

U形断面桁の横倒れ座屈強度

LATERAL BUCKLING STRENGTH OF U-SHAPED BEAMS

福本 嘯士*・久保 全弘**

By Yuhshi FUKUMOTO and Masahiro KUBO

1. 緒 言

U形断面桁は下路式桁構造や合成箱桁橋の架設時の床版コンクリート打設前、あるいは打設中の鋼桁の断面構造として、よく用いられる構造形式である。この構造形式は曲げによる圧縮側フランジの断面構成が大きくとれないため、曲げ圧縮によるフランジの座屈安定問題が曲げ耐荷力に対して重要な意味をもってくる。ニーブレース、横構、対傾構などにより、圧縮側フランジの安定確保がはかられている。

U形断面桁の曲げ耐荷力を支配する崩壊機構は、次のようである。まず、ニーブレース、横構、対傾構などのような2次部材の取付け点において、圧縮フランジの水平方向の変位およびねじりが拘束されている場合、いわゆる固定点間による座屈現象がある。2次部材の組合せ配置方式、剛度の不足などにより、固定点としての機能が満足されなかったときには、この種の構造形式の架設中の事故例としてみる事ができる。2次部材により固定点としての機能が確保されたときの固定点間座屈による桁の曲げ強度の低下は、固定点間距離と圧縮フランジ幅の比を制限することにより、防ぐような方法がとられている。

次に、スパン長 (L) と左右の腹板間隔 (b_0) との比から、桁全体がスレンダーな構造をとる場合には、U形断面全体が横曲げとねじりの連成変形により桁の全体座屈を起こす危険性が高くなる。スパン全体が座屈崩壊の対象となるため、スレンダーな構造形式では座屈が作用応力の低い弾性範囲内で起こることになる。この全体座屈の傾向は π 形断面桁でも、 L と b_0 の比が極端に大きくなると、その危険性がでてくる。

曲げ部材の横倒れ座屈に関する研究は、主として単一

部材としてのI形断面桁を対象に行われてきており、すでに多くの成果をみる事ができる。I形断面以外の断面部材を対象とした研究は断面構成から冷間加工形鋼を対象としており、文献(7)、(18)では溝形、Z形断面はりをを用いて曲げによる横座屈実験を行っている。これらの研究成果はAISI(米国鉄鋼協会)の冷間加工部材の設計示方書、解説(1968年版)に取り入れられている¹⁾。わが国では、鉄道用の下路プレートガーダーの曲げに関する研究^{2), 24)}があり、ニーブレースの曲げ剛度、配置間隔について検討を行い、鋼鉄道橋設計標準に反映されている³⁾。

著者らは、先に発表した文献^{26), 29)}において単一I形桁の曲げによる横倒れ耐荷力に関する研究を行い、さらに、文献(6)、(27)、(28)では2本並列I形桁の横倒れ座屈強度と横補剛効果などについて研究を行ってきた。本研究はプレートガーダーの横倒れ耐荷力の研究の一部として、U形断面桁の曲げによる横倒れ座屈強度を取り扱ったものである。理論的にはU形断面桁の板要素の断面変形を加味したエネルギー基本式を誘導し、これに有限帯板法を適用して座屈解析を行い、固定点間座屈強度と横倒れによる全体座屈強度との関係を明らかにした。実験的には溶接組立の鋼U形断面桁を用いて等曲げによる横座屈実験を行い、また、断面を上下逆にして π 形断面としたときの曲げによる耐荷力の実験を合わせて行った。実験的研究で検討する項目は、①溶接組立による残留応力分布、②崩壊にいたるまでの荷重-変形状、③崩壊形式、④曲げ耐荷力、⑤圧縮フランジの横ねじり座屈におよぼす隔板およびニーブレース材の効果、などである。

2. 理論解析

鋼薄肉断面部材の座屈には、板要素の局部座屈と部材全体としての座屈とがある。通常、部材の全体座屈解析

* 正会員 Ph. D., 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 名城大学助教授 理工学部土木工学科

は座屈時の断面変形を無視して行われている。文献 2), 5), 9) では Ritz 法を用いて、また、文献 23) では折板法を用いて、I 形断面桁の横倒れ座屈強度におよぼす腹板の断面変形の影響を調べている。最近、有限要素法や有限帯板法を用いて、部材の横倒れ座屈を解析した文献がみられるようになってきた^{4), 8), 11), 13), 22)}。文献 14) は板要素の局部座屈と部材の全体座屈との連成座屈を解析するための仮想仕事式を誘導し、H 形断面部材を例にとり、フランジの局部座屈と横倒れ座屈との相関性を求めている。

本研究で対象としている U 形断面桁は、左右の上フランジと腹板が下フランジを介して一体の断面構造であるために、曲げ圧縮による連成座屈を明らかにすることがとくに重要である。本解析では、文献 14) による解析手法にならって板要素の断面変形を加味したエネルギー式を導き、これに有限帯板法を適用して座屈解析を行った。

(1) 解析上の仮定

- 1) 純曲げを受ける真直な等断面桁とし、初期曲率と初期変形はないものとする。
- 2) 断面を構成する板要素間の接合角度は、座屈変形後も不変とする。
- 3) 断面内の曲げに伴うせん断変形は無視する。
- 4) 断面内の任意点の変位は薄肉はり理論による変位成分と板曲げ理論による変位成分との重ね合せであるとする。

(2) 基本式

Fig. 1 に示すように U 形断面の全体座標系をとる。断面の重心を C、せん断中心を O とし、薄肉はり理論による変位成分を考える。また、Fig. 2 に示すように板要素の局所座標系をとり、板曲げ理論による変位成分を考える。さらに、U 形断面を構成する板要素は Fig. 3 のような幅 h_p をもつ帯板要素に分割して取り扱う。

桁の座屈時の全ポテンシャルエネルギー π_p は内部ひずみエネルギー V と外力の位置エネルギー W との和で表わされる。

$$\pi_p = V + W \dots\dots\dots (1)$$

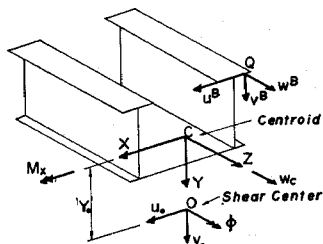


Fig. 1 Beam Reference Axes and Deformations

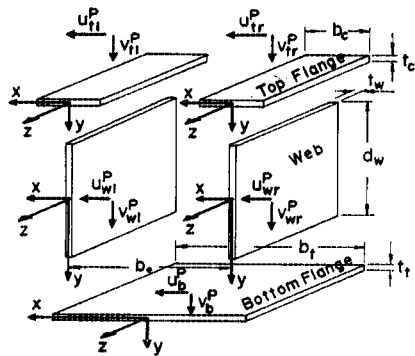


Fig. 2 Plate Reference Axes and Displacements

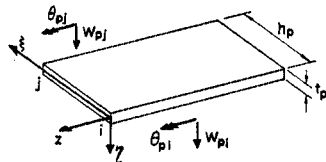


Fig. 3 Finite Strip Element and Deformations

次に、仮定 4) により、横断面の任意点 Q の水平変位 u_Q および鉛直変位 v_Q は、はり理論による変位成分 u^B, v^B と板曲げ理論による変位成分 u^P, v^P との和によって表わす。

$$u_Q = u^B + u^P, v_Q = v^B + v^P \dots\dots\dots (2)$$

ここで、薄肉はり理論による変位成分は板厚中心線上の値で代表させ、また、断面の垂直応力は板厚方向に一樣であると仮定する。内部ひずみエネルギー V は各変位成分の連成項を無視すると、通常の薄肉はり理論による桁のひずみエネルギー V^B と板曲げ理論による板の曲げひずみエネルギー V^P との和によって近似的に表わすことができる¹⁴⁾。すなわち、

$$V = V^B + V^P \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$V^B = \frac{1}{2} \int_0^L (B_X v_0'^2 + B_Y u_0'^2 + C_w \phi'^2 + C_t \phi'^2) dz \dots\dots\dots (4)$$

$$V^P = \sum_p \frac{D_p}{2} \int_0^L \int_0^{h_p} (C_1 w_{p,zz}^2 + C_2 w_{p,\xi\xi}^2 + C_3 w_{p,\xi\xi} w_{p,zz} + C_4 w_{p,\xi z}^2) d\xi dz \dots\dots (5)$$

であり、 $B_X, B_Y = X$ 軸および Y 軸まわりの曲げ剛度、 $C_w =$ そりねじり剛度、 $C_t =$ St. Venant のねじり剛度、 $v_0, u_0 =$ 桁断面のせん断中心における鉛直 (Y 軸方向) および水平 (X 軸方向) 変位、 $\phi =$ 横断面のねじり角、 $C_{1 \sim 4} \cdot D_p =$ 板要素 (板厚 t_p) の板曲げ剛度、 $C_{1 \sim 4} \cdot E t_p^3 / 12, w_p =$ 帯板要素の板曲げ変位関数。なお、 \sum_p は左右の上フランジと腹板、および下フランジの帯板要素について総和することを意味している。また、式 (5) 中の板曲げ剛度に関する係数 $C_1 \sim C_4$ は、弾性域ではポアソン比 ν によって、次式で与えられる。

$$C_1=C_2=\frac{1}{1-\nu^2}, C_3=\frac{2\nu}{1-\nu^2}, C_4=\frac{2}{1+\nu}\dots(6)$$

次に、外力のポテンシャルエネルギー W は次式によって定義される³⁰⁾。

$$W=-\int_A \sigma dL dA\dots(7)$$

ここに、 σ, dL は横断面の微小断面 dA に働く直応力（弾性問題の場合は、 $\sigma=M_X/I_X \cdot Y$ ）およびその点での細帯片の伸縮量をそれぞれ表わしている。

細帯片の伸縮量 dL は直応力によって生ずるひずみを ε_z とおくと、

$$dL=\int_0^L \varepsilon_z dz - \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left(\frac{du_Q}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv_Q}{dz} \right)^2 \right\} dz \dots(8)$$

によって得られ、これを式(7)に代入して整理すると、

$$W=W^B+W^P+W^{BP}\dots(9)$$

ここに、

$$W^B=\int_0^L \int_A \sigma \left[-\varepsilon_z + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{du^B}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv^B}{dz} \right)^2 \right\} \right] dAdz$$

$$W^P=\frac{1}{2} \int_0^L \int_A \sigma \left\{ \left(\frac{du^P}{dz} \right)^2 + \left(\frac{dv^P}{dz} \right)^2 \right\} dAdz$$

$$W^{BP}=\int_0^L \int_A \sigma \left\{ \left(\frac{du^B}{dz} \right) \left(\frac{du^P}{dz} \right) + \left(\frac{dv^B}{dz} \right) \left(\frac{dv^P}{dz} \right) \right\} dAdz$$

となる。式(9)の W^B と W^P 項は通常の薄肉はり理論、ならびに板曲げ理論における外力ポテンシャルエネルギーをそれぞれ表わしており、 W^{BP} 項が両理論による変位成分からなる組合せ項である。

ここで、断面不変とした場合の薄肉はり理論による変位は次式で表わされる^{10), 30)}。

$$\left. \begin{aligned} u^B &= u_0 - (Y - Y_0)\phi \\ v^B &= v_0 + (X - X_0)\phi \\ w^B &= w_c - Yv_0' - Xu_0' + w_n\phi' \end{aligned} \right\} \dots(10)$$

