接合部には一般に応力の集中が起こり、それが構造物全体の耐力を支配する原因の一つともなっている。したがって円筒シェルを有利にしかも安全に利用し、または所要の補剛を行うために、この応力集中の解明が必要であり、その一部については計算式およびその結果が公表されている^{2)~5)}。しかし、接合部が複雑な空間曲線となる場合は、その部分の理論的解析^{6),7)}は、有限要素法によるもの⁸⁾を除いてあまり進んでいない。他方、静的荷重試験、耐力試験あるいは疲労試験も含めて実験による解析結果^{9)~13)}は数多く報告されている¹⁴⁾。

本研究は図-1に示すごとく、剛体円柱に斜交する薄肉円筒シェルについて、円筒右端に面内曲げモーメント M 、パイプの材軸に直交する面内横方向荷重 S および軸方向荷重 N がそれぞれ作用し、斜交部分の接合部は固定されているとした場合、接合線近傍における応力集中を解析し模型実験を行ったものである。

このような構造部分は、変形の非常に小さい厚肉円筒管や充腹円柱を柱として使用し、さらにその柱から分岐管を出すような場合に生じてくる。たとえば海上作業足

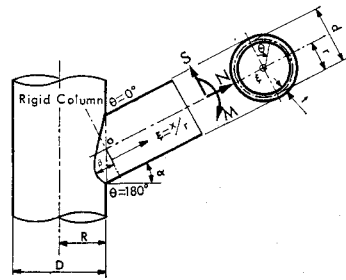


図-1 斜交円筒シェル

場を設置する場合、鋼管であらかじめ組んでおいた立体トラスを現場にすえつけ、鉛直部材の鋼管の中を通して海底まで杭を打ち込む。その後鋼管と杭を一体化するために、ジャケットの鋼管と杭の間にモルタルを充填する工法がある。このようにした鉛直鋼管に、水平あるいは斜方向から円筒部材を継ぐ場合は、本論文と類似した継手部分が生じる。

斜交する2本の円筒管がともに弾性体である場合、図-1の円柱部分に相当する主管の断面変形を拘束すれば、斜交円筒管に相当する支管の継手部分に生じる最大応力は小さくなる。したがって、主管を剛体とした場合は、主管断面の拘束の極限と考えられ、支管部分の応力集中はこれ以上緩和できないとも考えられる。この原因については結論(8)で述べてある。ただし、実際の構造物の多くは、弾性体である円筒管が相互に接合している場合が一般的であるので、本論文の結果は、一般的な弾性円筒管どうしの斜交パイプ継手に比較して、その応力集中率は小さくなっている。

なお、円筒部材どうしの接合部の研究は、従来理論的研究より実験的研究が多く、応力集中に関しても実験式が提案されている例が多い。本論文は、円筒継手部分のような複雑な境界条件をもつ構造物を、曲面の解析解を用いて平易に解く方法を提案することもその目的の一つである。

解析にあたっては、接合部が固定端であるという境界条件をいかに与えるかが一つの問題となった。本論文で

* 正会員 工修 豊田工業高等専門学校助教授 土木工学科

は、まず 図-1 に示す (ξ, θ) 主曲率座標系を用い、曲面板の微小変形一般理論によって一般解を求めた。ところが、接合線(境界線)は複雑な空間曲線となり、 (ξ, θ) 座標線に沿っていない。先に求めた一般解は、境界を除いた円筒内部での連続条件およびつり合い条件は満足している。したがって、接合部が固定端であるという境界条件をこの一般解が満足するように、一般解中に含まれる未定定数を定めることができれば、シェル理論による正解が得られることになる。そこで接合線上の有限個の点上で境界条件を与える選点法を利用して、この未定定数を定めた。この場合、求めた応力の精度が問題となるが、境界条件が接合線全域でどの程度満足されているかによって、求めた応力の精度を推定した。

2. 解析方法

まず、本論文で用いた選点法についてその概略を述べておく、微分方程式の近似解を求める1つの方法に重みつき残差法¹⁹⁾がある。これは解を未定定数を含んだ有限個の既知関数列の和として表わし、微分方程式および境界条件を最もよく満足するよう、この未定定数を選定する方法である。この方法を用いる場合、いかなる関数列を用いるかがまず問題となり、いろいろな試行関数が考えられる。この試行関数の選び方を決める条件として次の種類の場合が考えられる。

- a) 内部法: 境界条件は満足するが、微分方程式は満足しない試行関数を考える。
- b) 混合法: 微分方程式も境界条件もどちらも満足しない試行関数を考える。
- c) 境界法: 微分方程式は満足するが、境界条件は満足しない試行関数を考える。

次に上記のような条件で選んだ試行関数の中に含まれる未定定数を決定する条件式が必要である。この条件式の作り方には種々の方法があるが、そのうちで境界内部あるいは境界上で選定された点において、微分方程式あるいは境界条件を満足するように条件式を作る方法が選点法である。本論文は試行関数として主曲率座標による円筒シェルの一般解を用い、境界選点法によって解いたものである。

(1) 円筒シェルの解析

円筒シェルの解析にあたっては、シェルの微小変形一般理論を用いた^{17), 18)}。本論文の解析方法は Gol'denveizer の理論¹⁷⁾を用いたが、そこで式(1)における応力を表わす式中の微小項(たとえば、 T_1 を表わす式中の a のかかっている項)が省略されており、Flügge の理論¹⁸⁾ではこれが含まれている。そこで Gol'denveizer の

理論にこの微小項を加えたものを用いて解析した。座標系は材軸方向に ξ (長さ x を半径 r で割って無次元化したもの) と円周方向 θ の (ξ, θ) 直交座標系を用いる。座標原点は 図-1 の "0" である。

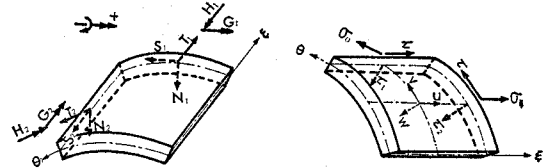


図-2 板厚中央面に関する断面応力および断面モーメント
図-3 断面応力度および変位

解析に必要な断面力 $T_1, T_2, S_1, S_2, N_1, N_2$, 断面モーメント G_1, G_2, H_1, H_2 および変位 u, v, w とその正の方向は、それぞれ 図-2 および 図-3 に示してある。たわみ角、断面力および断面モーメントは式(1)のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= -\Delta_1 w / r \\ \tau_2 &= -(\Delta_2 w + v) / r \\ T_1 &= K \{ \Delta_1 u + \nu (\Delta_2 v - w) + a \Delta_1 w \} \\ T_2 &= K \{ \Delta_2 v - w + \nu \Delta_1 u - a (\Delta_2^2 w + w) \} \\ S_1 &= K (1 - \nu) \{ \Delta_1 u + \Delta_2 v + a \Delta_1 (\Delta_2 w + v) \} / 2 \\ S_2 &= -K (1 - \nu) \{ \Delta_1 v + \Delta_2 u - a (\Delta_1 \Delta_2 w - \Delta_2 u) \} / 2 \\ G_1 &= -r K a \{ \Delta_1^2 w + \nu \Delta_2 (\Delta_2 w + v) + \Delta_1 u \} \\ G_2 &= -r K a \{ \Delta_2 (\Delta_2 w + v) + \nu \Delta_1^2 w - (\Delta_2 v - w) \} \\ H_1 &= r K (1 - \nu) a \Delta_1 (\Delta_2 w + v) \\ H_2 &= -r K (1 - \nu) a (\Delta_1 \Delta_2 w + \Delta_1 v / 2 - \Delta_2 u / 2) \\ N_1 &= (\Delta_1 G_1 + \Delta_2 H_2) / r \\ N_2 &= \Delta_1 (G_2 - H_1) / r \end{aligned} \right\}$$

ただし、

$$K = \frac{2 E t}{(1 - \nu^2) d}, \quad a = \frac{1}{3} \left(\frac{t}{d} \right)^2$$

$$\Delta_1 = \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \Delta_2 = \frac{\partial}{\partial \theta}$$

E : ヤング係数, ν : ポアソン比

t : パイプ肉厚

r, R : 円筒および円柱の半径

d, D : 円筒および円柱の直径

τ_1, τ_2 : ξ および θ 軸のたわみ角

.....(1)

式(1)の断面力および断面モーメントを用いて 図-3 の断面応力度 $\sigma_x, \sigma_\theta, \tau, \tau_1$ および τ_2 を計算することができる。ここで σ_x, σ_θ および τ は円筒外面の縁応力度、 τ_1, τ_2 は中央面における円筒断面中心方向のせん断応力度である。これらを計算する場合、 ξ が一定の断面では台形断面として、また、 θ が一定の断面では矩形断面としては理論より求めると次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= T_1/d - M_0\{1-t/3d\}t/2I \\ \sigma_\theta &= T_2/d - G_2t/2I \\ \tau &= S_1/d + H_0\{1-t/3d\}t/2I \\ \tau_1 &= 3G_A N_1/d \\ \tau_2 &= 3N_2/4d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} M_0 &= G_1 + T_1 t^2/6d \\ H_0 &= H_1 - S_1 t^2/6d \\ G_A &= (1-t/3d)^2(1+2t/3d) \\ I &= t^3/12 \end{aligned}$$

