

インディシアル応答による橋梁断面の
ねじりフラッタの研究*A STUDY OF INDICIAL MOMENT RESPONSES OF BRIDGE DECK
SECTIONS WITH SPECIAL REFERENCE TO TORSIONAL FLUTTER

吉村 健**・中村 泰治***

By Takeshi YOSHIMURA and Yasuharu NAKAMURA

1. はしがき

1940年のタコマナロウズ橋の風による落橋事故はねじりフラッタによるものと思われる。模型実験によれば、ねじりフラッタは吊橋、斜張橋、橋梁吊材などの橋梁構造物に発生することが多く、しかも、風速の増大とともに振動振幅が急激に増大するきわめて危険な現象である。著者の一人は、矩形断面柱のねじりフラッタに関する研究から、断面中心まわりのねじりフラッタの発生には流れの非正常性（流れの遅れ）の効果が支配的であることを指摘した¹⁾。したがって、ねじりフラッタの発生を準定常理論で説明することはできず、この点でギャロピング（曲げ1自由度フラッタ）と本質的に異なっている。この研究によってねじりフラッタの発生機構はある程度解明されたとはいえ、負減衰空力モーメントがいかんして形成されるかなどの点が現在なお明らかでない。

本論文は、橋梁断面などに生じるねじりフラッタの発生機構について、理論的ならびに実験的に研究を行った結果を述べたものである。フラッタは振動現象であるから、周波数領域でその発生機構を議論するのが普通であるが、本研究では観点を換え、過渡応答（特にインディシアル応答）を用いて時間領域で研究を行った。本研究と同様に、インディシアル応答によってねじりフラッタの研究を行ったものとして、Raggett および Scanlanらの研究^{2),3)}があげられる。これらの文献では、ねじりフラッタが生じる橋梁断面模型につき周波数応答の測定が行われたのであるが、この周波数応答をフーリエ変換して求められたインディシアル応答が、ねじりフラッタが生じない薄翼の応答に比べてきわめて特徴的である旨

述べられている。

周知のとおり、bluff bodyのまわりの流れは、剝離流を伴うためにきわめて複雑である。本研究では、この流体系をblack boxとみなし、単に刺激と応答（物体姿勢変化とそれにより生じる流体力）の関係のみに注目する。かつ、微小な刺激に限定すれば、刺激と応答は線型な関係で結ばれると仮定する。この仮定のもとでは、周波数領域と時間領域におけるそれぞれの応答は1対1に対応するのであるが、時間領域の応答は、刺激に対する応答の遅れを直観的に把握できる点で便利である。ねじりフラッタの発生には流れの遅れが本質的であるから、その発生機構の研究には、とりわけ、時間領域の応答を用いる方が都合がよいといえる。

このような過渡応答を研究するには、任意の運動を容易に実現できる点で、風洞よりは水槽を用いる方がはるかに好都合である。したがって、本研究では水槽実験によることにした。以下では、まず、線型応答理論を用いたねじりフラッタの発生機構に関する理論的研究について述べ、ついで、実験的研究について述べる。

2. ねじりフラッタの発生に関する理論的考察

(1) インディシアル応答とねじりフラッタ発生との関係

まず、線型応答理論を用いて、インディシアル応答とねじりフラッタ発生との関係を明らかにする。一様気流中で、ねじりの単振動 $\theta(t) = e^{i\omega t}$ （便宜上、単位振幅を考える）を行う物体に作用する非定常空力モーメントの断面中心まわりの周波数応答を考える。その基本波成分 $M(e^{i\omega t})$ を無次元化して次のように書く。

$$\frac{M(e^{i\omega t})}{2\pi\rho b^2 V^2 l} = Z_\theta(i\omega)\theta(\tau) \\ = \{Z_{\theta R}(k) + iZ_{\theta I}(k)\}\theta(\tau) \dots\dots(1)$$

* 構造物の耐風性に関する第4回シンポジウム(1976.12)において一部発表

** 学生会員 工修 九州大学大学院博士課程

*** 正会員 工博 九州大学教授 応用力学研究所

ここに、 $Z_{\theta}(ik)$ は周波数伝達関数であり、 $Z_{\theta R}(k)$ と $Z_{\theta I}(k)$ はそれぞれその実部と虚部を表わす。また、 $\theta(\tau) = e^{ik\tau}$ であり、 $k = \omega b/V$ 、 ω 、 $\tau = Vt/b$ 、 t 、 ρ 、 b 、 l および V はそれぞれ無次元振動数、円振動数、無次元時間、実時間、空気密度、半弦長、スパン長および風速を表わす。本論文では、便宜上、周波数伝達関数を derivative 表示する。すなわち、 $Z_{\theta R}(k) = C_{M\theta}(k)$ 、 $Z_{\theta I}(k) = kC_{M\dot{\theta}}(k)$ 、 $d\theta(\tau)/d\tau = \dot{\theta}(\tau)$ と書いて式 (1) を次式で表わす。

$$Z_{\theta}(ik)\theta(\tau) = \{C_{M\theta}(k) + ikC_{M\dot{\theta}}(k)\}\theta(\tau) = C_{M\theta}(k)\theta(\tau) + C_{M\dot{\theta}}(k)\dot{\theta}(\tau) \dots (2)$$