ここに、 w_c は断面の重心点 C における Z 軸方向の変位、 w_n は断面の単位りである。 X_0, Y_0 はせん断中心 O の座標距離であり、ここでは Y 軸に関して対称な U 形断面を考えているので、 $X_0=0$ となる (Fig. 1 参照)。

式(9)の第1項 W^B は直ひずみ $\varepsilon_z = dw^B/dz$ を考慮して求めると、次のようになる。

$$W^B = \frac{1}{2} \int_0^L (2M_X v_0'' - 2M_X u_0' \phi' + \bar{K} \phi'^2) dz \dots(11)$$

上式において、 M_X は X 軸まわりに作用する曲げモーメントである。また、 \bar{K} は弾性問題の場合では $\bar{K} = M_X \beta_X$ によって表示することができ、

$$\beta_X = \frac{1}{I_X} \int_A Y(X^2 + Y^2) dA - 2Y_0 \dots(12)$$

である。

以上で式(1)の全ポテンシャルエネルギーを表示することができたが、座屈前のポテンシャルは横ねじり変形 $u_0 = \phi = 0$ から $1/2 \int_0^L (B_X v_0''^2 + 2M_X v_0'') dz$ であるので、座屈に要するポテンシャルは、これら2つの差で表わされる。なお、スパン間に鉛直補剛材やニープレス材などが配置された構造系の場合には、式(2)に補剛材 (N_s 本) の内部ひずみエネルギー V_s が加わり、これは次式によって表わされる¹²⁾。

$$V_s = \frac{1}{2} \sum_{N_s} \sum_p \int_0^{h_p} (B_{ys} w_{p,\xi\xi}^2 + C_{ts} w_{p,\xi z}^2 + C_{ws} w_{p,\xi z z}^2) d\xi \dots(13)$$

ここに、 B_{ys}, C_{ts}, C_{ws} は、補剛材の曲げ剛度、St. Venant のねじり剛度、そりねじり剛度をそれぞれ表わしている。

(3) 座屈形の仮定と板曲げ変位関数

純曲げを受ける桁のせん断中心に関する横ねじり変形を次のような三角級数によって仮定する^{17), 30)}。

$$u_0 = \sum_{n=1}^{\infty} u_n f_n(z), \phi = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n f_n(z) \dots(14)$$

ただし、両端単純支持桁の場合は $f_n(z) = \sin n\pi z/L$ であり、両端固定支持桁の場合は $f_n(z) = \cos(n-1)\pi z/L - \cos(n+1)\pi z/L$ である。

Fig. 3 に示す帯板要素 $i-j$ の変位関数 w_p の近似式として、板幅 (ξ 軸) 方向には i, j 線でのたわみ w_{pi}, w_{pj} およびたわみ角 θ_{pi}, θ_{pj} を用いた3次の多項式を利用し、 z 軸方向には三角級数によって仮定する¹⁰⁾。

$$w_p = (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3)w_{pi} + (\xi^2 - 2\xi^3 + \xi^3) \cdot h_p \theta_{pi} + (3\xi^2 - 2\xi^3)w_{pj} + (-\xi^2 + \xi^3)h_p \theta_{pj} \dots(15)$$

ここに、 $\xi_p = \xi/h_p$

$$w_{pi} = \sum_{n=1}^{\infty} w_{pi,n} f_n(z), \theta_{pi} = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{pi,n} f_n(z)$$

$$w_{pj} = \sum_{n=1}^{\infty} w_{pj,n} f_n(z), \theta_{pj} = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{pj,n} f_n(z)$$

式(15)のように、帯板要素の変位関数を仮定すると、式(7)の板曲げ理論による変位成分 u^P, v^P は次のようになる (Fig. 2 参照)。

$$\left. \begin{aligned} \text{i) 左右の上フランジ} \\ u_{ti}^P &= w_{wi}|_{y=-\frac{d_w}{2}}, & u_{tr}^P &= w_{wr}|_{y=-\frac{d_w}{2}} \\ v_{ti}^P &= w_{ti}, & v_{tr}^P &= w_{tr} \\ \text{ii) 左右の腹板} \\ u_{wi}^P &= w_{wi}, & u_{wr}^P &= w_{wr} \\ v_{wi}^P &= 0, & v_{wr}^P &= 0 \\ \text{iii) 下フランジ} \\ u_b^P &= 0, & v_b^P &= w_b \end{aligned} \right\} \dots(16)$$

また、板曲げ節線変位の拘束条件と境界条件は仮定3) から、各板の接合点において次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} w_{il}|_{x=0} &= w_{ir}|_{x=0} = 0, \quad w_{wl}|_{y=\frac{d_w}{2}} = w_{wr}|_{y=\frac{d_w}{2}} = 0 \\ w_b|x=\frac{b_s}{2} &= w_b|x=-\frac{b_s}{2} = 0 \\ \theta_{il}|_{x=0} &\equiv \theta_{wl}|_{y=\frac{d_w}{2}}, \quad \theta_{ir}|_{x=0} \equiv \theta_{wr}|_{y=\frac{d_w}{2}} \\ \theta_h|x=\frac{b_s}{2} &\equiv \theta_{wl}|_{y=\frac{d_w}{2}}, \quad \theta_h|x=-\frac{b_s}{2} \equiv \theta_{wr}|_{y=\frac{d_w}{2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 u^P, v^P, w, θ の下つきサフィックス il, tr は左と右の上フランジを、 wl, wr は左と右の腹板を、 b は下フランジをそれぞれ意味している。

(4) 座屈条件式

式(10)および式(16)を式(1)に代入して全ポテンシャルエネルギーを求め、停留化を行い、一般の有限要素法と同様に、式(17)の条件を考慮して全要素にわたって重ね合わせることににより、桁全体に対する座屈の平衡方程式が得られる。

$$[K]\{R\} + [K_G]\{R\} = 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $[K]$ は桁全体の剛性マトリックス、 $[K_G]$ は幾何学的剛性マトリックスであり、また、 $\{R\}$ は、はり理論による横倒れ変形 (u_0, ϕ) と板曲げ変位関数 (w_p) を表わす級数の係数を要素とするベクトルである。これらのマトリックスの要素配列を簡単に表示すると、次のようである。

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{u,u} & 0 & 0 \\ & K_{\phi,\phi} & 0 \\ \text{Sym.} & & K_{w_p,w_p} \end{bmatrix}$$

$$[K_G] = \begin{bmatrix} 0 & g_{u,\phi} & g_{u,w_p} \\ & g_{\phi,\phi} & g_{\phi,w_p} \\ \text{Sym.} & & g_{w_p,w_p} \end{bmatrix}$$

$$\{R\} = [\langle u_n \rangle, \langle \phi_n \rangle, \langle w_{pn} \rangle]^T$$

$$\langle w_{pn} \rangle = \langle w_{pi,n}, \theta_{pi,n}, w_{pj,n}, \theta_{pj,n} \rangle$$

上式中、 $\langle \rangle$ は行ベクトル、 $\{ \}$ は列ベクトル、 T は転置行列を表わしている。

弾性座屈の場合には、式(18)は荷重パラメーター $\lambda = M_x/M_y$ の固有値問題に書き換えることができ、次式になる。

$$\det([K] - \lambda[\bar{K}_G]) = 0 \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 M_y は桁断面の降伏モーメントである。さらに、式(18)から、 $[\bar{K}_G]$ は正値行列にならないので、式(19)を $(1/\lambda)[K] = [\bar{K}_G]$ の形に直して $(1/\lambda)$ の最大固有値を求めることににより、最小座屈荷重がえられる。なお、本解析では Householder-QR 法によって、

固有値と固有ベクトルを求めた。

残留応力を考慮した非弾性座屈の場合には、式(18)のマトリックス $[K]$ 、 $[K_G]$ に含まれる要素は直接積分が不可能となり、式(19)の形で表わすことができない。したがって、文献(13)、(29)に示されている方法で全帯板要素内を板幅方向に小区分したU形断面に対して、曲げモーメント-曲率-降伏域のひろがり関係を求め、あらかじめ、 $B_y, C_w, C_t, \bar{K}, Y_0$ の各値および断面内の応力とひずみの値を算定しておく。本解析では、応力-ひずみ関係は完全弾塑性体を仮定する。次に、各荷重段階で式(5)に含まれる係数 $C_1 \sim C_4$ (塑性域では Bijlaard の塑性変形理論を用いる*) および式(9)の W^P, W^{BP} に含まれる σ の値を帯板要素内の分割点に対し定め、Simpson 公式によって $[K]$ 、 $[K_G]$ に含まれる積分を行う。最終的には、 $\det([K] + [K_G]) = 0$ を満足する最小の λ 値を繰り返す計算によって求めることになる。

3. 実験内容

(1) 供試体

実験は UD シリーズ 4 本と UK シリーズ 3 本の 2 つのシリーズからなっている。使用した桁の断面形状と寸法は Table 1 のようである。

UD シリーズは曲げによる桁の全体座屈に注目しており、桁長さ $L=6\text{m}$ と一定にしたときに、腹板間隔を $b_0=15\text{cm}, 20\text{cm}, 25\text{cm}, 30\text{cm}$ と変えてある。すなわち、Table 1 から Y 軸、X 軸まわりの断面二次半径比 $r_y/r_x=0.65, 0.83, 1.02, 1.20$ と変化している。このシリーズでは断面変形と圧縮側フランジの局所的な座

Table 1 Dimensions of Test Beams

Test Beams	b_0 (mm)	b_t (mm)	r_y/r_x	L (mm)	L/ b_0	Cross Section
UD-1	150	210	0.65	6 000 Diaphragm $t_d=6$ ($l_f=1000$)	40	
UD-2	200	260	0.84		30	
UD-3	250	310	1.02		24	
UD-4	300	360	1.20		20	
UK-1	300	360	1.20	3 000 Knee Brace $t_k=6$	$b_k=0$	
UK-2					30	
UK-3					50	

* 係数 $C_1 \sim C_4$ は文献(25)の係数 $k_1 \sim k_4$ とは $C_1=k_1, C_2=k_3, C_3=2k_2, C_4=4k_4$ に対応する。

屈不安定による極端な強度低下を防ぐために、中間隔板(板厚 6 mm)を 1 m 間隔(6 等分点)に配置してある。これにより、圧縮側フランジの固定点間距離は $l_f = 16.7 b_c$ ($b_c = 6$ cm : 圧縮フランジ幅)となっている。

一方、UK シリーズは桁長さと同腹板間隔をそれぞれ $L = 3.5$ m, $b_0 = 30$ cm と一定にして、スパン中央断面に配置するニーブレース材の圧縮フランジの座屈安定におよぼす効果について調べたものである。UK-1 はニーブレースのない場合、UK-2, UK-3 はニーブレースの断面を板厚 6 mm と一定にして、板厚 3 cm, 5 cm と大にしてある。鋼材は、すべて SS 41 材である。

