

## 断面変形を考慮した薄肉弾性ばり理論による トラス橋の立体振動解析

THREE-DIMENSIONAL OSCILLATION ANALYSIS OF TRUSS GIRDERS  
BY THE THIN-WALLED ELASTIC BEAM THEORY CONSIDERING  
CROSS-SECTIONAL DEFORMATIONS

林 有一郎\*・田中美宇\*\*・樋口康三\*\*\*

By Yūichirō HAYASHI, Yoshihiro TANAKA and Kōzō HIGUCHI

### 1. ま え が き

本州四国連絡橋児島・坂出ルートの道路鉄道併用トラス橋の特徴は、次のようである。(1) 道路が上路、鉄道が下路を通っているためたすき掛けのように中間、端対傾構を十分剛に組むことが難しい。(2) 鉄道荷重は複々線である。(3) 道路床組が上路に、鉄道床組が下路にあり、いわゆる top heavy の構造となっている。また、道路鉄道床版面は縦桁があるために横構面とは一致していない。(4) 平面線形上折線橋となっている。(5) 縦断線形上橋脚高は 50 m 程度となる。(6) 基礎は深さ数十 m 程度の抗形式である。

このようなトラス橋では、特にねじれ、トラス断面のずれによる静的、動的問題が生じる恐れがある。筆者<sup>1)</sup>らはすでにこれらのうちの静的な問題に対し、薄肉弾性ばり理論によりトラス橋を解析する手法を示したが、本論文は同じ手法により特にトラス橋の横方向挙動に着目し、橋軸直角方向地震応答解析の手法を示すものである。

トラス橋の動的問題をせん断場理論によって取り扱う試みはすでに会田<sup>2)</sup>によって行われており、また、薄肉箱桁橋に関する解析も中村<sup>3)</sup>によって行われているが、本論文では次のような特徴がある。

(a) 文献 1) で示したように変形法を採用している。数値解を常に一般化力系(図—2 参照)と自由度力系(図—4 参照)とを常に対比しながらみることができる。対傾構は、実橋どおり離散的に存在するものとしている。

(b) トラス橋の動的解析を全部材を考慮する変形法で行う場合、ランプトマス法<sup>4),5)</sup>により床版、横構面など任意の面に分布する質量を実橋どおり考慮しようとす

ると自由度数が大幅に増加する。自由度数を増やさずに実橋どおりの水平、鉛直、ねじれ、ずれ方向に等価なランプトマスを算定するのはきわめて難しい。本論文では、床版等の質量がトラス橋断面の任意の位置に任意の個数存在する場合を考慮して質量マトリックスを誘導している。

(c) トラス橋の立体振動ではねじれ、曲げ、ずれなどが連成してその振動性状が非常に複雑<sup>6)</sup>で振動の原因の判断が難しい。それで変位、部材力などの振動モードを要因(一般化力系、すなわちねじれ、ずれ、せん断など)別に分解して見れるようにしている。

(d) また、モード中で要因ごとの運動エネルギー分担率を定義し、振動性状を定量的に把握できるようにしている。

(e) 実橋どおり、橋脚、ばねを有するフーチングが付くようにしている。

本論文は、文献 1) の内容を動的解析可能なように発展させたものである。それで文献 1) と共通する力学量については原則として共通の記号を用い、式等は結果のみを示した。2. に関する詳細は同文献を参照されたい。

座標系はすべて右手系で表わしている。縦ベクトルを  $\{ \}$  で、横ベクトル、または行列を  $[ \ ]$  で表わし、それらの要素をたとえば  $\{ \}_i$ ,  $[ \ ]_{ij}$  ( $i$  行  $j$  列目の要素) などのように表わしている。記号は [付録 D] に示している。なお重力単位系では慣性質量を重力加速度で割っておくことは当然である。

本論文は、文献 6) で一部発表されたものをまとめたものである。

### 2. トラス橋の静的理論の概要<sup>1)</sup>

トラス橋を四隅に補強材を持つ薄肉箱型はり(以下薄肉はりという)に変換するために、次のような操作を行う。すなわち、弦材は四角の補強材とし、主構、横構の

\* 正会員 工修 本州四国連絡橋公団第三建設局  
\*\* 正会員 工修 本州四国連絡橋公団第二建設局  
\*\*\* 正会員 本州四国連絡橋公団第二建設局

斜材はせん断変形に等価な薄板とし、対傾構は薄肉はりの断面変形（以下ずれ変形という）に抵抗する離散的なずれ変形ばねとする。この操作によりトラス橋は 図-1 のようにモデル化される。

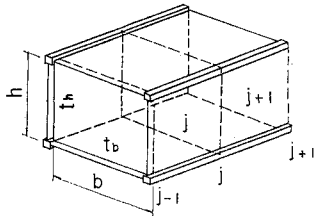


図-1 薄肉ばりモデル

薄肉ばりには次の仮定がなりたつものとする。

- 仮定 1 薄肉はりの部材断面は 2 軸対称である。
- 仮定 2 変形は微小である。
- 仮定 3 軸力は補強材のみによって受持たれる。
- 仮定 4 各薄板要素はヒンジ結合である。
- 仮定 5 各薄板要素では平面保持の仮定がなりたつ。
- 仮定 6 各薄板応力の板厚方向の変形は無視できる。
- 仮定 7 対傾構はずれ変形だけにしか抵抗しない。
- 仮定 8 外荷重は断面の隅角部に集中して加わる。

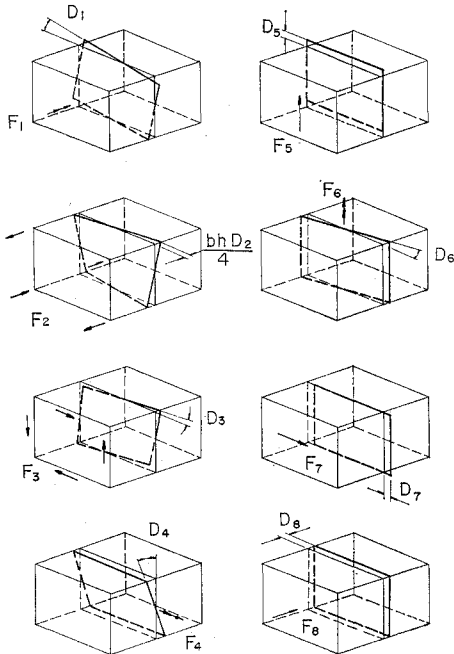


図-2 一般化力、一般化変位

薄肉はりの断面における一般化力  $\{F\} = [F_1, F_2, \dots, F_8]^T$ 、一般化変位  $\{D\} = [D_1, D_2, \dots, D_8]^T$  を 図-2 のように定義すると、ウラソフの理論を利用して薄肉はりの剛性方程式は次のように表わされる。

$$\{F\} = [K_t] \{D\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに

$$\{F_t\} = [F_{1a}, F_{2a}, \dots, F_{8a}, F_{1b}, F_{2b}, \dots, F_{8b}]^T$$

$$\{D_t\} = [D_{1a}, D_{2a}, \dots, D_{8a}, D_{1b}, D_{2b}, \dots, D_{8b}]^T$$

剛性マトリックス  $[K_t]$  は、ねじり、ずれ、パイモーメントに関する 3 個のつり合い方程式（仮定 1 の下では、ねじりに関する式は曲げ、せん断、軸力に関する式から分離される）から導かれる剛性マトリックス、およびよく知られている軸力部材、せん断ウェブを有するはりの剛性マトリックスから構成される。  $F_1, F_2, F_3$  に関する剛性方程式を [付録 A] に示す。

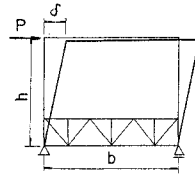


図-3 対傾構剛性

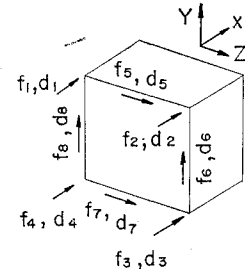


図-4 自由度力、自由度変位

任意の対傾構骨組が与えられ、 図-3 のような関係が得られるならば、対傾構一面あたりのずれ変形剛性  $\Gamma_B$  は

$$\Gamma_B = 4 h^2 P / \delta \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。このばね剛性は薄肉はり全体の剛性方程式においては、ずれ変形  $D_3$  に抵抗する支点ばねのように取り扱われる。