構造減衰をゼロとすれば、ねじりフラッタの発生条件式は次式で与えられる。

$$C_{M\dot{\theta}}(k) > 0 \dots (3)$$

一方、インディシアル応答は、単位のステップ的ねじり変位 $\theta(\tau) = E(\tau)$ ($E(\tau)$ はヘビサイド単位関数) に対する非定常空力モーメントの応答であり、この応答を式 (1) と同様に無次元化して以下に $\Phi_{\theta}(\tau)$ と書く。インディシアル応答を用いれば式 (3) はどのように表現されるであろうか？。線型流体系を仮定すれば、インディシアル応答と周波数伝達関数は次のようにフーリエ変換で結ばれる⁴⁾。

$$Z_{\theta}(ik) = \int_0^{\infty} \frac{d\Phi_{\theta}(\tau)}{d\tau} e^{-ik\tau} d\tau = \int_0^{\infty} \frac{d\Phi_{\theta}(\tau)}{d\tau} \cos k\tau d\tau - i \int_0^{\infty} \frac{d\Phi_{\theta}(\tau)}{d\tau} \sin k\tau d\tau \dots (4)$$

式 (2) と式 (4) を比較して次式を得る。

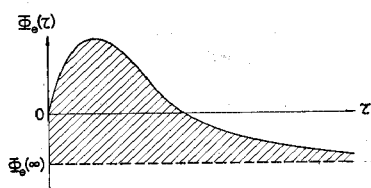
$$C_{M\dot{\theta}}(k) = -\frac{1}{k} \int_0^{\infty} \frac{d\Phi_{\theta}(\tau)}{d\tau} \sin k\tau d\tau \dots (5)$$

式 (5) に部分積分を施して書き直すと、インディシアル応答とねじりフラッタ発生との関係を示す重要な式として次式を得る。

$$C_{M\dot{\theta}}(k) = \int_0^{\infty} \{\Phi_{\theta}(\tau) - \Phi_{\theta}(\infty)\} \cos k\tau d\tau > 0 \dots (6)$$

ここに、 $\Phi_{\theta}(\infty)$ は $\tau \rightarrow \infty$ における定常値である。特に、充分ゆっくりした振動 $k \rightarrow 0$ (あるいは充分高風速域における振動) を考えれば、式 (6) は次のように書き改められる。

$$C_{M\dot{\theta}}(0) = \int_0^{\infty} \{\Phi_{\theta}(\tau) - \Phi_{\theta}(\infty)\} d\tau > 0 \dots (7)$$



図一 インディシアル応答とねじりフラッタ発生との関係

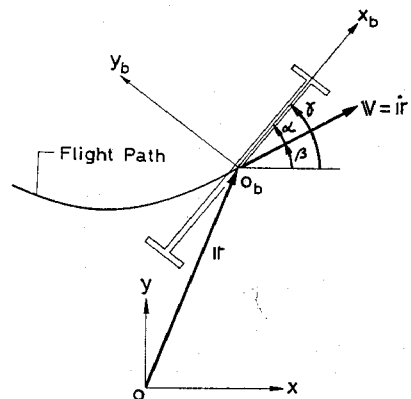
図一に示すように、式 (7) の積分は、曲線 $\Phi_{\theta}(\tau)$ とその漸近線 $\Phi_{\theta}(\infty)$ で囲まれる部分 (図中ハッチングの部分) の面積を表わす。ねじりフラッタの発生条件式 (7) により、時間領域において正の面積を示すインディシアル応答と周波数領域におけるねじりフラッタの発生とが対応することがわかる。

(2) ねじり1自由度運動の分解

ねじりフラッタの発生機構の研究にはねじり1自由度運動の分解が有効である。前論文¹⁾では、厳密性に欠ける derivative theory を用いて運動の分解を試みたが、ここではこれを改良し、航空機力学で用いられる有効迎角運動と角速度運動を利用した汎関数的取扱⁵⁾によって運動の分解を行う。議論の詳細は文献⁶⁾にゆずり、ここでは簡単な記述にとどめる。以下では、便宜上、一様気流中でねじり1自由度運動を行う物体の代わりに、静止流体中でねじり1自由度運動をしながら等速直線運動を行う物体を考える。

いま、問題をより一般的に取扱うために、物体が静止流体中で任意の平面運動を行う場合を考え、運動により生じる流体力について考察する。航空機あるいは船舶の運動を想起されたい。流体力の特徴づけるものはその履歴特性 (fluid memory effect) であり⁵⁾、この点で弾性力や摩擦力とは異なる。すなわち、時刻 τ における流体力は、その時刻における物体姿勢だけでなく、運動の全履歴に関係する。換言すれば、流体力は物体姿勢の汎関数として表わされる。図二において、時刻 τ における物体姿勢は、位置ベクトル $r(\tau)$ および静止座標軸 Ox に対する物体軸 $O_b x_b$ の回転角 $\gamma(\tau)$ で記述される。したがって、流体力は $r(\tau)$ と $\gamma(\tau)$ の汎関数である。流体力は物体と流体との相対運動により生じるものであるから、むしろ、 $\dot{r}(\tau)$ と $\dot{\gamma}(\tau)$ を用いて次のように書き表わした方がよい。