(2) 実験方法

荷重は Photo. 1 に示すように、35 t ジャッキによる 2 点集中荷重により行い、中央の供試体に等曲げが作用するように、両支点から UD シリーズでは 135 cm, UK シリーズでは 85 cm の位置で載荷桁に加圧した²⁸⁾。荷重は弾性域では荷重制御によって行い、桁の鉛直たわみがある程度大きくなって、非弾性域に入ってから、横倒れ変形の大きな箇所のダイヤルゲージの読みを基準にして変形制御で行った。



Photo. 1
Over-all View of
Test Setup

両端の載荷桁は U 形断面の供試体と一体に製作し、8 mm 鋼板を上フランジ上面に溶接して剛な箱形断面とした。さらに、載荷点の両側面には一対の横倒れ防止枠が設置してある。これによって、供試体の両端は横倒れ変形に対して固定支持の条件が満足されるようにした。荷重によって生ずる桁の水平変位 (u)、鉛直変位 (v)、およびねじり角 (θ) を測定した。変位測定は測定断面位置に軽量形鋼を四角に組んだ固定枠を設置して、これにダイヤルゲージを取付けて行った。載荷中の変位測定をこの固定枠を基準にして行うために、これの鉛直と水

平調整は入念に行った。桁の圧縮側フランジのねじり角はフランジ上面に測量用クリノメーター(最小読みとり 20 分)を取り付けて行った。桁ひずみ測定はストレインゲージ(単軸、ゲージ長 10 mm)を用い、デジタル多点ひずみ測定装置により数値を読みとった。また、ニーブレース材として用いた U 形フレームのひずみ分布も測定した。なお、載荷中の桁の降伏状態を視覚的にとらえるために、すべての供試体表面に生石灰の水溶液を薄く塗り、乾燥させた。

4. 実験結果と考察

(1) 鋼材の引張試験結果

供試体に使用した鋼板の板厚 6 mm, 8 mm の JIS 1 号試験片による引張試験結果を Table 2 に示す。なお、実験結果の整理は材料強度として、同表の平均値を用いて行った。

(2) 供試体の断面性能

桁の断面性能を Table 3 に示す。この表には、ねじり定数 J 、そりねじり定数 I_w 、せん断中心の位置 Y_0 もあげてある。

(3) 残留応力分布

実験に用いた供試体と同一条件のもとで溶接加工した

Table 2 Mechanical Properties of Steel (SS 41)

Specimens	σ_y (kg/cm ²)	σ_u (kg/cm ²)	ν	σ_u/σ_y	E ($\times 10^6$) (kg/cm ²)	G ($\times 10^6$) (kg/cm ²)	Thickness (mm)
T 6-1	2723	4510	0.308	1.656	2.235	0.855	t=6 (nominal)
T 6-2	2669	4376	0.302	1.640	2.032	0.780	
T 6-3	2735	4446	0.273	1.626	2.149	0.844	
Average	2709	4444	0.294	1.641	2.139	0.826	
T 8-1	2914	4626	0.266	1.588	2.059	0.814	t=8 (nominal)
T 8-2	2944	4643	0.266	1.577	2.107	0.833	
T 8-3	2813	4610	0.281	1.637	2.093	0.817	
Average	2890	4626	0.271	1.601	2.086	0.821	

σ_y = static yield stress, σ_u = ultimate stress, ν = poisson's ratio,
 E = Young's modulus, G = shear modulus.

Table 3 Cross-Sectional Properties of Test Beams

Test Beams	A (cm ²)	I_x (cm ⁴)	I_y (cm ⁴)	I_w (cm ⁶)	J (cm ⁴)	Y_0 (cm)	r_x (cm)	r_y (cm)	S_x (cm ³)	S_t (cm ³)
UD-1	56.52	7068	2963	402751	7.68	28.41	11.18	7.24	446	500
UD-2	59.52	7614	5301	684529	8.04	27.74	11.31	9.44	460	567
UD-3	62.52	8108	8382	1062950	8.40	27.00	11.39	11.58	472	633
UD-4 UK-1 UK-2 UK-3	65.52	8556	12245	1543305	8.76	26.25	11.43	13.67	482	699

A = area of cross section, I_x, I_y = moment of inertia about X and Y axes, respectively, I_w = warping constant, J = torsion constant,
 Y_0 = coordinate of the shear center, r_x, r_y = radii of gyration about X and Y axes, respectively, S_x = section modulus of the top fiber,
 S_t = section modulus of the bottom fiber.

U 形断面部材（長さ 90 cm）を用意し、この中央断面にてフェンダー型コンタクトゲージ（ゲージ長 10 cm）により残留応力測定を行った。測定は腹板間隔 $b_0=20$ cm, 30 cm の 2 種類について行い、その測定点は左右の上フランジ表面で各 7 点、左右の腹板面で各 16 点、下フランジ表面で 17 点 ($b_0=20$ cm), 20 点 ($b_0=30$ cm) である。

Fig. 4 はこれら左右断面の測定値を平均して、片側断面に整理したものである。この図から、溶接ビード付近での引張残留応力は、材料の降伏点応力 σ_y に達していることがわかる。上、下フランジの端部では、自由突出幅が小さいために、圧縮応力はほとんど生じていない。また、下フランジの中央部ではほぼ一定の圧縮応力 ($b_0=20$ cm では $0.58\sigma_y$, $b_0=30$ cm では $0.37\sigma_y$) が生じており、板幅が大きくなるとその値は小さくなっている。腹板の残留応力分布は上フランジ部の方に圧縮応力が大きい形状になっており、その最大値は腹板間隔に関係なく $0.58\sigma_y$ 程度になっている。

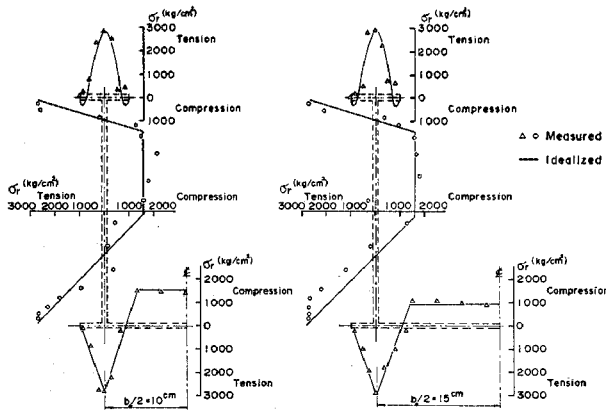


Fig. 4 Experimental Residual Stress Distributions

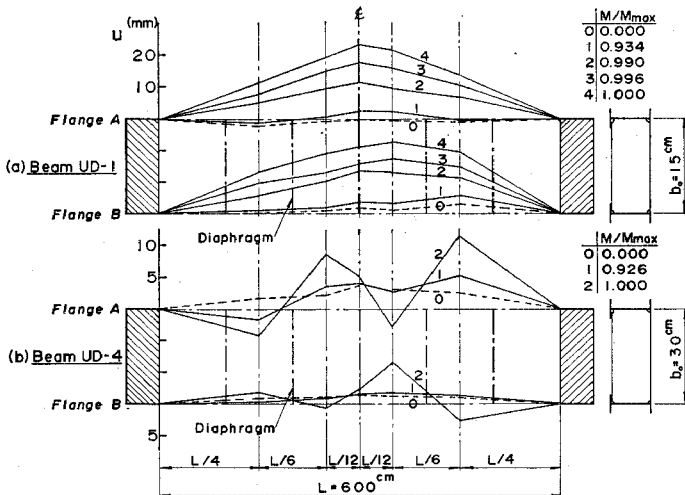


Fig. 5 Lateral Displacements of Compression Flanges

図中に示した太実線は実測された残留応力の分布形をもとに、残留応力の断面全体に対するつり合い条件を考慮して求めた近似形状である。なお、この形状は上フランジでは偶関数の 4 次曲線、腹板と下フランジでは直線式の組合せによって仮定してある。

(4) 桁の荷重—変形関係

Fig. 5(a) および (b) は UD シリーズのうち、UD-1 と UD-4 に対して、左右の圧縮側フランジの水平方向の変位状態を主な荷重段階について示したものである。

Fig. 6(a) および (b) は Fig. 5 に対応した桁の上、下フランジの水平変位 u , 鉛直変位 v , およびねじり角 θ と作用モーメントとの関係を図示したものである。図中、鉛直変位 v に対する一点鎖線はスパン中央断面の弾性たわみの計算値を表わしている。また、実線は Fig. 4 に示した理想化した残留応力の分布形を考慮して求めた非弾性のたわみ曲線である。

UD-1 ($b_0=15$ cm, $r_y/r_x=0.65$) では、Fig. 6(a) から左右の鉛直たわみ v_{AC}, v_{BC} の差は最高荷重時までは、ほとんど生じていないが、最高荷重後 (M_{max}) では横倒れ変形 (u, θ) が顕著になるにつれて、その値は大きくなっている。また、Fig. 5(a) から荷重の増加とともに、左右の圧縮フランジはスパンにわたって同一方向に水平移動しており、さらに、Fig. 6(a) から引張フランジも圧縮フランジと同一方向に水平移動している様子もみられる。これらの荷重—変形図から、UD-1 桁は U 形断面全体がスパンにわたって横倒れ変形した状況が明瞭に認められる。

これに対して、UD-4 ($b_0=30$ cm, $r_y/r_x=1.20$) では、Fig. 5(b) および Fig. 6(b) からスパン中央の隔板による補剛点では水平変位（圧縮フランジで 2 mm 程度）とねじり角もほとんど生じていないが、中間の隔板間で左右の圧縮フランジがねじり変形を伴って大きく水平移動していることがわかる。これらの荷重—変形図から、UD-4 桁は中間の隔板間で圧縮フランジが横ねじり変形した状況が明瞭に認められる。

Fig. 7 はスパン中央断面における圧縮フランジの水平変位と引張フランジのねじり角を UD シリーズの 4 本の桁についてまとめて図示したものであり、腹板間隔 b_0 の大小による変形性状の違いをみる事ができる。この図から、UD-2 ($b_0=20$ cm, $r_y/r_x=$