表面荷重のない場合円筒シェルの微小要素 $d\xi \times d\theta$ に関するつり合い方程式は式 (3) となる。

$$\sum_{m=0}^{\infty} A\phi_m = 0 \dots\dots\dots (3)$$

上式における A は微分演算子で次式のように表わされる。

$$A = \begin{bmatrix} du_1, & dv_1, & dw_1 \\ dv_1, & dv_2, & dw_2 \\ dw_1, & dw_2, & dw_3 \end{bmatrix}$$

ただし、

$$\begin{aligned} du_1 &= d_1^2 + (1-\nu)(1+a)d_2^2/2 \\ dv_1 &= (1+\nu)d_1d_2/2 \\ dw_1 &= -\nu d_1 + a\{d_1^3 - (1-\nu)d_1d_2/2\} \\ dv_2 &= (1-\nu)(1+3a)d_1^2/2 + d_2^2 \\ dw_2 &= -d_2 + a(3-\nu)d_1^2d_2/2 \\ dw_3 &= 1 + a(d_1^4 + 2d_1^2d_2^2 + d_2^4 + 2d_2^2 + 1) \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 a, ν, d_1, d_2 などは式 (1) と同じ
式 (3) の解を

$$\phi_m = Ce^{k\xi} \cos m\theta \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

とおき、これを式 (3) に代入するとそれぞれの m の値について k に関する 8 次方程式が得られる。その解は、

$$k = \pm(p_j \pm iq_j), \quad (j=1, 2),$$

$$i = \sqrt{-1}, \quad p_j > 0, \quad q_j > 0$$

の 8 根となる。ただし、 $m=0, 1$ については 8 根中の 4 根は零となる。これらを用いると式 (3) の解は、

$$\phi_m = \sum_{j=1}^2 \{e^{-p_j\xi} ({}_m C_{1j} \sin q_j\xi + {}_m C_{2j} \cos q_j\xi) + e^{p_j\xi} ({}_m C_{3j} \sin q_j\xi + {}_m C_{4j} \cos q_j\xi)\} \cos m\theta \dots\dots\dots (5)$$

となるが、上式中 ${}_m C_{ij}$ ($j=1, 2, i=1 \sim 4$) は積分定数である。ただし、 $m=0, 1$ の場合については式 (5) 中の ${}_m C_{ij}$ のうち $j=2$ に対する解は次式となる。

$$\phi_m = ({}_m C_{12} + {}_m C_{22}\xi + {}_m C_{32}\xi^2 + {}_m C_{42}\xi^3) \cos m\theta \quad (m=0, 1) \dots\dots\dots (6)$$

したがって、式 (3) を満足する解 ϕ は式 (5) と式 (6) の和として次のように求まる。

$$\phi = \sum_{m=0}^{\infty} \phi_m \dots\dots\dots (7)$$

ϕ を用いれば変位 u, v, w は次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} u &= 2A_{13}\phi/(1-\nu) \\ v &= 2A_{23}\phi/(1-\nu) \\ w &= 2A_{33}\phi/(1-\nu) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 A_{ij} は式 (4) の行列式 A の ij に関する小行列式である。

これらの変位を用いれば、式 (1) よりたわみ角、断面力および断面モーメントが得られる。

(2) 境界条件

a) 円筒右端における荷重条件

図-1 に示すごとく、円筒右端にはそれぞれ M, S および N 荷重を作用させた。これらの荷重は次式 (9) に示すような無次元化した荷重 \bar{M}, \bar{S} および \bar{N} を用い、 \bar{M}, \bar{N} については $\xi = \infty$ で、 \bar{S} については円筒上端 ($\theta = 0^\circ$) に沿って $\bar{\xi} = \bar{\xi}_0$ の点に作用させて解く。これらの条件を満足させるには、まず、式 (5) における発散項 $e^{p_j\xi}$ にかかる ${}_m C_{ij}$ ($i=3, 4, j=1, 2$) を零とおく。そして式 (1), (5), (6), (7) および (8) を用いれば、 ξ が十分大きな点では $e^{-p_j\xi}$ は零に収束し、式 (6) の関数から求まる変位、断面力および断面モーメントの項のみとなるので、この関数からなる値を用いてパイプ右端の荷重条件を与える。

$$\left. \begin{aligned} M \text{ 荷重: } \xi &= \infty; \\ \bar{M} &= M/Kr^3 = \int_{-\pi}^{\pi} (T_1 r \cos \theta - G_1 \cos \theta) r d\theta / Kr^3 \\ &= 2\pi {}_1 C_{32} \{1 - \nu^2 + (4 - 3\nu^2)a\} = 1 \\ \text{そのほかの断面力} &= 0; \quad {}_0 C_{22} = {}_0 C_{32} = {}_1 C_{42} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9.1)$$

$$\left. \begin{aligned} S \text{ 荷重: } \xi &= \bar{\xi}_0 + \tan \alpha; \quad ([\xi]_{\theta=0^\circ} = \bar{\xi}_0) \\ \bar{S} &= S/Kr^2 = \int_{-\pi}^{\pi} (S_1' + N_1') r d\theta / Kr^2 \\ &= -6\pi \{1 - \nu^2 + (4 - 3\nu^2)a\} {}_1 C_{42} = 1 \\ \text{そのほかの断面力} &= 0; \quad {}_1 C_{32} = -3(\bar{\xi} + \tan \alpha) {}_1 C_{42} \\ & \quad {}_0 C_{22} = {}_0 C_{32} = 0 \end{aligned} \right\}$$

ただし、 S_1' および N_1' は置換せん断力

$$\left. \begin{aligned} S_1' &= S_1 + H_1/r \\ N_1' &= N_1 - d_2 H_1/r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9.2)$$

$$\left. \begin{aligned} N \text{ 荷重: } \xi &= \infty; \\ \bar{N} &= N/Kr^2 = \int_{-\pi}^{\pi} T_1 r d\theta / Kr^2 = 2\pi(1 - \nu^2 + a) {}_0 C_{22} \\ &= 1 \\ \text{そのほかの断面力} &= 0; \quad {}_0 C_{32} = {}_1 C_{31} = {}_1 C_{42} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9.3)$$

b) 接合線における境界条件

先に述べたごとく、座標系は (ξ, θ) の主曲率座標系を用いている。しかし、接合線の座標 β は次式で表わされる空間曲線である。

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \{ \sin \alpha \cos \theta + (\sqrt{1 - a_0^2 \sin^2 \theta} - 1) / a_0 \} / \cos \alpha \\ \text{ただし,} \\ a_0 &= r/R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

上式における β は、図-1 の“O”点を通して ξ 軸に垂直な平面から円筒軸方向に測った距離を r で割って無次元化したものである。

接合線では、円筒が円柱に固定されているとして、その境界条件は次式となる。

$$u=v=w=r_1=0 \dots\dots\dots(11)$$

上式が成り立てば、境界線上では θ 方向たわみ角 $r_2=0$ も必然的に満足されねばならない。

接合線は式 (10) のごとく、 (ξ, θ) 座標系に沿っていないので式 (11) の境界条件を与えるのに、接合線上の限られた点でこれが満足されるようにする選点法を用いた。このようにすると、1個の選点で4個の境界条件を与えることになり、これらの条件により式 (5), (6) の積分定数 $mC_{ij}(i=1, 2, j=1, 2)$ を定めることができる。

本論文では2とおりの選点法を用いた。1つは直接選点法である。これは $4n$ 個の積分定数を定めるのに、 n 点を選んで $4n$ 個の条件を与え、 $4n$ 個の積分定数を決定する方法である。ほかの1つは選点最小2乗法¹⁹⁾である。これは n 点以上の点を選び、それらの点における境界条件に生じる誤差の2乗の和が最小になるよう、誤差の最小2乗法を用いて $4n$ 個の積分定数を定める方法である。

3. 計算結果

(1) 解の精度について

境界内部のつり合い条件、連続条件などはすべて満足するような一般解を用いてある。しかし、境界条件は選点法を用いたため、接合線全域にわたっては満足されておらず、解の誤差もこれが原因で生じてくると考えられる。したがって、境界条件がどの程度満足されているかによって解の精度を推定することができる²⁰⁾。本論文では選点数を漸次増加することにより、境界条件に生じる誤差(以後「境界条件誤差」と呼ぶ)と求めた応力値(以後「解」と呼ぶ)の精度との相関関係を検討した。その結果解の誤差をある一定限度以下にするためには、「境界条件誤差」をある限度以下にすればよいことがわかった。

本論文では「最大主応力度の相対誤差」が3%以内に

なるように解を求めた。このように解の誤差を限定したのは、実用上この程度でよいと判断したためである。上記の解の精度を保障する「境界条件誤差」は試算の結果、次のような条件のもとに定めた。