トラス橋の境界条件の処理を容易にするために、自由度力  $\{f\} = [f_1, f_2, \dots, f_8]^T$  と自由度変位  $\{d\} = [d_1, d_2, \dots, d_8]^T$  とを 図-4 のように定義すると  $\{F\}$  と  $\{f\}$ 、  $\{D\}$  と  $\{d\}$  との間の関係式は次のようになる。

$$\{f\} = [T_1] \{F\} \dots \dots \dots (3)$$

$$\{D\} = [T_1]^T \{d\} \dots \dots \dots (4)$$

ここに

$$[T_1] = \begin{bmatrix} 0 & -1/bh & 0 & -1/2h & 0 & -1/2b & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/bh & 0 & -1/2h & 0 & 1/2b & 0 & 1/4 \\ 0 & -1/bh & 0 & 1/2h & 0 & 1/2b & 0 & 1/4 \\ 0 & 1/bh & 0 & 1/2h & 0 & -1/2b & 0 & 1/4 \\ 1/2h & 0 & 1/2h & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ -1/2b & 0 & 1/2b & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2h & 0 & -1/2h & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2b & 0 & -1/2b & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

したがって、自由度力に関する剛性方程式は次のようになる。

$$\{f_t\} = [k_t] \{d_t\} \dots \dots \dots (5)$$

ここに

$$\{f_t\} = [f_{1a}, f_{2a}, \dots, f_{8a}, f_{1b}, f_{2b}, \dots, f_{8b}]^T$$

$$\{d_t\} = [d_{1a}, d_{2a}, \dots, d_{8a}, d_{1b}, d_{2b}, \dots, d_{8b}]^T$$

$$[k_t] = [T_{it}] [K_t] [T_{it}]^T$$

$$[T_{it}] = \begin{bmatrix} [T_i] & [0] \\ [0] & [T_i] \end{bmatrix}$$

対傾構によるずればねマトリックス  $[r]$  は次式となる。

$$[r] = [T_i] [R] [T_i]^T \dots\dots\dots (6)$$

ここに

$$[R]_{33} = \Gamma_B$$

$$[R]_{ij} = 0 \quad (i=j=3 \text{ 以外})$$

$j$  断面の自由度力順にならべられた外力ベクトルを  $\{AP_j\}$  とすると、 $j$  断面でのつり合い方程式は次のようになる。

$$\{f_{ij}\}_b + \{f_{ij+1}\}_a + [r_j] \cdot \{d_j\} = \{AP_j\} \dots (7)$$

### 3. トラス橋の立体振動方程式

トラス橋の橋軸直角方向地震に対する運動方程式を導く際にさらに次の仮定を加える。

- 仮定 9 トラス橋は直線橋である。
- 仮定 10 トラス橋の橋軸方向慣性力は無視できる。
- 仮定 11 トラス橋断面内の質量の存在する点の変位は、図-4 に示す 8 個の自由度で一義的に定められる。

折線トラス橋の橋軸（たとえば第 1 径間に対する）直角方向地震応答解析を行おうとすると、橋軸方向慣性力も同時に考慮しなければならず、そのため動的な自由度がトラス一断面あたり 8 個となり、連続トラス橋を解析しようとするとき自由度の数が増えて計算上大変である。それで動的解析の対象は直橋に限定することにし、仮定 9 を設ける。折線橋の影響については、折角が小さいことから直橋に対する動的解析から得られた設計震度により静的に解析することにする。なお橋軸方向慣性質量の作成も原理的には容易である。

橋軸直角方向地震に対する鉄道レール面の動的挙動、横構、対傾構等の応力を調べようとする場合、直橋であれば橋軸方向慣性力の影響はほとんど問題にならないので、仮定 10 を設ける。このためトラス橋の動的（独立）自由度は一断面あたり 4 個に減少する。

仮定 11 は、たとえば道路床版が仮想的に延長されたトラス橋の垂直材とピン結合していることを意味する。この仮定によって質量がトラス断面内でどのように分布していても動的な自由度は一断面あたり 4 個におさえられる。

トラス橋から変換された薄肉箱型はり（以下薄肉はりという）の横断面の任意の位置に一樣に分布する線密度を 図-5 に示すように  $\rho_1, \rho_2$  とする。 $\rho_1, \rho_2$  線上の任意点の鉛直方向の変位を  $v$ 、水平方向の変位を  $w$  とすると、自由度変位  $d_1 \sim d_8$  を用いることによって、仮定

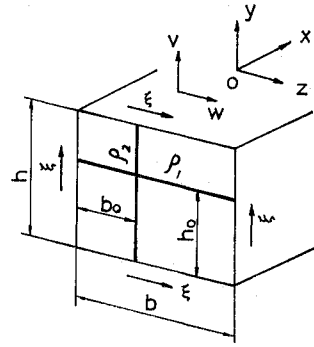


図-5 トラス断面内の質量分布

11 により  $\rho_1$  線上の変位は

$$v_1 = d_8 + (d_6 - d_8)z/b \dots\dots\dots (8)$$

$$w_1 = d_7 + (d_5 - d_7)h_0/h \dots\dots\dots (9)$$

$\rho_2$  線の変位は

$$v_2 = d_8 + (d_6 - d_8)b_0/b \dots\dots\dots (10)$$

$$w_2 = d_7 + (d_5 - d_7)y/h \dots\dots\dots (11)$$

と表わされる。 $\rho_1$  線、 $\rho_2$  線の運動エネルギー  $T$  は

$$T = \frac{1}{2} \int_0^b \rho_1 (\dot{v}_1^2 + \dot{w}_1^2) d\xi + \frac{1}{2} \int_0^h \rho_2 (\dot{v}_2^2 + \dot{w}_2^2) d\xi \dots\dots\dots (12)$$

と表わされる。ここに  $\xi$  は薄板の辺方向の位置を示す局所座標（図-5 参照）であり、 $\cdot$  は時間  $t$  に関する微分を表わす。Lagrange の運動方程式は

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$L = T - U$ : Lagrange 関数

$U$ : ポテンシャルエネルギー

$q_i$ : 広義座標

であるから、 $q_i$  を着目する横断面の自由度変位  $d_1 \sim d_8$  とすれば、慣性力項はたとえば  $d_5$  に関し  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{d}_5} \right)$  と表わされる。式 (13) に式 (12) を代入することによって自由度変位  $\{d\}$  に対応する慣性質量マトリックス  $[m]$  は次のように表わされる。

$$[m] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [m_P] \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$$[m_P] = \begin{bmatrix} m_{55} & & \text{sym.} \\ 0 & m_{66} & \\ m_{75} & 0 & m_{77} \\ 0 & m_{86} & 0 & m_{88} \end{bmatrix}$$

$$m_{55} = \rho_1 b (h_0/h)^2 + \rho_2 h/3$$

$$m_{66} = \rho_1 b/3 + \rho_2 h (b_0/b)^2$$

$$m_{77} = \rho_1 b (1-h_0/h)^2 + \rho_2 h/3$$

$$m_{88} = \rho_1 b/3 + \rho_2 h (1-b_0/b)^2$$

$$m_{75} = \rho_1 b (1-h_0/h) h_0/h + \rho_2 h/6$$

$$m_{88} = \rho_1 b/6 + \rho_2 h(1 - b_0/b) b_0/b$$

式 (14) で明らかなように、 $[m_P]$  はコンシスタントマス<sup>9)</sup>になっている。

地震応答解析を行うためにさらに次の仮定を加える。

仮定 12 橋軸直角方向水平変位支点は同一に動く。すなわち、各支点に入る地震動の位相差は考えない。

仮定 13 減衰に関しては、通常応答スペクトル解析において採用される仮定どおりとする。すなわち、ⓐ 減衰力は振動モードに比例する。ⓑ 運動方程式における地盤変位に関する減衰力は無視できる（〔付録 B〕参照）。

多質点系の運動方程式を地震波入力支点変位とその他の変位に関する項に分解し、後者の式の変位をさらに地動変位に見合う静的な変位とそれからの動的な変位とに分解して動的な変位に関する運動方程式を作成する方法は一般的である（〔付録 B〕参照）。この時質量マトリックスがコンシスタントマスマトリックスであると、運動方程式の左辺の慣性力項の質量マトリックスと右辺の外力項の質量マトリックスは必ずしも同一であるとは限らない。たとえばトラス橋の支点が直接地盤についている時支点を含むトラス断面では、それら 2 つの質量マトリックスは支点水平変位と上横構水平変位に関する連成質量要素分だけ異なる。しかしながら、この違いは支点を含む断面だけに起こり、しかも連成項なので値も小さく、トラス橋全体の質量マトリックスから見ればその違いはほぼ無視できる。そこで次の仮定を追加する（〔付録 B〕参照）。

仮定 14 橋脚がないモデルでは、支点を含む断面で  $[m_P]$  中の  $m_{75}$  は無視できる。

仮定 14 を設けなくても式の誘導は可能であるが、この場合は刺激係数の 2 乗和が、地震方向の総重量/g ( $g$ ：重力加速度) に等しいという関係がなりたたないので不便である。