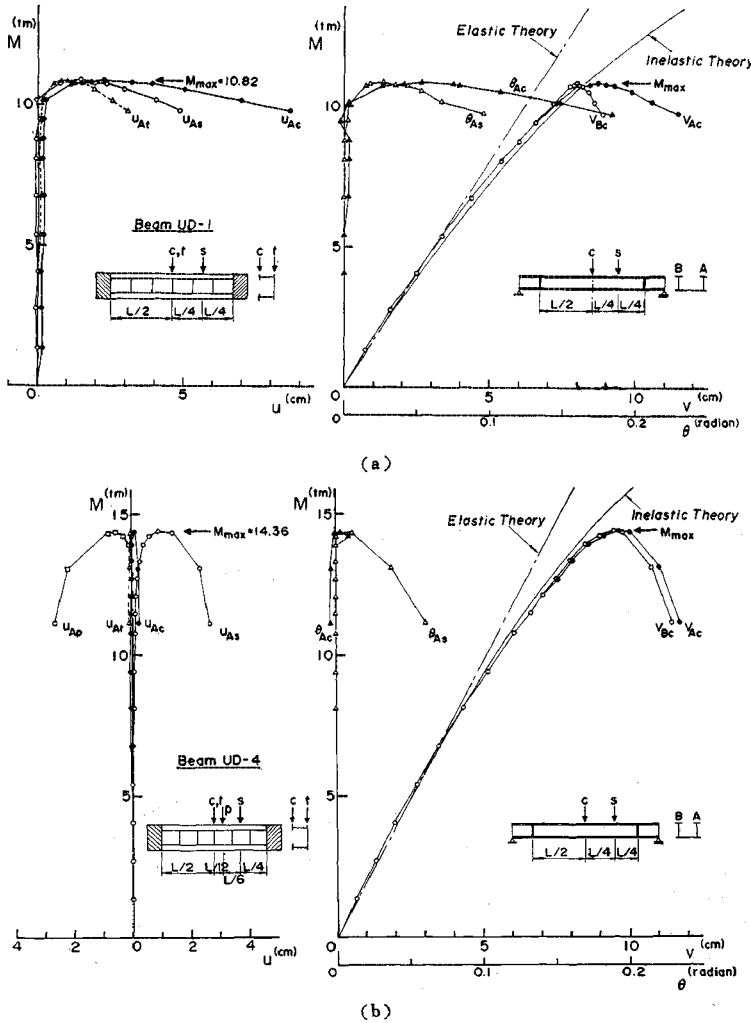


Fig. 6 Bending Moment versus Deformations u , v , θ

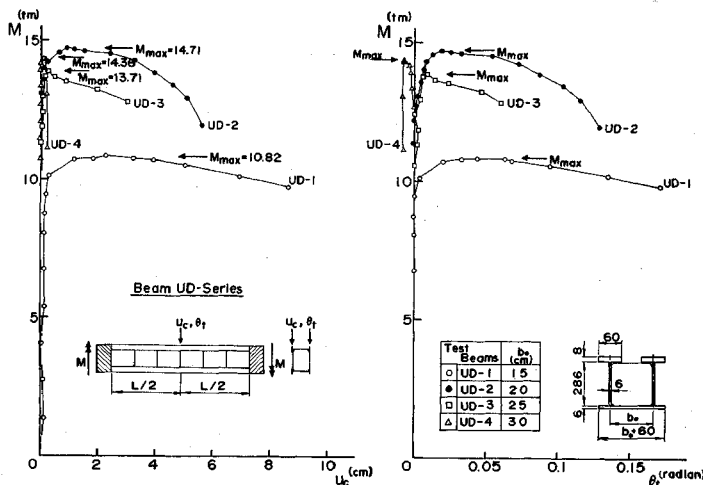


Fig. 7 Lateral Deformations of Compression and Tension Flanges at Span Center (UD-Series)

0.83) の荷重—変形関係は UD-1 と同様な横倒れによる桁全体の座屈に支配されたことがわかる。また、UD-3 ($b_0=25$ cm, $r_y/r_x=1.02$) では Fig. 5(b) に示したような圧縮フランジの変形性状が得られたが、桁全体の座屈性状も生じていたことがわかる。

Figs. 8 (a), (b), (c) は Fig. 5 と同様な関係を UK シリーズの桁について示したものである。UK-1 はスパン中央断面にニーブレス材のない桁であり、Fig. 8(a) からわかるように、U形断面では下フランジを介して左右の圧縮フランジと腹板は連続しているためか、圧縮フランジの水平変位の状態はスパン方向に明瞭な1次の波形にならず、腹板と下フランジの板としての断面変形を伴い、むしろ2次波形に近い形状を示している。しかし、スパン中央点ではかなりの水平移動量が生じている。これに対して、ニーブレス材をもつ UK-2 ならびに UK-3 では Figs. 8(b), (c) に示すように、スパン中央の補剛点において圧縮フランジの水平移動およびねじり変形が拘束され、明瞭な2次波形の形状がえられていることがわかる。

Fig. 9 はニーブレス材 (UK-2 では板幅 3 cm, UK-3 では板幅 5 cm) の表面に貼ったひずみゲージからえられた下フランジ幅の中央断面におけるひずみ分布をおもな荷重段階について表わしたものである。なお、この図で下フランジ面のひずみ値は、下フランジの幅方向に貼ったひずみゲージの読みから曲げ荷重による圧縮ひずみ量 (下フランジの長手方向のひずみ量にポアソン比を乗じた値) を差し引いた値によって整理してある。このひずみ分布から、下フランジの一部を含めたニーブレス材の中央断面は圧縮と曲げの組合せ応力を受けていることがわかる。

(5) 圧縮フランジの補剛点に生ずる水平力

曲げ部材の横倒れ座屈を防止するた

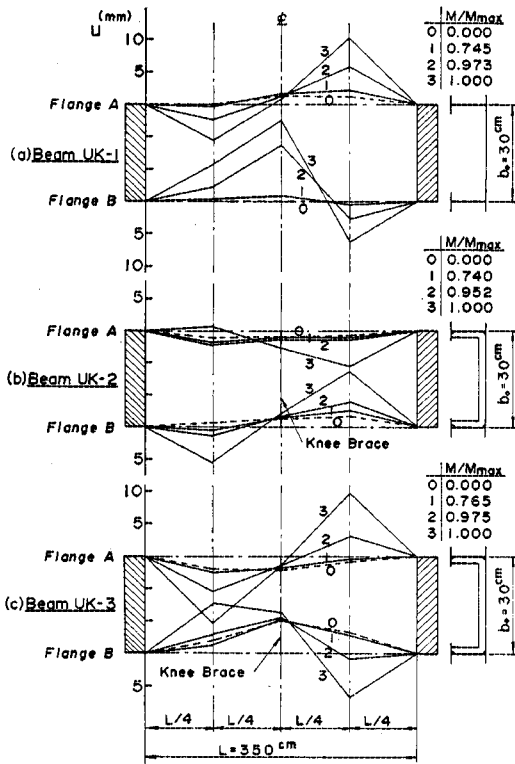


Fig. 8 Lateral Displacements of Compression Flanges

めの横補剛支点に生ずる水平横力の大きさはフランジ圧縮力の数%にすぎないことが、これまでの研究によって明らかにされてきている²⁸⁾。わが国の鋼鉄道橋設計標準では、下路プレートガーダーの横桁を含むU形のニーブレス構造に対する強度は圧縮フランジ作用力の 1/100 の水平力を用いて検算することが規定されている³³⁾。

ここでは、スパン中央断面にU形のニーブレス材を配置した UK シリーズの桁に対して、圧縮フランジの横ねじり変形に伴う、フランジ水平面で直角に働く水平力の大きさについて検討してみる。まず、Fig. 9 に示

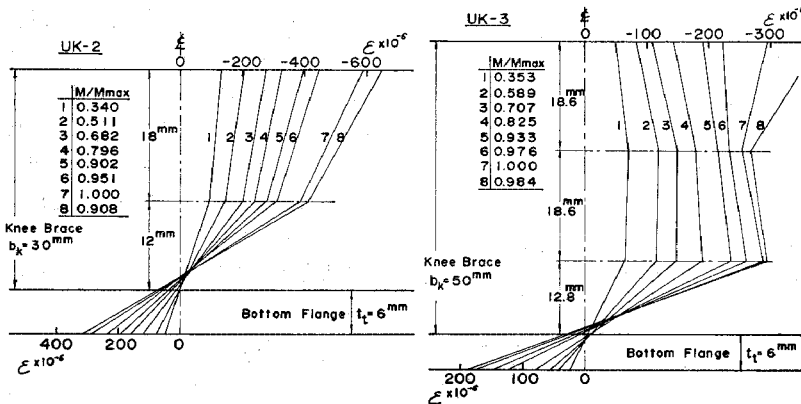


Fig. 9 Strain Distributions of U-Shaped Knee Brace

したニーブレス材の中央断面に生じたひずみ分布を応力に直し、この分布は測定点間では直線変化しているものと仮定する。そして、Fig. 10 の挿入図に示したように、水平横力 F は上フランジに対称に働くものとし、この水平力に抵抗する有効な断面は幅 b_e をもつ左右の腹板と下フランジおよびU形のニーブレス材からなるU形構造と仮定する。このようにして、水平力 F 、腹板と下フランジの協力幅 b_e をパラメーターにとり、Fig. 9 から求めた応力分布形に対する軸力およびモーメントのつり合い条件から、 F および b_e を算定した。

Fig. 10 は、このようにして求めた水平力 F 、協力幅 b_e をそれぞれ横軸にとり、縦軸には桁の作用モーメントを最高荷重時のモーメントで無次元化した値 M/M_{max} をとって表わしたものである。また、横軸には水平力 F を圧縮フランジの降伏軸力 ($P_{y,f} = \sigma_y A_{f,c}$, $A_{f,c} = b_c t_c$) で無次元化した値も与えてある。この図から、荷重の初期から水平力 F が発生し、U形構造は内側に圧縮されていたことがわかる。スパン中央断面の圧縮フランジ補剛点に生じた水平力は、UK-2 桁では圧縮フランジの降伏軸力の約 8%，UK-3 桁では約 1.2% になっている。

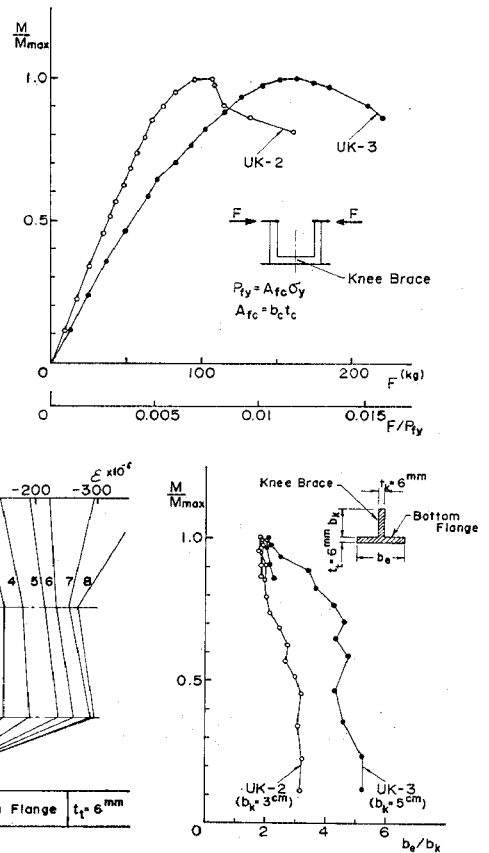


Fig. 10 Lateral Bracing Forces F at Compression Flanges

このとき、U形構造に寄与する腹板と下フランジの協力幅は最高荷重時ではニーブレス板幅の約2倍程度になっている。

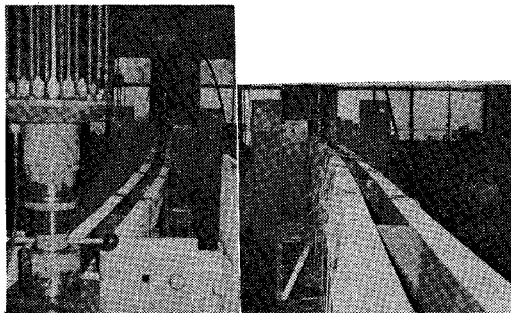
(6) 曲げ耐力と崩壊形

Table 4には実験から得られた各供試体の最高荷重 M_{max} とこの値を圧縮側の降伏モーメントおよび全塑性モーメントで、それぞれ無次元化した値 M_{max}/M_y , M_{max}/M_p が示してある。また、UKシリーズの桁では、ニーブレス材のない UK-1 を基本強度とした場合の強度向上が与えてある。UK-2, UK-3 では UK-1 の強度のそれぞれ 19%, 16% の補剛効果がニーブレスによって得られている。同表において、UK-2 よりニーブレス剛度の大きい UK-3 の強度がやや低い値になっているが、Figs. 8(b),(c) からわかるように、UK-3 ではニーブレスによる補剛点で水平移動が生じており、これが1つの原因として考えられる。

