

開水路乱流の乱れ強度に関する研究

TURBULENCE INTENSITIES IN OPEN CHANNEL FLOWS

柘 津 家 久*

By Iehisa NEZU

1. 序 論

滑面上の気流乱流の構造に関する研究は、戦後主として航空工学等の分野で精力的に行われ、多くの重要な知見が蓄積されて、これらの成果は最近の著書に見ることができる¹⁾。一方、開水路の乱流構造に関する研究は 10 年ほど前から本格的に始められた比較的新しい分野であり、その研究成果は十分とはいえず（これまでの簡単なレビューは文献 2) および 3) を参照）、著者らはここ数年間系統的な実験および理論的な考察を行い、フルード数やレイノルズ数などの水理パラメータおよび相当砂粒粗度等で代表される壁面の性質によってこの乱流構造がいかなる影響を受け、またそれがどのような物理機構に基づくものかを明らかにしようと試みてきた^{3)~5)}。

ところで、Townsend 以来の乱流研究では⁶⁾、乱れ特性値は平均流特性値との結びつきよりも他の乱れ特性との間に強い相関がある。すなわち、乱れはそれ自身の間で丸くおさまっているという 'self-consistent' な特性に注目され、たとえば乱れと平均流とを直接結びつける混合距離モデルなどより一段と進歩したモデルが開発されてきた¹⁾。

本論文は、乱れ強度に関してこれまでに得られた実験結果を取りまとめ、上述の乱れの self-consistent な特性に立脚してフルード数、レイノルズ数および壁面粗度が乱れ強度に及ぼす影響に関して一貫した考察を行おうとしたものである。

2. 実験方法および解析方法

(1) 実験装置および水理条件

実験は幅 50 cm、深さ 30 cm、長さ 15 m のアクリル・

鋼製の勾配可変型の直線水路で行われた。水路勾配はジャッキで微調節され、等流状態が得られるようにした。大きなスケールの攪乱を抑える目的で水路入口に整流板および 1 mm 間隔の網目板を設置し、また網目板の前にはガーゼを張った。これらの装置によって、水路上流端から 9.5 m 下流の計測断面内では十分に発達した乱流が得られた。滑面はアクリル平板のペンキ塗装仕上げであり、粗面は一樣粒径 k_s のガラスビーズを河床に密に張り付けて構成した³⁾。

レイノルズ数 $Re \equiv U_m h / \nu$ (U_m は平均流速、 h は水深)、フルード数 $F_r \equiv U_m / \sqrt{gh}$ および相当粗度 k_s のうちで、2つのパラメーターを固定して残り1つを変化させ、2次元開水路流の乱流構造に及ぼす各パラメーターの影響を系統的に検討するために、表-1 に示す水理条件を設定した。まず、(a) は、 F_r 数をほぼ一定とした滑面乱流であり、 Re 数の影響を知ろうとした実験である。しかし、本実験ではポンプの容量能力から $Re \approx 5 \times 10^4$ がほぼ上限であって、 Re 数の影響に関する考察は従来の気流乱流に関する系統的な実験結果との比較検討に主眼をおいた。次に、(b) は Re 数がほぼ一定の滑面乱流であり、広範囲にわたる F_r 数の影響を検討できる³⁾。最後に、(c) は Re 数および F_r 数をほぼ一定に保ち、粗度の影響を考察しようとしたものである³⁾。

(2) 実験方法およびデータ処理方法

いま、主流方向、河床に垂直な上向きおよび河床に平行な横方向をそれぞれ x 軸、 y 軸および z 軸にとり、 U, V および W を各方向の平均流速成分、 u, v および w を乱れ変動成分とし、また u', v' および w' をその r.m.s. 値とする。

乱れ計測には DISA 社製の定温式熱膜流速計を使用した。が、 u と v および u と w の変動成分ペアを 2 成分 V 型熱膜プローブ (DISA 55 A 89) で計測するとともに、壁面近傍の u 変動を 1 成分熱膜プローブ (DISA

