

## 部分構造分割による長大トラス橋の最適設計に関する研究

### ON THE OPTIMUM DESIGN OF LONG TRUSS BRIDGES BY PARTITIONING INTO SUBSTRUCTURES

杉本博之\*・土居博史\*\*・中村作太郎\*\*\*

By Hiroyuki SUGIMOTO, Hiroshi DOI, Sakutaro NAKAMURA

#### 1. まえがき

構造物の最適設計は、近年多くの研究がなされ、現在実用化の方向に向って、各分野でいろいろな角度から研究されている。

本論文が対象としたトラス構造物の最適設計は、体系的に行われたサブオプティミゼーションを用いることにより、比較的小規模な構造に関しては、現在実用段階に達している。しかし、トラス構造物でも規模が大きくなると、設計変数の数の増加による、計算機の記憶容量、計算時間の増大化、最適解への収束の困難等の問題があり、適用が難しかった。特に近年、吊橋を含む長大トラス橋の計画・架設が多く、それらの大規模構造物へも容易に応用できる最適設計法の確立が、現在必要であると思われる。

上述の問題点を解決する手法として、構造物をいくつかの部分構造に分割し、それぞれの部分構造について最適化する部分構造分割による最適設計法が提案されている<sup>1)</sup>。この方法は、構造物をいくつかの部分構造に分割し、考えている部分構造内の設計変数のみを変数とし、その他の部分構造内の設計変数は一定として、近似的構造解析法を用いて、SUMT により最適化している。また、各部分構造は、考えている部分構造内の最適化により、その設計変数の変化による挙動変数への影響が、ほとんど無視できるまで十分な大きさを有する構造とする必要がある。このダンピング効果は、離れた部材間の影響は小さいが、近接する部材間の影響は大きいということであるから、この効果に期待する手法では、部分構造へ分割する際、隣接する部分構造はオーバーラップする必要がある。その決定に論理性を欠く。また、部分構造

の大きさに下限が存在し、ある程度以上の、分割数の増加による効果を期待できない。これらのことは、SUMT だけではなく、他の一般的な非線形計画法の部分構造分割法への応用についてもいえることである。

筆者らはすでに、分割部節点に仮想部材を設ける方法を発表しているが<sup>2)</sup>、仮想部材の断面積、長さ等の決定に難しい問題があった。

そこで本論文では、構造物を部分構造に分割する際、分割部節点にその節点の変位の方向に移動可能な斜支承を設け、隣接する他部分構造の部材内力を外力として作用させ、部分構造を一個の独立した構造物に置換した後、その部分構造を LP 法により最適化し、全体構造の最適設計を SLP 法により行った。

この方法の特徴は、SLP 法の最大の欠点であったシンプレックス表の大きさを大幅に減少させ、計算時間もかなり短縮できる。また、考えている部分構造の最適化において、他の部分構造からの影響を、斜支承を通じて SLP 法の繰り返しの過程の中で考慮できることにある。

計算例として、全長 160 m の 2 ヒンジスパンドレルリブアーチ橋、全長 216 m のブレースドリブアーチ橋（西海橋）、全長 500 m の 3 径間連続トラス橋（天草一号橋）に本論文の手法を適用し考察を加えた。

目的関数は総体積、制約条件としては、応力、細長比を考えた。

細部の規程は、道路橋示方書（昭和 48 年）に従った。

#### 2. 記号の定義

$A_i$ : 部材  $i$  の断面積 (cm<sup>2</sup>)

$l_i$ : 部材  $i$  の長さ (cm)

$r_i$ : 部材  $i$  の断面二次半径 (cm)

$V$ : トラス構造物の総体積 (m<sup>3</sup>)

$T$ : 最適設計に要した計算時間 (sec)

