

鋼箱桁橋の中間ダイアフラム設計法に関する一試案

A RECOMMENDATION ON THE DESIGN OF INTERMEDIATE
DIAPHRAGMS IN STEEL BOX GIRDER BRIDGES

坂井 藤 一*・長井 正 嗣**

By Fujikazu SAKAI and Masatsugu NAGAI

1. ま え が き

近年、大型薄肉箱桁橋が頻繁に建設されるようになったが、その設計に際してダイアフラムあるいは対傾構の配置間隔および必要剛度を定めることは、設計者にとって頭の痛い問題であった。なぜならば、わが国ばかりでなく欧米諸国においても、その算定法を明確に規定した設計規準がほとんど見当らなかったからである。このような事情でここ 10 年位の間箱桁の構造特性¹⁾、なかんずくダイアフラムの機能と関連する断面変形(ずり)特性を解明しようとする研究が各国で数多く行われ²⁾、その結果箱桁の断面変形挙動に関してはほとんど明らかになったといつてよいであろう³⁾。しかしながら、この点に関する実用的な設計法について述べたものはきわめて少ないのが現状である。

周知のように英国では、あいつぐ箱桁事故に鑑みて箱桁橋の設計・施工を再検討するための Merrison 委員会が設けられた。その中間規準(1973 版)によれば、箱桁断面のずり現象に伴って生ずる、そりおよび横方向曲げの付加応力やダイアフラムの応力・剛性に関して明確な照査式(条項 6.3.4)が述べられている⁴⁾。このような明確な規定は恐らくこれが初めてのものであり、今後設計者によって有効に活用されるものと思われるが、われわれがこの条項に基づき設計を実行しようとする場合いくつかの問題点がある。

その第一は、かなり複雑な式を用いてそりおよび横方向曲げの応力照査を行わなければならない点である。すなわち、通常見られるような箱桁橋では断面変形に伴って生ずる付加応力はあくまで二次的なものとなるが、

Merrison 条項ではこのような二次応力を逐一照査しなければならない形となっている。また、このような照査式はダイアフラム間隔が定まった上でないと適用できないので、初期設計におけるダイアフラム間隔の決定には直接役に立たない。

その第二は、ダイアフラム剛性決定における考え方である。Merrison 条項はそもそも米国の Wright らによる BEF アナロジー⁵⁾の成果をそのまま用いているが、その結果ダイアフラム剛性は断面の横方向曲げ剛性との対比から決定されることになった。しかし、鋼製箱桁のような極薄肉断面の場合においては、断面の横方向曲げ剛性の影響はきわめて小さい。したがって、このような支配的でない量を基準にすることは不合理な結果を招くことが考えられる。また、断面の横方向曲げ剛性を考慮することによって、設計式は非常に複雑なものとなっている。

以上のような点から、Merrison 条項は寄与するところが多いにもかかわらず、改善の余地があるものと思われる。先に筆者らは第一の点について考察し、ダイアフラム間隔決定の一試案を提唱した⁷⁾。本論はさらに進んで第二の点についても検討を加えるが、それに伴い BEF アナロジーそのものを少し修正し、第一の点についても再検討を行うものである。

本論ではまず、BEF アナロジーと類似の立場から、Beam アナロジーを提案する。その基礎式を基に、断面変形およびそれに伴うそり応力などの諸量とダイアフラム間隔や剛度との関係を明らかにする。その際このような簡易化の妥当性は、先に筆者らの開発したブロック有限要素法⁸⁾により検証している。

次にその結果を利用して、ずりに伴うそり応力の近似算定式を導き、それを一定限度内に抑えるという立場に立ってダイアフラム間隔の限界曲線を提案する。また、そのようなダイアフラム配置下において十分剛と見なされるダイアフラム剛度算定式を導く。

* 正会員 工博 川崎重工業(株)鉄構事業部開発設計部

** 正会員 工修 川崎重工業(株)鉄構事業部橋梁設計部

注 1) 研究報告例は非常に多いが、一部は別論文 3) で紹介した。ここでは、特に関連するものを除いて省略する。

最後に以上の結果に基づき、中間ダイアフラムの設計法をまとめて提示する。その際にはダイアフラム自身の応力や屈曲に関する考察も加えている。

本論の目的は簡便かつ合理的な設計実用式の提案にあるが、本論の結果は従来何ら明確な規準のなかった中間ダイアフラムの間隔、剛度の決定に対して十分役に立つものと考えられる。

2. Beam アナロジー

(1) 基礎方程式の誘導

Fig. 1 に示すような一軸対称断面を取り扱うことにする。はり軸方向に z 座標、断面主軸方向に x, y 座標、断面輪郭線に沿って s 座標を定義する。断面内の軸方向変位は、平板内で線形的に変化するという仮定の下に、軸のび、 x, y 方向曲げおよびそりの4種類のモードの一次結合によって表現される。そのモード ϕ を他の3つのモードと連成しないように選べば、Fig. 2 に示すようなものとなる注2)。Fig. 2 における記号は次のように表わされる。

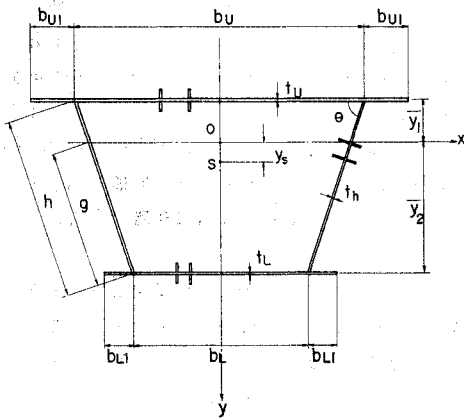


Fig. 1 Uni-axially Symmetric Cross Section

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{e}{e+f} \cdot \frac{b_u+b_l}{4} \cdot h \\ \alpha_2 &= \frac{f}{e+f} \cdot \frac{b_u+b_l}{4} \cdot h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1 \cdot a, b)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{I_{ly}}{b_l} + \frac{b_u+2b_l}{12} \cdot F_h \\ f &= \frac{I_{uy}}{b_u} + \frac{2b_u+b_l}{12} \cdot F_h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2 \cdot a, b)$$

ただし、 I_{uy}, I_{ly} はそれぞれ上、下フランジ（リブも考慮する）の y 軸まわりの断面二次モーメント、 F_h はリブを含めた片側ウェブの総断面積である。

注 2) ここでの詳細は文献 8) を参照されたい。

ここでせん断変形を無視するという仮定を設ければ、そり変位 u は断面変形率 V を用いて次のように表わすことができる注3)。

$$u(z, s) = \phi(s) \cdot V'(z) \dots\dots\dots(3)$$

このとき横方向変位（断面変形） v は次のようになる。

$$v(z, s) = -\dot{\phi}(s) \cdot V(z) \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 $(\cdot), (\cdot)'$ はそれぞれ s および z に関する微分記号である。断面変形のモード ϕ は Fig. 3 に示される。図中の記号は次のようなものである。

$$\bar{a} = \frac{2\alpha_1}{b_u}, \bar{b} = \frac{\alpha_1+\alpha_2}{h}, \bar{c} = -\frac{2\alpha_2}{b_l} \dots\dots(5 \cdot a, b, c)$$

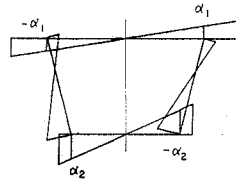


Fig. 2 Generalized Co-ordinate $\phi(s)$ of Distorsional Warping

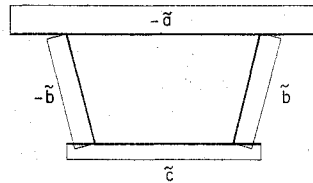


Fig. 3 Generalized Co-ordinate $\phi(s)$ of Distorsion

軸方向変位 u および横方向変位 v が式 (3), (4) のように定義されれば、最小ポテンシャルエネルギーの原理から次の基礎方程式が求められる。

$$EI_w \cdot V'''' - pV = 0 \dots\dots\dots(6)$$

ここで、 E はヤング率であり、 I_w は断面変形に関するそり定数、 pV はずり荷重を表わす。すなわち、

$$I_w = \int_F \phi^2 dF \dots\dots\dots(7)$$

$$pV = - \int_S q\phi dS \dots\dots\dots(8)$$

積分はそれぞれ総断面積および全輪郭線に関するものであり、 q は S 方向の荷重強度である。

具体的に書けば、

$$I_w = \left\{ \alpha_1^2 \cdot F_u \cdot \left(1 + \frac{2b_{u1}}{b_u} \right)^2 + \alpha_2^2 \cdot F_l \cdot \left(1 + \frac{2b_{l1}}{b_l} \right)^2 + 2(\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2) \cdot F_h \right\} / 3 \dots\dots\dots(9)$$