- 1) 「境界条件誤差」は境界線上の選点およびその中間点における変位 $u/r, v/r, w/r$ およびたわみ角 r_1, r_2 中の絶対値の最大値をその代表値とする。
- 2) すべてのパラメーター(荷重の種類, $t/d, \alpha, d/D$)に対して解の精度を3%以内にするのに必要な共通の「境界条件誤差」を定めるのは困難であり、共通してこれを適用できる範囲は荷重別 (M, N, S 荷重), 解法別(直接法, 最小2乗法)および t/d 別にするのが適当である。

3) 各分類別の「境界条件誤差」は次のようにして定めた。まず、分類内のうちから代表的なパラメーター2種類以上を取り出し、おのおの場合について解が十分収束するまで選点数を増加させ、収束した値を正解値と仮定した。そして、その正解値と、ある選点数によって求めた解との相対誤差が3%になる「境界条件誤差」を求めた。こうして求めたもののうち、その絶対値が最小のものをとってその分類における「境界条件誤差」とした。表-1は以上のようにして定めた分類別の「境界条件誤差」を表わす。この値は境界線上に生じる最大誤差の値を、荷重および t/d が同条件における $\xi=1$ の位置での u/r の値で除したものである。ただし、この場合の u/r は $\alpha=0^\circ, d/D=0.0$ をとった。

表-1 解の最大値の誤差を3%以内にするために必要な境界条件誤差

	t/d	境 界 条 件 誤 差		
		M 荷重	S 荷重	N 荷重
直 接 法	1/10	2.2×10^{-2}	4.9×10^{-2}	4.0×10^{-2}
	1/50	8.1×10^{-1}	8.9×10^{-1}	5.3×10^{-1}
最小2乗法	1/10	9.5×10^{-3}	1.3×10^{-2}	1.6×10^{-2}
	1/50	5.8×10^{-3}	7.5×10^{-3}	1.2×10^{-2}

解法別では、直接法の場合は同じ選点数でもその位置により解の精度は異なる。 α が大きくなるに従って $\theta=180^\circ$ 側に選点数を多くするとよい結果が得られた。これに対して最小2乗法の場合は、選点の位置にはあまり影響されない。

表-2は M 荷重で $t/d=1/10$ の場合につき、以後の数値計算を行うにあたって使用した選点の数と、そのときに生じる「境界条件の最大誤差」を示したものである。この値は表-1の「境界条件誤差」と同じ単位で表わしたものである。表中の選点数の欄における m は、式 (5) における項数 $m-1$ 個を表わし n は選点の数である。表中に n のみ記入してある場合は、直接法を用いた場合で $m-1=n$ となり、 m と n が記入してある場合は最小2乗法を用いた場合である。境界条件に生じる

表-2 求めた解に対する境界条件の最大誤差
(M 荷重, $t/d=1/10$)

α	d/D	選点数		境界条件の最大誤差
		m	n	
0°	0.0		7	2.9×10^{-7}
	0.5		13	7.1×10^{-8}
	0.8		41	2.0×10^{-7}
	1.0		41	8.9×10^{-4}
10°	0.0		15	1.3×10^{-8}
	0.5		21	2.0×10^{-4}
	0.8	25	40	3.9×10^{-4}
	1.0	43	69	3.6×10^{-4}
20°	0.0		15	8.3×10^{-6}
	0.5		41	1.1×10^{-4}
	0.8	25	40	3.6×10^{-4}
30°	0.0		21	6.2×10^{-3}
	0.5	25	40	6.3×10^{-3}
	0.8	35	56	7.4×10^{-3}
40°	0.0		41	1.1×10^{-3}
45°	0.0	35	56	1.9×10^{-3}
直接法境界条件誤差			○	2.2×10^{-2}
最小2乗法境界条件誤差			○	9.5×10^{-3}

最大誤差は、表-1 に示した「境界条件誤差」よりすべて小さくなっている。ほかの荷重についても同様にしてこれを確かめてある。

(2) 解の実験的検証

本論文で用いた解析方法は、主曲率座標系に基づく曲面の解析解を用い、その座標系に沿わない接合線上の境界条件を選点法を用いて与える方法である。この解析方法の妥当性を検討するために実験を行った。実験の対象として、主曲率座標系に沿わない接合線を持つ基本的なケースについて行えば、解析方法の妥当性が検証できると考えた。したがって、この実験は、斜交角 $\alpha=0^\circ$, 20° , 30° の場合につき行い、ほかのパラメーター t/d および $d/D=0.0$ は一定とした。ただし、 $\alpha=20^\circ$ の場合は $\alpha=30^\circ$ の場合と計算値と実験値との比較においてほぼ同様の傾向を示したので、記述を省略した。

a) 実験方法

供試体の材質および諸元は表-3 に示すとおりである。固定端は塩化ビニルパイプと塩化ビニル板とを接着剤で接着し、その板と鋼板とをもう一度接着して仕上げた。供試体に塩化ビニルパイプを選んだのは、実験で行ったひずみの範囲ではその材質が線形弾性体であること、小さい荷重で大きなひずみが生じること、および表面が滑らかで小さいひずみゲージが貼りやすいことなど

のためである。

なお、一般にプラスチック材料は、温度の変化により材料の物理的性質が変化する。本実験は室内において行い、その期間中室温は $10\sim 30^\circ\text{C}$ の間で変化した。この温度変化に対して、本実験で用いた硬質塩化ビニルの材質の変化を、おのおのの円筒管の圧縮試験結果より計算した。その結果、応力、ひずみ関係の線形性に対する誤差は3%以下であり、ヤング率においては0.6%以下であった。したがって、この程度の温度変化ならば本実験における材質は一定として良いと考えられる。

荷重方法は図-4.1 に示してある。 N 荷重載荷の場合は、載荷点における水平方向変位が拘束されないよう丸棒を介して載荷した。荷重は2トンをベースとして1トンずつ増加し5トンになるまで測定した。 S 荷重の場合は、パイプの上部に矩形板をはめこみ、それをワイヤーで水平方向に引っ張った。使用した荷重は14kgのおもり4個と5.7kgのおもり1個である、19.7kg

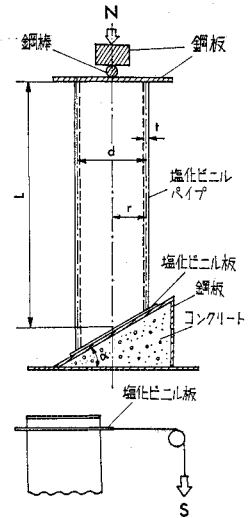


図-4.1 荷重載荷方法

をベースとして14kgのおもりを1個ずつ増加させ計5個になるまで測定した。実験結果は各ケースについて2回以上行った平均値である。 $\alpha=0^\circ$ 以外の S 荷重は、荷重の作用方向を図-4.1 下段の左右両方向より行いその平均値とした。この両方向でのひずみの誤差は、その平均値と最大約6%であった。荷重が均等に載荷されているかどうかは、パイプ上端部よりその直径分だけ下がった位置において、円周方向に等角に貼った4枚のひずみゲージにより検査し、 N 荷重においては4枚のひずみの平均値と各ひずみとの誤差が2.5%以内に、 S 荷重においては、 $\theta=0^\circ$ と $\theta=180^\circ$ の位置におけるひずみの平均値と各ゲージとの誤差が2.5%以内であるようにした。測定に用いたひずみゲージは、標点距離1mmの1方向箔ゲージである。

b) 実験値と計算値との比較

図-4.2 および図-4.3 は N 荷重の場合の結果である。この荷重における実験値の応力集中率は、載荷点上

表-3 供試体の材質および諸元

材質	ヤング係数 E	ポアソン比 ν	斜交角 α	外径 $d+t$	肉厚 t	半径 $r=\frac{d}{2}$	パイプ長 L	$\frac{t}{d}$
硬質塩化ビニル	$3.40 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$	0.37	$0^\circ, 30^\circ$	216.0 mm	6.8 mm	104.6 mm	900 mm	$\frac{1}{30.76}$