これらの仮定を設けると構造物の一般的な動的解析手法に従って薄肉はりの運動方程式が導かれる。薄肉はりの支点が直接地盤に着いているとき、自由度力系で表わされる断面の運動方程式は、式 (7)、(14) を参照して次のようになる。

$$[m_j]\{\ddot{d}_j\} + [c_{1j}]\{\dot{d}_j\} + [k_j^s]\{d_j\} = -[m_j]\{e\}\ddot{z}_g \dots\dots\dots(15)$$

ここに

$[c_{1j}]$ ：減衰マトリックス

$\{e\}$ ： $d_6, d_7$  に対応する要素が 1、そのほか 0 のベクトル

$\ddot{z}_g$ ：橋軸直角方向地震の地動加速度

$[k_j^s]$ ： $\{d_j\}$  に関する剛性マトリックス

式 (15) を式 (3)、(4) を用いて一般化力系で表わせば次のようになる。

$$[M_j]\{\ddot{D}_j\} + [C_{1j}]\{\dot{D}_j\} + [K_j^s]\{D_j\} = -[T_{2j}]^T[m_j]\{e\}\ddot{z}_g = -[M_j][T_{1j}]^T\{e\}\ddot{z}_g \dots\dots\dots(16)$$

ここに

$[C_{1j}]$ ：減衰マトリックス

$[K_j^s]$ ： $\{D_j\}$  に関する剛性マトリックス

$$[T_{2j}] = [[T_{1j}]^T]^{-1}$$

$$[M_j] = [T_{2j}]^T[m_j][T_{2j}]$$

$$= \begin{bmatrix} M_{11} & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & & & & \\ M_{31} & 0 & M_{33} & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & & \\ M_{51} & 0 & M_{53} & 0 & M_{55} & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ M_{71} & 0 & M_{73} & 0 & 0 & 0 & M_{77} & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \end{bmatrix} \Bigg]_j \text{断面}$$

$$M_{11} = \rho_1 b \{ (h_0 - h/2)^2 + b^2/12 \} + \rho_2 h \{ (b_0 - b/2)^2 + h^2/12 \}$$

$$M_{33} = M_{11}$$

$$M_{55} = \rho_1 b + \rho_2 h$$

$$M_{77} = M_{55}$$

$$M_{31} = \rho_1 b \{ (h_0 - h/2)^2 - b^2/12 \} + \rho_2 h \{ h^2/12 - (b_0 - b/2)^2 \}$$

$$M_{53} = b \{ \rho_2 h (2 b_0/b - 1) \} / 2$$

$$M_{51} = -M_{53}$$

$$M_{73} = h \{ \rho_1 b (2 h_0/h - 1) \} / 2$$

$$M_{71} = M_{73}$$

質量が多層に分布するときにはこれらの関係を重ね合わせればよい。

いま、一般化力系で表わされたトラス橋の振動解析をランブトマス法で行うとすれば、ねじり慣性質量  $M_{11}$ 、ずれ慣性質量  $M_{33}$  にはせん断中心まわりの極慣性モーメント、鉛直および水平曲げせん断慣性質量  $M_{55}$ 、 $M_{77}$  にはトラス断面の総質量を採用するのが自然である。そこで誘導された質量マトリックス  $[M_j]$  を観察すると、対角要素はこの解釈どおりになっていることがわかる。したがって残りの要素はねじれとずれなどの連成の際に働く慣性質量を表わすことになる。すなわち  $[m_j]$ 、 $[M_j]$  はコンシスタントマスになっている。

式 (15) を全断面について集めた式には、慣性、減衰力項を含まない静的なつり合い式が含まれている。このような場合静的なつり合い式を除去して運動を規定する独立な自由度のみに関する運動方程式を残す方法は一般的である（〔付録 B〕参照）。このようにして式 (15) を独立な全運動自由度について集めた式を次のように表わす。

$$[m_q]\{\ddot{d}_q\} + [c_q]\{\dot{d}_q\} + [k_q]\{d_q\} = -[m_q]\{e_q\}\ddot{z}_g \dots\dots\dots(17)$$

式 (17) をモード分解するために次の自由振動の式を  
考える。

$$[m_q]\{\ddot{d}_q\} + [k_q]\{d_q\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

いま

$$\{d_q\} = \{X\} \sin \omega t \quad \dots\dots\dots(19)$$

とおき、式 (18) に代入すれば次の固有値方程式が得られる。

$$[[k_q] - \omega^2[m_q]] = \{0\} \quad \dots\dots\dots(20)$$

式 (20) によって運動の自由度が  $n$  ならば (主構面の質量分布を 0 にして横構面のみ質量分布を与える場合でも運動の自由度は、コンシスタントマス系のために 1 断面あたり 4 で 2 とならないことに注意)、一般に  $n$  個の固有値  $\omega_i (i=1, 2, \dots, n)$  とそれに対応する固有ベクトル  $\{X_{qi}\} (i=1, 2, \dots, n)$  が求まる。

正規化した  $i$  次の固有ベクトルを  $\{\phi_{qi}\}$  と表わすと、固有ベクトル間では次のような直交条件が成り立っている。

$$\{\phi_{qi}\}^T [m_q] \{\phi_{qi}\} = 1 \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\{\phi_{qi}\}^T [k_q] \{\phi_{qi}\} = \omega_i^2 \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\{\phi_{qi}\}^T [m_q] \{\phi_{qj}\} = \{\phi_{qi}\}^T [k_q] \{\phi_{qj}\} = 0 \quad (i \neq j) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$\{d_q\}$  を固有ベクトル  $\{\phi_{qi}\} (i=1, 2, \dots, n)$  で展開する。

$$\{d_q\} = [\Phi_q] \{Q_d\} \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここに

$$[\Phi_q] = [\{\phi_{q1}\}, \{\phi_{q2}\}, \dots, \{\phi_{qn}\}]$$

$$\{Q_d\} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$$

また、 $\{e_q\}$  を固有ベクトル  $\{\Phi_q\}$  で展開する。

$$\{e_q\} = [\Phi_q] \{B\} \quad \dots\dots\dots(25)$$

ここに

$$\{B\} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]^T$$

直交条件を利用すると

$$\beta_i = \{\phi_{qi}\}^T [m_q] \{e_q\} \quad \dots\dots\dots(26)$$

が導かれる。式 (24)、(25) を式 (17) に代入し、仮定 13 および直交条件を用いると

$$\ddot{q}_i + 2 h_{\omega i} \cdot \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -\beta_i \ddot{z}_g \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots\dots\dots(27)$$

ここに

$$h_{\omega i} = \{\phi_{qi}\}^T [c_q] \{\phi_{qi}\} / 2 \omega_i$$

が得られる。 $\beta_i$  は刺激係数であって次の式が成り立つ。

$$\{B\}^T \{B\} = \{e_q\}^T [m_q] \{e_q\} \quad \dots\dots\dots(28)$$

運動の自由度のままでは応答計算に不便なので、式 (17) を導くときに消去した従属変位を次数ごとに求めて運動自由度変位に付け加えて元の変形の自由度順にならべ直す。そのときの  $i$  次のモードを  $\{\phi_{pi}\}$  と表わす。式 (27) の解は

$$q_i = -\beta_i \frac{1}{\omega_i \sqrt{1-h_{\omega i}^2}} \int_0^t \ddot{z}_g(\tau) e^{-\omega_i h_{\omega i}(t-\tau)} \cdot \sin \omega_i \sqrt{1-h_{\omega i}^2}(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots(29)$$

となるが、設計には  $q_i$  の最大値が必要である。Housner による平均変位応答スペクトル<sup>4)</sup>  $S_D(\omega)$  を使用すると

$$q_{i \max} = \beta_i \cdot S_D(\omega_i) \quad \dots\dots\dots(30)$$

となる。式 (24) に対応してもとの変形の自由度順にならべられた式を

$$\{d_p\} = [\Phi_p] \{Q_d\} \quad \dots\dots\dots(31)$$

ここに

$$[\Phi_p] = [\{\phi_{p1}\}, \{\phi_{p2}\}, \dots, \{\phi_{pn}\}]$$

と表わせば、 $\{d\}_p$  の最大応答変位を求めるためには各次の振動時の位相差を考慮すれば個々のモードの最大応答変位の 2 乗和平均を用いればよいとされているので、 $j$  変位の最大応答値は

$$\{d\}_{j \max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\{\phi_{pi}\}_j \cdot \beta_i \cdot S_i(\omega_i))^2} \quad \dots\dots\dots(32)$$