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

表-1 水 理 条 件

(a) Hydraulic conditions that the Froude number is nearly constant (Smooth bed).													
Case	h (cm)	U_{max} (cm/s)	U_m (cm/s)	U_* (cm/s)	U_*' (cm/s)	U_*'' (cm/s)	R_* $\times 10^3$	R_e $\times 10^4$	F_r	Slope S $\times 10^{-4}$	Q (l/s)	T_w (°C)	
A-3	3.14	46.1	40.7	2.206	2.152	2.132	0.643	1.18	0.733	14.8	6.4	17.18	
A-5	5.99	60.0	53.8	2.485	2.485	2.507	1.33	2.89	0.703	10.7	16.1	15.75	
A-6	8.00	67.0	60.1	2.638	2.638	2.732	2.03	4.62	0.689	9.5	24.1	18.60	
(b) Hydraulic conditions that the Reynolds number is nearly constant (Smooth bed).													
G-1	8.01	48.3	40.1	2.152	2.468	1.896	1.63	3.03	0.455	4.58	16.1	17.78	
G-2	5.49	73.2	58.5	3.138	3.808	3.177	1.76	3.23	0.798	18.8	16.1	20.51	
G-3	4.14	101.8	77.2	3.748	4.954	3.856	1.59	3.27	1.21	36.6	16.0	21.27	
G-4	3.15	118.6	101.2	4.711	5.462	5.180	1.49	3.19	1.82	86.9	15.9	20.35	
G-5	2.20	169.4	144.8	6.162	9.066	7.950	1.39	3.27	3.12	293.0	15.9	21.43	
$U_* = \text{by Reynolds stress}, U_*' = \text{by Log-law}, U_*'' = \sqrt{gh}S$													
(c) Hydraulic conditions that the Reynolds and the Froude numbers are nearly constant.													
Case	h (cm)	U_{max} (cm/s)	U_m (cm/s)	U_* (cm/s)	U_*' (cm/s)	U_*'' (cm/s)	R_* $\times 10^2$	R_e $\times 10^4$	F_r	S $\times 10^{-4}$	Q (l/s)	T_w (°C)	k_s^+
A-1	7.77	16.8	14.8	0.810	0.810	0.790	5.98	1.09	0.170	0.80	5.8	18.35	~0
B-1	7.94	17.7	15.5	0.895	0.895	0.938	5.66	0.98	0.175	1.13	6.1	11.35	9
C-1	7.83	15.7	13.2	0.989	0.989	0.999	7.37	0.98	0.150	1.23	5.2	17.95	48
D-1	7.63	17.2	13.9	1.267	1.336	1.416	8.32	0.86	0.160	2.77	5.3	12.30	136

55 A 83) で計測し (壁面から最小 1 mm まで計測可能), データを補完した。

熱膜の放熱特性に及ぼす水温変化や水流中の浮遊物の付着等の影響を最小にするために, 実験開始一昼夜前から水路の水を循環させて水温をほぼ定常に落ち着かせ, また前述のガーゼで浮遊物を除去した。熱膜流速計は, 各実験の前後 2 回, そのつど標準型ピトー管および浮子によって検定され, 較正曲線には水温変化の補正がなされた³⁾。なお, この較正方法は Bradshaw によるものとほぼ同様である⁷⁾。

熱膜流速計からの出力電圧は京都大学大型計算センターの A・D 変換機 (FACOM U-200) で数値化されたのち, 電算 (FACOM 230-75) 処理された。A・D 変換に際してはサンプル総数 N およびその時間間隔 ΔT の決定が問題となる。 ΔT に関しては, 解析可能な最大波数 k_∞ が約 $100/L_x$ (ここで L_x は平均管径) 以上になるように選び, また平均値評価時間 $T = \Delta T \cdot N$ 内で一連の bursting 現象, すなわち coherent な渦運動⁸⁾をほぼ同数個含むように決定した。その結果, N は 5000 個とし, ΔT は平均流速の値に応じて適宜選択された⁹⁾。

3. 実験結果およびその考察

(1) 平均流速分布および摩擦速度

予備実験の結果, 計測断面内ではほぼ 2 次元, 等流の十分に発達した乱流が得られ, 平均流速は対数則分布に従うことが確認され, 粗面乱流では Nikuradse の曲線に一致するように y 軸の原点移動 ($k_s^+/4$ だけ下方移動) が行われた³⁾。

さて, 各乱流領域の乱れ特性値をその特性速度および

長さスケールで普遍関数表示しようとする際にもっとも重要なパラメーターの一つは摩擦速度であることが明らかにされているから³⁾, その評価方法は正確でかつ合理的でなければならない。摩擦速度の評価方法として次のものが考えられる。

① エネルギー勾配 I_e からの評価法

$$U_*'' = \sqrt{ghI_e}, I_e \equiv S - dh/dx \dots\dots\dots(1)$$

から容易に摩擦速度 U_*'' が評価されるが, 河床勾配 S や水面形の測定に誤差が伴いやすく, 精度よい値は期待できない。

② 対数則からの評価法

平均流速が対数則分布を示したから, 既知の普遍定数すなわち Karman 定数 $\kappa = 0.4$ を使って摩擦速度 U_*' を逆算しようとする方法である。

③ レイノルズ応力分布からの評価法

運動方程式から次式が得られる。

$$-\frac{\overline{uv}}{U_*'^2} = (1-\xi) - \frac{1}{R_*} \frac{\partial U^+}{\partial \xi} \dots\dots\dots(2)$$

ここで, $\xi \equiv y/h, U^+ \equiv U/U_*$ および $R_* \equiv hU_*/\nu$ である。

R_* 数が十分大きければ壁面近傍を除いてレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ は直線分布をなす。したがって, この領域の $-\overline{uv}$ を実測すれば容易に摩擦速度 U_* を決定できる。

④ 粘性底層内の平均流速勾配からの評価法

定義に従って $U_*'^2 = \nu \partial U / \partial y|_{y=0}$ から評価されるが, 一般にこの底層内の平均流速の測定は容易でない。