$n$ : 最適設計に要した繰り返し回数

\* 正会員 工博 室蘭工業大学助教授 土木工学科

\*\* 正会員 工修 日本水道コンサルタント

\*\*\* 正会員 室蘭工業大学教授 土木工学科

- $F_{ik}$  : 荷重条件  $k$  による部材  $i$  の軸力 (kg)
- $F_{a,i}$  : 部材  $i$  の許容軸力 (kg)
- $\sigma_{ca,i}$  : 部材  $i$  の許容軸方向圧縮応力度 (kg/cm<sup>2</sup>)
- $\sigma_{ta}$  : 許容軸方向引張応力度 (kg/cm<sup>2</sup>)
- $A_i^*$  : 部材  $i$  の細長比の上限から決定される断面積の下限値 (cm<sup>2</sup>)
- $\xi$  : ムープリミット
- $E$  : ヤング率 (kg/cm<sup>2</sup>)
- $NP$  : 構造物の自由度
- $NF$  : 構造物の部材数
- $NF_i'$  : 部分構造  $i$  の部材数
- $NLC$  : 作用する荷重条件数

$LD$  : 余裕のある制約条件式を排除するために、各部材において軸力と許容軸力の比の大きい順に選ぶ荷重条件数 ( $\leq NLC$ )

$NS$  : 分割された部分構造の数  
 $D$  : 外力と内力を結びつけるマトリックス ( $NP \times NF$ )

$S$  : 内力と変形を結びつけるマトリックス ( $NF \times NF$ )

$P$  : 外力マトリックス ( $NP \times NLC$ )

$F$  : 内力マトリックス ( $NF \times NLC$ )

$X$  : 変位マトリックス ( $NP \times NLC$ )

内力および変位は次式で計算できる。

$$F = SD^T X \dots\dots\dots(1)$$

$$X = K^{-1}P \dots\dots\dots(2)$$

ここで、

$$K = DSD^T \dots\dots\dots(3)$$

### 3. 部分構造分割による最適設計法

#### (1) サブオプティミゼーション

設計変数を減少させるために、トラス構造物においては、部材寸法と部材断面積、許容圧縮応力度と部材断面積の関係式など設計変数間の従属な関係にあるものの関係式を誘導する必要がある。詳細<sup>5)</sup>は省略し、本論文に必要な部材  $i$  の許容軸方向圧縮応力度と断面積の関係のみを示すと、たとえば SS 41 の場合には、以下ようになる。

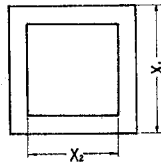


図-1 正方形断面

断面形状は、図-1 に示す正方形断面である。

- a)  $2.56 \leq A_i \leq 104.96$   
 $l_i/r_i \leq 20; \sigma_{ca,i} = -1400 \dots\dots\dots(4 \cdot a)$   
 $20 < l_i/r_i \leq 93; \sigma_{ca,i} = -1400 + 8.4 \left( \frac{l_i}{r_i} \right)$

$$\sqrt{\frac{(0.3125 A_i)^2 + 0.64}{6}} - 20 \dots\dots\dots(4 \cdot b)$$

$$93 < l_i/r_i; \sigma_{ca,i} = -1.2 \times 10^7 \left[ \frac{6700 + \left( \frac{l_i}{r_i} \right) \sqrt{\frac{(0.3125 A_i)^2 + 0.64}{6}}}{6} \right] \dots\dots\dots(4 \cdot c)$$

- b)  $104.96 < A_i$   
 $l_i/r_i \leq 20; \sigma_{ca,i} = -1400 \dots\dots\dots(5 \cdot a)$   
 $20 < l_i/r_i \leq 93; \sigma_{ca,i} = -1400 + 8.4 \times \left( \frac{l_i}{r_i} \cdot 1.3074 \sqrt{A_i} - 20 \right) \dots\dots\dots(5 \cdot b)$   
 $93 < l_i/r_i; \sigma_{ca,i} = -1.2 \times 10^7 / [6700 + \left( \frac{l_i}{r_i} \cdot 1.3074 \sqrt{A_i} \right)^2] \dots\dots\dots(5 \cdot c)$