Table 4 Summary of Reference and Experimental Loads

Test Beams	M_{max} (tm)	M_y (tm)	M_p (tm)	M_{max}/M_y	M_{max}/M_p	Effect of Stiffening	Dominant Mode of Buckling
UD-1	10.82	12.88	15.99	0.840	0.677		Lateral
UD-2	14.71	13.29	17.08	1.107	0.861		Lateral and Compression flange
UD-3	13.84	13.63	18.05	1.015	0.767		Lateral and Compression flange
UD-4	14.36	13.93	18.92	1.031	0.759		Lateral and Compression flange
UK-1	12.48	13.93	18.92	0.896	0.660	1.000	Compression flange
UK-2	14.95	13.93	18.92	1.073	0.790	1.198	
UK-3	14.42	13.93	18.92	1.035	0.762	1.155	

M_y =calculated yield moment, M_p =calculated plastic moment



(a) (b)
Photo. 2 Beam UD-1 after Failure

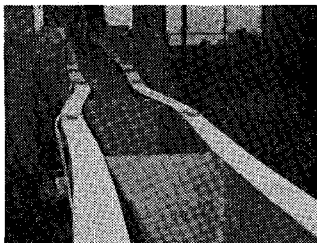
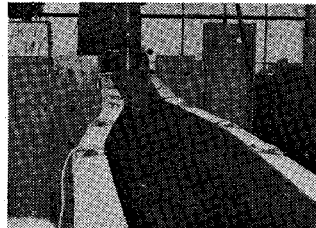


Photo. 3 Beam UD-4 after Failure



(a) (b)
Photo. 4 Beams UK-1 and UK-3 after Failure

Photos. 2, 3, 4 は U 形断面桁の実験後の崩壊状況を示している。Photos. 2(a),(b) は UD-1 の崩壊状況であり、桁全体がスパン間にわたって横倒れ座屈している様子がよくわかる。また、Photo. 3 は UD-4 の写真であり、中間隔板による固定点間で圧縮フランジが横ねじり座屈している状況を確認することができる。Photos. 4(a),(b) は UK-1 と UK-3 の写真であり、Fig. 8 でみられたように、腹板および下フランジの断面変形を伴って圧縮フランジが横ねじり座屈している状況と、スパン中央に配置したニーブレス材の変形拘束の状況を確認することができる。

5. 解析結果と考察

以後、解析結果は Fig. 12 に示すような実際の桁橋構造に使用される U 形断面寸法を用い、両端単純支持桁のもとで考察し、あわせて実験結果との比較検討を行った。

(1) 圧縮フランジの固定点間座屈強度

通常の桁橋構造では並列主桁間に横補剛材を適当に配置して、圧縮フランジの固定点間座屈による曲げ圧縮強度の極端な低下を防いでいる。U 形断面桁の固定点間座屈は、引張フランジの半幅をもつ軸対称 I 形断面桁 (Equivalent I-Beam) としての横倒れ座屈とみなして、近似的に取り扱う方法がある³²⁾。Fig. 11 の実線は左右の腹板間隔を $b_0=1\text{ m}, 1.5\text{ m}, 2\text{ m}, 2.5\text{ m}$ と変化させて、I 形断面桁として求めた弾性座屈強度であり、縦軸に座屈応力 σ_{cr} を、横軸に桁長さ L_e と圧縮フランジ幅 b_c との比 L_e/b_c をそれぞれとって表わしたものである。引張側フランジ断面積の違いが座屈応力におよぼす影響は、腹板間隔が桁高さ程度に幅広くなると小さいことがわかる。

I 形断面プレートガーダーの横倒れ変形に伴う曲げ圧縮強度は St. Venant のねじり剛度を無視すると、圧縮フランジ部を柱とみなした解析として取り扱っている^{3),29)}。しかし、U 形断面桁では、左右の圧縮フランジ

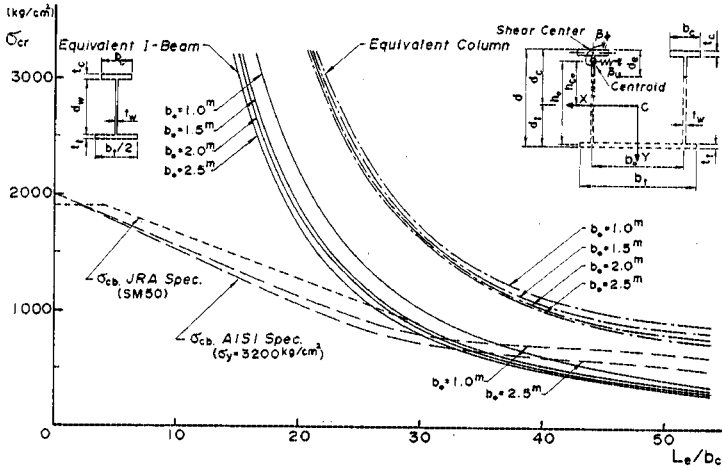


Fig. 11 Buckling Stress for Compression Flanges of U-Shaped Beams

は腹板と引張フランジを介して一体の断面構造になっているために、圧縮フランジは腹板と引張フランジによってスパン方向に連続的に弾性支持拘束された状態にある。したがって、U形断面桁の圧縮フランジ座屈は圧縮フランジと腹板の一部からなるT形の有効圧縮断面を用いて、腹板と引張フランジによって水平変位と回転に対して連続的に弾性支持された圧縮柱の横ねじり座屈として、簡便的に考えることができる。

AISI の冷間加工部材の設計示方書、解説¹⁾では U 形断面を対象として、水平変位に対して連続的に弾性拘束された等価柱 (Equivalent Column) から座屈応力を求める手法を基本にして許容曲げ圧縮応力度を規定している。この算定法の基本式^{1), 18)}は弾性支持された圧縮部材の近似式²⁰⁾とフランジのねじり挙動による低減係数との組合せ式になっている。この場合、有効圧縮断面に含まれる腹板の深さ d_e は次式で求めている。

$$d_e = \left(\frac{3d_c - d_t}{12d_c} \right) d \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 d = 桁高さ、 d_c, d_t = 中立軸から圧縮および引張縁までの距離。中立軸が桁高さ d の中央に位置する U 形断面では $d_c = d_t$ であるから、式 (20) は $d_e = d/6$ となり、腹板高さの 1/6 に近似する³⁾。

Fig. 11 の一点鎖線は文献 17) による水平変位および回転に対する連続パネ拘束 (β_u, β_ϕ) をもつ軸対称断面圧縮柱として軸方向圧縮応力度 σ_a を計算し、この値から桁の圧縮縁の曲げ応力度 $\sigma_b = \sigma_a(d_c/h_{co})$ を求めたものである。数値計算に使用した U 形断面寸法では圧縮フランジの幅厚比が $b_c/t_c = 17.7$ と比較的小さいため、断面のねじりによる強度低下は $L_e/b_c > 20$ では小さく、ねじりを無視した場合 ($\beta_\phi = \infty$) の柱の曲げ座屈式^{17), 20)}、すなわち、 $P_{cr} = P_E + \beta_u L_e^2/\pi^2$ によって求めた座屈応力とほとんど一致している。また、図中の破線

は AISI 示方書に解説されている計算手順^{1), 18)}によって、 $\sigma_y = 3200 \text{ kg/cm}^2$ に対する許容曲げ圧縮応力度を求めたものである。さらに、図中には現行の道路橋示方書 (JRA Spec.) で規定している SM 50 材に対する許容応力も与えてある³²⁾。

(2) 横倒れによる全体座屈強度

Fig. 12 は U 形断面桁の断面変形を無視した場合の等曲げによる弾塑性横倒れ座屈強度を、腹板間隔 b_0 を変化させて求めたものである。縦軸には座屈モーメント M_{cr} 、横軸にはスパン長 L_e がとってある。残留応力は図中に示すよう

な溶接タイプの分布形 ($\sigma_{rc} = 0.3\sigma_y, \sigma_{rt} = \sigma_y, \sigma_y = 3200 \text{ kg/cm}^2$) を仮定した。非弾性域での断面諸剛度 (B_Y, C_w, \bar{K}) は U 形断面を小区分した断面 (板厚方向には 1 分割、板幅方向には圧縮フランジ 40 等分、腹板 50 等分、引張フランジ 120 等分) について、接線係数理論を前提とした曲げモーメント—曲率—降伏域のひろがり関係から求めた^{13), 29)}。図中の破線は残留応力を含まない弾性座屈曲線であり、太実線は残留応力を含む非弾性座屈曲線である。これらの曲線では、St. Venant のねじり剛度は $C_t = GJ = \text{一定}$ としてある。なお、図中の $b_0 = 1.5 \text{ m}$ に対する点線は $C_t = 0$ として求めた非弾性

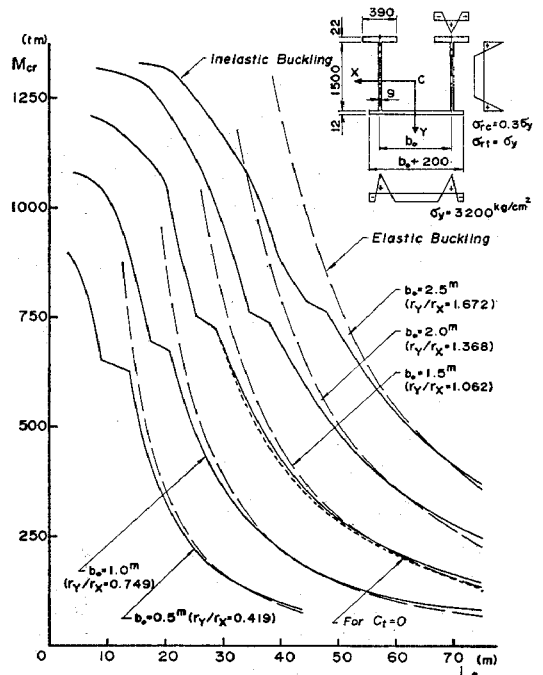


Fig. 12 Lateral Buckling Strength of U-Shaped Girders

強度であり、 C_1 項は断面に生ずる垂直応力によって発生するせん断中心まわりの付加トルクである \bar{K} 項に比較してきわめて小さいため、U形断面の場合には C_1 項を無視しても全体座屈強度にほとんど影響しない。この図から、腹板間隔 b_0 を変えることにより、断面の Y 軸、 X 軸まわりの断面二次半径の比 r_y/r_x も図中のように変化し、横倒れによる全体座屈強度は腹板間隔により著しく変化することがわかる。また、I形断面の場合は、圧縮フランジの降伏時の弾塑性遷移領域における座屈強度に極度の低下がみられたが^{11), 29)}、U形断面の場合は引張フランジおよび腹板が面外剛度に大きく寄与しているために、圧縮フランジの降伏領域が進行しても、この度は小さくなっている。