⑤ その他

熱輸送アナロジーからスタントン数を知って摩擦速度を概算したり, Preston 管法やせん断応力の直接計測法などがあるが, 本研究では採用しない。

以上の評価法のうちで, ③ は他のものと顕著に相異

する特徴を持っている。すなわち、③ではレイノルズ応力という乱れ特性値から評価されるのに対して、他の方法では平均流速分布などの平均流特性値が既知であればよいかから特に乱れ計測をする必要はない。

先述の乱れの self-consistency から考慮すれば、任意の乱れ特性値はレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ と相関づけられ、後者は式(2)の理論式によって直接に摩擦速度と結びつけられる。したがって、平均流の特性のみを対象とするのであれば①や②などの評価法でも十分であろうが、乱れの特性に主眼をおき、その構造や物理機構を解明する目的には、③の方法がもっとも合理的であると考えられる。換言すれば、式(2)は2次元乱流で理論的に成立する唯一簡単な乱れ特性分布式と考えられるから、self-consistency をよりいかにするにはこの乱れ特性値 $-\overline{uv}$ から評価される U_* を積極的に使おうというのであり、以下ではこの③の方法が一貫して採用された。

なお、表一に、①、②および③の方法から評価された摩擦速度 U_*' 、 U_*' および U_* をそれぞれ一括して示した。ケース G-5 を除いて三者は30%以内で良好に一致するが、 R_e 数、 F_r 数あるいは粗度 $k_s^+ \equiv k_s U_*'/\nu$ が大きくなれば相互のばらつきは大きくなる傾向が見られた。

(2) 普遍表示された乱れ強度分布

壁面乱れの構造を解明する上で乱れエネルギー $\bar{q}^2/2$ (ここで $q^2 = u^2 + v^2 + w^2$) の変化特性を知ることは必須であると考えてこれまで研究してきたが^{3),4)}、その結果次の特性が明らかにされた。すなわち、乱れエネルギーの変化特性は自由水面に向かって単調に減少するが、この値が大きな壁面近傍ほどその変化率は大きく、壁面から離れるに従ってこの変化率も鈍くなり平坦な分布をなす。このため、熱エネルギーなど他の種類のエネルギーの性質から類推して、乱れエネルギーもその勾配に比例した変化特性を示すのではないかと考えられる。

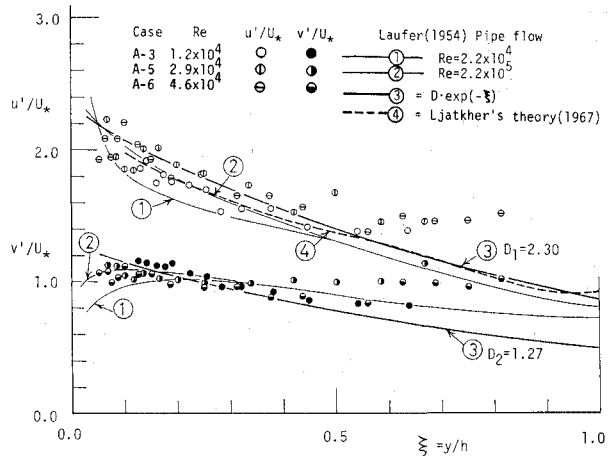
このとき、

$$\frac{1}{\bar{q}^2} \frac{d(\bar{q}^2)}{d\xi} = \frac{d(\ln \bar{q}^2)}{d\xi} = -\lambda < 0 \dots\dots(3)$$

この概念は Zagustin らの仮説⁹⁾と類似しており、また先述の Townsend の乱流モデル⁹⁾を自由水面領域に適用すれば、次式を得る。

$$\frac{L_e}{(\bar{q}^2)^{3/2}} \frac{d((\bar{q}^2)^{3/2})}{dy} = -\lambda' < 0 \text{ (定数)} \dots\dots(4)$$

マクロスケール L_e はほぼ水深 h に等しいから、式(3)は Townsend 流のモデルの一部とも見なすことができる。



図一 乱れ強度に及ぼす R_e 数の影響

さて、比例係数 λ を一定と仮定すれば、次のようになる。
 $\bar{q}^2 / (2 U_*'^2) = D' \cdot \exp(-\lambda \xi)$ (D' は積分定数)

$$\dots\dots\dots(5)$$

このように、実験結果に基づいた現象論的な大胆な仮説から、乱れエネルギーは指数関数、式(5)で表示されると推測される。そして、 λ および D' の値が普遍定数であるか否か、すなわち、式(5)が普遍関数と考えて妥当であるかは以下で系統的に詳しく論ぜられる。

a) 乱れ強度に及ぼす R_e 数の影響

図一は表一の条件(a)、すなわち、ほぼ R_e 数のみを変化させた水理条件で得られた実験結果であり、Laufer による管路流での実験曲線も併示した¹⁰⁾。なお、この水理条件では w 変動成分を計測しなかった。

R_e 数の範囲が小さいためこの影響に関する明確な結論は下せないが、本実験に関する限り U_* で無次元化された乱れ強度分布には R_e 数の顕著な影響は把握できない。Laufer の結果でも、 $R_e = 2.2 \times 10^4$ の実験精度は劣ると彼自身認めているが¹⁰⁾、ほぼ R_e 数にはよらない普遍的な特性と考えられる。