#### (2) 反復線形計画法 (SLP 法)

反復線形計画法に関しては、文献 2), 3) に詳しいので省略し、トラス構造物に適用した場合の線形化された制約条件式、目的関数を示す。

まず、応力、細長比、ムープリミットに関する制約条件式は、

$$\left[ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial F_{ik}^{(1)}}{\partial A_j} U_j - A_i^{(1)} \sigma_{ta} U_i \\ \leq -F_{ik}^{(1)} + \sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial F_{ik}^{(1)}}{\partial A_j} \\ (F_{ik} \geq 0) \\ \sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial F_{ik}^{(1)}}{\partial A_j} U_j - A_i^{(1)} \frac{\partial F_{a,i}^{(1)}}{\partial A_i} U_i \\ \geq -F_{ik}^{(1)} + \sum_{j=1}^{NF} A_j^{(1)} \frac{\partial F_{ik}^{(1)}}{\partial A_j} \\ -A_i^{(1)} \frac{\partial \sigma_{ca,i}^{(1)}}{\partial A_i} (F_{ik} < 0) \\ U_i \geq \text{Max}[1 - \xi, A_i^*/A_i^{(1)}] \\ U_i \leq 1 + \xi \end{array} \right] \quad (k=1 \sim NLC) \quad (i=1 \sim NF) \dots\dots\dots(6)$$

上式は、全体構造物に対応するものであるが、部分構造物に対しては、 $NF$  を  $NF_i'$  ( $i=1 \sim NS$ ) とし、式 (6) を  $NS$  回繰り返すことになる。

上式中  $\partial \sigma_{ca,i} / \partial A_i$  は、式 (4・a) ~ (5・c) より得ることができる。また、式 (6) の  $\xi$  は、ムープリミットで、本論文では 図-2

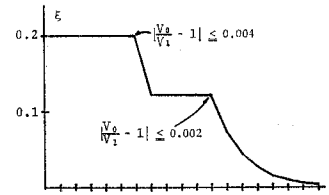


図-2 ムープリミット ( $V_0, V_1$ : 前回と今回の総体積)

のように定めた。  $U$  は設計変数の無次元化のために導入した変数で、今回の部材断面積  $A_i^{(2)}$  と前回の部材断面積  $A_i^{(1)}$  の比で次のように定義される。

$$U_i = \frac{A_i^{(2)}}{A_i^{(1)}} = \frac{A_i^{(1)} + \Delta A_i}{A_i^{(1)}} = 1 + \frac{\Delta A_i}{A_i^{(1)}} \dots\dots\dots(7)$$

また、式 (6) 中の微分は、式 (1), (2) より次のよう

に表わされる。

$$\frac{\partial F}{\partial A_i} = SD^T \frac{\partial X}{\partial A_i} + \frac{\partial S}{\partial A_i} D^T X \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial X}{\partial A_i} = -K^{-1} D \frac{\partial S}{\partial A_i} D^T X \dots\dots\dots (9)$$

(3) 部分構造分割

この方法は、図-3の全体構造物を 図-4の部分構造に分割し、分割部節点に斜支承を設け、隣接する部分構造内の部材の内力を外力として作用させ、部分構造物の力学的挙動を対応する全体構造物の部分と一致させ、かつ独立した構造物とした後、最適設計を行うというものである。具体的な手順は次のようになる。

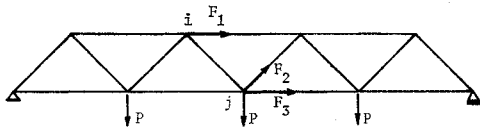


図-3 全体構造物

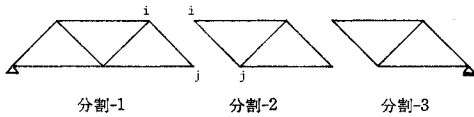


図-4 部分構造分割

まず、図-3の全体構造物を解析し、分割される節点  $i, j$  の変位  $(u_i, v_i), (u_j, v_j)$ 、およびこの節点  $i, j$  それぞれにおいて、変位と平行な方向に移動可能な斜支承を 図-5 のように設け、先に求めてある  $F_1, F_2, F_3$  の斜支承方向の成分を外力として作用させるのである(図-6)。この部分構造を静的解析した結果の変位および内力は、対応する全体構造物のそれと一致する。