$$F[r(\tau), \gamma(\tau)] = F[\dot{r}(\tau), \dot{\gamma}(\tau)] \dots (8)$$



図二 静止流体中で任意平面運動を行う物体

ここに、 F は流体力一般を、 $[\]$ は汎関数をそれぞれ意味するものとする。議論を $|\dot{r}(\tau)|$ が一定の場合に限定すれば、静止座標軸に対する速度ベクトルの傾斜角 $\beta(\tau)$ のみが時間的に変化する。 $\beta(\tau)$ の代わりに有効迎角 $\alpha(\tau)$ (速度ベクトルと物体軸のなす角) を用いれば、 $\beta(\tau) = \tau(\tau) - \alpha(\tau)$ 。また、 $\dot{r}(\tau) = q(\tau)$ と書けば、流体力は $\alpha(\tau)$ と $q(\tau)$ の汎関数として次式で表わされる。

$$F[\dot{r}(\tau), \dot{r}(\tau)] = F[\alpha(\tau), q(\tau)] \dots \dots \dots (9)$$

いま、微小撓乱運動に限定し、線型流体系を仮定すれば、式 (9) より次式を得る。

$$F[\dot{r}(\tau), \dot{r}(\tau)] = F[\alpha(\tau)]_{q=\text{const}} + F[q(\tau)]_{\alpha=\text{const}} \dots \dots \dots (10)$$

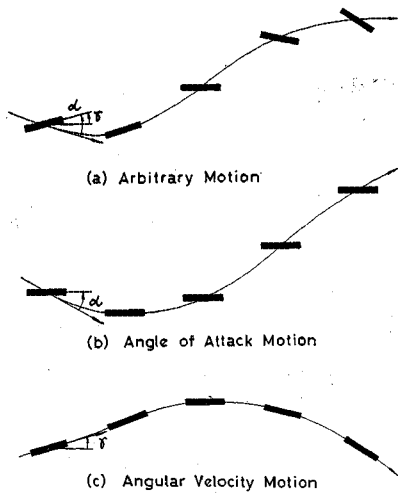


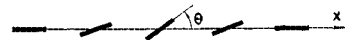
図-3 有効迎角運動と角速度運動

図-3 (b) および 図-3 (c) に示すように、式 (10) 右辺第 1 項および第 2 項の運動は、それぞれ角速度 $q(\tau)$ を一定 (図ではゼロ) に保って有効迎角 $\alpha(\tau)$ のみが変わる運動および $\alpha(\tau)$ を一定 (図ではゼロ) に保って $q(\tau)$ のみが変わる運動を表わす。これら二つの運動をそれぞれ有効迎角運動および角速度運動と以下に呼ぶ。すなわち、図-3 (a) の任意平面運動により生じる流体力が、対応する 図-3 (b) および 図-3 (c) に示す二つの運動の寄与の和で表わされるのである。

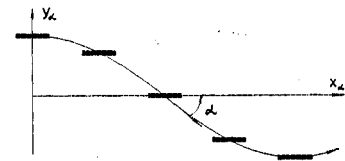
以上を前置きにして、静止流体中でねじり 1 自由度運動をしながら等速直線運動を行う物体 (図-4 (a)) の問題にもどる。この運動においては、

$$\alpha(\tau) = \tau(\tau) = \theta(\tau) \dots \dots \dots (11)$$

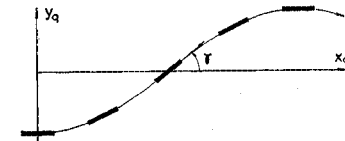
であって、有効迎角 $\alpha(\tau)$ と静止座標軸に対する物体軸の回転角 $\tau(\tau)$ とがともにねじり変位 $\theta(\tau)$ で与えらるところに特徴がある。この運動により生じる非定常空力モーメント $M[\theta(\tau)]$ は、式 (10) および (11) より次式で表わされる。



(a) Torsional Motion



(b) Angle of Attack Motion



(c) Angular Velocity Motion

図-4 ねじり 1 自由度運動の分解

$$M[\theta(\tau)] = M[\alpha(\tau)]_{q=0} + M[q(\tau)]_{\alpha=0} \dots \dots (12)$$

いま、 $\theta(\tau) = \sin k\tau$ として有効迎角運動の flight path $(x_a(\tau), y_a(\tau))$ を求めれば、

$$\alpha(\tau) = -\frac{dy_a(\tau)}{dx_a(\tau)} = -\frac{\dot{y}_a(\tau)}{\dot{x}_a(\tau)} = \sin k\tau \dots \dots (13)$$

なる関係を用いて、

$$\left. \begin{aligned} x_a(\tau) &= b\tau \\ y_a(\tau) &= \bar{y}_a \cos k\tau, \bar{y}_a = b/k \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (14)$$

この flight path を 図-4 (b) に示す。同様に、角速度運動の flight path $(x_q(\tau), y_q(\tau))$ は 図-4 (c) で与えられ、これらの flight path の間には、 $(x_a(\tau), y_a(\tau)) = (x_q(\tau), -y_q(\tau))$ の関係がある。