となる。部材力の最大応答値は  $\{\phi_{pi}\}$  の代りにそれに合う部材力のベクトルを置き換えれば同じ方法で得られる。直接積分法も式 (24)、(27) あるいは式 (31)、(27) を用いて通常の方法で行える。

自由度力系で表わされたある着目する規準ベクトルを一般化変位の要因別に分解する。式 (4) の関係を変形の全自由度について集めたものを

$$\{D_p\} = [T_{1p}]^T \{d_p\} \quad \dots\dots\dots(33)$$

と表わす。 $\{\phi_{pi}\}$  を上式で一般化力系に変換すると

$$\{\psi_{pi}\} = [T_{1p}]^T \{\phi_{pi}\} \quad \dots\dots\dots(34)$$

が得られる。ここに  $\{\psi_{pi}\}$  は一般化力系で表わされた  $i$  次の規準ベクトルを表わす。 $\{\phi_{pi}\} (i=1, 2, \dots, n)$  が正規化されておれば  $\{\psi_{pi}\}$  は、一般化力系慣性質量マトリックス  $[M_p]$  に関し正規化されていることを容易に証明できる。 $\{\psi_{pi}\}$  は 1 断面あたり 8 個の一般化変位から成り立っているため、次のように分解すると

$$\{\psi_{pi}\} = \sum_{j=1}^8 \{\psi_{pi}^j\} \quad \dots\dots\dots(35)$$

$\{\psi_{pi}^j\}$  は  $j$  (たとえばねじり) 成分のみを表す。 $\{\psi_{pi}^j\}$  を再び

$$\{\phi_{pi}^j\} = [T_{2p}] \{\psi_{pi}^j\} \quad \dots\dots\dots(36)$$

により自由度力系に変換すれば  $\{\phi_{pi}^j\}$  は  $i$  次のモードの  $j$  (たとえばねじり) という原因による変位を表わすことになる。

次に一般化変位別のエネルギー分担率を定義する。一般化変位は

$$\{D_p\} = [\Psi_p] \{Q_d\} \quad \dots\dots\dots(37)$$

と表わされる。ここに

$$[\Psi_p] = [\{\psi_{p1}\}, \{\psi_{p2}\}, \dots, \{\psi_{pn}\}]$$

である。全質点の運動エネルギー  $T_p$  は

$$T_p = \{\dot{D}_p\}^T [M_p] \{\dot{D}_p\} / 2 = \left( \sum_{i=1}^n \{\psi_{pi}\}^T [M_p] \{\psi_{pi}\} \dot{q}_i^2 \right) / 2 = \left( \sum_{i=1}^n \dot{q}_i^2 \right) / 2 \quad \dots\dots\dots(38)$$

と表わされる。すなわち  $\{\psi_{pi}\}^T [M_p] \{\psi_{pi}\}$  は、 $i$  次のモードの運動エネルギーの一部を表わす係数となっている。  $\{\psi_{pi}\}$  は式 (35) で各要因別に分解できるので、  $[M_p]$  がコンシスタントマスであることに注意すると

$$\{\psi_{pi}\}^T [M_p] \{\psi_{pi}\} = \sum_{j=1}^8 \{\psi_{pi}^j\}^T [M_p] \{\psi_{pi}^j\} + \sum_{j,k=1}^8 \{\psi_{pi}^j\}^T [M_p] \{\psi_{pi}^k\} \quad (j \neq k) \dots (39)$$

が得られる。そこで次のように運動エネルギーの分担率を定義して

$$\alpha_{Ej} = \{\psi_{pi}^j\}^T [M_p] \{\psi_{pi}^j\} \times 100\% \dots (40)$$

$$\alpha_{EC} = \sum_{j,k=1}^8 \{\psi_{pi}^j\} [M_p] \{\psi_{pi}^k\} \quad (j \neq k) \times 100\% \dots (41)$$

$\alpha_{Ej}$  を  $i$  次のモードの  $j$  という一般化変位 (たとえばねじり) のエネルギー分担率、  $\alpha_{EC}$  を一般化変位の連成エネルギー分担率と名付ける。

トラス橋に橋脚、フーチング、基礎ばねをつけて解析するには、一般にはり、ばねつき剛体の剛性マトリックスが一般化力系で導かれているので、それらをトラス橋の自由度変位と適合するように自由度系のものに変換しておく必要がある。自由度力系に変換後の橋脚、フーチングの剛性方程式を [付録 C] に示す。

4. 数値解析 1

図-6 のモデルAに示すようなトラス橋に対し、モデルAのようなランプトマス法を用いた任意変形法による数値解と、モデルBのような本解法による数値解とを比較する。モデルとしたトラス橋は、文献1) の図-12のトラスを1径間だけ取り出したものであって、横構の組み方だけを変えている。部材諸元を表-1に示す。

モデルA, Bの周期、刺激係数を表-2に、モデルA, Bの1次の上、下横構のモード値を表-3に、モデルBの1次モードの要因分解を図-7に、モデルBの5次までのエネルギー分担率を表-4に示す。

表-2, 3によれば、モデルA, Bの動的性状はよく近

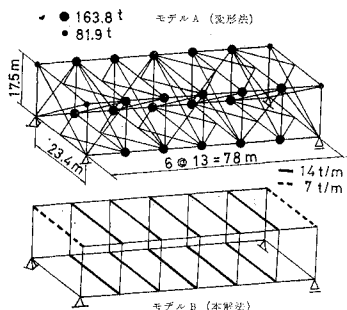


図-6 トラス橋モデル

表-1 トラス橋モデル諸元

名 称	記 号	単 位	値
主構弦材断面積	$A_c$	$m^2$	0.085
主構斜材	$A_d$	"	0.0888
横構斜材	$A_l$	"	0.0093
横構水平材	$A_h$	"	0.050
垂直材	$A_v$	"	0.065
対傾構	$A_b$	"	0.002
弾性係数	$E_s$	$t/m^2$	$2.1 \times 10^7$
せん断弾性係数	$G_s$	"	$8.1 \times 10^6$
主構換算板厚	$t_h$	$m$	0.00414
横構換算板厚	$t_b$	"	$6.7 \times 10^{-4}$
対傾構剛性	$I_B$	$t \cdot m$	$2.199 \times 10^8$
純ねじり剛性	$G_s J$	$t \cdot m^2$	$3.86 \times 10^7$
一般化そり剛性	$a_w$	$t \cdot m^4$	$7.48 \times 10^{10}$

表-2 モデル A, B の振動性状

次 数	周 期 (秒)		刺激係数 (1/m)	
	モデルA	モデルB	モデルA	モデルB
1	1.12	1.11	327.6	327.4
2	0.59	0.59	7.8	0.3
3	0.57	0.55	19.9	25.6
4	0.49	0.50	0.0	0.0
5	0.37	0.34	0.0	4.8

- \*1 刺激係数は橋軸直角方向地震に対するものである。
- \*2 モデルBでは構面のせん断変形が考慮されている。

表-3 モデル A, B の1次モード値 (m)

節点番号	上 横 構		下 横 構	
	モデルA	モデルB	モデルA	モデルB
1	0.0589	0.0598	0.0000	0.0000
2	0.0634	0.0644	0.0248	0.0233
3	0.0678	0.0686	0.0380	0.0371
4	0.0687	0.0693	0.0414	0.0415
5	0.0648	0.0694	0.0373	0.0366
6	0.0573	0.0578	0.0239	0.0227
7	0.0492	0.0493	0.0000	0.0000

\* 節点番号はトラス左端から右に向かって横構水平材位置につけている。

表-4 モデルBのエネルギー分担率

エネルギー分担率 (%)	次 数	1次 2次 3次 4次 5次				
		$\alpha_{E1}$	ねじり	7.94	14.75	46.86
$\alpha_{E3}$	ずれ	4.04	13.00	17.43	0.00	20.21
$\alpha_{E5}$	鉛直せん断	0.00	0.00	0.00	100.00	0.00
$\alpha_{E7}$	水平せん断	85.29	65.29	21.34	0.00	51.77
$\alpha_{EC}$	連 成	2.73	6.95	14.36	0.00	9.70