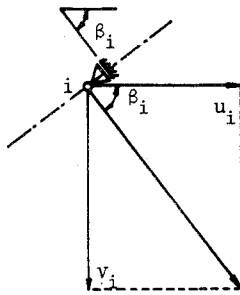


図-5 変位と斜支承

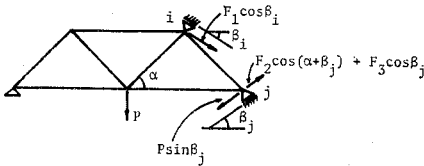


図-6 部分構造物

次に、各部分構造の式(6)で定義される問題に LP 法を適用し、全部分構造が終わった後、前回の結果と比較し収束していなければ、上記の過程を繰り返す。

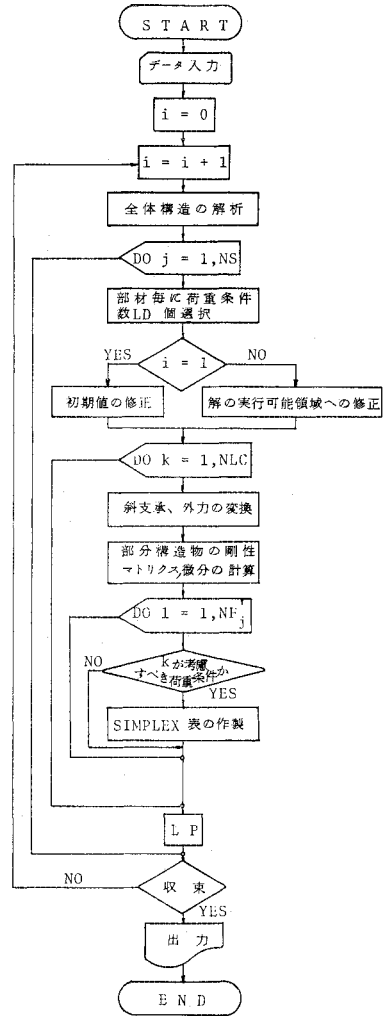


図-7 計算の流れ図

この種の部分構造分割法において、問題点の一つである他部分構造内の変化の影響は、この方法では、分割部節点の変位および内力を変換した外力により、SLP 法の繰り返し計算の過程で、相互に伝達することができる。

図-7 は、本論文の SLP 法を用いた部分構造分割による最適設計法の流れ図である。

(4) シンプレックス表の縮小

本論文の方法を用いることによるシンプレックス表の縮小は、次のように説明できる。

部材数  $NF$  であるトラス構造物に SLP 法を適用す

	$NF \times LD$	$NF$	$NF$	$NF$
	制約条件式の 係数マトリクス	move limit の 上限	move limit の下限ある いは細長比	単位マトリクス
$NF$				

図-8 シンプレックス表

る場合、シンプレックス表の大きさは、双対定理を用いると図-8のように考えることができる。

本論文の数値計算例のように  $LD=4$  の場合、シンプレックス表の大きさは、

$$7 \times NF^2 \dots\dots\dots (10)$$

であたえられ、部材数の平方に比例する。

一例として、図-11 の 3 径間連続トラス 橋を適当に分割した場合のシンプレックス表の大きさを表-1 に示した。各部分構造内の部材数が均一ではないので、単純に分割数の平方に逆比例はしないが、急速に減少している。また、このシンプレックス表の大きさに比例して、LP の計算時間も減少する。

表-1 分割数とシンプレックス表の大きさ  
(3 径間連続トラス, 図-11)

NS	シンプレックス表の容量	部分構造の最大部材数	分割した節点番号
1	43 687 (100%)	79	
2	11 767 (27%)	41	20-21
3	5 887 (13%)	29	14-15, 28-29
5	3 087 (7%)	21	{ 8-9, 18-19, 24-25 32-33
7	1 183 (3%)	13	{ 6-7, 12-13, 18-19 24-25, 30-31, 34-35

4. 計算例

本論文の方法を用いた計算例を以下に説明する。

収束の判定条件は、全部材において前回と今回の断面積の比から 1 を引いた絶対値が 0.01 より小さいか、あるいは、断面積の差が 0.5 cm<sup>2</sup> より小さいとき収束とみなした。

初期値は、それぞれの問題において 100~500 cm<sup>2</sup> の値を全部材等断面としてあたえ、許容応力度、細長比の上限との関係で適当に修正を加えた。

例題では、全部材 SS 41 とし、また、 $LD=4$  である。

(例題 1)