Fig. 13 は **Fig. 12** の座屈曲線を縦軸に座屈モーメントと降伏モーメントとの比 M_{cr}/M_y をとり、横軸にスパン長 L_e と降伏モーメント M_y に対応する限界長さ L_y との比 $\lambda_{LT} = L_e/L_y$ によって表わしたものである。また、**Fig. 14** は横軸にスパン長と腹板間隔との比 L_e/b_0 をとって表わしてある。これらの図から、弾性および非弾性座屈曲線は横軸のパラメーターとして λ_{LT} あるいは L_e/b_0 をとることによって、腹板間隔が桁高さ程度になる断面形では比較的よくまとめることができる。 $L_e/b_0 > 35$ 程度のスレンダーな桁になると、弾性域の低い座屈応力で横倒れによる全体座屈が起こる危険性があることがわかる。

(3) 固定点間座屈と全体座屈との関係

ここでは、2. 理論解析で誘導した断面変形を考慮した座屈解析法を用いて、板要素の局部座屈と横倒れによる全体座屈との相関性を検討した。

Fig. 15 は縦軸に座屈モーメント

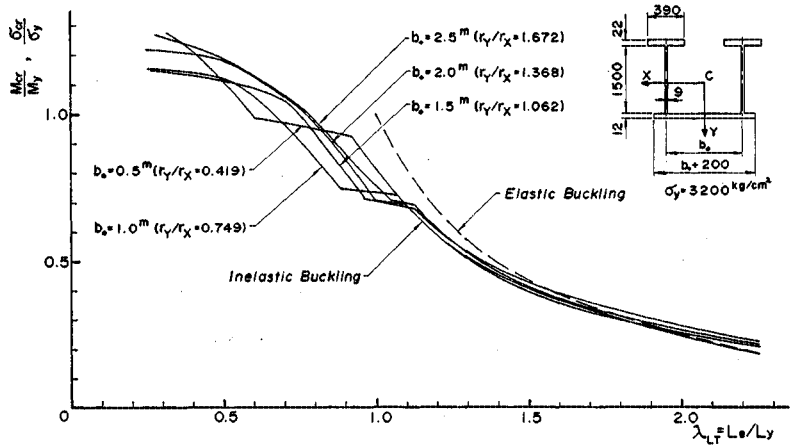


Fig. 13 Lateral Buckling Strength of U-Shaped Beams

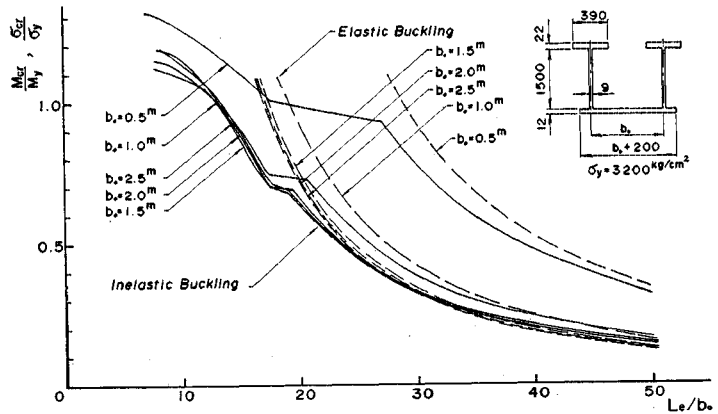


Fig. 14 Lateral Buckling Strength of U-Shaped Beams

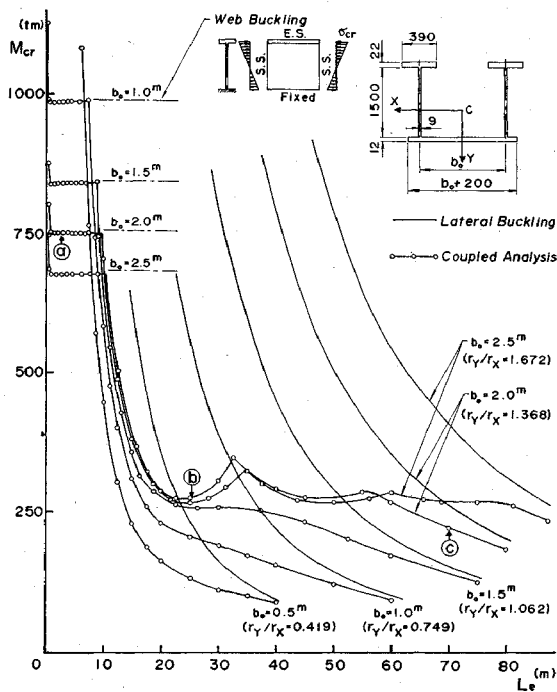


Fig. 15 Interaction of Lateral and Local Buckling

M_{cr} , 横軸にスパン長 L_e をそれぞれとって、腹板間隔を $b_0=0.5\text{ m}\sim 2.5\text{ m}$ と変化させた場合の弾性座屈曲線を示したものである。図中の太実線は断面不変とした場合の横倒れ座屈曲線であり、○印を付した実線がスパン間に横補剛材がない桁に対して、断面変形を考慮した場合の座屈曲線である。数値計算では左右の圧縮フランジを2等分割ずつ、左右の腹板を5等分割ずつ、引張フランジを6分割し、全部で20個の帯板要素を考えた。また、式(14),(15)の変位関数の三角級数項は $n=6$ までとって検討した。

図中の腹板間隔 $b_0=2\text{ m}$ ($r_y/r_x=1.368$) の座屈曲線において桁長さの変化に伴って得られた典型的なU形横断面の座屈モードを描くと、Fig. 16のような3種類となっている。この座屈曲線はスパン長の短い範囲ではモード(a)の腹板座屈により、逆に長い範囲ではモード(c)の横倒れによる全体座屈により、それぞれ支配されている。また、両者の中間ではモード(b)の圧縮フランジの横ねじり座屈によって支配されており、 $r_y/r_x > 1.0$ の桁では $I_y > I_x$, すなわち面外曲げ剛度の方が面内曲げ剛度よりも大きくなり、Fig. 16(b)に示したように、もはや全体座屈の影響をほとんど受けないことがわかる。これに対して、 $r_y/r_x < 1.0$ の桁ではモード(b)は生ぜず、圧縮フランジ座屈の卓越したモード(c)によって腹板座屈領域まで支配されている。Fig. 15の腹板座屈に対する水平の一点鎖線は、圧縮フランジの水平曲げ剛度およびねじり剛度を考慮した場合の腹板の最小座屈応力である³¹⁾。この引張フランジ点を固定とみなした腹板座屈強度によって精度よく推定できる。腹板間隔 b_0 が大きくなると、腹板の曲げ応力分布が不利となり、腹板座屈応力は低下する。このように、Fig. 15の座屈強度曲線からU形断面桁の腹板座屈、圧縮フランジ座屈、横倒れによる全体座屈、ならびにこれらの連成座屈との相関性をみる事ができる。

Fig. 17は腹板間隔 $b_0=1.5\text{ m}$ の桁に対して、(2)で述べた圧縮フランジの固定点間座屈強度の近似値との比較をしたものであり、縦軸には曲げ座屈応力 σ_{cb} , 横軸には、桁長さ L_e がとってある。等価柱 (Equivalent Column) による曲げ座屈応力は、ここで求めた連成解

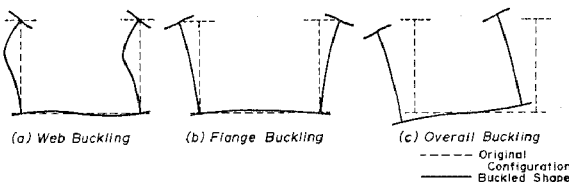


Fig. 16 Typical Buckled Cross Section at Midspan

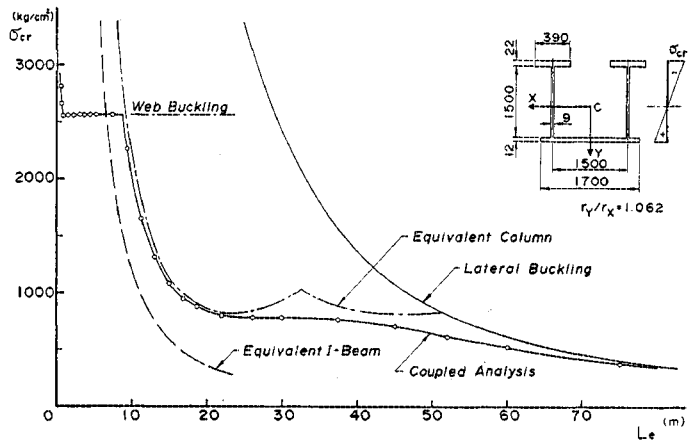


Fig. 17 Interaction of Lateral and Local Buckling

析による座屈曲線 (Coupled Analysis) によってよく説明されている。しかし、一軸対称 I 形断面桁 (Equivalent I-Beam) として求めた座屈応力は、これより低目の強度になり安全側の値になるが、圧縮フランジの固定点間距離が長くなると、腹板および引張フランジの面外変形拘束を考慮しないと説明できないことがわかる。Fig. 15 および Fig. 17 において、横軸の L_e に固定点間距離またはスパン長をとることによって、固定点間座屈と横倒れによる全体座屈との強弱をみる事ができる。 $b_0=1.5\text{ m}$ の桁では、スパン長が約 50 m 以上になると全体座屈によって支配されてくる事がわかる。

次に、U形断面の板要素の幅厚比、および断面積比が横倒れによる全体座屈強度におよぼす影響をスパン長 $L_e=50\text{ m}$ と一定にして調べてみる。Fig. 18(a)は腹板高さを $d_w=1.5\text{ m}$ とし、さらに、圧縮フランジと引張フランジの寸法を一定にして、腹板厚 t_w を変化させた場合の断面変形を考慮したときの座屈強度 M_{cr} とこれを無視したときの座屈強度 M_{cr0} とを比較したものである。同図の下図には強度低下の割合が与えてある。強度低下は腹板の幅厚比が $d_w/t_w > 200$ 程度になると、大きくなる事がわかる。Fig. 18(b)は腹板と引張フランジの断面を一定にして、圧縮フランジと腹板との断面積比 $\alpha_c=A_{fc}/A_w$ および圧縮フランジの幅厚比 b_c/t_c をそれぞれ変化させたものである。圧縮フランジの断面剛度すなわち α_c と b_c/t_c が大きくなって、全体座屈強度におよぼす断面変形の影響はそれほど大きくなりなことがわかる。

Fig. 19は図中に示す断面寸法を用いて、腹板に対する鉛直補剛材と下フランジに対する補剛材が断面変形を伴う全体座屈におよぼす効果について調べたものである。縦軸には座屈モーメント M_{cr} をとり、横軸には補剛材の曲げ剛度と腹板あるいは下フランジの板剛度との比 $r_v=EI_{sv}/(d_w D_w)$, $r_b=EI_{sb}/(b_0 D_b)$ をそれぞれとっ

て表わしてある。図中にはスパン長 $L_e=50\text{ m}$ に対して、スパン中央点 ($Z_s=L_e/2$) とスパンの3等分点 ($Z_s=L_e/3, Z_s=2L_e/3$) にそれぞれ補剛材を配置した場合が示してある。また、下図には断面変形を無視した場合の座屈モーメント M_{cr0} に対する強度低下の割合が与えてある。この図から、全体座屈の断面変形を防止するためには、下フランジの補剛材よりも左右の腹板に対する