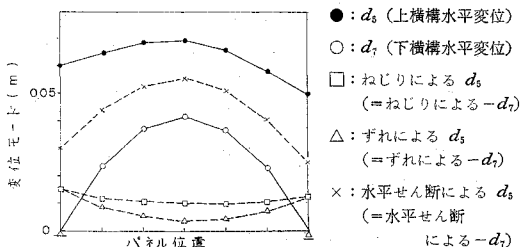


図-7 モデルBの1次モードの上、下横構変位の要因分解

似している。実際のトラス橋の質量分布はモデルBの方に近いから、実際のトラス橋の振動性状はモデルB、すなわち本解法によるものの方に近いと思われる。

モードの一般化変位による要因分解、一般化変位エネルギー分担率は次のように利用すると便利である。たとえば仮にモデルBの上横構面変位の応答値が大きすぎるので、それを小さくしようとする場合、表-2によると刺激係数の傾向から見て応答はほとんど1次だけで決まり(断面が剛であれば普通は2次以上もある程度影響する)、図-7によると横構変位には相当程度ねじれ、ずれによる成分が入っておりその結果、上、下横構間の変位差も大きくなっている。そこで図-7から判断して端対傾構、中間対傾構の剛度が不足している(場合によっては横構の斜材断面が不足している)ので端対傾構の方を多めに両者の対傾構剛度を増やしてやる。そしてエネルギー分担率、モードの要因分解を再び調べてそれらの処置が適切であったかを判断するというようなことが考えられる。

5. 数値解析 2

まえがきで述べたように本四児島・坂出ルートの特ラ

ス橋は 道路鉄道併用トラス橋 であって、しかも鉄道は複々線である。トラス橋の主構幅は、一般には鉄道部の建築限界を満足する必要最小寸法とするのが普通であろう。この場合の主構幅は 20 m 程度となるが、支点上および中間部に対傾構を組む空間がなく、断面変形に基づくねじりの問題が生じる。対傾構を十分に組もうとすると主構幅は 29 m 程度となり、工費増に与える影響が大きい。

主構幅および対傾構 (以下特に区別する場合を除き、

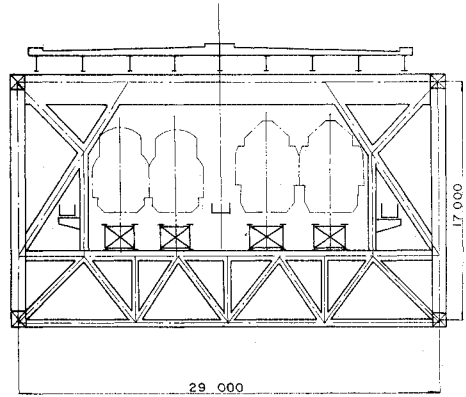


図-10 120C 断面

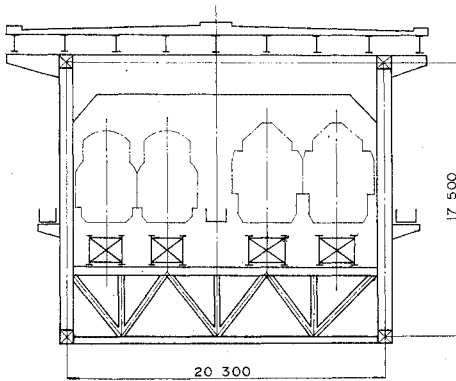


図-8 120A 断面

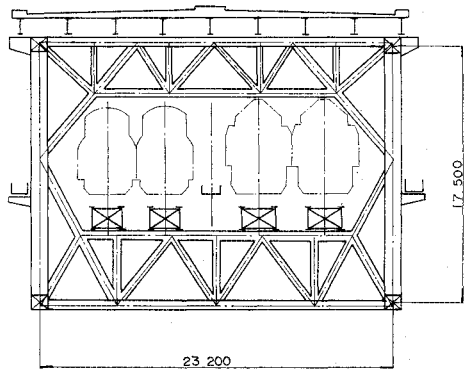


図-11 120D 断面

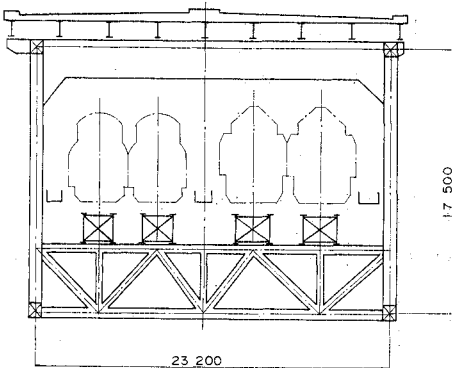


図-9 120B 断面

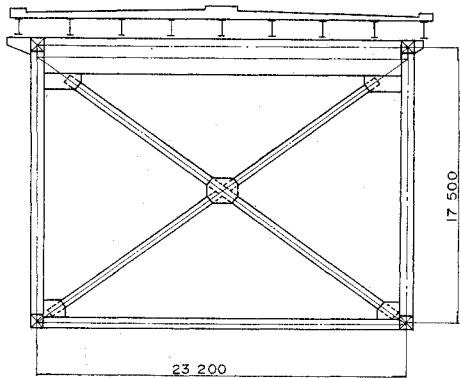


図-12 120E 断面

表一五 トラス橋の特徴

モデル	主構幅 <i>b</i> (m)	主構高 <i>h</i> (m)	対傾構剛性 $\Gamma_B$ ( $\times 10^8$ t·m)	死荷重 (t/m/ Br.)	特 徴
120A	20.3	17.5	2.98	58.9	鉄道管理路を主構の外側に 設けて主構幅をできるだけ 狭めた。
			2.98		
			4.17		
120B	23.2	17.5	3.00	59.5	鉄道管理路を主構内側に納 めるようにしてできるだけ 主構幅を狭めた。
			3.00		
			4.20		
120C	29.0	17.0	10.2	60.7	対傾構を十分に組むために 主構幅を広げた。
			10.2		
			14.3		
120D	23.2	17.5	6.0	61.6	主構幅を120Bのまま、 鉄道管理路を主構外側に出 し、その空間部を利用して 対傾構剛性を高めた。
			21.0		
			21.0		
120E	23.2	17.5	24.5	61.6	動的性状の比較のために、 たすき掛けの対傾構にした 仮想のモデル。
			39.6		
			66.5		

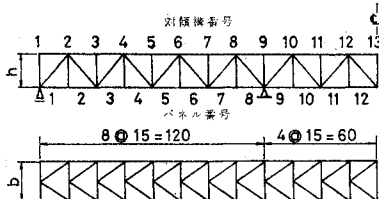
\* 対傾構剛性  $\Gamma_B$  は 1 対傾構面あたりの剛性で、上段は中間対傾構部、中段は端支点上、下段は中間支点上の値を示す。

支点上および中間部の対傾構とする)の組み方は鉄道管理路の位置との関係で様々に変りうるが、その一例を図一8~12に、各案の特徴を表一五に示す。各案はすべて3@120mの3径間連続トラス橋に対するものである。

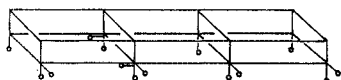
表一五によれば、120Aと120Bとは対傾構剛性(以下対傾構のずれ変形剛性のことをいう)にほとんど差がなく、120Cでは主構幅を広げた割には対傾構剛性が大きくない。地震応答解析を120B、120D、120Eの3種類の上部モデルのみに対して行った。

モデルの主構骨組を図一13に、支点条件を図一14に、骨組の部材諸元を表一六に、対傾構1面あたりの質量分布を図一15に示す。解析手法は応答スペクトル解析とし、使用した応答加速度スペクトルは図一16に示すような本四岩盤スペクトル(1974年)  $h=0.02$ 、地震動の最大加速度180galである。

各モデルの振動性状を表一七、八、九に、各モデルの相



図一13 主構骨組

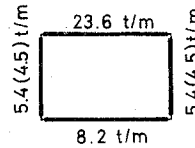


図一14 支点条件

当質量の大きいモデルの変位モードを図一17、18、19に、上、下横構面の最大応答変位を図一20に示す。図一20によりモデル120Bでは上、下横構の変位応答値の差が非常に大きいこと、その原因が表一七、図一17により120Bのねじれ、ずれによるエネルギー分担係数お

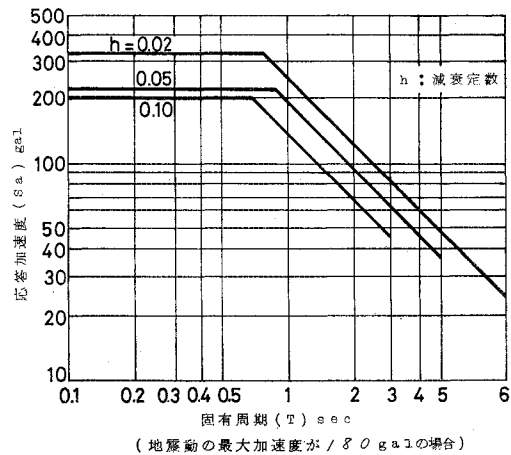
表一六 トラス橋(3@120)部材諸元

対傾構番号	$A_{sc}$ ( $cm^2$ )	$A_{sd}$ ( $cm^2$ )	$A_{sv}$ ( $cm^2$ )	$A_{st}$ ( $cm^2$ )	凡 例
1	1000	1500	900	160	$A_{sc}$ : 弦材断面積
2	1500	1000	"	"	$A_{sd}$ : 主構斜材断面積
3	"	"	"	"	$A_{sv}$ : 垂直材断面積
6	1100	1200	"	"	$A_{st}$ : 横構斜材断面積
7	"	"	"	240	$\Gamma_B$ : 表一五参照
8	1500	1600	"	"	
9	"	"	1500	"	
10	1100	1200	900	160	
11	"	"	"	"	
12	"	"	"	"	
13	1200	600	"	"	