まず、 ξ が約 0.5 までは本実験値は Laufer の結果とよく一致し、普遍表示されている。すなわち、 u'/U_* は $\xi = 0.1$ で約 2.0、 $\xi = 0.5$ で約 1.4 となり、単調に減少する。一方、 v'/U_* はそれほど大きな変化を示さず、ほぼ 1 程度と考えてよい。

次に、 ξ が約 0.5 以上になると本実験値は Laufer のものから系統的に差異を生じ、 ξ が大きくなっても減少せずほぼ一定値を保つようである。(a) の実験流況は $F_r = 0.7$ であって、水面変動が相当激しく、いわゆる波立った流れであった。

ところで、 F_r 数のみを変化させた補助実験の結果¹¹⁾、 F_r 数が増加すると水面変動は激しくなり、限界流に近い常流域側で最大となったのち射流域では逆に減少し出

すという傾向が得られた。自由水面近くに置かれた熱膜流速計は、乱れ自身の変動のほかに水面波による変動をも感知する。このため、この流速計から得られた乱れ強度は水面変動がもつエネルギーを一部含むと考えられ、管路流での実験値と差異を示したのであろう。しかし、実在の速度変動を乱流本来の乱れと水面変動に伴う乱れとに厳密に分けることは困難であり、いま Bradshaw による乱れの運動形態の区分を適用する¹²⁾。すなわち、普遍関数表示される乱れ成分を active な成分、残りの成分を inactive な成分とよべば、後者は遠方での圧力変動に関係した渦な運動と長波長の渦運動とから成り立っている。開水路乱流場では水面変動に伴う乱れがちょうどこの inactive な成分に相当すると考えられ、したがって限界流付近の inactive な渦運動は無視できず、実際に乱れの構造は普遍的な特性を失うことが認められた¹¹⁾。

さて、著者らがすでに提案した π 型渦モデルを適用すれば、 v'/u' および w'/u' は ξ に無関係な定数となり²⁾、したがって、式 (5) から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} u'/U_* &= D_1 \cdot \exp(-\lambda\xi/2) \\ v'/U_* &= D_2 \cdot \exp(-\lambda\xi/2) \\ w'/U_* &= D_3 \cdot \exp(-\lambda\xi/2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 D_1 、 D_2 および D_3 は実験定数 ($2D' = D_1^2 + D_2^2 + D_3^2$) である。

図一1には式 (6) を併示したが、水面変動の影響が及ばない領域では式 (6) と実験値との一致はかなり良好であり、両者の比較から $\lambda=2.0$ 、 $D_1=2.30$ および $D_2=1.27$ が得られた。換言すれば、式 (6) は R_e 数に関して普遍関数であると考えて妥当である。

ところで、Ljatkher は¹³⁾ Navier-Stokes の式を線形近似し、2次元変動成分を Fourier 変換して Orr-Sommerfeld 型の微分方程式を導き、図一1で明らかにされたように R_e 数が十分大きい場合乱れ強度にこの影響が現われないと仮定して次式を得た。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 v^*}{d\xi^2} - \left\{ (kh)^2 - \frac{m(1-m)}{(1-\alpha)} \frac{1}{\xi^2} \right\} v^* &= 0 \\ u^* &= \frac{i}{k} \frac{dv^*}{dy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} u^* &\equiv \iint_{-\infty}^{\infty} u(x, y, t) \cdot \exp -i(kx + \omega t) dx dt \\ v^* &\equiv \iint_{-\infty}^{\infty} v(x, y, t) \cdot \exp -i(kx + \omega t) dx dt \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

また、移流速度 $U_c \equiv -\omega/k = \alpha U$ および $U/U_{max} = \xi^m$ なる指数型の平均流速分布を仮定している。

式 (7) は $v^*/\sqrt{\xi}$ に関する Bessel の微分方

程式であるから、その解は変形 Bessel 関数の和として表わされ、スペクトル手法から乱れ強度が評価される。

Laufer の実験データから積分定数を決めて得られた Ljatkher の理論曲線を 図一1 の破線で示した¹³⁾。図から明らかに、Ljatkher の曲線は式 (6) と良好な一致を示し、興味深い。しかし、式 (7) の解である Ljatkher の普遍関数は非常に複雑な閉じた形では表現できない実用性に乏しい式であるが、平均流速が直線分布する。すなわち $m=1$ の場合には次の特殊解を得る。

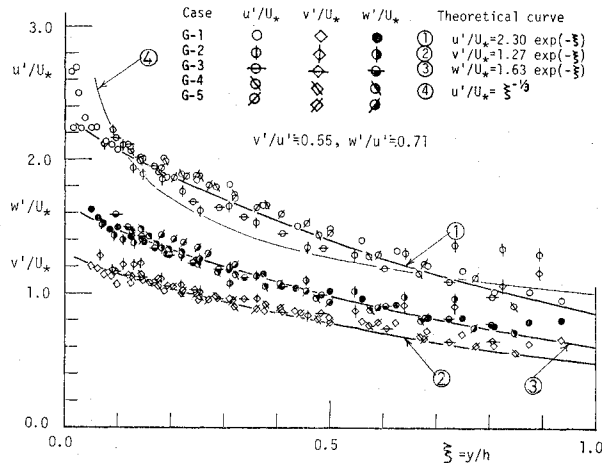
$$v^*(k, \xi) = D(k) \cdot \exp - (kh)\xi \dots\dots\dots (9)$$