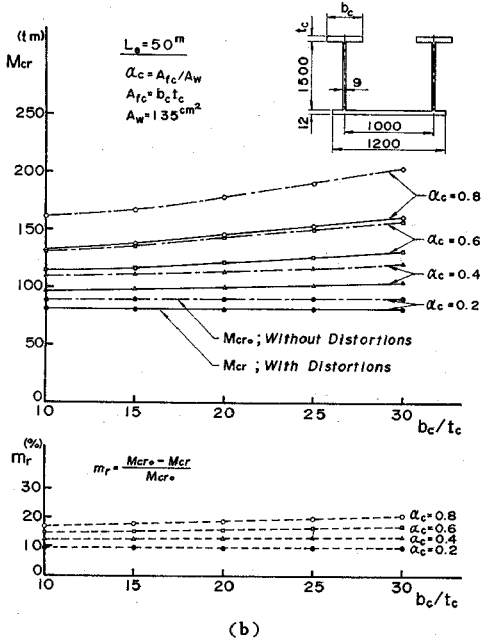
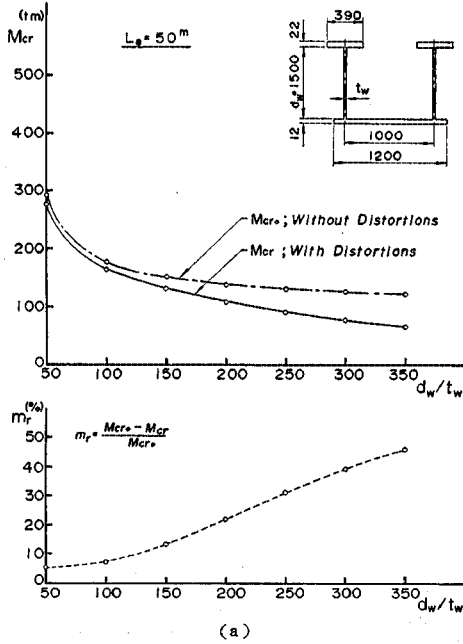


Fig. 18 Reduction of the Overall Buckling Load due to the Effect of Cross-Sectional Distortions

鉛直補剛材を配置した方が効果があることがわかる。したがって、実際の桁橋構造では鉛直補剛材が桁高さ程度の間隔で配置されていることを考えると、全体座屈に対する断面変形の影響はほとんど無視できると思われる。

(4) 実験結果と解析結果との比較

座屈実験は横倒れ変形に対して両端固定の条件で行ったので、ここでの数値計算は両端固定支持桁として行う。また、実験桁のスパン間に配置されている中間隔板およびニープレース材は Fig. 19 で考察したように、これらを左右腹板と下フランジに対する補剛材として取り扱うことにする。この場合、中間隔板は $r=1000$ なる大きな曲げ剛度をもつ補剛材として考え、その配置位置はスパン長 L が変化しても、スパン間の6等分点であるとする。

Fig. 20 は横倒れによる全体座屈で崩壊した実験桁 UD-1 ($b_0=15\text{ cm}$) と UD-2 ($b_0=20\text{ cm}$) に対して、断面不変とした場合の横倒れ座屈強度と連成座屈解析による座屈強度を求め、実験値との比較を行ったものである。非弾性座屈曲線は、Fig. 4 に示す実測した残留応力分布の近似形を考慮してある。断面不変として解析すると、図中の一点鎖線で示す非弾性横倒れ座屈曲線が求まる。連成解析 (Coupled Analysis) を行くと、実線で示すような圧縮フランジの横ねじり座屈 (Flange Buckling) と横倒れ座屈との相関曲線が得られる。図中の実

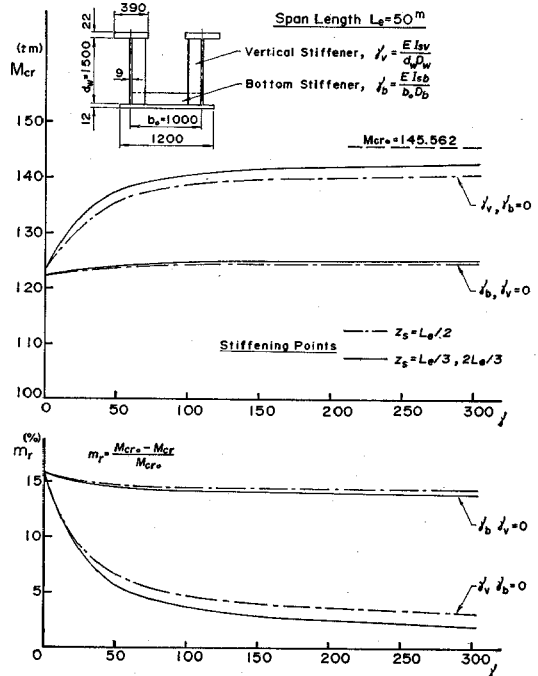


Fig. 19 Effect of Vertical and Bottom Stiffeners on the Overall Buckling

験値は Table 4 に与えた最高モーメント M_{max} を $L=6m$ に対してプロットしてある。両実験値とも、横倒れによる全体座屈が生ずる範囲にあることがわかる。また、断面変形と圧縮フランジ座屈による強度低下はスパン間を 1m 間隔（スパン長の 6 等分点）で隔板によって補剛したことにより、ほとんど防ぐことができたようである。

Fig. 21 は腹板間隔 $b_0=25cm$ および $30cm$ からなる実験桁に対して、Fig. 20 と同様な関係を調べたものである。図中には $b_0=30cm$ の桁について、無補剛 (Unstiffened) の場合とスパン間を 2 等分点 ($\bar{x}_s=L/2$) および 6 等分点 ($\bar{x}_s=L/6$) でそれぞれ補剛材 ($r=1000$) によって補剛した場合の連成解析 (Coupled Analysis) から得られた座屈曲線が与えてある。これらの座屈曲線は、いずれも圧縮フランジの横ねじり座屈と横倒れによる全体座屈との相関曲線によって表わされている。この図から、桁のスパン間で断面を横補剛することによって、非弾性域における圧縮フランジの座屈強度の向上が得られることがわかる。桁長さ $L=3.5m$ の無補剛桁 UK-1 は圧縮フランジの非弾性座屈曲線において 2 次の座屈波形に対応しており、この座屈形状は Fig. 8 および Photo. 4 に示した実験結果からも認められる。また、この実験値の最高強度は理論曲線の値とよく一致している。実験値のうち、UD-3 と UD-4 は中間隔板によって、また、UK-2 と UK-3 はスパン中央に配置したニーブレース材によってそれぞれ補剛されている桁である。各実験値は無補剛桁に比較して強度向上が得られているが、連成座屈解析から求めた圧縮フランジの座屈

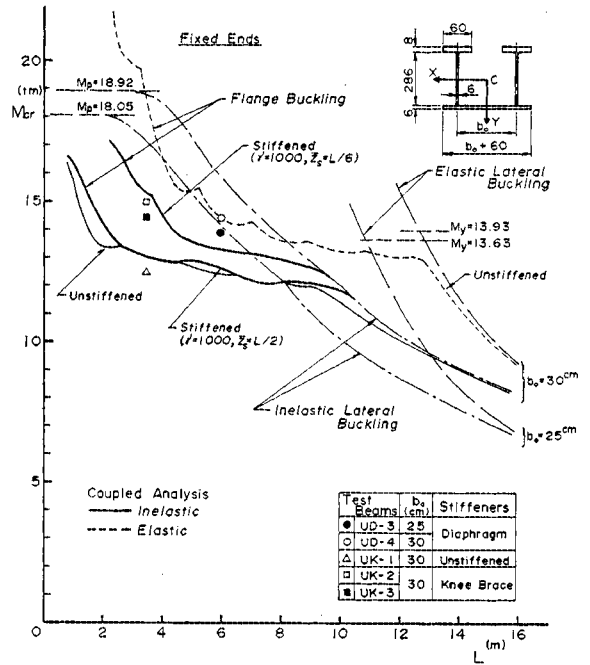


Fig. 21 Comparison of Test Results with Theoretical Curves

強度より大きな値を示している。

(5) π 形断面桁の曲げ座屈強度

Fig. 22 は Fig. 15 の U 形断面と同一寸法からなり、上下逆にした π 形断面桁の弾性曲げ座屈強度を求めたものである。桁長さの短い範囲では圧縮フランジ座屈あるいは腹板座屈が生じ、これに対して極端に長い範囲では横倒れによる全体座屈が生じることがわかる。Fig. 14 に示した U 形断面桁の全体座屈強度と比較すれば、同一曲げ圧縮応力度を確保するには U 形断面の約 5 倍のスパン長まで長くしうることがわかる。したがって、 π 形断面桁の全体座屈による強度低下は実用される構造寸法では無視することができ、設計に際しては圧縮フランジの局部座屈および腹板座屈の検討が重要となる。

本研究では UK シリーズ (腹板間隔 $b_0=30cm$, $r_y/r_x=1.20$) の実験後の供試体を 2 本用いて、 π 形断面桁の曲げ実験を行った。この桁では引張フランジ縁が最初に降伏する断面構成になっており、板の座屈パラメータ³²⁾は $R=0.983$ (座屈係数 $k=4.00$) である。各実験値とも圧縮フランジの局部座屈によって崩壊し、ほぼ全塑性モーメントまでの曲げ耐力が得られた。AISI の冷間加工部材に対する設計示方書^{1), 18)}では、リップ付溝形やハット形断面のように左右の腹板によって支持された圧縮フランジの幅厚比制限を Winter, G. が圧縮板の後座屈強度解析と数多くの実験結果から導いた有効幅の式