図-9 に示す、全長 160 m の 2 ヒンジスバンドレルリブアーチ橋の例である。設計の対象となる総部材数は、対称性を考慮して 41 部材である。

荷重は、死荷重として上弦材の全節点に 50 t、活荷重として 40 t を上弦材の節点に左から荷重条件番号 (1) ~ (11) までにそれぞれ載荷した。つまり、 $NLC=11$  である。

分割は、2, 3, 5 分割を考えた。それぞれ分割した節点番号は、2 分割で 11-12, 21-22, 3 分割で 9-10, 15-16, 21-22, 5 分割で 5-6, 9-10, 13-14, 17-18, 21-22 である。

最適設計の結果を表-2 に示した。\* は細長比で決定された部材である。( ) 内の数字は、許容応力度と実

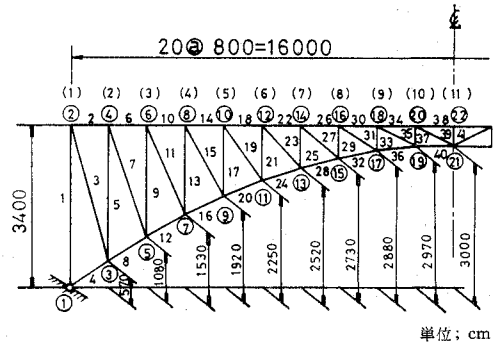


図-9 2 ヒンジスバンドレルリブアーチ橋

表-2 2 ヒンジスバンドレルリブアーチ橋

NS member	2	3	5	LC
1*	469.64 (43.5)%	469.64 (43.4)%	469.64 (43.5)%	1
2*	52.19 (56.9)	52.19 (56.9)	52.19 (56.9)	2
3*	126.50 (35.3)	126.50 (35.3)	126.50 (35.3)	2
4	627.55 (100.0)	627.63 (100.0)	627.56 (100.0)	11
5	325.37 (64.1)	325.37 (64.1)	325.37 (64.1)	2
6*	57.24 (100.2)	57.19 (99.7)	57.20 (100.0)	3
7*	96.14 (48.8)	96.14 (48.8)	96.14 (48.9)	3
8	600.71 (100.0)	600.78 (100.0)	600.64 (100.0)	11
9*	218.67 (97.3)	218.67 (97.3)	218.64 (97.4)	3
10	71.90 (100.0)	71.90 (100.0)	71.95 (99.9)	4
11*	79.67 (62.3)	79.67 (62.2)	79.67 (62.3)	4
12	574.33 (100.0)	574.40 (100.0)	574.25 (100.0)	11
13	183.25 (100.0)	183.35 (99.9)	183.36 (100.0)	4
14	90.05 (99.9)	90.09 (99.8)	90.10 (100.0)	5
15*	65.89 (80.4)	65.89 (80.4)	65.89 (80.6)	5
16	547.94 (100.0)	548.09 (100.0)	547.68 (100.0)	11
17	154.96 (100.0)	155.09 (99.9)	155.05 (100.0)	5
18	113.88 (100.1)	114.38 (99.3)	113.87 (100.0)	6
19	57.57 (100.1)	57.91 (99.3)	57.59 (100.0)	6
20	520.59 (100.0)	520.79 (100.2)	520.53 (100.0)	11
21	134.37 (100.0)	134.65 (99.7)	134.43 (100.0)	6
22	146.66 (100.1)	147.41 (99.3)	146.73 (100.0)	7
23	63.80 (100.0)	64.23 (99.3)	63.86 (100.1)	7
24	490.58 (100.0)	490.83 (100.2)	490.51 (100.0)	11
25	117.77 (100.0)	118.05 (99.6)	117.85 (100.0)	7
26	186.02 (100.0)	187.11 (99.2)	186.18 (100.3)	8
27	71.57 (99.9)	71.97 (99.2)	71.57 (100.2)	8
28	455.36 (100.0)	455.68 (100.3)	455.97 (99.8)	11
29	103.19 (100.0)	103.24 (99.9)	103.24 (100.2)	8
30	229.22 (100.0)	229.05 (100.4)	229.42 (100.2)	9
31	77.70 (99.9)	77.57 (100.3)	77.71 (100.2)	9
32	411.74 (100.0)	412.83 (99.8)	412.44 (99.8)	11
33	88.99 (100.0)	89.02 (100.4)	89.00 (100.0)	9
34	266.18 (100.0)	265.86 (100.4)	266.97 (99.7)	10
35	73.57 (100.0)	73.43 (100.2)	73.74 (99.8)	10
36	357.74 (100.0)	359.08 (99.7)	357.53 (100.2)	11
37	71.79 (99.9)	71.75 (100.1)	71.75 (100.0)	10
38	280.97 (100.0)	280.66 (100.4)	281.88 (99.7)	11
39*	58.37 (84.2)	58.37 (84.1)	58.47 (84.2)	11
40	302.32 (100.0)	303.74 (99.6)	302.18 (100.2)	5
41	74.12 (100.0)	74.12 (100.0)	74.12 (100.0)	11
V[m <sup>3</sup> ]	21.648	21.651	21.649	
T[sec]	39.078	32.660	17.563	
n	10	14	13	
T/n[sec]	3.908	2.333	1.351	