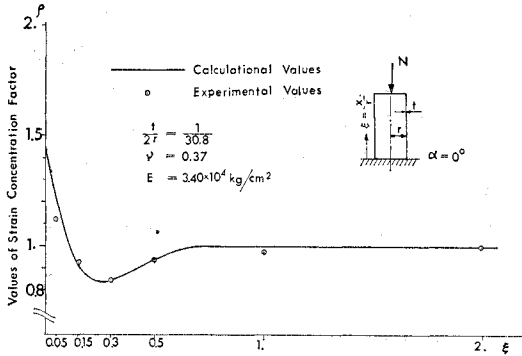


図-4.2 N 荷重 $\alpha=0^\circ$ における実験値と計算値

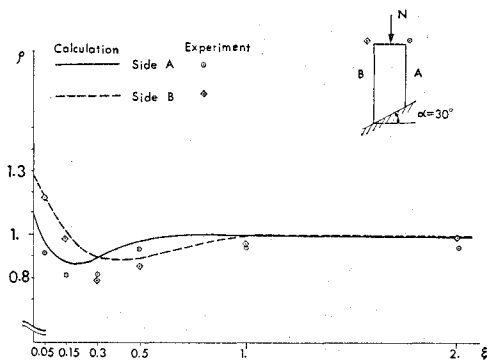


図-4.3 N 荷重 $\alpha=30^\circ$ における実験値と計算値

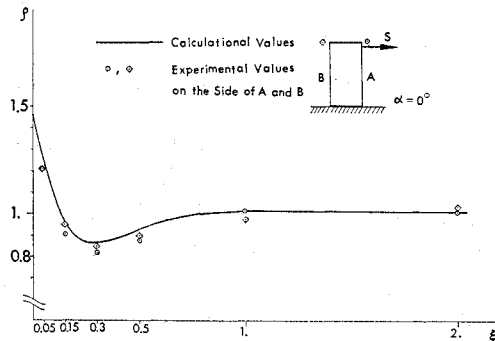


図-4.4 S 荷重 $\alpha=0^\circ$ における実験値と計算値

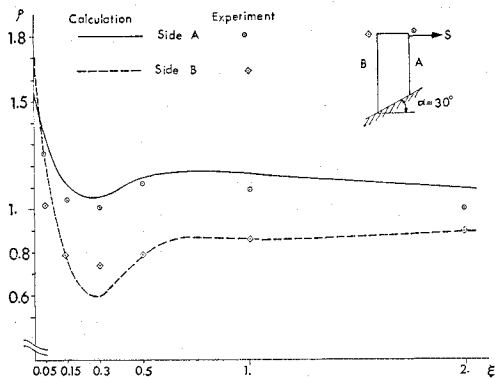


図-4.5 S 荷重 $\alpha=30^\circ$ における実験値と計算値

端よりパイプの直径分だけ下がった位置におけるひずみで、各点のひずみを除したものである。したがって、図の縦軸はひずみ集中度であり、計算結果もひずみ集中度で計算したものである。横軸は固定端よりパイプの母線方向に測った座標であり、パイプの半径で除して無次元化してある。

実験値と計算値との誤差は最大 10% であり、ひずみ集中度の ϵ 方向分布の傾向も類似している。

図-4.4 および図-4.5 は、 S 荷重の場合の結果である。縦軸はやはりひずみ集中度で、はり理論で計算したひずみで測定した各点のひずみを除したものである。計算値もやはりひずみ集中度を表わす。図-4.5 の Side B の $\epsilon=0.05$ における計算値と実験値との誤差が約 20% である以外は約 10% 以内で、ひずみ集中度の分布の傾向も類似している。

計算値と実験値との相違の原因は、供試体製作上の不整、載荷時の荷重のずれ、あるいはひずみゲージの接着位置のずれなどの実験誤差のほか、 $\alpha=30^\circ$ の場合接合部の円筒肉厚方向は斜め切り口であるのに対し、計算ではその切り口が肉厚中央面に対して垂直であるとしている点が考えられる。後者の影響が図-4.5 における B Side 固定端にわずかながら表われているのではないかと考えられる。

この実験結果より N 荷重においては計算値と実験値はほぼ妥当な一致をしているが、 S 荷重においては、斜交角 α が増加するにつれて $\theta=180^\circ$ 側の応力集中度は実験値の方がやや小さめに出ると考えられる。

(3) 計算結果および考察

計算にあたっては M, S および N 荷重についてポアソン比 $\nu=0.3$ 、斜交角 $\alpha=0^\circ \sim 30^\circ$ 、 $t/d=1/10, 1/50$ 、 $d/D=0.0, 0.5, 0.8$ のすべての場合を計算し、そのほかのパラメーターについても一部計算した。これら計算実行値については、たとえば、図-8 に示すごとく \circ, \bullet 印で示しておいた。

a) M 荷重について

図-5 は M 荷重 $\alpha=30^\circ$ 、 $t/d=1/10$ 、 $d/D=0.0$ の場合につき断面の変形状態を示したものである。固定端近傍では、円筒上縁の方が下縁に比べて大きく変形している。したがって、接合線上端の断面曲げモーメント G_1 は下端のそれより大きくなる。

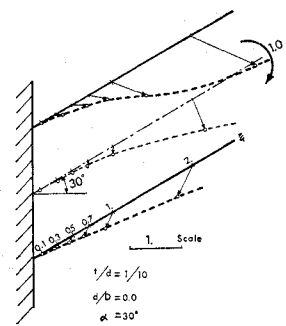


図-5 M 荷重：断面変形

図-6 は接合線上の上縁 ($\theta=0^\circ$) における応力集中率 F_m の材軸方向分布である。 $\xi=\infty$ では縁応力は一定となり、これははりの初等理論で求めた値と一致する。本論文では $\xi=\infty$ における円筒上端 ($\theta=0^\circ$) の最外縁における軸方向縁応力を $\sigma_{\xi 0}$ 、接合線上で $\theta=0^\circ$ における最外縁の軸方向縁応力を σ_{ξ} として、応力集中率を

$F_m = \sigma_{\xi} / \sigma_{\xi 0}$ と定義する。 M 荷重については $\theta=0^\circ$ における最外縁の σ_{ξ} が最大となり、この点における主応力度でもあるので、この点に関する応力集中率について考察した。図-6 より応力集中は $\xi=0.5$ 程度 (長さにして $0.5r$) 固定端より離れると収束が悪い場合でもほぼ 70% 収束し、それより先は収束がゆるやかになる。また、円筒肉厚 t が薄いほど収束も速いことがわかる。

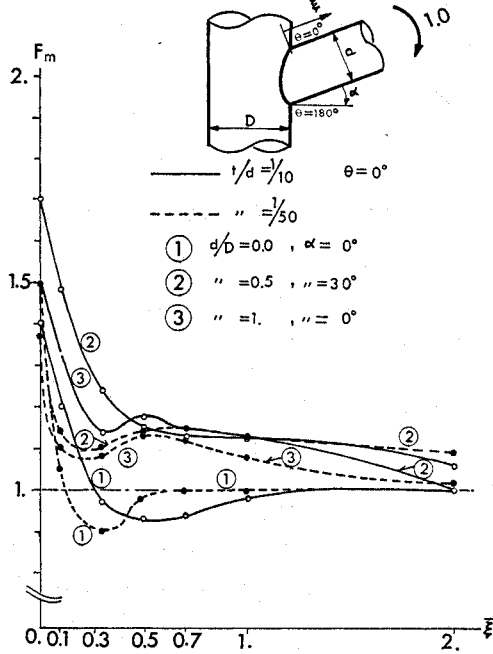


図-6 M 荷重: $\theta=0^\circ$ における応力集中率 F_m の軸方向分布

図-7 は軸方向力 T_1 と断面曲げモーメント G_1 の F_m に及ぼす影響について図示したものである。つまり、 $F_m = F_{mT_1} + F_{mG_1}$ であり、 F_{mT_1} および F_{mG_1} がそれ