図一15 質量分布

注 1. ( ) は120Bの値  
2. 1対傾構あたり



図一16 本四岩盤加速度スペクトル(1974)

表一七 120Bの振動性状

次 数	周期 (秒)	刺激 係数 (1/m)	相当 質量 (%)	エネルギー分担率(%)				
				$\alpha_{E1}$ ねじれ	$\alpha_{E2}$ ずり	$\alpha_{E3}$ 鉛直	$\alpha_{E7}$ 水平	$\alpha_{EC}$ 連成
1	1.48	43.9	91.8	7.5	2.8	0.0	69.1	20.6
2	1.42	0.2	0.0	6.6	2.3	0.0	72.1	19.0
3	1.17	0.2	0.0	4.1	2.1	0.0	77.6	16.2
4	0.92	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0
5	0.82	0.0	0.0	11.1	8.5	0.0	52.3	28.0

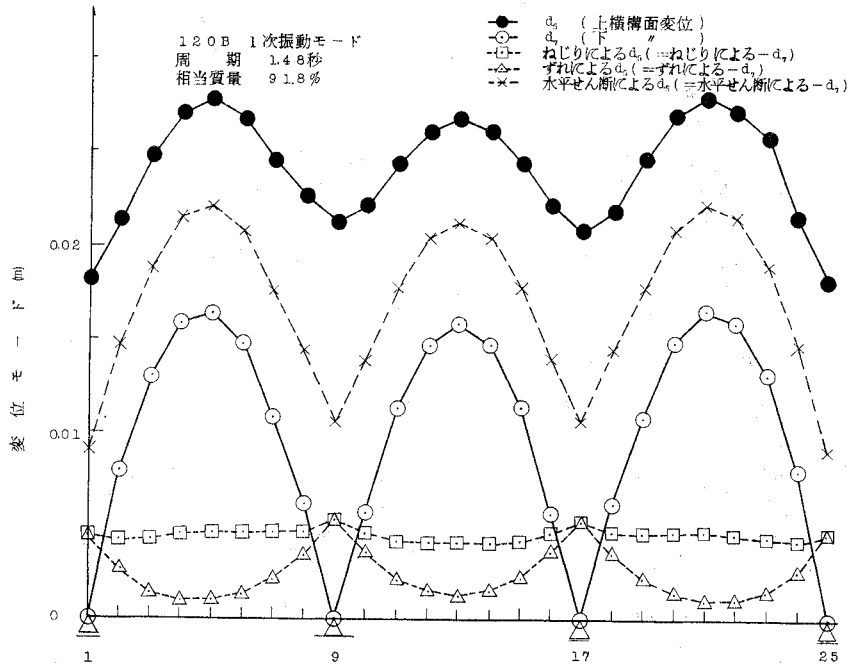


表一8 120D の振動性状

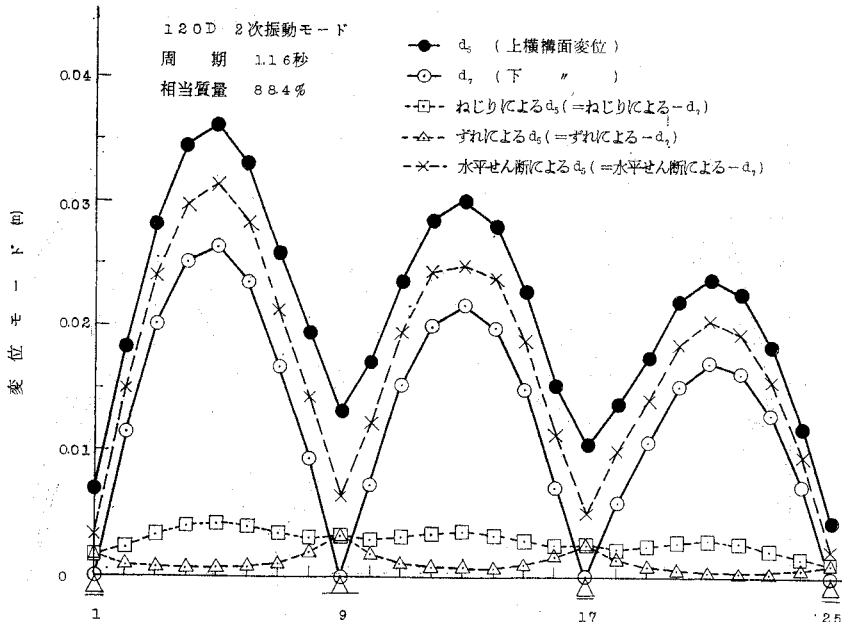
次 数	周期 (秒)	刺激 係数 (1/m)	相当 質量 (%)	エネルギー分担率 (%)				
				$\alpha_{E_1}$ ねじれ	$\alpha_{E_3}$ ずれ	$\alpha_{E_5}$ 鉛直	$\alpha_{E_7}$ 水平	$\alpha_{EC}$ 連成
1	1.16	6.6	2.0	2.5	0.4	0.0	86.6	10.6
2	1.16	43.3	88.4	3.5	0.7	0.0	83.1	12.7
3	1.07	2.9	0.4	1.3	0.4	0.0	89.8	8.6
4	0.93	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0
5	0.80	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0

表一9 120E の振動性状

次 数	周期 (秒)	刺激 係数 (1/m)	相当 質量 (%)	エネルギー分担率 (%)				
				$\alpha_{E_1}$ ねじれ	$\alpha_{E_3}$ ずれ	$\alpha_{E_5}$ 鉛直	$\alpha_{E_7}$ 水平	$\alpha_{EC}$ 連成
1	1.11	10.7	5.3	1.4	0.0	0.0	91.4	7.2
2	1.06	33.1	50.6	1.5	0.1	0.0	91.0	7.4
3	1.02	24.6	28.0	1.0	0.1	0.0	92.8	6.1
4	0.93	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0
5	0.08	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0



図一17 120B 変位モード (1次)



図一18 120D 変位モード (2次)

よびモード中のねじれ、ずれの成分が他に比べて大きい  
ためであることがわかる。また、表-7, 8, 9 の比較に  
より、ずれのエネルギー分担係数は値が小さいながらも  
応答変位には大きな影響を及ぼし、対傾構剛性を高めると  
急激に小さくなり、特にたすき掛け（この場合は仮想  
である）の効果が大きく、ほぼ0になってしまうことが  
わかる。

これらのモデルでは質量分布を 図-15 のように仮定  
しており、また、橋脚形式、基礎底面の応答スペクトル  
の違いなどを考慮していないが、現在この解析結果を基  
にし、さらに道路床版位置、鉄道床組形式（レール・縦  
桁直結式、スラブマット式）、管理路位置、橋脚形式、ス  
パン割り、地震波、地層厚等の違いを考慮して解析をす  
すめており、これらの内容、結論は別の機会に譲りたい。

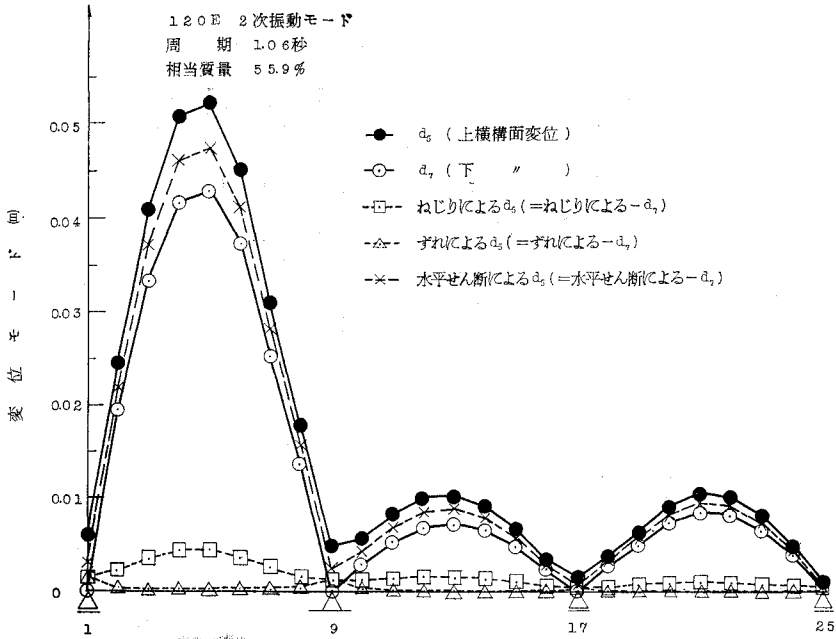


図-19 120E 変位モード (2次)