林らは、境界条件として粘性底層端でのスペクトル形をデルタ関数に選び、また従来の実験データから未知定数を決めて式 (9) から式 (6) を導き、 $\lambda=2.0$ 、 $D_1=2.2$ および $D_2=1.7$ と与えた¹⁴⁾。 D_2 の値は本研究の結果と相異しているが、 D_1 の値はほぼ一致している。

以上のように、式 (7) は大胆な仮定に基づくものではあるが、この解である Ljatkher の普遍関数が式 (6) とよく一致することを考慮すれば、乱れ強度分布の普遍関数として式 (6) なる指数関数で近似することは上述の現象論的な考察のみならず、Navier-Stokes の式からもそう矛盾するものではないと考えられる。

b) 乱れ強度に及ぼす F_r 数の影響

図一2 はほぼ F_r 数のみを変化させた表一1 の (b) に関する実験値を示したものである。 F_r 数が大きいほど水深は浅くなり、乱れの計測範囲は狭められて壁面領域や自由水面領域での実験値を得難くなるが、ほぼ全領域にわたって実験値のばらつきに有意な差異は認められない。すなわち、 F_r 数を常流域から射流域へと大幅に変化させたにもかかわらず、 U_* で無次元化した乱れ強度はどの成分に関してとも普遍表示されて、 F_r 数の影響を把握することはできない。ただ、ケース G-2 の $\xi > 0.5$ ではこの普遍曲線から差異を示したが、これは先述した



図一2 乱れ強度に及ぼす F_r 数の影響

水面変動等の影響, すなわち inactive な成分の働きと考えられる。

常流と射流との平均流特性は相異なるから, 当初著者らは乱れ特性にも F_r 数の影響が顕著に現われるものと推測して研究を進めたが, 上述のように常流域と射流域とでほぼ同じ普遍特性を示す結果を得た⁵⁾。これは, 平均流特性値が渦度の項, すなわち, 平均流速勾配の形でしか直接的には乱れエネルギーに関与せず, したがって, 前述のように乱れの挙動はそれ自身の中で丸くおさまろうとする self-consistent な特性に基因するのではないかと示唆される。換言すれば, 乱流場全体の inactive な成分よりは局所的な普遍特性のある active な成分の働きの方が強いものと考えられる。

以上のように, 本実験の範囲内では U_* で無次元化した乱れ強度は普遍特性分布をなすから, この関数形を考察してみよう。

まず, 式 (6) の指数関数を適用し, 図-2 に示した。実験値との比較から, 新たに $D_3=1.63$ が得られた。図から明らかなように, 壁面のごく近傍を除いた乱流場のほぼ全領域で実験値と式 (6) との一致は非常に良好である。したがって, 式 (6) は F_r 数に関しても普遍関数であると考えられ, このとき $\lambda=2.0$, $D_1=2.30$, $D_2=1.27$ および $D_3=1.63$ は普遍定数とみなしてよい。 ξ が増加すると乱れ強度は単調に減少するが, その減少率は D_i の値に比例して u' , w' , v' の順に小さくなっている。乱れ強度の絶対値もこの順序で小さくなり, すなわち, $u' > w' > v'$ であってこの大小関係は自由水面まで達している。このとき,

$$\left. \begin{aligned} v'/u' = D_2/D_1 = 0.552 \\ w'/u' = D_3/D_1 = 0.709 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

であり, 乱流のほぼ全領域で各成分の乱れ強度の比はほぼ一定であって, 自由水面に近づいても乱れ強度に関する限り乱れの等方化指向は顕著でないようである。この特性は境界層流や管路流と著しく異なった開水路流特有なものであり, この原因として自由水面の存在によって v 成分の変動が抑制されるためと考えられる³⁾。また, Smutek も容量型圧力変換器を用いた傾斜管で開水路乱流を計測し, この乱流では等分化指向が抑制されると報告している¹⁵⁾。