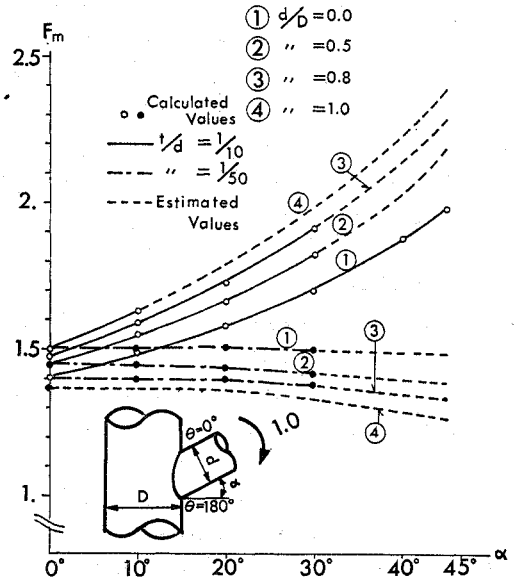


図-8 $\theta=0^\circ$ における M 荷重応力集中率: F_m

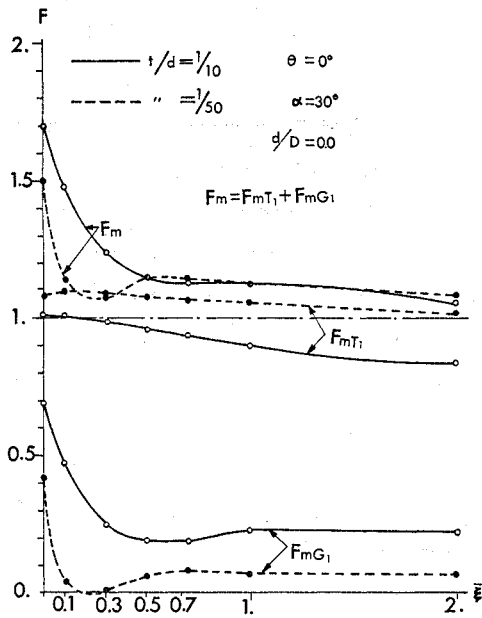


図-7 M 荷重: $\theta=0^\circ$ における T_1, G_1 の応力集中率に及ぼす影響

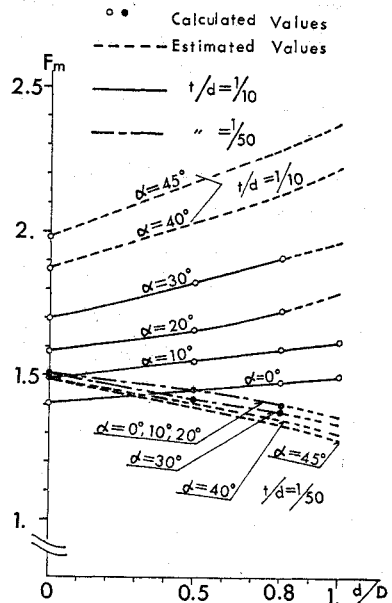


図-9 $\theta=0^\circ$ における M 荷重応力集中率: F_m

表一4 M 荷重応力集中率 F_m

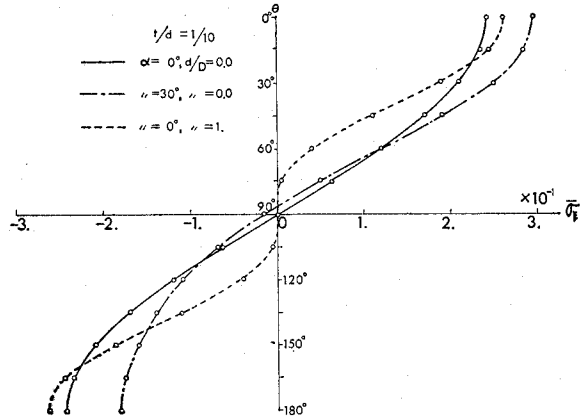
t/d	d/D	F_m	α		θ			
			0°	180°	0°	10°	20°	30°
1/10	0.0	F_m	0°	180°	1.40	1.49	1.58	1.70
			180°	1.40	1.29	1.16	1.04	
	0.5	F_m	0°	180°	1.45	1.55	1.66	1.82
			180°	1.45	1.36	1.24	1.14	
	0.8	F_m	0°	180°	1.48	1.59	1.73	1.91
			180°	1.48	1.36	1.25	1.15	
1/50	0.0	F_m	0°	180°	1.50	1.51	1.51	1.50
			180°	1.50	1.48	1.54	0.77	
	0.5	F_m	0°	180°	1.45	1.45	1.44	1.42
			180°	1.45	1.44	1.48	1.10	
	0.8	F_m	0°	180°	1.40	1.40	1.40	1.38
			180°	1.40	1.40	1.42	1.20	
		κ		1.00	1.00	0.99	1.15	

$$\kappa = [F_m]_{\theta=0^\circ} / [F_m]_{\theta=180^\circ}$$

ぞれ T_1 および G_1 の影響分を表わしたものである。これは式 (2) における σ_ξ 中の T_1 と G_1 の項を別々に計算して $\sigma_{\xi 0}$ で割って求めたものである。これより T_1 が応力集中率に及ぼす影響はわずかであり、そのほとんどが G_1 によるものであることがわかる。

図一8 は横軸に斜交角 α 、縦軸に応力集中率 F_m をとったものであり、図一9 は横軸に d/D をとったものである。図中実線および一点鎖線は、それぞれ $t/d=1/10$ および $1/50$ の場合の計算値を、破線は、計算値から推定した推定値である。たとえば、図一9 の最上端 $\alpha=45^\circ$ の推定値は、図一8 の実線部分 ①、②、③ を延長することにより、 $\alpha=45^\circ$ に関する $d/D=0.0\sim 0.8$ までの F_m が求まり、これを図一9 にプロットする。さらに、この曲線を延長すれば $\alpha=45^\circ$ 、 $d/D=1$ までが推定できる。図一8 および図一9 より t/d が大きいと (円筒肉厚が大きいと) d/D および α が増加するに従って F_m は大きくなり、 t/d が小さいと F_m は逆に小さくなる。しかし、この程度はわずかであり、むしろ t/d が小さい (円筒肉厚が薄い) と α および d/D は F_m にあまり影響しないことが明らかとなった。

表一4 は $\theta=0^\circ$ および $\theta=180^\circ$ における F_m の値および $\theta=0^\circ$ と 180° における両者の比 κ を表わしたものである。ほとんどの場合 $\theta=0^\circ$ の方が $\theta=180^\circ$ よ



図一10 M 荷重: 接合線上の σ_ξ 分布 ($\sigma_\xi = (t/dK)\sigma_\xi$)

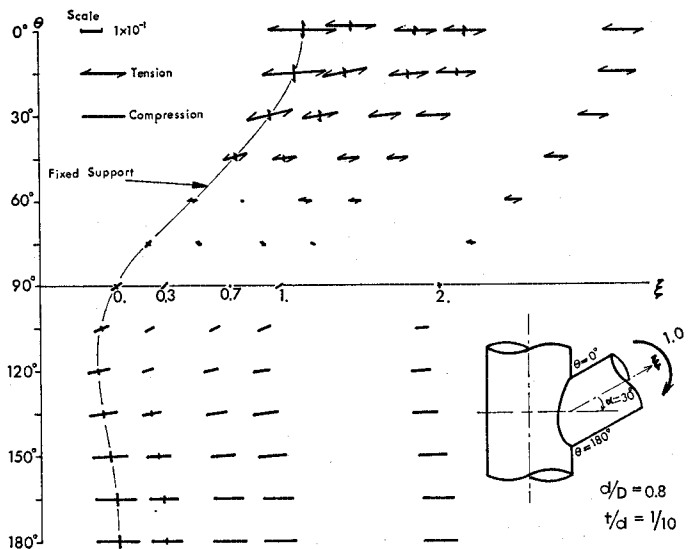
り F_m の値が大きいたことがわかる。

図一10 は接合線上の無次元縁応力度 σ_ξ の分布を示したものである。ここに $\sigma_\xi = \alpha t / (Kd)$ である。

図一11 は $d/D=0.8$ 、 $t/d=1/10$ の場合の無次元主応力度と主方向の分布図である。主方向は接合線をわずかに離れば (ξ, θ) 方向線と一致する。

b) S 荷重について

S 荷重の場合には M, N 荷重と異なり、縁応力度 σ_ξ は ξ が大きくなっても一定とならず直線変化するようになる。しかし、この荷重の場合もはりの初等理論で計算した縁応力度 $\sigma_{\xi 0}$ とシェル理論で計算したその値 σ_ξ との比 $F_s = \sigma_\xi / \sigma_{\xi 0}$ を応力集中率とする。この F_s は荷重位置によっても変化する。そこで本論文では S 荷重がある一定の位置 $\bar{\xi} = \bar{\xi}_0$ にある場合を計算し、荷重位置がほかの位置 $\bar{\xi} = \bar{\xi}_0$ にある場合は、これを $\bar{\xi}_0$ に置き換えて計算した。



図一11 M 荷重: 主応力度 σ 分布

図-12 に示すように、 $\bar{\xi} = \bar{\xi}_0$ の位置に

$$\bar{S} = S/Kr^2 = 1$$

の荷重が作用した場合、 $\bar{\xi}_{00} = 9$ において、この位置で荷重を図のように置き換える。 $\bar{\xi}_{00} = 9$ としたのは、荷重位置近傍のかく乱応力が、接合線上の応力に影響しない程度の距離ということでこれを決めた。

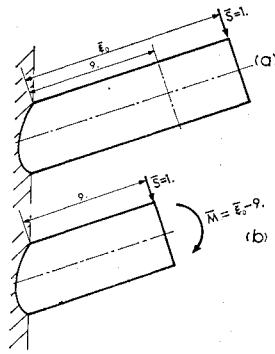


図-12 \bar{S} 荷重の置き換え

そこで $\bar{\xi} = 9$ に $\bar{S} = 1$ が作用した場合、接合線におけるシェル理論による縁応力度およびはり理論による縁応力度をそれぞれ σ_{s9} および σ_{s09} とする。また $\bar{M} = 1$ が $\bar{\xi} = 9$ に作用した場合は $\bar{\xi} = \infty$ に同荷重が作用した場合と接合線近傍における応力状態が同じであると考えてよい。いま、 $\bar{M} = 1$ 荷重が $\bar{\xi} = 9$ に作用した場合のシェル理論およびはり理論による縁応力度をそれぞれ σ_m および σ_{m0} とする。これら諸量を用いると、 $\bar{\xi} = \bar{\xi}_0$ に $\bar{S} = 1$ が作用した場合の応力集中度 F_s は、

$$F_s = \frac{\sigma_{s9} + (\bar{\xi}_0 - 9)\sigma_m}{\sigma_{s09} + (\bar{\xi}_0 - 9)\sigma_{m0}}$$

となり、これを整理すると次式となる。

$$F_s = F_m + A/0.111 \cdot \bar{\xi}_0$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} F_m: & \bar{M} = 1 \text{ における応力集中度} \\ F_{s9}: & \bar{S} = 1 \text{ が } \bar{\xi} = 9 \text{ に作用した場合} \\ & \text{の応力集中度} \\ A = & F_{s9} - F_m \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