(3) 運動の分解を用いたねじりフラッタの発生条件式

前節の議論によれば、式 (1) に示したねじり 1 自由度運動の周波数応答は、次のように二つの運動の寄与に分解される。

$$\begin{aligned} Z_\theta(ik)\theta(\tau) &= Z_\alpha(ik)\alpha(\tau) + Z_q(ik)q(\tau) \\ &= \{Z_{\alpha R}(k) + iZ_{\alpha I}(k)\}\alpha(\tau) \\ &\quad + \{Z_{qR}(k) + iZ_{qI}(k)\}q(\tau) \dots (15) \end{aligned}$$

ここに、 $Z_J(ik)$ および $Z_{JR}(k)$ と $Z_{JI}(k)$ ($J = \alpha$ あるいは q) は、それぞれ有効迎角運動あるいは角速度運動の周波数伝達関数およびその実部と虚部を表わす。式 (2) と同様に、式 (15) を次のように derivative 表示する。

$$\begin{aligned} Z_\theta(ik)\theta(\tau) &= \{C_{M\alpha}(k)\theta(\tau) + C_{M\dot{\alpha}}(k)\dot{\theta}(\tau)\} \\ &\quad + \{C_{Mq}(k)\dot{\theta}(\tau) + C_{M\dot{q}}(k)\ddot{\theta}(\tau)\} \\ &= \{C_{M\alpha}(k) - k^2 C_{M\dot{q}}(k)\}\theta(\tau) \\ &\quad + \{C_{M\dot{\alpha}}(k) + C_{Mq}(k)\}\dot{\theta}(\tau) \dots (16) \end{aligned}$$

一方、インディシアル応答 $\Phi_\theta(\tau)$ を分解すれば、 $\alpha(\tau)$

$=\theta(\tau)=E(\tau)$, $q(\tau)=\dot{\theta}(\tau)=\delta(\tau)$ ($\delta(\tau)$ はデルタ関数) として、式 (12) より次式を得る。

$$\begin{aligned} \Phi_{\theta}(\tau) &= \frac{1}{2\pi\rho b^2 V^2 l} \{M[E(\tau)]_{q=0} + M[\delta(\tau)]_{a=0}\} \\ &= \Phi_a(\tau) + \frac{d\Phi_q(\tau)}{d(\tau)} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここに、 $\Phi_a(\tau)$ および $\Phi_q(\tau)$ は、それぞれ単位のステップ的有効迎角および角速度を物体に与えたときの非定常空力モーメントの応答、すなわち、有効迎角運動および角速度運動のインディシャル応答を無次元化したものを表わす。これら三種の過渡運動を 図-5 に示す。

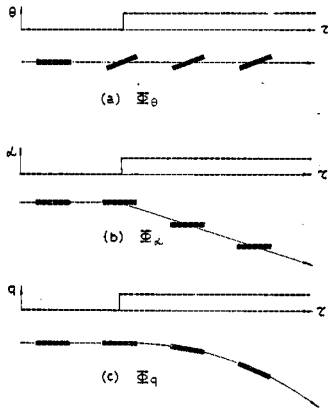


図-5 三種の過渡運動

式 (16) を用いれば、ねじり 1 自由度運動を分解した場合のねじりフラッタの発生条件式は次式で表わされる。

$$C_{M\dot{\theta}}(k) = C_{M\dot{a}}(k) + C_{M\dot{q}}(k) > 0 \dots\dots\dots (18)$$

一方、式 (17) を式 (6) に代入すれば、インディシャル応答を用いて式 (18) を書き表わすことができる。

$$\begin{aligned} C_{M\dot{\theta}}(k) &= \int_0^{\infty} \{\Phi_a(\tau) - \Phi_a(\infty)\} \cos k\tau d\tau \\ &+ \int_0^{\infty} \frac{d\Phi_q(\tau)}{d\tau} \cos k\tau d\tau > 0 \dots\dots (19) \end{aligned}$$

式 (19) において $k \rightarrow 0$ とすると、式 (7) に対応する次式が得られる。

$$C_{M\dot{\theta}}(0) = \int_0^{\infty} \{\Phi_a(\tau) - \Phi_a(\infty)\} d\tau + \Phi_q(\infty) > 0 \dots\dots\dots (20)$$

さて、ねじりフラッタの真の発生機構は何であろうか？ 式 (18) は、ねじりフラッタが物理的に異なる二つの運動の寄与、すなわち、有効迎角運動と角速度運動の寄与により生じることを示しているわけであるが、そのいずれが優勢であるかが本質的な問題である。前論文⁷⁾で、矩形断面柱を用いて調べたところ、ねじりフラッタの発生には有効迎角運動の寄与が優勢であることが指摘された。式 (18) に見るように、この運動の寄与は有効迎角運動に対する空力モーメントの位相遅れ成分

で、運動の履歴 (fluid memory effect, あるいは流れの遅れ) を示すものである。したがって、高風速域においても準定常空気力でこの成分を近似することはできない (式 (20) 参照)。一方、式 (18) 右辺第 2 項の角速度運動の寄与は、高風速域では準定常近似で精度良く求められる (たとえば、式 (20) に見るように、 $k \rightarrow 0$ における上記運動の寄与は、この運動に対する定常空力モーメント $\Phi_q(\infty)$ で表わされる)。式 (18) において、もし右辺第 1 項が支配的であるとすれば、ねじりフラッタの発生を準定常理論で説明することはできないのである。