ただし、 F_u, F_l はリブを含めた上、下フランジの総断

注 3) 断面変形に伴うせん断変形を無視することにより、横方向の断面変形と軸方向のそりは一意的な関係を持つ。通常のねじり理論において Bredt のせん断流によるせん断変形を無視することは矛盾を生じるので、いわゆるねじり現象は本論と別個に扱わなければならない。

面積である。また、 q としてウェブ直上に作用する鉛直方向の逆対称荷重 p を考えれば、

$$p_v = \frac{2p}{h} \cdot \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\sin \theta} - \frac{2\alpha_1}{\tan \theta} \right) \dots\dots\dots(10)$$

特に、矩形断面の場合には

$$p_v = pb_w \dots\dots\dots(10)'$$

となる。

式(6)の形ははりの曲げ理論の方程式と完全に相似であり、断面変形ははりのたわみに相当する。中間ダイアフラムは断面変形に対し弾性ばねの役割を果すと考えられ、したがって、ずり問題は Fig. 4 のような弾性支承(間隔 L_D) 上のはりの問題と類似となる。これをわれわれは Beam アナロジーとよぶことにする(注4)。

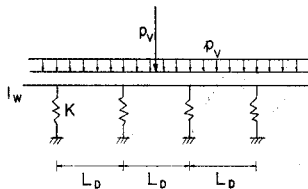


Fig. 4 Beam Analogy

中間ダイアフラムのばね定数 K は矩形断面の場合次のように求められる。

板形式については、

$$K = 4GA t_D \dots\dots\dots(11)$$

X形トラスについては、

$$K = 8EA_b A^2 / L_b^3 \dots\dots\dots(12)$$

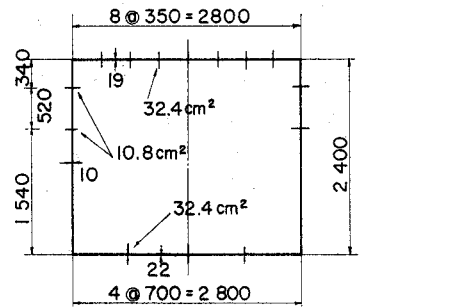
ここで、 G はせん断弾性係数、 t_D はダイアフラム板厚、 A_b はトラス材の断面積、 A は箱閉断面の面積、 L_b はトラス材長である。台形断面の場合については、厳密にはかなり複雑になるので後で述べる。

断面変形に伴うそり応力ははり曲げ問題の場合と類似の関係から

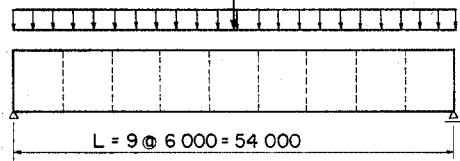
$$\sigma_{DW} = \frac{M_w}{I_w} \cdot \phi \dots\dots\dots(13)$$

と定義される。ここで、 M_w はずり荷重によって生じるそりモーメントであるが、Beam アナロジーでははりのモーメントに相当する。

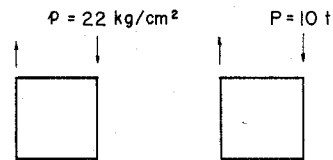
注4) Wright らはさらに閉断面の横方向曲げ剛性(ラーメン剛性)を考慮に入れ、これを分布ばねとして扱い BEF アナロジーを提案している。また Kristek⁹⁾ もコンクリート箱断面を対象として同様の議論を行いダイアフラムの限界式などを提案している。しかしながら、鋼製箱桁のような極薄肉断面ではダイアフラムをある程度密に配置すれば、ラーメン剛性の影響が消失し、ほとんど平板の面内変形のみを考慮すれば十分であることが確認されている^{10), 11)}。われわれはこの立場に立って BEF アナロジーに代る Beam アナロジーを提案する。これによつて後の取り扱いを非常に簡便にすることができる。



(a) cross section

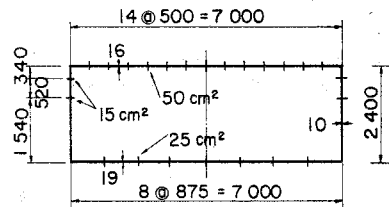


(b) simple span

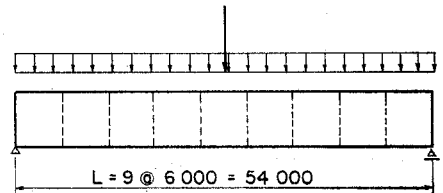


(c) loads

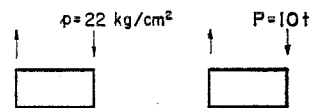
Fig. 5 Model Girder (Type 1)



(a) cross section



(b) simple span



(c) loads

Fig. 6 Model Girder (Type 2)

(2) Beam アナロジーの妥当性

このような Beam アナロジーはせん断変形を無視すること、および横方向曲げ剛性を無視することから出発している。後者については極薄肉断面では成り立つものであることを前述した。前者の点については経験上、横断面寸法に比較してはり軸方向長さが十分大きければ成り立つことが予想される。ここでは、その仮定がどの程度のものであるかを先に著者らが開発したブロック有限要素法 (BFEM) によって検討する。

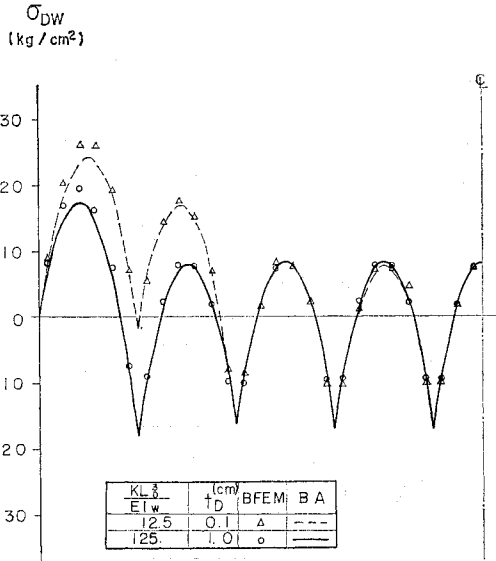


Fig. 7 Comparison between BA and BFEM Solutions (Type 1, uniform load)

Fig. 5, 6 に示すような正方形に近い断面をもつ薄肉箱桁 (Type 1) と比較的偏平な断面を有する薄肉箱桁 (Type 2) を考え、Beam アナロジー解と BFEM 解の比較を行った。ここで、端ダイアフラムは剛なものを用い、中間ダイアフラムは板厚 0.1 cm と 1.0 cm の 2 種類を考えている。

Fig. 7~10 は等分布荷重、集中荷重に対するそり応力分布図を示す。Fig. 7~10 より Type 1, 2 について Beam アナロジー解と BFEM 解はきわめてよい一致を示した。このことより、Beamアナロジーにおけるせん断変形無視の仮定はまず妥当なものであると判断される。

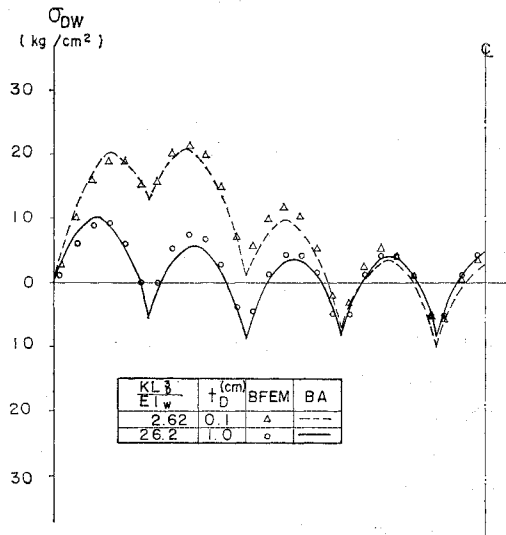


Fig. 9 Comparison between BA and BFEM Solutions (Type 2, uniform load)

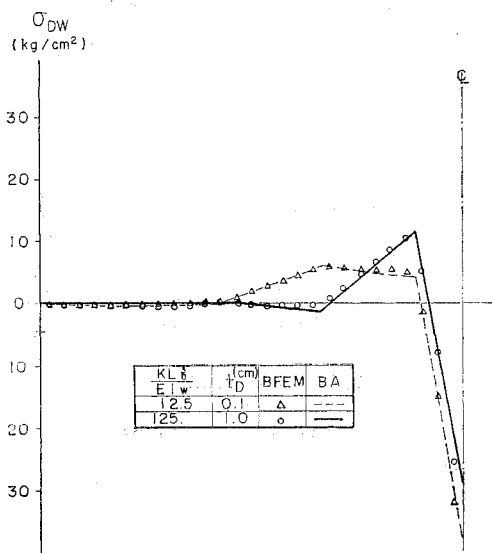


Fig. 8 Comparison between BA and BFEM Solutions (Type 1, concentrated load)