$\bar{M} = 1$ の場合についてはすでに解いてあるので、 $\bar{S} = 1$ が $\bar{\xi} = 9$ に作用した場合についてのみ、これを解けば、任意点に \bar{S} 荷重が作用した場合の応力集中度 F_s は式 (12) より求められる。

表-5 は $\bar{S} = 1$ 荷重を $\bar{\xi} = 9$ に作用させた場合の接合線上 $\theta = 0^\circ$ および $\theta = 180^\circ$ における σ_s の応力集中度 F_{s9} および $\kappa = [F_{s9}]_{\theta=0^\circ} / [F_{s9}]_{\theta=180^\circ}$ の値を示したものである。また、図-13 は横軸に α を、縦軸に F_{s9} をとったものである。図中の破線は図-8, 9 と同様の方法で求めた推定値である。

表-8 は $\bar{S} = 1$ 荷重が $\bar{\xi}_0$ の位置に作用した場合の接合線上 $\theta = 0^\circ$ における応力集中度 F_s を定めるための係数である。図-14 は横軸に荷重位置、縦軸に F_s をとったものである。式 (12) から明らかなように、 $\bar{\xi}_0$ が大きくなるにしたがって、 F_s は F_m に近づく。 $\bar{\xi}_0$ が零に近づくとき、 F_s は無限大となる。しかし、荷重の作用位置が接合線にあまり接近すると、荷重近傍のかく乱応

表-5 荷重位置 $\bar{\xi} = x_0/r = 9$ における S 荷重応力集中度 F_{s9}

t/d	d/D	θ	α				
			0°	10°	20°	30°	
1/10	0.0	F_{s9}	0° : 1.52	1.64	1.76	1.91	
		180° : 1.52	1.38	1.20	1.06		
	0.5	F_{s9}	0° : 1.63	1.75	1.89	2.07	
		180° : 1.63	1.50	1.34	1.20		
	0.8	F_{s9}	0° : 1.69	1.81	1.97	2.18	
		180° : 1.69	1.56	1.40	1.25		
1/50	0.0	F_{s9}	0° : 1.58	1.60	1.60	1.60	
		180° : 1.58	1.54	1.59	0.77		
	0.5	F_{s9}	0° : 1.54	1.55	1.54	1.52	
		180° : 1.54	1.53	1.56	0.92		
	0.8	F_{s9}	0° : 1.50	1.50	1.49	1.49	
		180° : 1.50	1.50	1.51	1.25		
	0.0	κ		1.00	1.04	1.01	2.08
		κ		1.00	1.01	0.99	1.65
	0.5	κ		1.00	1.00	0.99	1.19
		κ		1.00	1.00	0.99	1.19

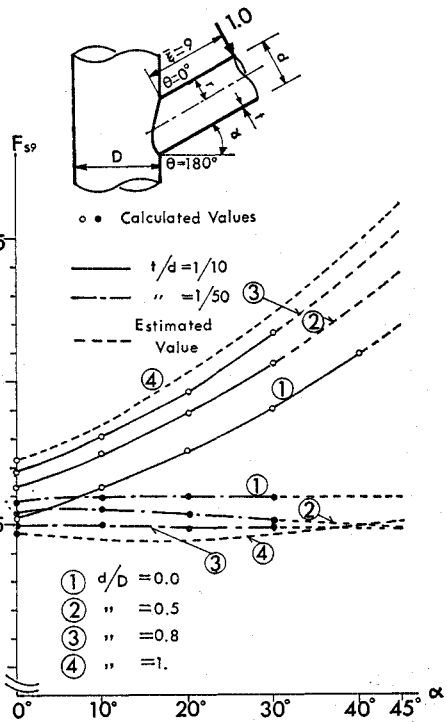


図-13 $\theta = 0^\circ$ における S 荷重応力集中度 F_{s9} ($\bar{\xi} = x/r = 9$) 力が接合線上の応力に影響を及ぼすので、このような荷重位置では F_s は信頼できない。この影響の及ばない範囲は、図-6, 7 から判断して、 $\bar{\xi}_0 > 2$ 程度と考えられる。

○ N 荷重について

N 荷重の場合は $\bar{N} = 1$ を $\xi = \infty$ に作用させたとして

表-6 $\theta=0^\circ$ における S 荷重応力集中率 F_s ,
荷重位置 $\xi=\xi_0$.

t/d	d/D	α	$\theta=0^\circ$			
			0°	10°	20°	30°
1/10	0.0	F_m	1.40	1.49	1.58	1.70
		A	0.12	0.15	0.18	0.21
	0.5	F_m	1.45	1.55	1.66	1.82
		A	0.18	0.20	0.23	0.25
	0.8	F_m	1.48	1.59	1.73	1.91
		A	0.21	0.22	0.24	0.27
1/50	0.0	F_m	1.50	1.51	1.51	1.50
		A	0.08	0.09	0.09	0.10
	0.5	F_m	1.45	1.45	1.44	1.42
		A	0.09	0.10	0.10	0.10
	0.8	F_m	1.40	1.40	1.40	1.38
		A	0.10	0.10	0.09	0.11

$F_s = F_m + A / (0.111 \times \xi_0)$

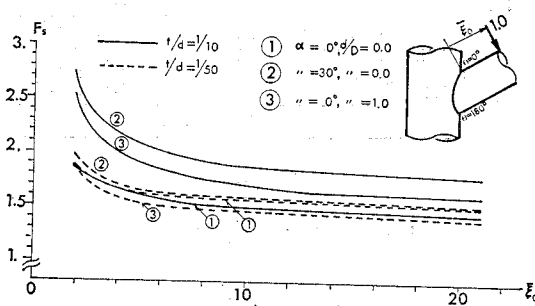


図-14 S 荷重: 荷重位置 ξ_0 が変化したときの $\theta=0^\circ$ における応力集中率 F_s .

解いた。 $\xi = \infty$ では縁応力度 $\sigma_{\xi 0}$ は一定となり、これは荷重を断面積で割ったものとなる。接合線上の縁応力度を σ_ξ として応力集中率は先の場合と同様 $F_n = \sigma_\xi / \sigma_{\xi 0}$ とする。

図-15 は $t/d=1/10$, $d/D=0.0$, $\alpha=30^\circ$ の場合の円筒断面の変形状態を表わしたものである。

変位は u/r , w/r の両者

より求めた。図に示すごとく、断面全体が上方へ変位し、接合線近傍においては、図の下縁部の方が上縁部より変形量大きい。したがって、断面曲げモーメント G_1 は下端 ($\theta=180^\circ$) の方が大きく、そのため σ_ξ も下縁部の方が、上縁部より大きくなる。図-15 の変形量は矢印で示してあるが、これは軸方向変位 u/r と半径方向変位 w/r からなっている。同図より、 u と w は同程度の大きさになっていることも、注目すべきことである。もちろん、これは α によって異なる。

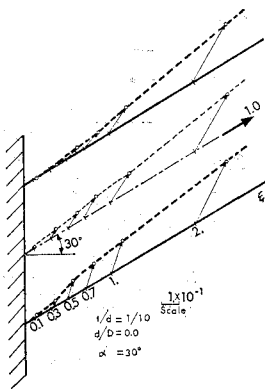


図-15 N 荷重断面変形

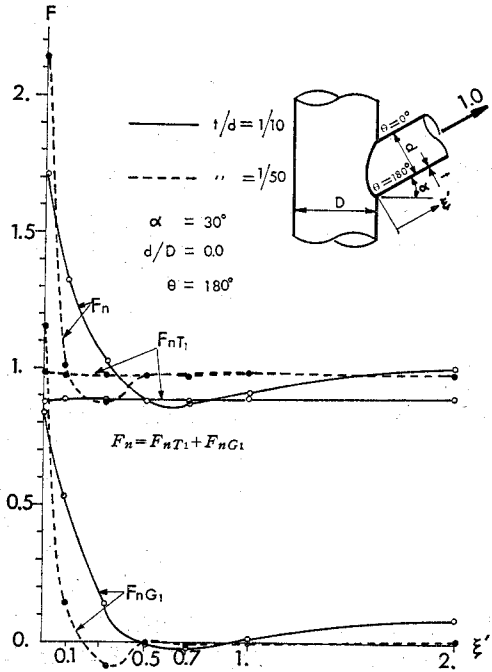


図-16 N 荷重: $\theta=180^\circ$ における T_1 , G_1 の応力集中率 F_n に及ぼす影響

表-7 N 荷重応力集中率

t/d	d/D	α	θ_0				
			0°	10°	20°	30°	
1/10	0.0	F_n	0°	1.26	1.66	1.75	1.71
		F_{n0}		1.26	1.36	1.14	0.90
		F_{n180}		1.26	1.66	1.75	1.71
		κ		1.00	0.82	0.69	0.53
	0.5	F_n	45°	1.52	1.65	1.80	1.90
		F_{n90}		1.44	1.24	1.01	0.75
		F_{n180}		1.44	1.63	1.80	1.90
		κ		1.00	1.76	0.56	0.37
	0.8	F_n	45°	1.51	1.65	1.65	1.75
		F_{n90}		1.34	1.14	0.92	0.65
		F_{n180}		1.34	1.55	1.73	1.92
		κ		1.00	0.74	0.53	0.34
1/50	0.0	F_n	0°	1.55	1.62	1.61	1.80
		F_{n0}		1.55	1.46	1.37	1.27
		F_{n180}		1.55	1.62	1.61	2.14
		κ		1.00	0.90	0.85	0.59
	0.5	F_n	90°	1.60	1.61	1.60	1.80
		F_{n90}		1.42	1.33	1.22	1.01
		F_{n180}		1.42	1.52	1.57	1.80
		κ		1.00	0.88	0.78	0.62
	0.8	F_n	90°	1.48	1.51	1.53	1.80
		F_{n90}		1.32	1.22	1.11	0.99
		F_{n180}		1.32	1.41	1.49	1.56
		κ		1.00	0.87	0.74	0.64