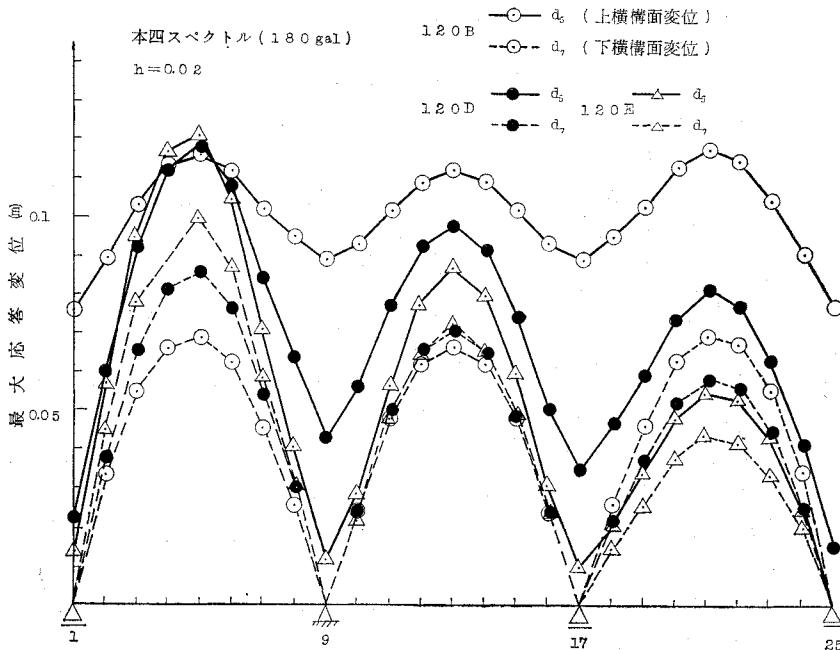


図-20 最大応答変位

6. む す び

文献 1) および本論文において特にねじれ、ずれ挙動に着目したトラス橋の静的、動的な立体解析法を示した。本論文による解析手法によれば、トラス橋の複雑な振動性状を一般化力の要因別に分解して見ることができ、振動原因に対する対処方法を見つけることができる。したがって、この解析手法は、下路形式、または上、下路形式で、たすき掛けのように十分剛な対傾構を組めないトラス橋において、主構幅、対傾構の組み方を定めるなど設計の初期の段階で役立つものと思われる。

現在、本四道路鉄道併用トラス橋のねじれ、ずれに基づく問題に対し、文献 1) および本論文による理論により静的、動的な解析検討を行い、設計をすすめているが、これら検討の詳細および結論は別の機会に譲ることにする。

最後に電算プログラム作成で協力いただいた日本電子計算(株)植野孝雄氏、本論文 5. の数値解析で協力いただいた(株)総合技術コンサルタント横井昭彦氏、本研究を通じて終始激励をいただいた本四公団設計第 1 部長 田島二郎博士、第 2 建設局建設部長 藤井郁夫氏、ご討議いただいた大地羊三博士を始めとする土木学会・本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会・解析分科会の先生方に厚く感謝致します。

[付録 A] ねじりの一般化力に対する剛性方程式

$$\begin{bmatrix} F_{1a} \\ F_{2a} \\ F_{3a} \\ F_{1b} \\ F_{2b} \\ F_{3b} \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} \frac{l^2}{12 a_w^2} + \frac{r_1}{a_w} & & & & & \\ \frac{r_2 l}{2 a_w} & r_1^2 - r_2^2 + \frac{r_1 l^2}{3 a_w} & & & & \\ -\frac{r_2}{a_w} & -\frac{r_1 l}{2 a_w} & \frac{r_1}{a_w} & & & \\ -\frac{l^2}{12 a_w^2} - \frac{r_1}{a_w} & -\frac{r_2 l}{2 a_w} & \frac{r_2}{a_w} & \frac{l^2}{12 a_w^2} + \frac{r_1}{a_w} & & \\ \frac{r_2 l}{2 a_w} & -r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_1 l^2}{6 a_w} & -\frac{r_1 l}{2 a_w} & -\frac{r_2 l}{2 a_w} & r_1^2 - r_2^2 + \frac{r_1 l^2}{3 a_w} & \\ \frac{r_2}{a_w} & \frac{r_1 l}{2 a_w} & -\frac{r_1}{a_w} & -\frac{r_2}{a_w} & \frac{r_1 l}{2 a_w} & \frac{r_1}{a_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{1a} \\ D_{2a} \\ D_{3a} \\ D_{1b} \\ D_{2b} \\ D_{3b} \end{bmatrix} \dots (A.1)$$

sym.

$$C = \frac{l}{a_w} (r_1^2 - r_2^2) + \frac{r_1 l^3}{12 a_w^2}$$

$$a_w = E_s b^2 h^2 A_c / 4$$

$$r_1 = b_1 / (b_1^2 - b_2^2) \quad r_2 = b_2 / (b_1^2 - b_2^2)$$

$$b_1 = G_s (h^2 F_b + b^2 F_h) / 2 \quad b_2 = G_s (-h^2 F_b + b^2 F_h) / 2$$

$$F_h = h t_h \quad F_b = b t_b$$

$$A_c = \text{弦材 1 本の断面積}$$

$$E_s = \text{鋼の弾性係数}$$

$$G_s = \text{鋼のせん断弾性係数}$$

他の変位ベクトル  $\{x_a\}$  とに分解すると、式 (B.1) は

$$\begin{bmatrix} m_{aa} & m_{ae} \\ m_{ea} & m_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a \\ \ddot{x}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{aa} & c_{ae} \\ c_{ea} & c_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ae} \\ k_{ea} & k_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a \\ x_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_a \\ P_e \end{Bmatrix} \dots (B.2)$$

となる。式 (B.2) のうち  $\{x_a\}$  に関する式を取出し、地震時では支点以外に外力が加わらないことに注意すると

$$[m_{aa}] \{\ddot{x}_a\} + [m_{ae}] \{\ddot{x}_e\} + [c_{aa}] \{\dot{x}_a\} + [c_{ae}] \{\dot{x}_e\} + [k_{aa}] \{x_a\} + [k_{ae}] \{x_e\} = \{0\} \dots (B.3)$$

が得られる。 $\{x_a\}$  を質点が地盤の変位  $\{x_e\}$  と静的につり合うに要する静的変位  $\{x_s\}$  とそれからの動的変位  $\{x_d\}$  とに分解する。すなわち

$$\{x_a\} = \{x_s\} + \{x_d\} \dots (B.4)$$

式 (B.4) を (B.3) に代入し、 $\{x_s\}$  の定義から

$$\{x_s\} = -[k_{aa}]^{-1} [k_{ae}] \{x_e\} \dots (B.5)$$

であることを使うと次式をうる。

$$\begin{aligned} [m_{aa}] \{\ddot{x}_d\} + [c_{aa}] \{\dot{x}_d\} + [k_{aa}] \{x_d\} \\ = ([m_{aa}] [k_{aa}]^{-1} [k_{ae}] - [m_{ae}]) \{\ddot{x}_e\} \\ + ([c_{aa}] [k_{aa}]^{-1} [k_{ae}] - [c_{ae}]) \{\dot{x}_e\} \dots (B.6) \end{aligned}$$

この式において 仮定 12 は

$$\{x_s\} = \{e\} z_g \dots (B.7)$$

[付録 B] 動的解析<sup>4)</sup>

多質点系の運動方程式を次のように表わす。

$$[m] \{\ddot{x}\} + [c] \{\dot{x}\} + [k] \{x\} = \{P(t)\} \dots (B.1)$$

ここに

[m]: 質量マトリックス

[c]: 減衰マトリックス

[k]: 剛性マトリックス

{x}: 質点の絶対変位ベクトル

{P(t)}: 質点に加わる外力ベクトル

質点の変位を地震動の入る支点変位ベクトル  $\{x_e\}$  とそ

ここに  $\{e\}$ ,  $z_g$  は式 (15) 参照を意味し, 仮定 13 の ㊦ は式 (B.6) の右辺の減衰項が [0] となることを意味し, 仮定 14 は同式右辺の  $[m_{ae}]$  が [0] となることを意味する. これらの仮定の結果式 (B.6) は

$$[m_{aa}]\{\ddot{x}_d\} + [c_{aa}]\{\dot{x}_d\} + [k_{aa}]\{x_d\} = -[m_{aa}]\{e\}z_g \dots\dots\dots (B.8)$$

となる. このとき  $\{x_d\}$  は着目地震動の方向に関しては支点からの相対変位と同じ意味を持つ.