応力度の比の最大の値であり、その荷重条件番号を最右欄の *LC* に示した。

各部材断面積, *V* は、分割数によってほとんど変化がなく、全応力設計になっている。また, *T*, *T/n* は、2分割の結果を基準とすると、3分割でそれぞれ84%, 60%, 5分割で45%, 35% に減少している。

(例題 2)

図-10 に示す、全長 216 m のブレースドリブアーチ橋は、幾何的形狀を西海橋と同一にしたものである。設計の対象となる総部材数は、対称性を考慮して 62 部材となる。

荷重は、死荷重として上弦材の全節点に 40 t, 活荷重として、40 t を図の ( ) 内の荷重条件番号の位置にそれぞれ載荷した。つまり, *NLC*=9 となる。

分割は 3, 5, 7 分割を考えた。それぞれ分割した節点番号は、3分割で、12-13, 22-23, 32-33, 5分割で 8-9, 14-15, 20-21, 26-27, 32-33, 7分割で 8-9, 12-13, 16-17, 20-21, 24-25, 28-29, 32-33 である。

最適設計の結果を表-3 に示した。個々の部材の断面積は省略するが、両分割ともほとんど同じ値に収束し、全応力設計となった。

*T*, *T/n* は、3分割の結果を基準にすると、5分割でそれぞれ47%, 49%, 7分割で34%, 38% に減少した。

(例題 3)

図-11 に示す、全長 500 m の 3 径間連続トラス橋

は、幾何的形狀を天草一号橋と同一にしたものである。設計の対象となる総部材数は、対称性を考慮して 79 部材となる。

荷重は、死荷重として下弦材の全節点に 60 t, 活荷重として 40 t を下弦材節点に左から荷重条件番号 (1) ~ (19) にそれぞれ載荷した。つまり, *NLC*=19 となる。

分割は、3, 5, 7 分割を考えた。それぞれ分割した節点番号は、3分割で 14-15, 28-29, 40-41, 5分割で 8-9, 18-19, 24-25, 32-33, 40-41, 7分割で 6-7, 12-13, 18-19, 24-25, 30-31, 34-35, 40-41 である。

最適設計の結果を表-4 に示した。個々の部材の断面積は省略するが、ほとんど同じ値に収束し、全応力設計となった。

*T*, *T/n* は、3分割の結果を基準とすると、5分割でそれぞれ69%, 47%, 7分割で47%, 30% に減少した。

5. 結 論

部分構造分割法の一法として、切断点に斜支承を設け、部分構造を対応する全体構造物の部分と力学的挙動が一致する独立した構造物とした後、最適設計を行う方法を説明し、天草一号橋等の長大トラス橋を例にとり、その有効性を検討した。