F_n : N 荷重最大応力集中率, θ_0 : F_n の生じる位置, F_{n0} , F_{n180} : $\theta=0^\circ$ および $\theta=180^\circ$ における応力集中率

図-16 は図-7と同様、 F_n に及ぼす T_1 と G_1 の影響について示したものである。なお、この場合 F_n は、 $\theta=180^\circ$ における σ_ξ に関する応力集中率である。

図-7 の M 荷重の場合に比較して $F_n G_1$ の収束がやや速い。表-9 は各種パラメーターに対する F_n を示したものである。表中 θ_0 は接合線上で最大主応力度の生じる位置である。 M および S 荷重の場合は、 $\theta=0^\circ$ のときが最大で、その点の σ_ξ は主応力度と一致する。しかし、 N 荷重の場合は、 d/D が大きくなると主応力度が最大となる位置がそのつど変わるので、その位置を θ_0 で表わし、その点での応力集中率を F_n とした。また、 F_{n0} および F_{n180} はそれぞれ $\theta=0^\circ, 180^\circ$ における応力集中率で $\kappa = F_{n0}/F_{n180}$ である。この κ の値はすべて1より小さく、 $\theta=180^\circ$ の σ_ξ の方が $\theta=0^\circ$ のそれより大きいことを示す。

図-17 は横軸に α をとって、 F_n を図示したものである。 M, S 荷重に比べて曲線が複雑に入りこんでいる。そのため推定値は $\alpha=40^\circ$ までにとどめた。また、 F_n の示す傾向は、 M, S 荷重のときのように明確に分類できない。一部を除いて α が増加するにつれて t/d にかかわらず F_n は増加する。 t/d が小さいからといって F_n が小さいとはいえない。

図-18 に N 荷重が作用した場合の接合線上における無次元化応力度 $\bar{\sigma}_\xi$ の分布を示した。接合線の形状によりかなりの変化が見られる。

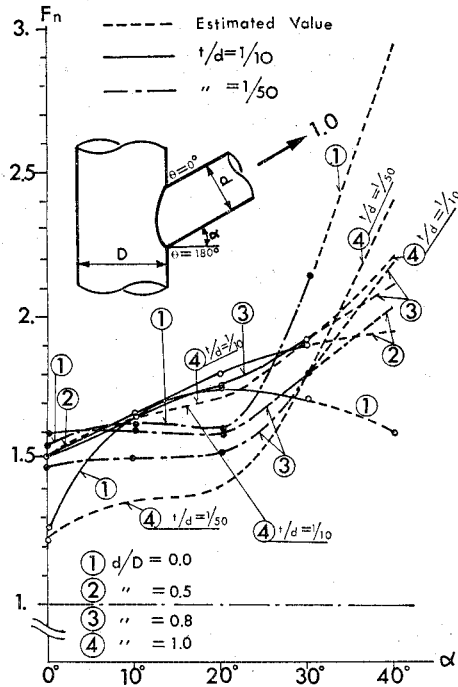


図-17 N 荷重応力集中率 F_n (位置 θ は F_n が最大となる位置が対応し、パラメーターによって異なる)

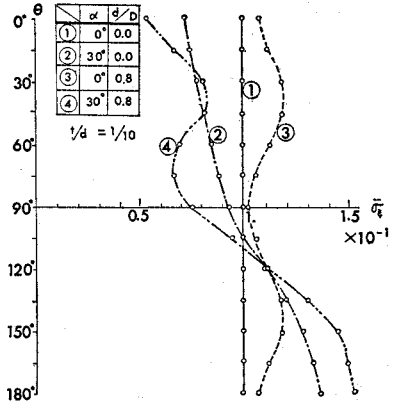


図-18 N 荷重：接合線上における θ 方向 $\bar{\sigma}_\xi$ 分布

d) そのほかの応力度について

以上もっぱら主応力度および軸方向応力度 σ_ξ についてのみ検討してきた。これは図-3 に示してある $\sigma_\theta, \tau, \tau_1$ および τ_2 は σ_ξ に比べてその値は小さく、実用上は σ_ξ が問題となるためである。しかし、これらの応力度の大きさの程度を知っておく必要があるので、表-8 にそのうちの1例について示しておいた。

表中の値は応力度 σ を $\bar{\sigma} = \sigma \cdot t / (Kd)$ として無次元化

表-8 無次元化された各種応力度 $\bar{\sigma} = (t/dK) \cdot \sigma$

荷重	t/d	α	d/D		$\bar{\sigma}_\xi$	$\bar{\sigma}_\theta$	$\bar{\tau}$	$\bar{\tau}_1$	$\bar{\tau}_2$	
			θ	θ	0°	0°	45°	0°	45°	
M	1/10	0°	0.0	0°	24.2	7.28	-1.15	2.22	0.25	
			0.5	0°	25.1	7.56	-0.39	2.11	0.60	
	1/50	0°	0.0	0°	27.4	8.24	0.39	2.28	0.60	
			0.5	0°	28.8	8.66	1.63	2.12	0.96	
	S	1/10	0°	0.0	0°	237	71.5	0.4	23.2	3.0
				0.5	0°	254	76.6	10.0	24.0	7.7
1/50		0°	0.0	0°	275	82.9	20.6	25.2	7.4	
			0.5	0°	295	88.8	32.9	25.2	13.0	
N		1/10	0°	0.0	180°	10.0	2.88	0.00	0.89	0.00
				0.5	180°	11.5	3.45	0.67	0.94	0.21
	1/50	0°	0.0	135°	13.2	3.97	0.22	1.45	0.12	
			0.5	135°	14.3	4.30	-0.29	1.51	-0.10	
	1/10	180°	0.0	180°	12.3	3.68	0.00	0.56	0.00	
			0.5	180°	11.3	3.40	0.30	0.47	0.09	
1/50	180°	0.0	180°	12.8	3.83	0.40	0.50	0.09		
		0.5	180°	12.5	3.76	-0.17	0.52	-0.01		

単位 $\times 10^{-2}$

した応力度で、 θ は接合線上の位置を示す。この位置は、接合線全域の中で、各応力度が大きき値を示す位置を選んで決めた。応力度の単位は 10^{-2} である。表より $\bar{\sigma}_z$ が最大であるが、 $\bar{\sigma}_\theta$, $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$ および $\bar{\tau}_3$ をそれぞれ $\bar{\sigma}_z$ で割った値は、それぞれ 0.3, 0.1, 0.1 および 0.04 程度である。

4. あとがき

本論文から得られた結果および今後の検討事項について要約すると以下のようになる。

(1) 境界線が主曲率座標上にない薄肉円筒シェルは、主曲率座標系によるシェルの一般解を利用して、境界条件は選点法で与える解析方法を適用すれば解析できる。この場合解に含まれる誤差は、境界条件に生じる誤差により推定できる。

(2) 本論文で扱った構造物の応力集中の原因は、断面曲げモーメント G_1 によるもので、軸方向力 T_1 は材軸方向にほぼ一定である。

(3) 接合線上で最大主応力度の生じる位置は、 M および S 荷重においてはそのほとんどが図-1の $\theta=0^\circ$ の点であり、 N 荷重の場合は $\theta=180^\circ$ の点である。ただし、 N 荷重で円筒と円柱の直径比 d/D が大きくなるとこの位置は変化する。

(4) 応力集中率の大きさに関しては、 M, N, S 荷重ともほぼ同程度である。円筒シェルの荷重負担能力は、 N 荷重に対しては有利である反面、 M, S 荷重に対しては I 形あるいは H 形断面部材に比較してその断面 2 次モーメントの小さいことに加えて応力集中を考慮すれば不利である。したがって、円筒シェル部材からなる構造物は、軸力が主体となるよう設計すべきである。

(5) S 荷重が作用する場合、その作用位置により応力集中率も異なる。式 (12) に示すごとく、接合線より十分離れた位置に作用すれば、 M 荷重の場合と同じ応力集中率となる。