乱れエネルギーは, 平均流とレイノルズ応力との相互作用の結果まず u 変動成分に与えられ, その後 v および w 変動成分へ圧力変動の働きによって再配分され

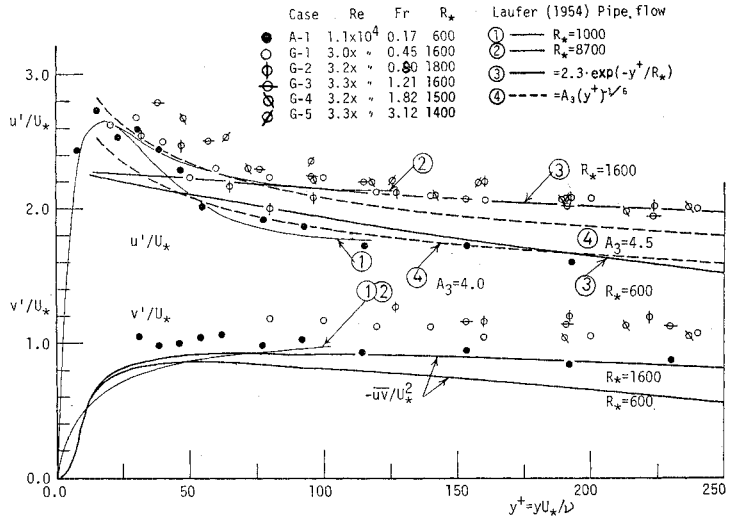


図-3 壁面近傍の乱れ強度に及ぼす F_r 数の影響

る¹⁾。この再配分率は式 (10) から

$$\left. \begin{aligned} u'^2/\bar{q}^2 = 0.55 \\ v'^2/\bar{q}^2 = 0.17 \\ w'^2/\bar{q}^2 = 0.28 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

であり, y 方向の位置にはよらずにほぼ一定で, すなわち u 変動成分が約半分, 残りを w と v の変動成分とでほぼ 3:2 に配分することが知れる。

次に, 著者らによってすでに論ぜられたべき型の普遍関数を検討してみる。平均渦径 L_x/h の変化特性によってべき指数は変化するから, 全領域で成立するべき関数を簡単に表示することは困難であり³⁾, したがって, その適用範囲が限られることから式 (6) の普遍関数に比べてこの実用性は劣っている。

いま, 式 (4) のマクロ・スケールと同等な $L_x \sim h$ のとき導かれる次のべき関数³⁾, すなわち

$$u'/U_* = \xi^{-1/3} \dots\dots\dots(12)$$

を一例として 図-2 に示した。図から明らかなように, 式 (12) は全領域にわたる実験値を精度よく表示しておらず, 単に概略的な特性を説明するにすぎないと考えられる。

以上は ξ による普遍関数表示であって平衡領域および自由水面領域に適用されるが, 壁面領域では $y^+ = yU_*/\nu$ で表示せねばならない³⁾。壁面領域の上限は $\xi \sim 100 R_*^{-1}$ であるから (b) グループのように R_* 数が比較的大きい場合は壁面のごく近傍に限られ, 乱れ計測自体が困難となるが, 一方乱流場全体に占める実際上の重要性も低く, すべて式 (6) の ξ で表示しても実用上妥当であろう。しかし, 多くの研究者が指摘するように, 壁面乱れの物理機構を解く鍵はこの壁面領域にあり, 近

年の乱れの発生に寄与する bursting 現象に関する研究も主にこの領域を対象としたものであって、物理的にはむしろ重要な領域である²⁾。

さて、図-3 は、壁面領域 ($y^+ \leq 100$) に重点をおき、乱れ強度を y^+ で表示したものであり、 R_* 数が比較的小さな実験ケース A-1 の結果も比較のため併示した。実験値には若干ばらつきがあるが、 F_r 数の影響は見られず、 R_* 数が一定であればほぼ普遍表示されている。

まず、 u'/U_* に関しては Laufer の実験値¹⁰⁾ とかなり良好に一致し、 $y^+ \approx (15 \sim 20)$ すなわち、粘性底層外縁で急激なピークに達したのち緩やかにてい減するようである。この底層外縁で乱れの発生率もほぼ最大に達することから¹⁰⁾ 乱れの発生はまず u 変動成分に主に寄与するであろうことが確認され、またこの u 変動と乱れの発生機構との密接な関係は一連の bursting 現象を考察することによっても明らかにされている¹⁶⁾。 y^+ が対数則領域に移ると u'/U_* は漸減するが、 R_* 数が大きいほど、その減少率は小さく、ほぼ一定値に達するようである。いま、粘性による減衰作用を加味した van Driest の混合距離¹⁷⁾ $l^+ \equiv \kappa y^+ \{1 - \exp(-y^+/A)\}$ を使えば、式 (2) より次式が得られる。

$$\frac{-\overline{uv}}{U_*^2} = (1 - y^+/R_*) - \frac{2(1 - y^+/R_*)}{1 + \sqrt{1 + 4l^{+2}(1 - y^+/R_*)}} \dots\dots\dots (13)$$

$\kappa = 0.4$, $A = 27$ とおき、 $R_* = 600$ および 1600 のときの式 (13) を 図-3 に示した。 R_* 数が大きいほど一定せん断応力層が広範囲まで形成され、 u'/U_* の漸減特性と軌を一にしている。すなわち、主流のパラメーターである R_* 数が大きいほど壁面領域の乱流構造は、境界層流とか開水路流とかいう主流の種類や状態 (外部因子) には左右されない普遍的なものと考えられる。

次に、 v'/U_* の変化特性は u'/U_* より単純のようである。壁面領域での実測値が少なく十分な考察はできないが、Laufer の結果を考慮すると v'/U_* は buffer 層端 ($y^+ \approx 30$) まで増加を示し、以後ほぼ一定値に達してしまい、 u'/U_* に見られた顕著なピークはないようである。