本研究では、式 (19) あるいは (20) を用いて有効迎角運動と角速度運動の寄与の相対的な大きさを時間領域で調べ、ねじりフラッタの発生機構をさぐることにする。ただし、この目的には $\Phi_{\theta}(\tau)$ と $\Phi_a(\tau)$ を比較してもよく、ここではこれら二つの応答を実測して検討することにする。以上のほかに、ねじり 1 自由度運動と有効迎角運動の周波数応答を実測し、周波数領域においても同様の検討を行う。また、本節の議論は線型流体系の仮定に基づいているのであるから、この仮定が妥当かどうかについても検討する。はしがきに述べたように、上記の過渡運動を実現するには、風洞よりは水槽を用いる方がはるかに好都合である。したがって、本研究では水槽実験によることにする。

3. 実験装置

ねじり 1 自由度運動と有効迎角運動に対するインディシャル応答ならびに周波数応答を求めるために水槽実験を行った。図-6 (a)~(d) に示すように、実験には断面比が約 1:10 の H 型断面、I 型断面、箱型断面およびこの箱型断面に 2% の地覆を付加したものの 4 種類の模型を用いた。I 型断面は、ねじりフラッタの発生原因が後縁よりもむしろ前縁側の剝離流にあることを予想して採用した。これらの模型は主として軽金属板で作られており、弦長×スパン長=10×37 cm である。使用水槽は縦×横×長さ=40×40×600 cm の液槽を持つ自走式水槽である。曳航台車には、模型に断面中心まわりの急

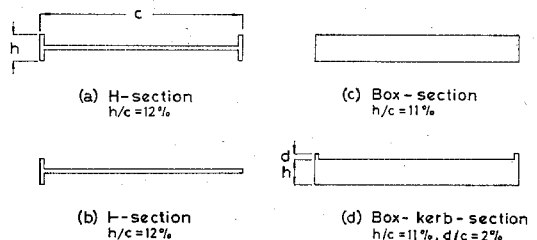


図-6 使用した模型の断面形状

回転運動あるいは周期的回転運動を与える装置と、台車進行方向と直角方向の定速度急出発並進運動あるいは周期的並進運動を模型に与える装置が取付けられている。台車走行中に同装置を作動させれば、図-5 (a), (b) の過渡運動あるいは図-4 (a), (b) の周期運動を得ることができる。模型は、十字板ばねによって片持式に上記装置に弾性支持され、この板ばねのひずみにより断面中心に関する非定常モーメントを検出した。以下では、ねじり変位 $\theta(\tau)$ 、有効迎角 $\alpha(\tau)$ および非定常モーメント $M(\tau)$ は図-7 に示す矢印方向を正とした。

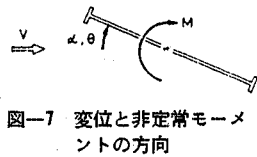


図-7 変位と非定常モーメントの方向

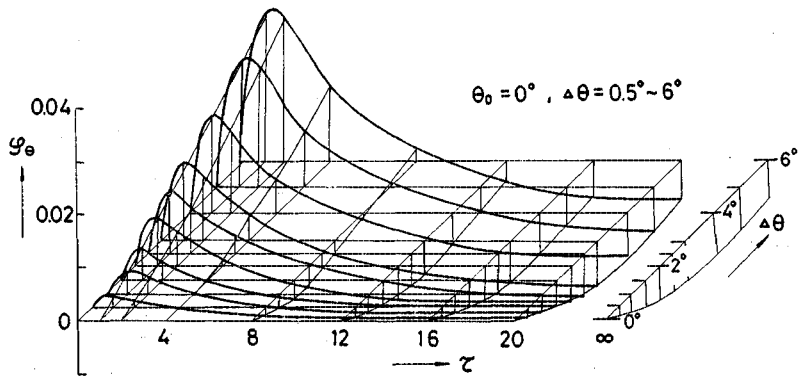


図-9 姿勢変化量に対する応答の非線型性 (I型断面模型)

たもの(図-8 (c))を応答として用いる。このような応答の近似に対する検討については後述する。なお、有効迎角運動の場合には姿勢変化はほぼ理想的に行われたし、また、衝撃的モーメントの発生もなかった。

(1) インディシアル応答

ねじり変位と応答の関係が線型な範囲でインディシアル応答を求めなければならない。この範囲を調べるために、大小種々のねじり変位の変化に対する応答を各模型について求めた。応答の例として、ねじり変位を初期変位 $\theta_0=0^\circ$ より $\Delta\theta=0.5^\circ\sim6^\circ$ だけ急増させた場合のI型断面模型の結果を図-9 に示す。ただし、図の各曲線は、対応する応答(たとえば図-8 (c)の応答)を便宜上、滑らかな曲線で近似したものである。図に見るように、姿勢変化量 $\Delta\theta$ に対する応答の非線型性は比較的弱く、 1° 以下の $\Delta\theta$ の範囲で応答はほぼ線型である。この範囲は他の三つの模型においても同様であった。よって、 $\Delta\theta \leq \pi/180$ (rad) に対して、次式によりインディシアル応答 $\Phi_\theta(\tau)$ が得られる。

$$\Phi_\theta(\tau) = \frac{\varphi_\theta(\tau, \Delta\theta)}{\Delta\theta} \dots\dots\dots (21)$$