(6) 応力集中率と円筒肉厚比 t/d との関係については次のようなことが考えられる。固定端が平面に直交する場合、つまり $\alpha=0^\circ$, $d/D=0.0$ の場合は、荷重の種類にかかわらず t/d が小さいほど応力集中率は大きくなる。これは t/d が小さいほど変形が大きく、それに伴って接合線近傍のたわみ角の変化率も大きくなり、応力集中の主な要因である断面曲げモーメントが大きくなるためであると考えられる。

斜交角 α および d/D が大きくなるにしたがって、肉厚が厚い場合 ($t/d=1/10$)、 M および S 荷重における応力集中率は大きくなる。一方、肉厚が薄い場合 ($t/d=1/50$) はほとんど変化しない。これは円筒の曲げ剛性が

大きいほど、接合部の形状の変化が大きくなるに伴って、接合線上の位置による曲げ剛性の差が大きくなる。したがって、曲げ応力分布の $\cos \theta$ からの分散が大きくなり、最大応力集中が大きくなると考えられる。

N 荷重の場合については、 α および d/D の増加と円筒肉厚との関係が必ずしも一様ではない。これは最大応力集中の生じる位置が、 M, S 荷重の場合のように必ずしも一定ではなく、 α および d/D が大きくなると局部的な変形の影響でそのつどその位置がずれるためである。

(7) 図-1 のような面内荷重である M, S, N 荷重が作用する場合、断面に生じる応力度のうち、材軸方向応力度 σ_z が最大で、ほかはこれに比べて小さい。ただし、このほか面外荷重として面外曲げモーメント、面外横方向力およびねじりモーメントがある。特にねじりモーメントが作用した場合は、固定端のせん断応力が主体的な応力となるので、これらを別に検討する必要がある。

(8) 円柱が剛体である場合を解析対象としたが、その円柱 (主管) が弾性円筒シェルである場合、それに斜交する円筒シェル (支管) の応力集中率は、主として主管壁面の支管軸方向の剛性の変化によって大きく影響される。これは主管の面外剛性が、支管の面内剛性に比べて著しく小さいため、支管断面はその軸方向に変形することなく剛体的に移動あるいは回転するように変形が生じ、このような変形を生ぜしめようとするために、接合線上の支管軸方向の応力分布の差が大きくなる。このため主管断面の変形を拘束した場合に比較して、その最大応力集中率は一般に大きくなる。つまり、主管の変形を許すことにより、接合線上の支管断面の面内軸方向応力分布の変動が大きくなる。一方、この断面の応力と、他端に作用している外力とは、つり合っていないからならぬので、その最大応力は大きくなると考えられる。

以下で誘導の方法はそれぞれ異なるが、主管、支管ともに薄肉円筒管である場合の従来論文による T 形継手の計算結果および実験結果と、本論文の主管を剛体とした場合の計算結果とを比較する。比較の対象としたのは、支管の接合部における最大応力集中率である。

A.C. Scordelis⁷⁾ は支管が軸方向荷重 (N 荷重) を受ける場合、接合部が支管の母線方向に一樣に変位すると仮定して主管の解析を行っている。この条件のもとに接合部での応力を求めると、応力集中率の最大値は接合曲線の最下点 ($\theta=90^\circ$ である主管の側壁部) に生じ、その値は約 2.5 となる。これに対して本論文の場合は、肉厚が薄い場合最大応力集中の生じる位置は同じで、その値は約 1.5 とかなり小さくなる。他方、支管がその母線軸に直角方向のせん断力 (S 荷重) を受ける場合の実験

結果⁹⁾と比較してみる。この実験は主管長 2330 mm で支管の板厚管径比 $t/d=1/64.1$ 、主管のそれは $t/D=1/85.6$ であり、支管と主管の管径比 $d/D=0.296$ および 0.750 の場合について行っている。最大応力集中の生じる位置は、 $\theta=60^\circ\sim 80^\circ$ の範囲でその応力集中率は 2.5~3.0 である。これに対して本論文の場合は $\theta=0^\circ$ の位置に生じ、その値は約 1.5 となる。誘導方法の違いによる誤差を考慮しても、主管の変形を許した場合と、それを剛にした場合の差は大きく、いずれの場合も主管の断面変形を拘束すれば、応力集中が緩和されることがわかる。

(9) 具体的な構造物、たとえばトラスとかラーメンに鋼管を使用する場合、その節点や隅角部に本論文のような構造部分が生じた場合、その応力集中を検討するには次のようにすればよいと考える。まず、それらの構造物を一般的に用いられている線部材からなる構造物として断面応力を計算する。この応力ははり-柱理論に基づくものであるから、これで計算した縁応力に応力集中率を乗ずればシェル理論による応力が求められる。面内荷重の場合は応力を M, N, S に分解してそれぞれについて求めればよい。

(10) 本論文は主管を剛体と仮定した場合の応力解析であるが、主管も支管と同様薄肉円筒シェルとした場合の解析解を求める必要がある。この場合、本論文の解法を用いるならば主管に関してもシェル理論に基づく基本解の和で解析解を表わすことが自然である。

(11) 荷重として面内荷重の場合のみを計算したが、面外荷重を受ける場合の解も必要である。この場合は式(6)の基本解を $\sin m\theta$ の項で求めれば同様の解析方法で計算できる。

計算は名古屋大学大型計算機センターの FACOM 230-60 および東京大学大型計算機センターの HITAC 8800 を用い、有効数字は前者を使用した場合は 16 桁を、後者の場合は 32 桁を用いた。

本研究を進めるにあたり、名古屋工業大学名誉教授 荒井利一郎先生、同大学 松浦 聖 教授および長谷部直男 助教授には貴重なご指導およびご助言をいただいた。また、実験にあたり原田裕人、東野十三雄両氏にご協力をいただいた。ここに記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 成瀬泰雄：鋼管構造，森北出版，pp. 1~4, 1971.
- 2) 土木学会構造力学公式集編集委員会：構造力学公式集，土木学会，pp. 385~403, 1974.
- 3) 荒井利一郎：節付き(仕切り円板付き)円筒体の応力・変形・振動性状に関する力学およびその弾性領域内柱体的座屈の一計算法について，土木学会論文報告集，pp. 29~68, Vol. 84, 1962.
- 4) 溝口孝喜：薄肉片持管のせん断遅れについて，日本機械学会論文集，pp. 142~147, Vol. 24-139, 1963.
- 5) 浜島良吉・平野 昇・山下 寛：任意形状の平板とパイプとの接合問題について，埼玉大学理工学部建設基礎工学研究報告，pp. 27~56, Vol. 4, 1974.
- 6) Reidelbach, W.: Der Spannungszustand im Übergangsbereich einer rechtwinkligen Rohrabzweigung, Ingenieur-Archiv, XXX. Band, Fünftes Heft, 1961.
- 7) Scordelis A.C. and J.G. Bouwkamp: Analytical Study of Tubular Tee-Joints. Proc. of A.S.C.E., Jan., 1970.
- 8) Greste, Oj. and Ray. W. Colugh: Finite Element Analysis of Tubular Joints, Report of Univ. of California, Apr. 1976.
- 9) 秋山成興・山本一元・井沢清二：水平方向せん断力をうける T 形鋼管継手の弾性挙動について，土木学会第 30 回年次学術講演会講演概要集，pp. 563~564, I, 1975.10.
- 10) Toprac, A.A. Johnston, L.P. and J. Noel: Welded Tubular Connections an Investigation of Stresses in T-Joints, Weld. J. 45(1), 1966.
- 11) 奥村敏恵・村上永一・秋山成興：鋼管継手の格点強度の評価方法，土木学会誌，pp. 14~22, Vol. 58-7, 1973.6.
- 12) 金谷 弘：鋼管接合部の局部変形に関する実験的研究(その 1~その 3)，建築学会論文報告集，Vol. 108~110, 1965.
- 13) 矢木信幸・多々良道雄・関根 勇・西田正孝・沢 芳昭：分岐管の応力集中に関する光弾性的研究，日本機械学会第 10 回学生員卒業研究発表講演会前刷集，pp. 3~4, 1971.
- 14) 桜井英世：鋼管構造継手の強度に関する研究の展望，IHI 技報，Vol. 15, No. 1, 1975.1.
- 15) 土木学会編：海上作業足場の設計要領，土木学会，1976.5.
- 16) Finlayson, B.A.: 重みつき残差法と変分原理，培風館，1974.12.
- 17) A.L. Gol'denveizer: Theory of Elastic Thin Shells, Pergamon Press, New York, 1961.
- 18) Flügge, W.: Stress in Shells, Springer-Verlag, New York, 1967.
- 19) Gotoh, K.: A Numerical Method for Determining the Mapping Function for Some Simply-Connected Regions, Theoretical and Applied Mechanics, pp. 355~363, Vol. 21, 1971.
- 20) 桜井孝昌：剛体円柱に斜交する薄肉円筒管の選点法による応力解析，土木学会第 29 回年次学術講演会講演概要集，pp. 90~91, I 1974.

(1975.3.15 受付)