さて、 y^+ による乱れ強度の普遍関数表示を考察する。まず、式 (6) が壁面領域まで適用可能ならば、次式を得る ($\lambda = 2.0$)。

$$\left. \begin{aligned} u'/U_* &= D_1 \cdot \exp(-y^+/R_*) \\ v'/U_* &= D_2 \cdot \exp(-y^+/R_*) \\ w'/U_* &= D_3 \cdot \exp(-y^+/R_*) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

図-3 に、 $R_* = 600$ および 1600 に対する式 (14) の u'/U_* を示したが、 $y^+ > 50$ で実験値との一致はかなり良好である。ところで、Monin らは、 R_e 数が十分大きいとき乱れ特性値は y^+ で普遍

表示されて y^+ が大きければ一定値に収束すると論じ、多くの従来の実験値を整理して次の値を提案した¹⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} u'/U_* &\rightarrow 2.3 \\ v'/U_* &\rightarrow 0.9 \\ w'/U_* &\rightarrow 1.7 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

一方、式 (14) で $R_* \rightarrow \infty$ ($R_e \rightarrow \infty$) とすれば、

$$\left. \begin{aligned} u'/U_* &\rightarrow D_1 = 2.30 \\ v'/U_* &\rightarrow D_2 = 1.27 \\ w'/U_* &\rightarrow D_3 = 1.63 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

v'/U_* の収束値には若干の差異があるが、 u'/U_* および w'/U_* の収束値は両者で非常に一致を示している。

したがって、 $y^+ \geq 50$ では普遍関数として式 (14) の指数関数を採用し得るものと結論づけられる。しかし、 $y^+ < 50$ の式 (14) は実験値と相違し、特に u'/U_* のピーク特性を表わさないから、この式を用いることは妥当でない。Clark らも示唆しているように¹⁹⁾、この領域の攪乱渦は、周囲からエネルギーを吸収してその渦回転と渦径をとともに増大していく発達段階にあたり、換言すれば非線形性の激しい bursting 現象が現われるから、乱れの構造は顕著な非平衡状態にあると考えられ、このため式 (14) の前提条件が崩れるからであろう。

最後に、べき型の普遍関数を検討してみる。壁面領域では平均渦径 $L_x^+ \equiv L_x U_* / \nu$ はほぼ $\sqrt{y^+}$ に比例するから次式が導かれた³⁾。

$$u'/U_* = A_3 \cdot (y^+)^{-1/6} \dots\dots\dots (17)$$

図-3 に式 (17) を破線で示した。係数 A_3 の値は R_* によって若干異なるが、 $4.0 \sim 4.5$ を取るようである³⁾。

$y^+ \geq 30$ の壁面領域では、式 (17) は実験値と良好な一致を示し、おおむね普遍関数として用いるものと考えられる。

c) 乱れ強度に及ぼす粗度 k_s^+ の影響

図-4 は壁面粗度のみを変化させたときの実験結果で

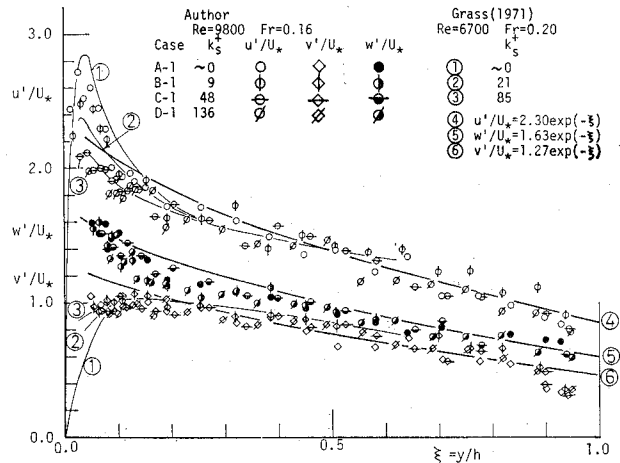


図-4 乱れ強度に及ぼす粗度 k_s^+ の影響

あり、ほぼ同様な水理条件で水素気泡法を用いて得られた Grass による実験結果も併示した²⁰⁾。両者の一致は非常に良好であって乱れ強度に及ぼす粗度の影響を考察できる。

まず、もっとも顕著な特徴は壁面近くで粗度の影響が系統的に現われている点である。すなわち、 k_s^+ が大きくなると u'/U_* の最大値は減少し、その変化特性は緩やかになるが、一方 v'/U_* や w'/U_* に与える粗度の影響はそれほど著しくない。したがって、 $\bar{q}^2/2 U_*^2$ に及ぼす粗度の影響も顕著となり⁴⁾、式 (5) の λ や D' の値は k_s^+ によって変化する結果となるから、乱れ強度の普遍関数は式 (6) よりかなり複雑となろう。図から判断して、乱れ強度に及ぼす粗度の影響範囲は ξ が約 0.3 程度までであり、ほとんど壁面領域に限られている。壁面領域から離れるにつれて粗度の影響は弱まり、図-4 に示したように $\xi > 0.3$ では式 (6) と実験値との一致はかなり良好であって、この範囲の式 (6) は依然として妥当な普遍関数であるといえる。