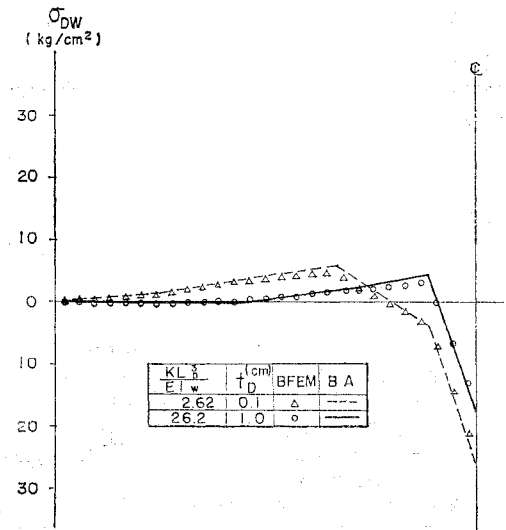


Fig. 10 Comparison between BA and BFEM Solutions (Type 2, concentrated load)

(3) ダイアフラム間隔、剛度の影響

Beam アナロジーの基礎式 (6) を用いて、ダイアフラムの間隔や剛度がどのような影響を桁の応力、変形におよぼすかを調べてみる。モデルとして、支間長 $L=9L_D$ の単純支持ばりを考える。端ダイアフラムは通常大きな集中荷重が作用し、板厚も大きくなるので、ここでは剛

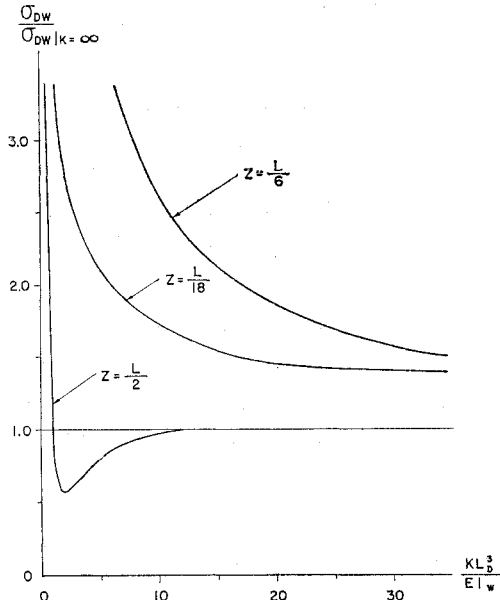


Fig. 11 Convergence of σ_{DW} to Rigidity Ratio KL_D^3/EI_w (uniform load)

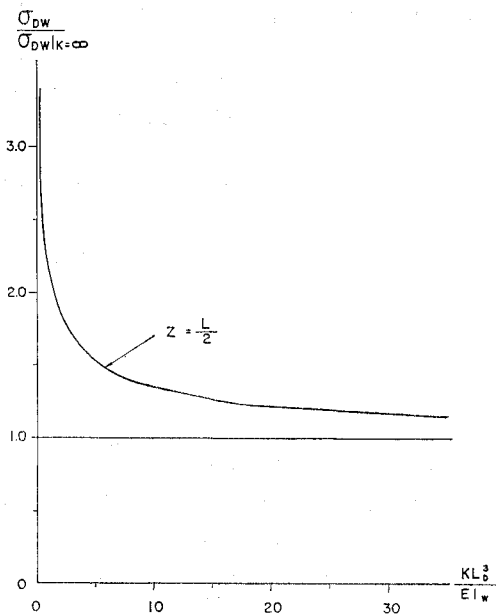


Fig. 12 Convergence of σ_{DW} to Rigidity Ratio KL_D^3/EI_w (concentrated load)

として扱った。 $L=9L_D$ の選定については無限連続弾性支承上のはりの性状をほぼ代表し、かつ実際の橋梁との対応も考慮に入れて決定した。

結果は相関剛比 $r=K/(EI_w/L_D^3)$ に対して表示されている。 Fig. 11, 12 は等分布および集中荷重に対するそり応力と相関剛比の関係を示す。図中の縦軸はそり応力を $K=\infty$ のときのそり応力で無次元化した量である。また、 $z=L/18$, $z=L/6$, $z=L/2$ は着目点の位置を意味する。等分布荷重の場合、 $z=L/2$ におけるそり応力は

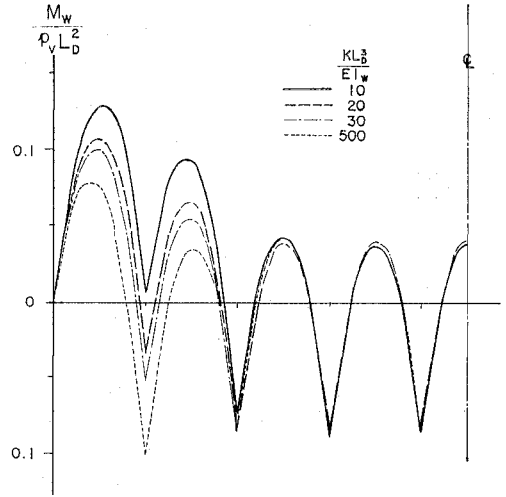


Fig. 13 Warping Moment Distribution for Rigidity Ratio KL_D^3/EI_w (uniform load)

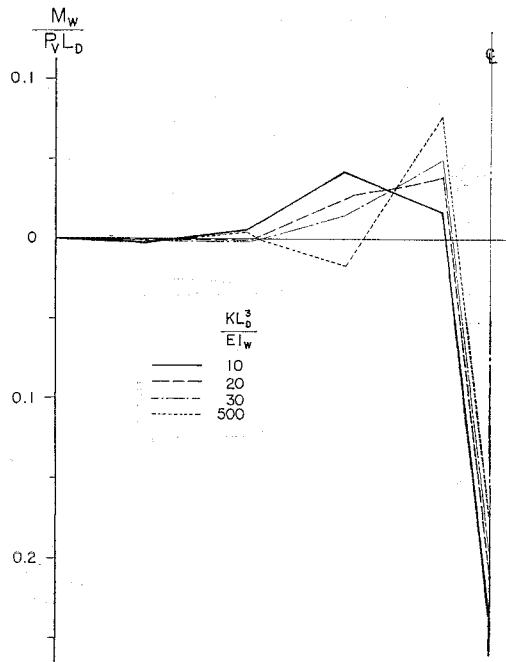


Fig. 14 Warping Moment Distribution for Rigidity Ratio KL_D^3/EI_w (concentrated load)

$r=13$ 付近で収束しているが、はり端付近においては収束性が非常に緩慢であることがわかる。しかしながら、 $r=30$ 以上で曲線の傾きが小さくなっていることが認められる。集中荷重の場合も収束性は緩慢であるが $r=30$ 程度で曲線の傾きが小さくなっていることがわかる。

Fig. 13, 14 はそりモーメントのスパン方向の分布を相関剛比をパラメータとして表示したものである。局部的な乱れを除けば相関剛比の増大とともに一様に収束する状況がわかる。

Fig. 15, 16 はダイアフラム反力と相関剛比との関係を示すものである。図で縦軸は反力と外荷重の比になっている。この場合にも収束性の相違はあるものの $r=30$ 程度で曲線は傾きが小さくなり、等分布荷重の場合 1.0、

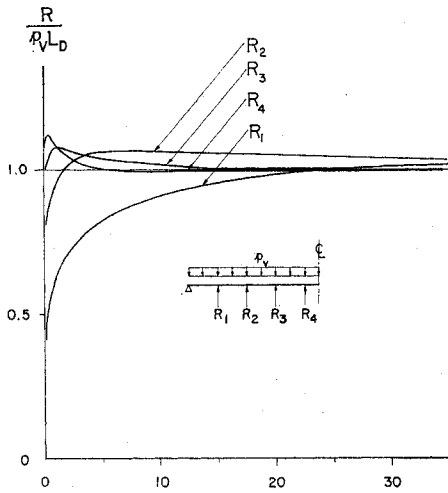


Fig. 15 Convergence of Reaction to Rigidity Ratio KL_D^3/EI_w (uniform load)