有効迎角運動に対する応答についても上と同様にして調べた結果、 1° 以下の姿勢変化量の範囲で応答はほぼ線型であることがわかった。

(2) $\Phi_\theta(\tau)$ 特性

種々の断面の $\Phi_\theta(\tau)$ を図-10 に示す。その中で、I型およびH型断面模型の応答の特徴は、姿勢変化直後の大きな頭上げモーメントの発生とその後の緩慢な減少にある。これらの応答が式(7)に示したねじりフラッタの発生条件式を満足することは明らかであり、上記断面にはねじりフラッタが生じることが予想される注)。

注) この場合、定常値に達した後に、なおほぼ周期的な変動が見られたが、これを除くことが必要である。この成分は、カルマン渦によるものと思われ、これを除くことにする。

4. 実験結果

図-8 (a) および図-8 (b) に、それぞれI型断面模型のねじり変位 $\theta(\tau)$ (初期変位 $\theta_0=0^\circ$ より $\Delta\theta=3^\circ$ だけ急増)とその応答を示す。ここに、 $\varphi_\theta(\tau, \Delta\theta) = M[\theta(\tau)] / (2\pi\sigma b^2 V^2 t)$ 。図-8 (b) に一部破線で示される曲線は、記録にノイズが混入した部分である。このノイズは、姿勢変化時の衝撃的モーメント(図-8 (b)の $\tau=0$ 近傍の太い実線)によって生じた系の固有振動(約25 Hz)であった。ここでは、ローパスフィルターを用いてノイズを除去し、破線で図示される応答の推定値を得た。本実験装置は姿勢変化に $\tau=0.3\sim0.5$ の時間を要したが、以下では便宜上、姿勢変化終了時を $\tau=0$ とし、かつ、衝撃的モーメントを無視して $\varphi_\theta(0, \Delta\theta)=0$ とし

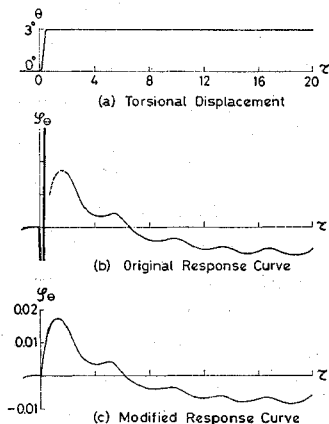
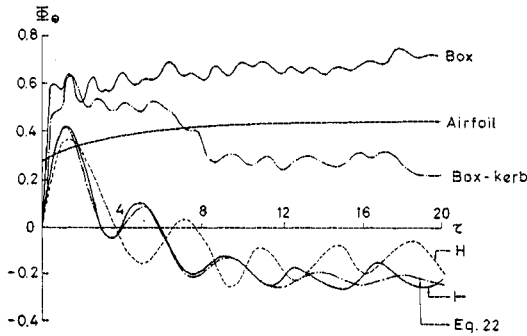


図-8 I型断面模型の応答例

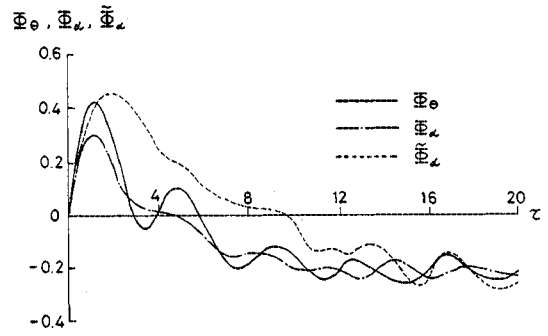


図一10 種々の断面のインディシャル応答(ねじり1自由度運動)

別に行った風洞によるフラッタ実験，ならびに後述する周波数応答の水槽実験結果により，これらの断面ではいずれも低風速域よりねじりフラッタが生じることが確認された．よって，姿勢変化直後の大きな頭上げモーメントの発生に続いて緩やかな減少を示す $\theta_\theta(\tau)$ は，ねじりフラッタが生じる不安定な断面特有の応答といえる．この $\theta_\theta(\tau)$ 特性については，Raggett および Scanlan とも文献^{2),3)}で指摘している．ただし，これら文献の $\theta_\theta(\tau)$ は直接実測されたものではなく，ねじりフラッタが生じる橋梁断面模型の周波数応答の実測値より推算されたものであり，この点で本研究とは異なる．

上記の $\theta_\theta(\tau)$ 特性をねじりフラッタが生じない安定な断面の特性と比較するために，断面中心をねじり軸とする薄翼に関する理論値および箱型断面模型の実験値を図一10に示す．ただし，薄翼の理論値では， $\tau=0$ における衝撃的モーメントが除かれている．これら安定な断面の応答と上記二つの不安定な断面の応答との間には，姿勢変化直後に生じる頭上げモーメントが緩和される過程において大きな差異が認められる．すなわち，前者は定常値に向かって緩やかな増加を示すのに対し，後者は緩やかな減少を示す．この緩和特性の違いに応じて，ねじりフラッタの発生条件式(7)の積分値の符号が負あるいは正となる．ねじりフラッタ発生の有無はこの積分値の符号により判別されるのであるから，上記緩和特性の相違とねじりフラッタ発生の有無とが対応するのである．このようなわけで，ねじりフラッタの発生機構を時間領域において解明するには，上記緩和特性の違いがいかなる原因により生じるかを調べなければならない．