$\{x_d\}$  の中に慣性質量を持たない (同時に減衰力も存在していない) 質点があるときには, 式 (B.8) を運動を規定する独立自由度とその他の従属自由度に関する式とに分解し, 2式から従属自由度を消去して独立自由度に関する運動方程式を作り, その式に対し振動解析を行う.

**[付録 C] 橋脚, フーチングの剛性方程式**

図-C.1 の (a) で示される橋脚の一般化力系ベクトルから (b) に示される自由度力系ベクトルへの変換は次式で行われる.

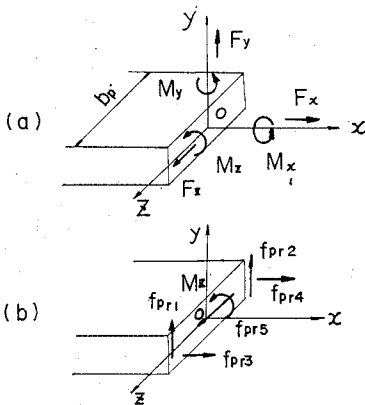


図-C.1 橋脚モデル

$$\{f_{pr}\} = [T_{1pr}]\{F_{pr}\} \dots\dots\dots (C.1)$$

$$\{d_{pr}\} = [T_{1pr}]^T\{D_{pr}\} \dots\dots\dots (C.2)$$

ここに

$$\{f_{pr}\} = \{f_{pr1}, f_{pr2}, f_{pr3}, f_{pr4}, f_{pr5}, M_z\}^T$$

$\{d_{pr}\} = \{f_{pr}\}$  に対応する変位ベクトル

$$\{F_{pr}\} = \{F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z\}^T$$

$\{D_{pr}\} = \{F_{pr}\}$  に対応する変位ベクトル

$$[T_{1pr}] = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 & -1/b_p & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/b_p & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/b_p & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & -1/b_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

橋脚の一般化力系での剛性方程式, 質量マトリックスは

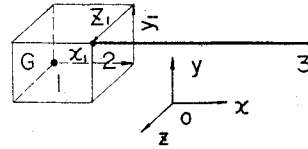


図-C.2 橋脚・フーチングモデル

通常のはりに対するものを用いる.

図-C.2 のように剛体 1-2 とはり 2-3 とが立体的に結びついており, 節点 2 と 3 を結ぶ橋脚の剛性方程式が

$$\{F_2\} = [K_{22}]\{D_2\} + [K_{23}]\{D_3\} \dots\dots\dots (C.3)$$

$$\{F_3\} = [K_{32}]\{D_2\} + [K_{33}]\{D_3\} \dots\dots\dots (C.4)$$

と表わされているときには節点 1 と 3 の間の剛性方程式は次のように表わされる.

$$\{F_1\} = [K_{11}]\{D_1\} + [K_{13}]\{D_3\} \dots\dots\dots (C.4)$$

$$\{F_3\} = [K_{31}]\{D_1\} + [K_{33}]\{D_3\} \dots\dots\dots (C.5)$$

ここに

$$[K_{11}] = [H_{12}]^{-1}[K_{22}][[H_{12}]^T]^{-1}$$

$$[K_{33}] = [H_{12}]^{-1}[K_{23}]$$

$$[K_{31}] = [K_{32}][[H_{12}]^T]^{-1} = [K_{13}]^T$$

$$[H_{12}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & z_1 & -y_1 & 1 & 0 & 0 \\ -z_1 & 0 & x_1 & 0 & 1 & 0 \\ y_1 & -x_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

剛体の任意点にはばねがついているときにはばね取付け点のばねマトリックスを  $[H_{12}]$  を用いて 1 の点に関するものに変換し,  $[K_{11}]$  の部分に加算してやればよい. 一般化力系から自由度力系への変換は橋脚の場合と同一である.

**[付録 D] 記号**

$A_b, A_c, A_h, A_v$ : トラス部材断面積

$a_w$ : 一般化されたそり剛性

$b$ : 主構幅

$b_0$ : 対傾構内線密度の水平方向分布位置

$[c_1], [c_q], [C_1]$ : 減衰マトリックス

$\{D\}, \{D_p\}, \{D_i\}$ : 一般化変位ベクトル

$\{d\}, \{d_p\}, \{d_q\}$ : 自由度変位ベクトル

$E_s, G_s$ : 鋼の縦弾性係数, せん断弾性係数

$\{e\}, \{e_q\}$ :  $d_s, d_r$  に関して 1, その他 0 の要素からなるベクトル

$\{F\}, \{F_i\}$ : 一般化力ベクトル

$F_1(D_1)$ : ねじりモーメント (ねじり角)

$F_2(D_2)$ : バイモーメント (一般化そり)

$F_3(D_3)$ : ずれモーメント (一般化ずれ角)

$F_4(D_4)$ : 鉛直曲げモーメント (鉛直回転角)  
 $F_5(D_5)$ : 鉛直せん断力 (鉛直変位)  
 $F_6(D_6)$ : 水平曲げモーメント (水平回転角)  
 $F_7(D_7)$ : 水平せん断力 (水平変位)  
 $F_8(D_8)$ : 軸方向力 (軸方向変位)  
 $\{f\}$ : 自由度力ベクトル  
 $g$ : 重力加速度  
 $h$ : 主構高  
 $h_0$ : 対傾構内線密度の鉛直方向分布位置  
 $h_w$ : 減衰定数  
 $[K^*], [K_t]$ : 一般化力系剛性マトリックス  
 $[k_q], [k^*], [k_t]$ : 自由度力系剛性マトリックス  
 $l$ : 薄肉ばりの剛性マトリックスを考える格間長  
 $[M], [M_p]$ : 一般化力系慣性質量マトリックス  
 $[m], [m_p], [m_q]$ : 自由度力系慣性質量マトリックス  
 $\{AP\}$ : 外力ベクトル  
 $\{Q_d\} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ : 広義座標ベクトル  
 $[R]$ : 一般化力系傾構ずればねマトリックス  
 $[r]$ : 自由度力系対傾構ずればねマトリックス  
 $[T_1], [T_{1t}], [T_2], [T_{2p}]$ : 自由度力 (変位) と一般化力 (変位) の変換マトリックス  
 $t_b, t_h$ : 横構, 主構換算板厚  
 $v, w$ : 薄肉ばりの面内変位  
 $(x, y, z)$ : 直交座標系  
 $\ddot{z}_g$ : 地震時地盤加速度  
 $\alpha_{Ej}, \alpha_{EC}$ : あるモード中での一般化変位のエネルギー分担率

$\beta_i$ :  $i$  次の刺激係数  
 $\Gamma_B$ : 対傾構のずれ剛性 (一面当り)  
 $\xi$ : 薄板の面内辺方向変位  
 $\rho_1, \rho_2$ : トラス 1 断面内の質量分布 (線密度)  
 $\omega_i$ :  $i$  次の固有円振動数  
 $\{\phi_{pi}\}, \{\phi_{qi}\}$ : 自由度力系での  $i$  次の振動モード  
 $\{\psi_{pi}\}$ : 一般化力系での  $i$  次の振動モード  
 下つき添字  $a, b$ : 部材端を区別する記号  
 下つき添字  $p$ : 変形の全自由度について集められていることを示す。  
 下つき添字  $q$ : 運動の独立自由度について集められていることを示す。  
 下つき添字  $t$ : 要素が 16, または  $16 \times 16$  からなることを示す。

#### 参考文献

- 1) 林有一郎・樋口康三・田中美宇: 断面変形を考慮した薄肉弾性ばり理論によるトラス橋の立体解析, 土木学会論文報告集, No. 249, pp. 55~69, 1976-5.
- 2) 會田忠義: トラスげたの自由振動の立体的解析, 土木学会論文報告集, No. 163, pp. 1~15, 1969-3.
- 3) 中村秀治: 断面変形を考慮した薄肉ばりの振動解析, 土木学会論文報告集, No. 223, pp. 11~22, 1974-3.
- 4) 日本鋼構造協会編: 橋梁の動的応答, 第 III 章, 日本鋼構造協会, 1971.
- 5) 河島佑男: 動的応答解析, コンピュータによる構造工学講座 II-4-A, 培風館, pp. 15~21, 1972.
- 6) 林有一郎・田中美宇・樋口康三: 道路鉄道併用トラス橋の立体振動解析, I-241, 第 30 回土木学会年次学術講演会概要集, 1975.

(1976.5.12・受付)