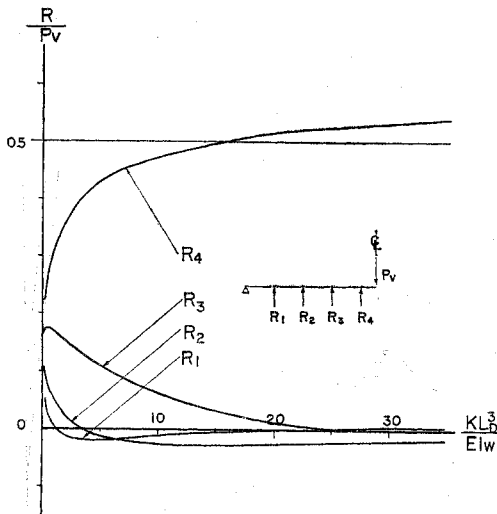


Fig. 16 Convergence of Reaction to Rigidity Ratio KL_D^3/EI_w (concentrated load)

集中荷重の場合 0.5 に近い値を示している。

以上より、そり応力、ダイアフラム反力および断面変形のすべてについて、ある程度の相関剛比を確保すれば、傾向およびオーダーが無限度の場合に十分近い値を示すことがわかる。実用上われわれは、ダイアフラムの剛性無限大を実現することは難しく、それに近い結果を得ればこと足りる。そこで、筆者はこれらの量の収束状態からその曲線の傾きがほぼ 0 に近くなった段階を目安として一つの限界値を設定することにする。

Table 1 に相関剛比 10, 20, 30 を満足するダイアフラムの板厚およびX形トラス材の断面積を示す。ここで注目すべきことは同じ相関剛比を得るためのトラス材断面積が相当大きくなることである。特に、Type 2 のような偏平な断面では板と同等の剛性を期待しうるX形トラス材断面積はきわめて大きい値となり、不経済になることがわかる。

Table 1 Plate Thickness and Bracing Section Area

| $\frac{KL_D^3}{EI_w}$ | Type 1 | | Type 2 | |
|-----------------------|------------|--------------------------|------------|--------------------------|
| | t_D (cm) | A_b (cm ²) | t_D (cm) | A_b (cm ²) |
| 10 | 0.08 | 11.3 | 0.38 | 177.4 |
| 20 | 0.16 | 22.5 | 0.76 | 354.8 |
| 30 | 0.24 | 33.9 | 1.14 | 532.2 |

3. 実用設計式の提案

箱桁は典型的な薄肉構造であり、その機能を十分に果たすためには、荷重の導入や断面形状保持のためにダイアフラムや対傾構を適当に配置しなければならない。たとえば、わが国の道路橋示方書¹²⁾ではこの点に関して“I形およびπ形のプレートガーダー橋では6m以内またはフランジ幅の30倍以内に中間対傾構を設けなければならない。箱断面ではこれに準ずるのがよい”としている。このように箱桁のダイアフラム設計規準は、配置間隔についても明確でなく、必要剛性に関しては何ら規定がないという現状である。したがって、箱桁の特性をより正確に反映した設計式の確立が望まれる。ここでは、Beam アナロジーを基にしてダイアフラムの実用的な設計式を導く。

(1) そり応力算定式

a) 近似そり応力算定式の誘導

いま、Fig. 1 に示す断面においてリブをすべて等価な板厚としてフランジに平均化し、かつ張出長も小さいものと仮定して、断面変形に関するそり定数 I_w と断面2次モーメント I_x について近似的に、

$$I_w = \{\alpha_1^2 F_u + \alpha_2^2 F_l + 2(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_1 + \alpha_2) F_h\} / 3 \dots\dots\dots (14)$$

$$I_x = \sin^2 \theta \{ F_u(h-g)^2 + F_l g^2 + 2(g^2 - hg + h^2/3) F_h \} \quad \dots\dots\dots(15)$$

と表わす。断面変形に関するそり関数 ϕ において次のような仮定を設ける。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{h-g}{h} \cdot \rho \\ \alpha_2 &= \frac{g}{h} \cdot \rho \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16 \cdot a, b)$$

ここで、

$$\rho = \frac{b_u + b_l}{4} \cdot h \quad \dots\dots\dots(17)$$

したがって、式 (14) は次のように書き換えられる。

$$I_w = \frac{\rho^2}{3 h^2} \left\{ F_u(h-g)^2 + F_l g^2 + 6 \left(g^2 - hg + \frac{h^2}{3} \right) F_h \right\} \quad \dots\dots\dots(18)$$

式 (15) と (18) の比較より近似的に I_w を次のように置く。

$$I_w = \frac{\rho^2}{3 h^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot I_x \quad \dots\dots\dots(19)$$

一方、最大そりモーメントは無限連続剛支承上はりの曲げモーメントから、等分布ずり荷重についてはダイアフラム上で、

$$M_w = 0.082 p_V L_D^2 \quad \dots\dots\dots(20)$$

集中ずり荷重については荷重直下で、

$$M_w = 0.171 P_V L_D \quad \dots\dots\dots(21)$$

となる。

式 (13) に対して、式 (10), (16), (19), (20), (21) を考慮すれば、等分布荷重の場合上フランジのそり応力は、

$$\sigma_{b_w, u}^0 = 0.492 \frac{\bar{y}_1}{b_u I_x} \tilde{T}_u L_D^2 \left(1 - \frac{2 \bar{y}_1}{h \tan \theta} \right) \quad \dots\dots(22)$$

下フランジのそり応力は、

$$\sigma_{b_w, u}^0 = 0.492 \frac{\bar{y}_2}{b_u I_x} \tilde{T}_u L_D^2 \left(1 - \frac{2 \bar{y}_1}{h \tan \theta} \right) \quad \dots\dots(23)$$

ただし、

$$\tilde{T}_u = p b_u \quad \dots\dots\dots(24 \cdot a)$$

集中荷重の場合上フランジのそり応力は、

$$\sigma_{b_w, c}^0 = 1.026 \frac{\bar{y}_1}{b_u I_x} \tilde{T}_c L_D \left(1 - \frac{2 \bar{y}_1}{h \tan \theta} \right) \quad \dots\dots(25)$$

下フランジのそり応力は、

$$\sigma_{b_w, c}^0 = 1.026 \frac{\bar{y}_2}{b_u I_x} \tilde{T}_c L_D \left(1 - \frac{2 \bar{y}_1}{h \tan \theta} \right) \quad \dots\dots(26)$$

となる。ただし、

$$\tilde{T}_c = P b_u \quad \dots\dots\dots(24 \cdot b)$$

ここで、 \bar{y}_1, \bar{y}_2 は中立軸からの縁端距離である (Fig. 1)。

以上より、実用式として簡単化して、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{DW, u} &= \frac{1}{2} \frac{\bar{y}}{b_u I_x} \tilde{T}_u L_D^2 \left(1 - \frac{2 \bar{y}_1}{h \tan \theta} \right) \\ \sigma_{DW, c} &= \frac{\bar{y}}{b_u I_x} \tilde{T}_c L_D \left(1 - \frac{2 \bar{y}_1}{h \tan \theta} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\dots\dots\dots(27 \cdot a, b)$$

ただし、 \bar{y} は中立軸からの縁端距離である。

式 (27・a, b) は Merrison 条項 6.3.4 のそり応力算定式とよく似ているが、若干の修正と簡略化がなされている。

(2) ダイアフラムの間隔

先に筆者らは Merrison 条項のそり応力算定式をもちいて中間ダイアフラム間隔を決定する方法を検討した⁷⁾。ここでは著者らが提案した考え方にに基づき、式 (27) を用いて中間ダイアフラムの間隔決定法を検討する。

Fig. 17 のような単一箱桁の腹板直上に偏心荷重の作用する場合を想定し、これをもって活荷重の偏心量の目安と考える。これは図に示したように活荷重が最も偏心する状態を近似的に代表しているものと見られる。

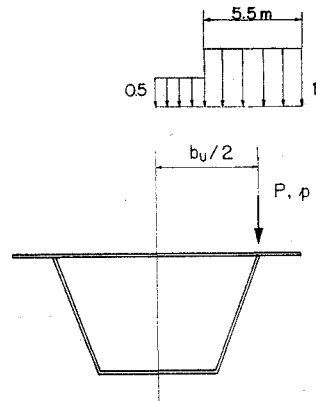


Fig. 17 Assumed Eccentricity of Load

等分布荷重 p に対して等価支間長 L_u を考えると、はりとしての最大曲げ応力および最大そり応力は次のように計算される。

$$\sigma_{b_u} = \frac{1}{8} p L_u^2 \frac{\bar{y}}{I_x} \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$\sigma_{DW, u} = \frac{1}{2} p b_u \frac{\bar{y} L_D^2}{2 b_u I_x} \quad \dots\dots\dots(29)$$

これより、両者の比率は次のようになる。

$$\frac{\sigma_{DW, u}}{\sigma_{b_u}} = \frac{8}{4} \cdot \frac{L_D^2}{L_u^2} = 2 \left(\frac{L_D}{L_u} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(30)$$