図一10に Box-kerb と記す曲線は，ねじりフラッタが生じない安定な上記箱型断面を原形とし，これに2%の地覆を付加した断面の応答である．原形の応答と比較すると，緩和特性に大きな変化が生じたことを図の結果は示しており，地覆の付加によってフラッタ特性が変化することが予想される．別の実験によれば，この断面は不安定であり，ねじりフラッタが発生する⁷⁾．よって，図の実験結果もまた，フラッタ特性の変化が時間領域に



図一11 ねじり1自由度運動と有効迎角運動のインディシャル応答ならびに出発流れに対する応答(一型断面模型)

おける緩和特性の変化と対応することを示している．

(3) 有効迎角運動と角速度運動の寄与

次に，ねじりフラッタの発生に対する有効迎角運動と角速度運動の寄与の相対的な大きさを調べる．図一11に実線と一点鎖線で示す曲線は，それぞれ一型断面の $\theta_\theta(\tau)$ と $\theta_\alpha(\tau)$ である．図に見るように，両者の間にはほとんど差異は認められない．角速度運動の寄与は両者の差， $\theta_\theta(\tau) - \theta_\alpha(\tau)$ で表わされるから，角速度運動の寄与はきわめて小さく， k の小さいところはもちろん k の大きいところも含めて，ねじりフラッタの発生には有効迎角運動の寄与が支配的であるといえる．換言すれば，姿勢変化直後の大きな頭上げモーメントの発生とその後の緩やかな減少という $\theta_\theta(\tau)$ の特徴ある変化は，実は有効迎角運動の寄与により生じたものといえる．このように有効迎角運動の寄与が支配的であることは，他の断面においても同様に認められた．なお，図一11に破線で示す応答については後述する．

(4) 周波数応答

本研究の目的はねじりフラッタの発生機構を時間領域において調べることにあり，この目的のために，インディシャル応答を実測した．その結果，ねじりフラッタの発生には有効迎角運動の寄与が支配的であることが明らかにされ，また，二種の $\theta_\theta(\tau)$ の緩和特性とねじりフラッタ発生の有無が対応することが定性的にわかった．

これに加え，さらに定量的検討を行うには，周波数応答を実測する必要がある．具体的に述べると，次の二つのことがらについて検討しなければならない．すなわち，① 周波数領域においても，時間領域におけると同様に有効迎角運動の寄与は支配的であるか，② インディシャル応答のフーリエ変換値は正しい周波数応答を与えるかの二点である．線型流体系の仮定がほぼ妥当であることについてはすでに前に述べたが，②はこの仮定の妥当性の最終的な確認である．ただし，既述のように

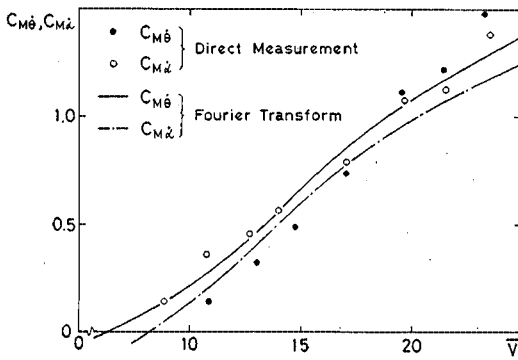


図-12 周波数応答における実測値とフーリエ変換値との比較 (I型断面模型)

インディシアル応答の実測に際し、 $\tau=0$ における衝撃的モーメントを明確に求め得ず、このモーメントを無視して $\phi_\theta(\tau)$ を近似した。②においては、この近似が妥当かどうかの検討も含まれる。また、問題の衝撃的モーメントは、加速度運動により $\tau=0$ において瞬間的に形成される空力モーメントであるから、このモーメントの寄与が流れの遅れ ($\tau > 0$ における応答) による寄与に比べて無視し得る程度のものであるかどうかを検討することは、ねじりフラッタの発生機構を調べる上できわめて重要である。

以上の考察に基づき、I型断面模型の水槽実験を行い、インディシアル応答とまったく同一条件下の周波数応答(振幅 1°) を求めた。得られた空力ダンピング $C_{M\theta}(k)$ と $C_{Mz}(k)$ を図-12 にそれぞれ●と○で示す。ただし、横軸は無次元風速 $\bar{V}=2\pi/k$ である。図に見るように、両者の間には大きな差異は認められない。よって、周波数領域においても同様に有効迎角運動の寄与が支配的であるといえる。また、図-12 にそれぞれ実線および一点鎖線で示される曲線は、式(6)および(19)を用いてI型断面模型の $\phi_\theta(\tau)$ および $\phi_a(\tau)$ (図-11) をそれぞれフーリエ余弦変換した結果である。ただし、変換を行うにあたり、たとえば、次のような関数で応答を近似した(図-10 参照)。

$$\begin{aligned} \phi_\theta(\tau) = & (-0.22 + 0.30 e^{-2.00\tau} - 0.34 e^{-1.00\tau} \\ & - 1.58 e^{-0.80\tau} - 0.10 e^{-0.60\tau} \\ & + 1.82 e^{-0.45\tau} + 0.12 e^{-0.20\tau} \\ & + 0.24 e^{-0.15\tau} \sin 1.49\tau) E(\tau) \dots (22) \end{aligned}$$