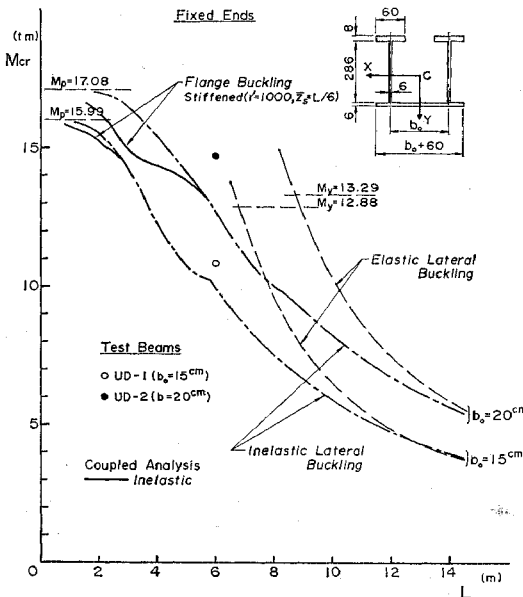


Fig. 20 Comparison of Test Results with Theoretical Curves

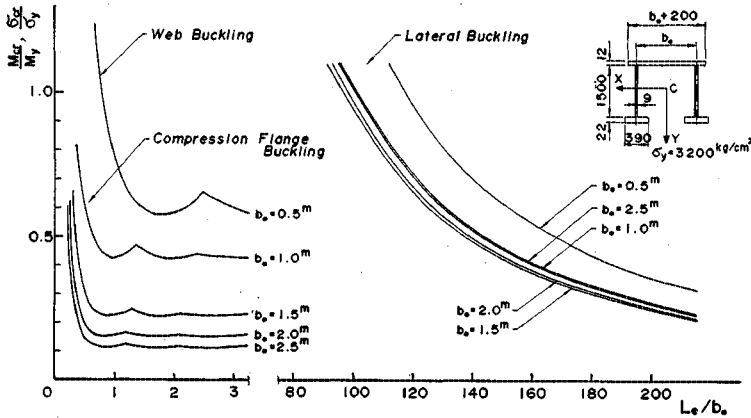


Fig. 22 Buckling Strength of π -Shaped Beams

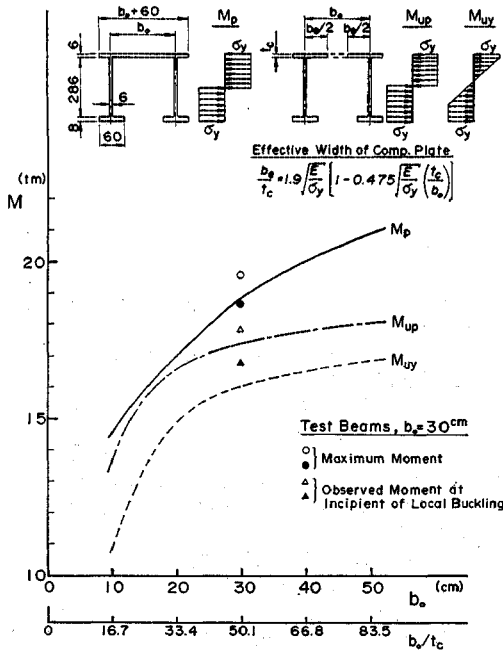


Fig. 23 Comparison of Experimental and Calculated Collapse Moments for Test Beams

を基本にして規定している。文献 15), 16) ではこれらの断面形を用いて曲げ座屈実験を行い、曲げ耐荷力を調べている。

Fig. 23 は実験桁について、全塑性モーメントと図中に示すような有効幅の概念を用いたときの有効断面に対する耐荷モーメント M_{up} , M_{uy} を求め、実験値との比較をしたものである。ここに、 M_{up} は有効断面に対する全塑性耐力を、 M_{uy} は有効断面の圧縮フランジ全断面が降伏したときの耐力を表わしている。なお、実験値として最高モーメントおよび圧縮フランジの局部座屈が認められたときのモーメント ($P-\delta^2$ 法によって算出) をプロットしてある。この図から、 π 形断面桁でもリブ付溝形、ハット形断面桁と同様に、引張フランジが降伏

した後、左右の腹板への応力再配分があるために、圧縮フランジの降伏時の荷重よりも、大きな耐力が期待できることがわかる^{(15), (16)}。

6. 結 言

本論文はU形断面桁の曲げによる横倒れ座屈強度に関して理論的および実験的に取り扱ったものである。理論的には板要素の断面変形を考慮したエネルギー基本式を誘導し、有限帯板法を用いて曲げ圧縮座屈解析を行った。外力条件として等曲げの場合を研究の対象とした。ほかの

曲げモーメント分布形の場合には、桁の横倒れ座屈強度は通常、等曲げに対する座屈強度を基本強度として、修正係数により修正する方法がとられている。ここでは、U形断面桁の全体座屈と局部座屈の連成挙動に関する基礎的研究を行った。その結果、Figs. 15, 22 に示すようなU形ならびに π 形断面桁の横倒れによる全体座屈、圧縮フランジの座屈および腹板座屈との相関関係を求めることができた。実験的には鋼U形断面桁を用いて、等曲げによる座屈実験を行い、荷重変形形状、座屈による崩壊形、曲げ耐荷力ならびにニーブレス材の横補剛効果などについて調べた。本研究によって得られた主な結論は次のようである。

(1) UD シリーズの実験では、Photo. 2 および Photo. 3 に示すような横倒れによる全体座屈と圧縮フランジの固定点間座屈との崩壊形を明らかにすることができた。

(2) U形ならびに π 形断面桁の全体座屈曲線はFigs. 14, 22 に示すように、スパン長と腹板間隔との比 L_e/b_0 をパラメーターにとることによって比較的よくまとめることができる。U形断面桁では $L_e/b_0 > 35$ 程度と長くなり、桁がスレンダーになると弾性域での座屈応力の低い領域で全体座屈が生じる危険性がある。これに対して、 π 形断面桁の全体座屈による強度低下は実用の構造寸法では無視することができる。

(3) 圧縮フランジの固定点間座屈は 2. の解析手法によって求めることができ、Fig. 21 に示したように実験値をよく説明することができる。また、この座屈による曲げ圧縮応力は 4. の(1)で考察したように、一軸対称I形断面桁あるいは等価柱としての近似解析から推定することができ、現行の道路橋示方書⁽²²⁾で規定している許容曲げ圧縮応力度は十分の安全側の値を確保している。

(4) 実際の桁橋構造では鉛直補剛材が桁高さ程度の

間隔に配置されていることから、横倒れによる全体座屈に対する断面変形の影響はほとんど無視できる。

(5) UK シリーズの実験では U 形のニーブレース材をスパン中央に配置することによって、圧縮フランジの横ねじり座屈におよぼす効果を調べることができた。この横補剛効果によって、無補剛桁に対して約 16% の強度向上が得られた。また、ニーブレース材による補剛断面に生ずる圧縮フランジの水平力はフランジ断面の降伏軸力の約 1% が算定された。

最後に、本研究の実験は伊藤義人君（現在、名古屋大学助手）の卒業論文の一部として協力していただき、また、供試体の製作加工は滝上工業（株）に依頼したことを付記し、ここに厚くお礼申し上げる。なお、数値計算は名古屋大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。

参 考 文 献

- 1) American Iron and Steel Institute: Cold-Formed Steel Design Manual, Part I-Specification (1968), Part V-Commentary (1970), Part II-Supplementary Information (1971), Parts III and IV-Examples, Tables and Charts (1972).
- 2) Bartels, D. and Bos, C.A.M.: Investigation of the Effect of the Boundary Conditions on the Lateral Buckling Phenomenon, Taking Account of Cross Sectional Deformation, HERON, Vol. 19, No. 1, 1973.
- 3) Basler, K. and Thürlimann, B.: Strength of Plate Girders in Bending, Proc. ASCE, Vol. 87, ST 6, August, 1961.
- 4) Barsoum, R.S. and Gallagher, R.H.: Finite Element Analysis of Torsional and Torsional-Flexural Stability Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, No. 3, 1970.
- 5) Fisher, M.: Das Kipp-Problem querbelasteter exzentrisch Normalkraft beanspruchter I-Träger bei Verzicht auf die Voraussetzung der Querschnittstreue, Der Stahlbau, Heft 3, 1967.
- 6) Fukumoto, Y. and Kubo, M.: Lateral Buckling Strength of Girders with Bracing Systems, Prel. Rep. 9th Congress IABSE, Amsterdam, May, 1972.
- 7) Hill, H.N.: Lateral Buckling of Channels and Z-Beams, Transactions of ASCE, Vol. 119, 1954.
- 8) Johnson, C.P. and Kenneth, M.W.: Beam Buckling by Finite Element Procedure, Proc. ASCE, Vol. 100, No. ST 3, March, 1974.
- 9) Maeda, Y.: Influence of Web Deformation upon Flexural-Torsional Buckling of I-Shaped Beams, Technology Rep. of Osaka Univ., No. 907, October, 1969.
- 10) Murray, D.W. and Rajasekaran, S.: Technique for Formulating Beam Equations, Proc. ASCE, Vol. 101, No. EM 5, October, 1975.
- 11) Nethercot, D.A.: Inelastic Buckling of Steel Beams under Non Uniform Moment, The Structural Engineer, Vol. 53, No. 2, February, 1975.
- 12) Protte, W.: Ein Beitrag zum Problem der Gesamtstabilität querausgesteifter Träger im Kippbereich, Der Stahlbau, Heft 4, 1961.
- 13) Rajasekaran, S. and Murray, D.W.: Finite Element Solution of Inelastic Beam Equations, Proc. ASCE, Vol. 99, No. ST 6, June, 1973.
- 14) Rajasekaran, S. and Murray, D.W.: Coupled Local Buckling Wide-Flange Beam-Columns, Proc. ASCE, Vol. 99, No. ST 6, June, 1973.
- 15) Reck, P.H., Peköz, T. and Winter, G.: Inelastic Strength of Cold-Formed Steel Beams, Proc. ASCE, Vol. 101, No. ST 11, November, 1975.
- 16) Rhodes, J. and Harvey, M.J.: Alternative Approach to Light-Gage Beam Design, Proc. ASCE, Vol. 97, No. ST 8, August, 1971.
- 17) Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N.: Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book, 1961.
- 18) Yu, W.W.: Cold-Formed Steel Structures, McGraw-Hill Book, 1973.
- 19) Zienkiewicz, O.C.: The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill Book, 1971.
- 20) Winter, G.: Lateral Bracing of Columns and Beams, Transactions of ASCE, Vol. 125, 1960.
- 21) 伊藤文人・阿部英彦・佐野信一郎: 下路プレートガーダーの全体座屈の実験的研究, 第 29 回土木学会年次学術講演会概要集, 1974 年 10 月.
- 22) 小西一寛・長谷川彰夫: ウェブの変形を考慮したプレートガーダーの横座屈, 第 30 回土木学会年次学術講演会概要集, 1975 年 10 月.
- 23) 鈴木康弘: 断面変形を考慮した薄肉断面はりについて, 東京大学博士論文, 1966 年 12 月.
- 24) 田島二郎・伊藤文人: 下路プレートガーダーの横倒れ座屈に関する研究, 第 24 回土木学会年次学術講演会概要集, 1969 年 9 月.
- 25) 長谷川彰夫・大田孝二・西野文雄: 補剛された板要素の座屈強度に関する二, 三の考察, 土木学会論文報告集, 第 232 号, 1974 年 12 月.
- 26) 福本啓士・藤原 稔・渡辺信夫: 溶接 I 形部材の横倒れ座屈に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 189 号, 1971 年 5 月.
- 27) 福本啓士・久保全弘: 横構・対傾構をもつ桁の横倒れ座屈強度, 土木学会論文報告集, 第 196 号, 1971 年 12 月.
- 28) 福本啓士・久保全弘: 横補剛されたはりの横倒れ座屈に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第 220 号, 1973 年 4 月.
- 29) 福本啓士・久保全弘: 水平補剛材をもつプレートガーダーの横倒れ耐荷力, 土木学会論文報告集, 第 220 号, 1973 年 12 月.
- 30) 福本啓士・西野文雄 共訳, Galambos 著: 鋼構造部材と骨組一強度と設計一, 丸善, 1970 年.
- 31) 三上市蔵: 曲げを受ける薄肉断面桁の座屈に関する研究, 名古屋大学博士論文, 1972 年 12 月.
- 32) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 1973 年 2 月.
- 33) 土木学会: 鋼鉄道橋設計標準解説, 1970 年 11 月.

(1976.7.19・受付)