集中荷重 P に対しては同様にして、

$$\sigma_{b_c} = \frac{1}{4} P L_c \frac{\bar{y}}{I_x} \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$\sigma_{DW, c} = \frac{1}{2} P b_u \frac{\bar{y} L_D}{b_u I_x} \quad \dots\dots\dots(32)$$

これより両者の比率は次のようになる。

$$\frac{\sigma_{DW, c}}{\sigma_{b_c}} = 2 \left(\frac{L_D}{L_c} \right) \quad \dots\dots\dots(33)$$

注 5) 安全側を考慮して矩形断面の場合のそり応力算定式を採用する。

道路橋示方書より，等分布荷重と集中荷重の割合を $p = 350 \text{ kg/m}$ ， $P = 5000 \text{ kg}$ とすれば，

$$\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{bu}} = \frac{5000 L_c/4}{350 L_u^2/8} \approx 30 \frac{L_c}{L_u^2} \dots\dots\dots(34)$$

このときの最大そり応力および最大曲げ応力の合応力はそれぞれ次のようになる。

$$\sigma_{DW} = \sigma_{DW,u} + \sigma_{DW,c} = \left\{ 2 \left(\frac{L_D}{L_u} \right)^2 + 60 \frac{L_D}{L_u^2} \right\} \sigma_{bu} \dots\dots\dots(35)$$

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \sigma_{bu} + \sigma_{bc} = \left(1 + 30 \frac{L_c}{L_u^2} \right) \sigma_{bu} \\ &\approx \left(1 + 30 \frac{1}{L_u} \right) \sigma_{bu} \dots\dots\dots(36) \end{aligned}$$

いま，一つの考え方として断面変形に伴って生じる付加応力 σ_{DW} を主要応力としての曲げ応力 σ_b の一定限度内に抑える条件を設定する。たとえば，

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{DW} &\leq 0.05 \sigma_b \\ \text{あるいは,} \\ \sigma_{DW} &\leq 0.1 \sigma_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37\cdot a, b)$$

これに式 (35)，(36) を適用すれば，次のようなダイアフラム間隔の限界式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} 2 L_D^2 + 60 L_D &\leq 0.05 (L_u^2 + 30 L_u) \\ \text{あるいは,} \\ 2 L_D^2 + 60 L_D &\leq 0.1 (L_u^2 + 30 L_u) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38\cdot a, b)$$

この限界式を図示すると Fig. 18 のようになる。これを基にダイアフラム間隔の設計式を提案する。

ダイアフラム・対傾構の間隔 L_D は次式を満足するように決めるのがよい。

(1) $L_u < 60 \text{ m}$ $L_D \leq 6(\text{m})$

(2) $L_u \geq 60 \text{ m}$ $L_D \leq 0.14 L_u - 2.4(\text{m})$

ただし， $L_D \leq 20(\text{m}) \dots\dots\dots(39\cdot a, b)$

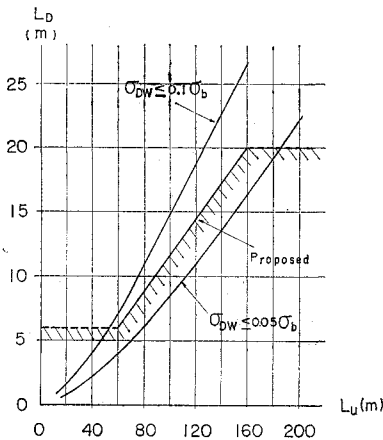


Fig. 18 Proposed Criterion of Diaphragm Spacing

式 (38) では，比較的短い支間において 6 m 以下の間隔が要求されるが，現行示方書の経験では安全上問題がないと思われるので 6 m までを許容間隔とした。また，長支間では 6 m 以上に間隔を緩和したが，あまりダイアフラムが少ないと構造の安全性に対して問題が予想されるので，現行示方書の荷重分配横桁最大間隔 20 m をもって上限とした。

このような条件の下に次章に述べるような剛性のダイアフラムを配置するならば，断面変形に伴って生ずるそり応力は（横方向曲げ応力も，たかだかこの程度であるが），等価支間長が 60 m 以上では偏心荷重による桁曲げ応力の 5% ないし 10% 以内と考えられる。この場合前述したように箱桁に作用する荷重偏心の影響をウェブ直上に荷重を載せたことによって評価している。実際には幅員の大きさや張出部の大きさによって偏心量はまちまちであるが，実橋でも張出長はたかだか 3 m 程度であり，上の評価はむしろ安全側と思われる。また実橋では長支間になるほど死荷重による曲げ応力が活荷重のそれより大きく，また偏心活荷重による曲げ応力は満載活荷重による曲げ応力の 1/2 程度と見られるので，実際はその付加応力は桁の許容曲げ応力のたかだか 2~3% 程度と考えてよい。ただし，支間長 60 m 以下の場合には 4~6% になっていると見られる。

(3) ダイアフラム剛度

(1) および (2) で規定したそり応力算定式およびダイアフラム間隔の規定は，ダイアフラム自体が十分に剛であるという前提条件のもとに考えられたものである。ここでは十分に剛であるとみなすことのできるダイアフラムの必要剛度を規定する。ここで示す剛度算定式では Merrison 条項のような箱断面のラーメン剛性を考慮する必要がない。これは 3. (2) で規定した間隔でダイアフラムを配置すれば，ラーメン剛性の影響が無視でき（膜理論の成立），かつそれは安全側の評価になるという立場に基づくものである^{10), 11)}。

a) 十分に剛とみなし得るダイアフラムの剛度

2. (3) で考察したように，そり応力，ダイアフラム反力，断面変形量などは Fig. 11~16 から明らかに相関剛比 30 以下で急速に低減し，その後は漸次相関剛比 ∞ の値に収束する。この結果からわれわれはダイアフラムを十分に剛と見なしうるための限界として少なくとも，相関剛比 30 以上を必要とすることがわかる。

b) 座屈安定性からみたダイアフラムの必要剛度

一方，ダイアフラム，対傾構は作用応力の下に座屈不安定を生じてはならない。この場合考えられる座屈様式は，板形式については平板のせん断座屈，トラス形式については圧縮材の座屈である。すなわち，

板形式については

$$1.25 \tau \leq \frac{K_r \pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t_D}{d}\right)^2 \dots\dots\dots(40)$$

ただし、 τ は作用せん断応力であり、 K_r は次の座屈係数である。

$$K_r = 5.34 + 4 \alpha^2 \quad (\alpha: \text{板の形状比}) \dots\dots\dots(41)$$

また、 μ はポアソン比、 d は板幅（桁高さまたはウェブ間隔の小さい方）である。

したがって、

$$t_D/d \geq 0.812 \times 10^{-3} \sqrt{\tau/K_r} \dots\dots\dots(42)$$

トラス形式については、

$$A_b \geq N_b/\sigma_{ca} \dots\dots\dots(43)$$

ここで、 N_b は作用軸圧縮力、 σ_{ca} は許容圧縮応力度である。

e) ダイアフラムの必要剛度

以上から、われわれはダイアフラムの必要剛度を次の式で算定することを提案する。

ダイアフラム、対傾構の剛性 K は次の式を満足するように決めるのがよい。

$$\frac{KL_D^3}{EI_w} \geq 30 \dots\dots\dots(44)$$

ここで、 L_D はダイアフラム間隔、 EI_w は桁の断面変形に関するそり剛性である。

ただし、板形式については許容せん断応力 τ_a に対し次図の限界以上とする。 $\sqrt{\tau/\tau_a}$ が 1 より小さいときはこれを低減係数としてよい。