本論文より得られた結論を要約すると、次のようになる。

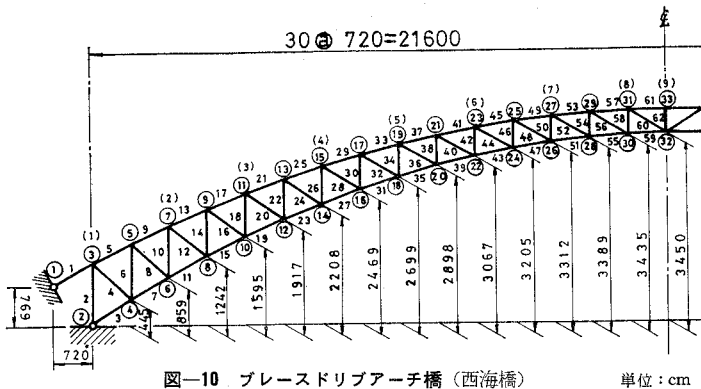


表-3 ブレースドリブアーチ橋

member	<i>NS</i>	3	5	7
<i>V</i> [m <sup>2</sup> ]		22.612	22.617	22.615
<i>T</i> [sec]		96.150	44.799	32.349
<i>n</i>		19	18	17
<i>T/n</i> [sec]		5.060	2.489	1.903

表-4 3 径間連続トラス橋

member	<i>NS</i>	3	5	7
<i>V</i> [m <sup>2</sup> ]		103.722	103.711	103.770
<i>T</i> [sec]		194.431	133.403	90.489
<i>n</i>		13	19	20
<i>T/n</i> [sec]		14.956	7.021	4.524

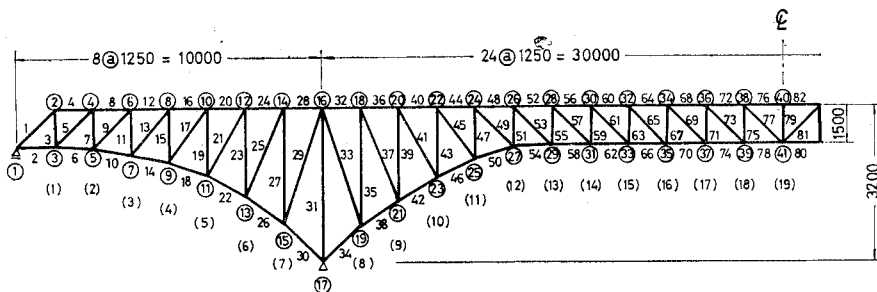


図-11 3 径間連続トラス橋 (天草一号橋)

単位: cm

(1) 非線形計画法として SLP 法を用いたが、部分構造分割によるシンプレックス表の縮小により、計算機の記憶容量がかなり減少できる。

(2) ダンピング効果に期待していないので、分割の位置、部分構造の大きさ等が任意である。

(3) 本論文で扱った分割数の範囲では、分割数の増加に従い計算時間が減少した。

(4) 応力だけの制約条件の場合、解の精度は分割数に影響されない。

(5) 以上より、長大橋等を分割する場合、分割数がある程度大きくし、かつ、各部分構造内の部材数を均一にする状態が望まれる。

(6) 本論文は、種々の非線形計画法の優劣を検討することが目的ではないので、SLP 法のみを用いたが、本論文の手法は、他の非線形計画法への応用も可能である。

また、平面トラスのみでなく、一般的な立体トラス構造物への拡張も容易である。

## 6. あとがき

本文の図表の作製に協力して下さった、室蘭工業大学 昆野茂技官に謝意を表する。

本論文の数値計算は、北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-75 を使用した。

### 参 考 文 献

- 1) Kirsh, U., Reiss, M. and Shamir, U. : Optimum Design by Partitioning into Substructures, Proc. of ASCE, ST 1, 1972.
- 2) Romstand, K.M. and Wang, C.K. : Optimum Design of Framed Structures, Proc. of ASCE, ST 12, 1968-12.
- 3) 大久保禎二 : トラス構造物の最適設計法に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 177 号, 1970-5.
- 4) 土居博史・中村作太郎・杉本博之 : 部分構造分割法による長大トラス橋の最適設計, 土木学会北海道支部昭和 49 年度論文報告集, 1975-2.
- 5) 杉本博之 : 軸力のみを受ける部材のサブオプティミゼーションとその応用, 室蘭工業大学研究報告, 第 8 巻, 第 2 号, 1974-10.

(1976.3.31・受付)