図に見るように、二つの運動に対する変換値と上で得られた周波数応答の実測値との間には大きな差異は認められない。よって、線型流体系の仮定が妥当であること、ならびに $\tau=0$ における衝撃的モーメントの寄与は流れの遅れによる寄与に比べて無視し得る程度のものであることがわかる。また、 $\phi_\theta(\tau)$ を得るにあたり、姿勢変化が理想的でなかったことは既述のとおりであるが、図に

見るねじり1自由度運動に対する結果により、この影響も小さいことが知られる。

(5) 出発流れに対する応答

インディシアルな有効迎角運動の本質を保存し、かつ、より単純な流れは出発流れと考えられる。ここに、出発流れとは、静止流体中において一定迎角で物体を急発させたときの流れである。ねじりフラッタの発生には有効迎角運動の寄与が支配的であるから、出発流れに対する応答を求めることは、ねじりフラッタの発生機構の考察にきわめて有効であろう。先に示した図-11の破線の曲線は、I型断面模型の、迎角 1° における出発流れに対する応答 $\phi_a(\tau)$ である。出発流れでは、急発時に模型周辺に剝離流が存在しない点で既述の有効迎角運動と異なるが、このような basic flow の違いによる応答の差は図に見るとおりであって、定量的な差はあるが、定性的には違わないのである。

5. 今後の研究

以上により、ねじりフラッタが生じる不安定な断面のインディシアル応答 $\phi_\theta(\tau)$ が、フラッタが生じない安定な断面の応答に比べてきわめて特徴ある変化を示すことや、その変化は有効迎角運動の寄与によるものであることなどが明らかにされた。この特徴ある応答の変化がいかなる原因により生じるかを今後調べなければならない。流れ観察の予備的実験の結果⁸⁾によれば、姿勢変化直後に模型前縁より渦が発生しており、本研究で得られた非定常空力モーメントの特徴ある応答特性はこの渦に原因があるものと思われる。これについては現在研究中である。

6. 結 論

橋梁断面等に生じるねじりフラッタの発生機構について、インディシアル応答を用いた理論的ならびに実験的研究を行った。ねじりフラッタが生じる三種の不安定な断面とフラッタが生じない一種の安定な断面の模型を用い、水槽実験によりインディシアル応答と周波数応答を求めた。本研究では、断面中心まわりのねじりフラッタに限定して研究を行ったが、その結果、次のことが明らかになった。

(1) インディシアル応答とねじりフラッタ発生に関係を線型応答理論を用いて明らかにした。

(2) 一様気流中でねじり1自由度運動を行う物体に作用する非定常空力モーメントは、有効迎角運動と角速度運動の寄与に分解できる。

(3) ねじりフラッタが発生する不安定な断面のインディシャル応答の特徴は、姿勢変化直後の大きな頭上げモーメントの発生とその後の緩慢な減少にある。この応答はねじりフラッタの発生条件式を満足する。また、この応答とフラッタが生じない安定な断面の応答の間には、上記頭上げモーメントの緩和特性に大きな差異がある。

(4) ねじりフラッタの発生には有効迎角運動の寄与が支配的である。

(5) 出発流れに対する応答は有効迎角運動のインディシャル応答を近似する。

(6) 微小な物体変位に限定すれば、線型流体系の仮定は妥当である。

謝 辞：本研究を行うにあたり、九州大学応用力学研究所の種子田定俊教授に貴重な助言をいただいた。また、本研究の一部は文部省科学研究費の援助を受けた。ここに記して謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) Nakamura, Y. and Mizota, T. : Torsional Flutter of Rectangular Prisms, Jnl. E.M. Div., Proc. A.S.C.E., EM 2, pp. 125-142, 1975.
- 2) Raggett, J.D. : Modeling Problems in the Study of Bridge Flutter, thesis presented to Princeton Univ., Princeton, N.J., 1970.
- 3) Scanlan, R.H., Béliveau, J.G. and Budlong, K.S. : Indicial Aerodynamic Functions for Bridge Decks, Jnl. E.M. Div., Proc. A.S.C.E., EM 4, pp. 657-672, 1974.
- 4) Champeney, D.C. : Fourier Transforms and Their Physical Applications, Academic Press, 1973.
- 5) Etkin, B. : Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley & Sons, Inc., 1972.
- 6) Nakamura, Y. : Fluid Memory and the Mechanism of Torsional Flutter, to be published.
- 7) 中村泰治・吉村 健・渡辺公彦：吊橋断面のフラッタにおよぼす中央分離帯の影響，土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集第 I 部，1976.
- 8) 吉村 健・中村泰治：吊橋断面の突風応答（第 2 報）——インディシャル応答と流れの観察，土木学会第 31 回年次学術講演会講演概要集第 I 部，1976.

(1977.1.10・受付)