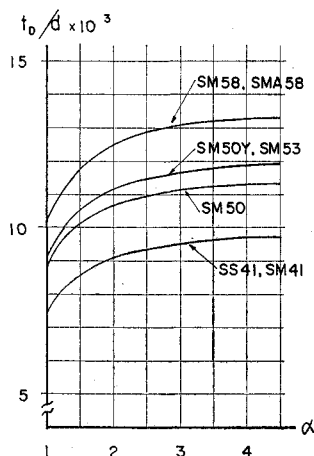


Fig. 19 Minimum Plate Thickness of Diaphragms

また、トラス材については次式を満足する必要がある。

$$A_b \geq N_b/\sigma_{ca} \dots\dots\dots(45)$$

当然のことながら、板形式については最小板厚制限 8 mm、トラス材については最小細長比 120 の制限を守ら

なければならない。

d) 台形断面の場合の取り扱い

台形断面の場合ばね定数 K の算定は非常に複雑になる。たとえば、板形式の場合では Fig. 3 のような断面変形モードに対して純せん断状態は現われず、軸ひずみも生ずる。この場合 K は次のような式となる。

$$K = E \frac{(b_u + b_l)(b_u^2 + b_l^2)}{3 b_u^2 b_l^2} \cdot \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{h}\right)^2 \cdot h \sin \theta \cos^2 \theta + G \left[-\frac{8 h^4 \sin^3 \theta}{b_u^2 b_l^2} \cdot \left(\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{h}\right)^2 \cos^3 \theta - \frac{16 h^2 \sin^2 \theta}{3 b_u b_l} \cdot \left\{ \frac{2 \alpha_1}{b_u} + \frac{2 \alpha_2}{b_l} + \left(\frac{2}{b_u} - \frac{1}{b_l}\right) \cdot (\alpha_1 + \alpha_2) \sin \theta \right\} \cos^2 \theta - \frac{4}{\sin \theta} \left\{ \frac{\alpha_1}{b_u} + \frac{\alpha_2}{b_l} + \frac{\sin^2 \theta}{b_u} (\alpha_1 + \alpha_2) \right\} \left\{ \frac{\alpha_1}{b_u} + \frac{\alpha_2}{b_l} + \left(\frac{1}{b_u} - \frac{2}{b_l}\right) \cdot (\alpha_1 + \alpha_2) \cdot \sin^2 \theta \right\} \cos \theta + \frac{4 b_u}{h \sin \theta} \left\{ \frac{\alpha_1}{b_u} + \frac{\alpha_2}{b_l} + \frac{\sin^2 \theta}{b_u} (\alpha_1 + \alpha_2) \right\}^2 \right] \dots\dots\dots(46)$$

また、X形ブレイシングについては次の形で与えられる。

$$K = 2 E \frac{A_b}{L_b^3} \left[\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{h} \left\{ h + b_l \cos \theta - \frac{b_u(b_u + b_l)}{2h} + \frac{L_b^2}{h} \right\} + \left(\frac{\alpha_1}{b_u} + \frac{\alpha_2}{b_l}\right) (b_u + b_l) \right]^2 \dots\dots\dots(47)$$

いずれの場合にもばね定数の算定は複雑であり、台形断面についても矩形の式 (11)、(12) を代用するのが簡便である。

(4) ダイアフラムの応力

ここではダイアフラムまたは対傾構に作用する応力の評価法について述べる。まず、一般的に台形断面に対して応力算定法を導き、それより簡易化を行って実用算定式を提案する。

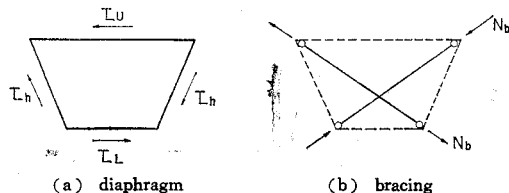


Fig. 20 Diaphragm Stresses and Bracing Forces

Fig. 20 (a) に示されるような板形式ダイアフラムに作用するせん断応力 τ_u , τ_h , τ_l は次式で与えられる⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \tau_u &= \frac{b_l}{b_u} \cdot \frac{T}{2 t_D} \cdot \frac{1}{A} \\ \tau_h &= \frac{T}{2 t_D} \cdot \frac{1}{A} \\ \tau_l &= \frac{b_u}{b_l} \cdot \frac{T}{2 t_D} \cdot \frac{1}{A} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(48 \cdot a, b, c)$$

ここで、

$$D = \left\{ \left(1 + \frac{b_l}{b_u} \right) \alpha_1 + \left(1 + \frac{b_u}{b_l} \right) \alpha_2 \right\} \dots (49)$$

矩形断面の場合

$$\tau_u = \tau_h = \tau_l = \frac{T}{2At_D} \dots (50)$$

となる。Tはダイアフラムに作用する最大ずりモーメントを表わし、Beam アナロジーからばね反力として求まる量である。等分布荷重に対しては Fig. 15 の結果からこの反力はダイアフラム間の荷重強度の合計 $p_V L_D$ と見てよい。また、集中荷重に対しては Fig. 16 の結果から荷重下のダイアフラムですべて受け持つと考え、反力は荷重の大きさ P_V そのものとなる。

Fig. 20 (b) から X 形トラスの軸力 N_b は次式で与えられる。

$$N_b = T/J_1 \dots (51)$$

ここで、

$$J_1 = \frac{4\alpha_1}{b_u} \cdot \frac{L_b}{J_2} + \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{h} \cdot \left\{ \frac{L_b}{J_2} \frac{h}{b_l} + \frac{h}{L_b} \right\} + \frac{4\alpha_2}{b_l} \frac{b_u}{L_b}$$

$$J_2 = \frac{b_u + b_l}{2} + \frac{h}{b_l} (h + b_l \cos \theta)$$

.....(52・a, b)

矩形断面の場合は

$$N_b = TL_b/4A \dots (53)$$

ただし、Tについては(a)の場合と同様に考える。

以上の結果から、われわれはダイアフラム応力を次式で簡易的に算定することを提案する。

ダイアフラムの応力は次式で算定すればよい。

板形式の場合

$$\left. \begin{aligned} \tau_u &= \frac{b_l}{b_u} \frac{T}{2At_D} \\ \tau_h &= \frac{T}{2At_D} \\ \tau_l &= \frac{b_u}{b_l} \frac{T}{2At_D} \end{aligned} \right\} \dots (54 \cdot a, b, c)$$

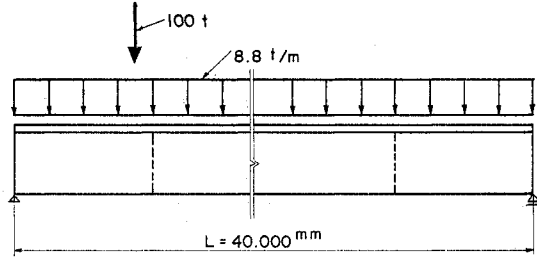
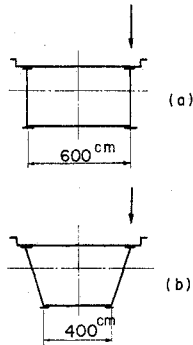
X形トラスの場合

$$N_b = \frac{L_b}{4A} T \dots (55)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} T &= p_V L_D \quad (\text{等分布荷重}) \\ T &= P_V \quad (\text{集中荷重}) \end{aligned} \right\} \dots (56 \cdot a, b)$$

式 (54), (55) は矩形断面の場合については正確であ



| | F (cm ²) | I _x (cm ⁴) | I _y (cm ⁴) | I _w (cm ⁶) |
|-----|----------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (a) | x 10 ⁴ | x 10 ⁸ | 1.83 x 10 ⁸ | 3.72 x 10 ¹² |
| (b) | 0.360 | 0.841 | 1.39 x 10 ⁸ | 2.88 x 10 ¹² |

Fig. 21 Model Girders (Type 3, 4)

るが、台形断面の場合は簡便のため矩形断面の式を拡張して用いている。それによる誤差は次の節で式と厳密解との比較により検討する。

(5) 実用設計式の妥当性

a) そり応力算定式の検討

Fig. 5, 6 に示す Type 1, 2 の箱桁および Fig. 21 に示す矩形および台形断面を有する箱桁 Type 3, 4 について、BFEM 解および Fourier 級数解との比較を実施する。Fig. 21 の箱桁は文献 8), 3) ですでに結果が得られている。

Fig. 22~25 は Type 1, 2 についての結果である。BFEM 解については相関剛比 30 と 500 の 2 種類の計算を実施した。Fig. 26 は Type 3 について、Fig. 27 は Type 4 についての比較である。図中、N は剛として

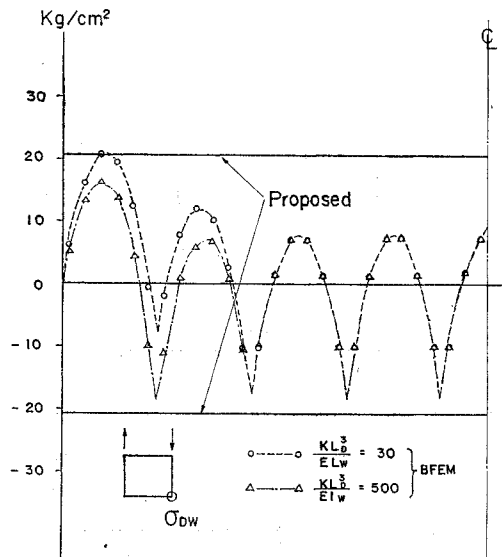


Fig. 22 Comparison between Proposed and BFEM values (Type 1, uniform load)

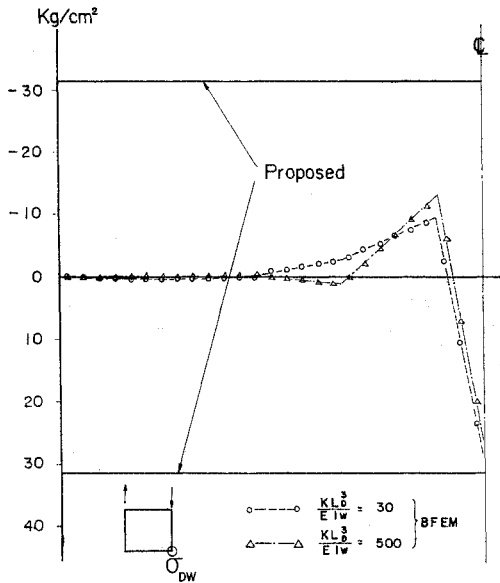


Fig. 23 Comparison between Proposed and BFEM values (Type 1, concentrated load)

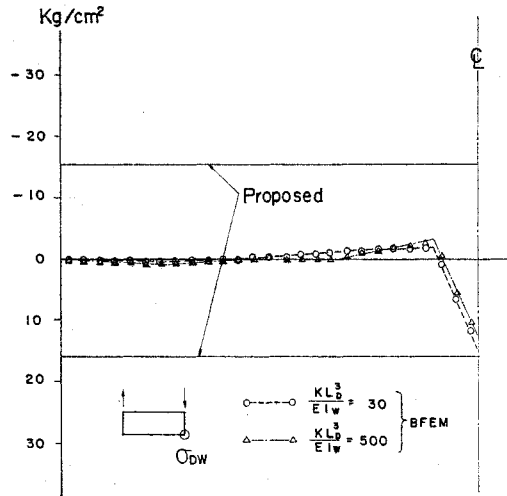


Fig. 25 Comparison between Proposed and BFEM values (Type 2, concentrated load)

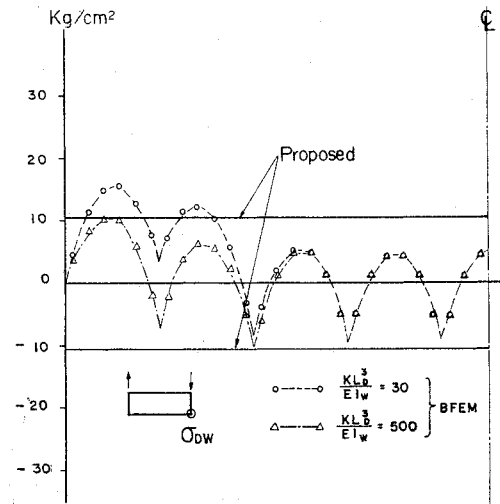


Fig. 24 Comparison between Proposed and BFEM values (Type 2, uniform load)

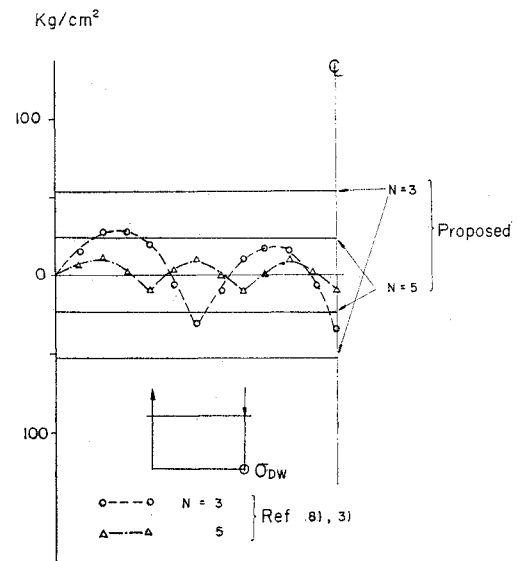


Fig. 26 Comparison between Proposed and BFEM values (Type 3, uniform load)

計算された中間ダイアフラムの個数を意味する。

全体的に式 (27) は BFEM 解および Fourier 解の上限を抑えているようである。ただし Type 2 のように偏平な断面について式 (27) の結果は、はり端近傍で BFEM 解より小さくなる。しかしながら、この程度の量は問題にならないオーダーと考えられ、総じて安全側の評価をしていると考えてよい。

b) ダイアフラム応力算定式の検討

ここで採用したダイアフラム板厚ないしはトラス断面積はすべて相関剛比 30 に相当する量である。

Table 2 に Type 1, 2 の箱桁について、式 (54) と BFEM 解との比較を示す。表中、BFEM 解はダイアフラム 8 個のうち最大応力を掲げており、() 内は支間中央のダイアフラム応力を意味する。いずれも実用算定式 (54) は BFEM 解に近い値を示している。

次に Table 3 に Type 4 の台形箱桁 (ダイアフラム数 7 個) について、式 (54) を式 (48) および BFEM 解と比較した結果を示す。これよりみると、式 (54) は矩形断面の場合を拡張した簡易式ではあるが、ほぼ妥当な値を示すように思われる。

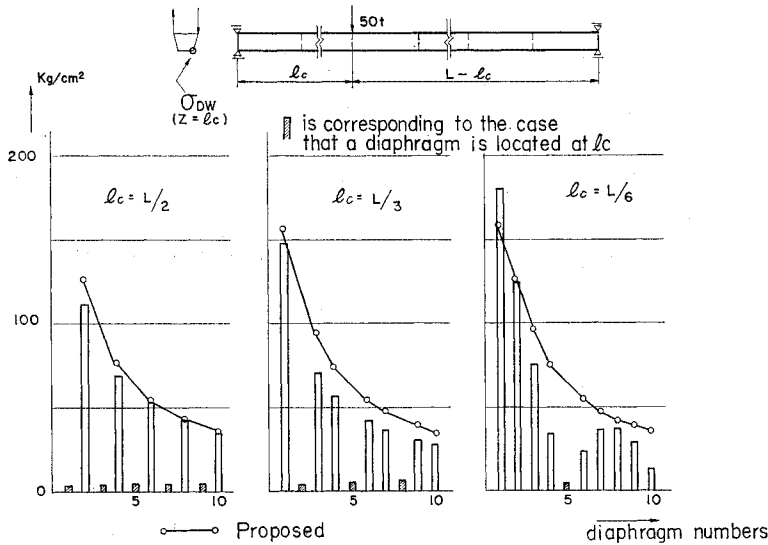


Fig. 27 Comparison between Proposed and BFEM values (Type 4, concentrated load)

Table 2 Comparison of Diaphragm Stresses (Type 1, 2)

| (a) Type 1 (kg/cm²) | | |
|---------------------|---------------|--------------|
| | uniform | concentrated |
| Eq. (54) | 114.6 | 43.3 |
| BFEM | 115.6 (109.8) | 44.9 |
| (b) Type 2 (kg/cm²) | | |
| | uniform | concentrated |
| Eq. (54) | 24.1 | 9.1 |
| BFEM | 25.9 (24.1) | 9.3 |

Table 3 Comparison of Diaphragm Stresses (Type 4)

| (a) uniform load (kg/cm²) | | | |
|--------------------------------|-----------|------------|------------|
| | τ_u | τ_h | τ_l |
| Eq. (48) | 5.9 | 8.9 | 13.4 |
| Eq. (54) | 6.8 | 10.3 | 15.4 |
| BFEM | 6.9 (6.6) | 10.3 (9.8) | 15.5(14.8) |
| (b) concentrated load (kg/cm²) | | | |
| | τ_u | τ_h | τ_l |
| Eq. (48) | 13.5 | 20.3 | 30.4 |
| Eq. (54) | 15.5 | 23.3 | 34.9 |
| BFEM | 13.3 | 20.0 | 30.0 |

Table 4 Comparison of Bracing Force (Type 4)

| (kg) | | |
|----------|-------------|--------------|
| | uniform | concentrated |
| Eq. (51) | 7093 | 16121 |
| Eq. (55) | 8144 | 18509 |
| BFEM | 8206 (7827) | 15703 |

Table 4 は同様に Type 4 の台形箱桁 (対傾構数 7 個) について、式 (55) を式 (51) および BFEM 解と比較した結果を示す。式 (55) は BFEM 解に比べて集中荷重に対して約 20% 程度安全側、等分布荷重に対してはほぼ近い値を評価している。式 (51) の複雑さを考えれば、簡略な式 (55) を採用すれば十分であると考えられる。

c) 断面変形の大きさと横方向曲げ応力の検討

われわれは 3. (3) において限界相関剛比を 30 と定めたが、その場合、桁にはなにかの断面変形が生じている。ここではその量がどの程度のものであるかを検討する。さらに膜理論の立場から無視した横方向曲げ応力がどの程度生ずるかを調べてみる。

2. (3) で述べたモデルにおいて、相関剛比 30 の場合を考えると、支間中央における断面変形の大きさは等分布荷重の場合 $V=0.0359 p_V L_D^4 / EI_w$ 、集中荷重の場合 $V=0.0324 P_V L_D^3 / EI_w$ と計算される。

Type 1 および 2 の桁についてこのような断面変形 V に伴うウェブの相対変位を計算すると Table 5 (a) のようになる。これを通常のねじり理論による計算値と比較すると、Type 1 の集中荷重の場合を除きねじり理論による値の 10% 以下になる。この程度の断面変形は実際上さほど問題にする必要のない大きさである。

次に、断面変形 V に伴って生ずる横方向曲げ応力 σ_{DB} を計算する。長方形断面の場合のラーメン曲げモーメント分布より σ_{DB} の最大値は以下のように算定される。ウェブ上端において、

$$\sigma_{DB}^U = \frac{6E}{t_h^2} \cdot \frac{b_u t_l^3 + 3h/t_h^3}{C} \cdot V \dots\dots (57 \cdot a)$$

Table 5 Relative Web Displacement and Additional Stresses due to distorsion

| (a) relative web displacement | | | | |
|-------------------------------|--------------|------------------------|------------------------|---------|
| | | (A) distorsion (cm) | (B) torsion (cm) | (A)/(B) |
| Type 1 | uniform | 2.182×10^{-2} | 3.264×10^{-1} | 0.067 |
| | concentrated | 1.491×10^{-2} | 5.550×10^{-2} | 0.269 |
| Type 2 | uniform | 1.120×10^{-2} | 5.565×10^{-1} | 0.020 |
| | concentrated | 7.572×10^{-3} | 9.387×10^{-2} | 0.081 |

| (b) additional stresses | | | | |
|-------------------------|--------------|---|---|---------|
| | | (A) σ_{DB} (kg/cm ²) | (B) σ_{DW} (kg/cm ²) | (A)/(B) |
| Type 1 | uniform | 3.6 | 20.6 | 0.175 |
| | concentrated | 2.2 | 31.4 | 0.070 |
| Type 2 | uniform | 0.6 | 10.5 | 0.057 |
| | concentrated | 0.4 | 15.8 | 0.025 |

ウェブ下端において、

$$\sigma_{DB} L = \frac{6E}{t_h^2} \cdot \frac{b_u/t_u^3 + 3h/t_h^3}{C} \cdot V \dots\dots\dots (57 \cdot b)$$

ただし、C は次式で与えられる。

$$C = \left(\frac{b_u}{t_u^3} + \frac{2h}{t_h^3} \right) \cdot \left(\frac{b_u}{t_l^3} + \frac{2h}{t_h^3} \right) - \left(\frac{h}{t_h^3} \right)^2 \dots (58)$$

Type 1 および 2 の桁について最大横方向曲げ応力を計算すると **Table 5** (b) のようになる。これより σ_{DB} はそり応力に比較してたかだか 18% 程度であることがわかる。したがって、先に示したように桁の付加応力としてそり応力 σ_{DW} に着目しておけば十分であると思われる。ただし、ダイアフラム間隔を提案式 (39) の限界以上に広くするような場合には σ_{DB} もかなりのオーダとなるので式 (57) によって照査するのが望ましい。

4. ま と め

まえがきで述べたように、Merrison 条項 6.3.4 は BEF アナロジーの結果をそのまま採用しており、鋼箱桁の設計法としては、複雑かつ不合理な点がある。本報告では、そのような観点から、著者らの前研究に基づき Beam アナロジーを誘導し、それによって設計法を簡便かつ合理的なものにすることを計っている。

ここでは特にダイアフラム間隔の決定に関して、断面変形に伴う 2 次応力を無視し得る程度に抑えるという条件から限界式を提案した。これによれば長径間橋梁に対して従来の間隔 6m をより広げることが可能である。この限界式は道路橋において想定されている活荷重の下で、箱桁が一定の強度を保つように考えられたものである。しかしながら、1) 中間ダイアフラムはこの他にも製作、運搬、架設における箱断面形状保持という重要な機能がある。また、2) 鋼床版箱桁の場合には横ばりと

の関連も問題となる。3) 箱桁の極限耐荷力、あるいは疲労などの問題もまだ不明である。その意味から実際の橋梁でダイアフラム間隔をあまり大きく採ることは得策ではないように思われる。

著者らが現在最も望ましいと考えている設計法は、まず本報告の提案式に基づき主要なダイアフラムの間隔、剛度を決定し、さらに 6m 程度の間隔で形状保持用の二次的ダイアフラムを配備するというものである。これは、ちょうど I 形並列プレートガーダー橋の現行設計法における荷重分配横桁と中間対傾構の関係に対応し、現在までの経験の蓄積に沿う意味でつり合いの採れた考え方であろうと思われる。当然のことながら、この考え方に立つ場合は二次的ダイアフラムは本提案式のような照査を必要としない。一方、すべての中間ダイアフラムを主要と考えて設計をする場合には、本提案式をそのすべてについて適用すればよい。

以上から、箱桁橋の中間ダイアフラム設計法をまとめると **Table 6** のようになる。将来、前記 1)~3) 項についてより解明されたときには、二次ダイアフラムなる概念は再検討を要する。

Table 6 Proposed Design Procedure with Respect to Intermediate Diaphragm

| 種類 照査項目 | 主要なダイアフラム | | 二次的ダイアフラム |
|-------------|--------------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| | 限界式(39)を満足する | 限界式(39)を満足しない | |
| 間 隔 | | | 6 m 以内 |
| 断面変形に伴う付加応力 | 不 要 | そり応力式(27) 横曲げ応力式(57) | 不 要 |
| 必要 剛 性 | 相関剛比式 (44) 座屈安全性 Fig. 23 または式(45) | | |
| 応 力 | 式 (54) または (55) | | |
| 最 小 制 限 | 板厚 8 mm 以上 または細長比 120 以下 | | 板厚 8 mm 以上 または細長比 150 以下 |

英国 Merrison 委員会の報告は、現在ダイアフラムの設計規準として唯一のものである。幾つかの落橋事故が動機とはいえ、その努力は箱桁橋設計のいろいろの点で有益な情報を提供している。わが国でも彼らの経験を他山の石とするとともに、それなりの努力もまたなされるべきであろう。本報告は著者らの独自の立場に基づく一つの試みであるが、今後各方面から多角的な検討がなされて、箱桁橋設計上資する所あれば幸いと考える。

最後に本研究を初期からご指導いただいた、埼玉大学 奥村敏恵教授、また種々貴重なご意見を賜った道路協会 鋼橋設計便覧分科会 (佐々木道夫委員長) および関西道路研究会道路橋調査研究委員会 (小松定夫委員長) の関係各位に厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Subcommittee on Box Girder Bridges ASCE-AASHTO Committee on Flexural Members : Trends in the

- Design of Steel Box Girder Bridges, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST 3, June, 1969.
- 2) Subcommittee on Box Girders of the ASCE-AASHTO Task Committee on Flexural Members : Progress Report on Steel Box Girder Bridges, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST 4, April, 1971.
 - 3) 坂井藤一・長井正嗣・佐野信一郎：ブロック有限要素法による薄肉箱げたの立体解析，土木学会論文報告集，第255号，1976年11月。
 - 4) The Subcommittee of Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges : Interim Design and Workmanship Rules, Her Majesty's Stationary Office, 1973.
 - 5) 小西一郎：鋼橋（設計編I），丸善，1975。
 - 6) Wright, R.N., Abdel-Samad, S.N. and Robinson, A.R. : BEF Analogy for Analysis of Box Girders, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. ST 7, July, 1968.
 - 7) 坂井藤一・長井正嗣：鋼箱げた橋におけるダイアフラム間隔の決定に関する一試案，川崎重工社内報，1975年5月（道路協会設計便覧分科会 および 関西道路研究会資料）。
 - 8) 奥村敏恵・坂井藤一：リップ付台形げたの断面変形挙動とダイアフラムの効果，土木学会論文報告集，第209号，1973年12月。
 - 9) Kristek, V. : Tapered Box Girders of Deformable Cross Section, Proc. of ASCE. Vol. 96, No. ST 8, August, 1970.
 - 10) 奥村敏恵・坂井藤一：箱型ばりの断面変形と中間ダイアフラムの影響，土木学会論文報告集，第190号，1971年6月。
 - 11) Sakai, F. and Okumura, T. : Influence of Diaphragms on Behaviour of Box Girders with Deformable Cross Section, Proc. of ninth Congress of IABSE, Amsterdam, May, 1972.
 - 12) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1973年2月。
(1976.6.18・受付)