以上から、粗度の影響を系統的に検討するには壁面領域に主眼を置くべきであり、図-5 に実験値を y^+ で表示した。この表示でも著者らの結果は Grass のものと非常によく一致している。粗度 k_s^+ が増加すると u'/U_* の最大値は系統的に減少するが、その最大位置 y_m^+ はあまり変っていない。したがって、 $k_s^+/4 > y_m^+ \approx (15 \sim 20)$ すなわち k_s^+ が約 70 以上の完全粗面乱流になれば、 y_m^+ の位置は粗度頂部以下となるから明確な u'/U_* の最大は消滅するであろう。実際に、ケース D でのこの最大値は不明瞭なものとなっている。一方、壁面近傍の

v'/U_* や w'/U_* の実験値は今回得られず、推測の域を出ないが、これらの値は u'/U_* ほど顕著には粗度の影響を受けないようである。Grass の結果では k_s^+ が増すと v'/U_* は u'/U_* の特性とは逆に若干増加するようであり、これは壁面がよりルーズになるため v への拘束が弱められるためであろう。

以上のような粗度による影響特性は Chen らの実験でも認められる²¹⁾。乱れの発生機構は粗度の影響を顕著に受けるから¹⁶⁾、この結果がまず u 変動にもっとも著しく現われたものと考えられる。そして、次のような現象論的な説明がなされよう。

Antonia ら²²⁾、Chen ら²¹⁾あるいは著者ら³⁾は、粗度の増大とともに壁面近傍の平均渦径 L_x^+ は減少することを実験的に明らかにした。このため式 (17) の係数 A_3 は減少する結果となり³⁾、 u'/U_* も小さくなる。すなわち、平均渦径と乱れエネルギー-逸散率との関係式から、 A_3 の値は滑面乱流および粗面乱流でそれぞれ 4.36 および 3.77 と評価され³⁾、このときの式 (17) を図-5 に示した。実験値と若干差異はあるが、壁面領域での粗度の影響をよく説明している。

このように、粗度によって平均渦径が減少する、すなわち攪乱渦が崩壊されやすくなると、乱れエネルギーの再配分はより一様化に向うであろう。換言すれば、粗面乱流ほど乱れの等方化指向は強いものと考えられ、 u' の減少および v' の増加という結果になったのであろう。

なお、図-5 には式 (14) を併示したが、実験値との差異は無視できない。しかし、 $y^+ > 50$ の粗度の影響が比較的弱い領域では式 (14) を近似的に使っても妥当と考えられる。

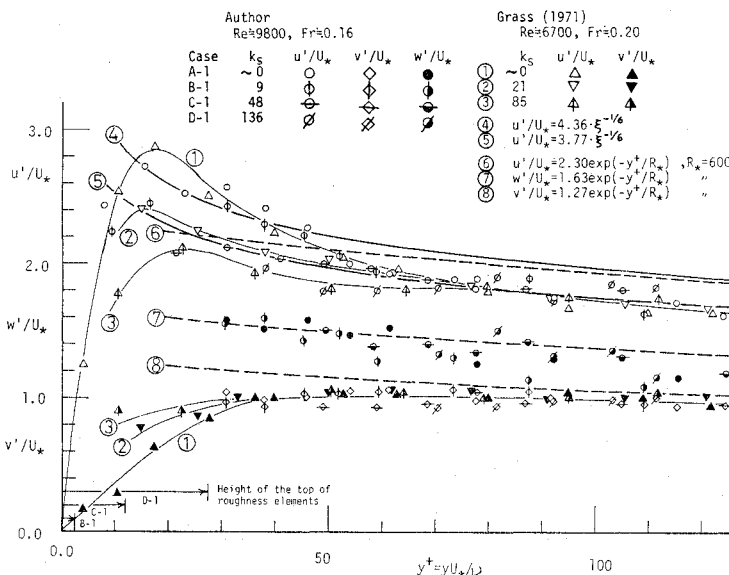


図-5 壁面領域の乱れ強度に及ぼす粗度 k_s^+ の影響

さて、平均流速 U^+ は次の対数則、すなわち

$$U^+ \equiv U/U_* = \kappa^{-1} \ln y^+ - \{ \kappa^{-1} \ln k_s^+ - C_r(k_s^+) \} \dots \dots \dots (18)$$

に従うから¹⁾、平均渦径 L_x^+ と同様に U^+ も粗度 k_s^+ の増大に対して減少する。今本は、Engelund による L_x/h と U^+ との比例関係を前提に²³⁾、 $(u'/U_*)(U^+)^{-1/3}$ は ξ に対して(主流域で)普遍表示されると指摘した²⁴⁾。この今本の普遍表示は、 u'/U_* に及ぼす粗度の影響を平均渦径の替わりに平均流速で補正しようとするものと解釈される。

いま、この $(u'/U_*)(U^+)^{-1/3}$ 表示を壁面領域に実際に適用してみたのが図-6 である。図-5 と比較すれば明

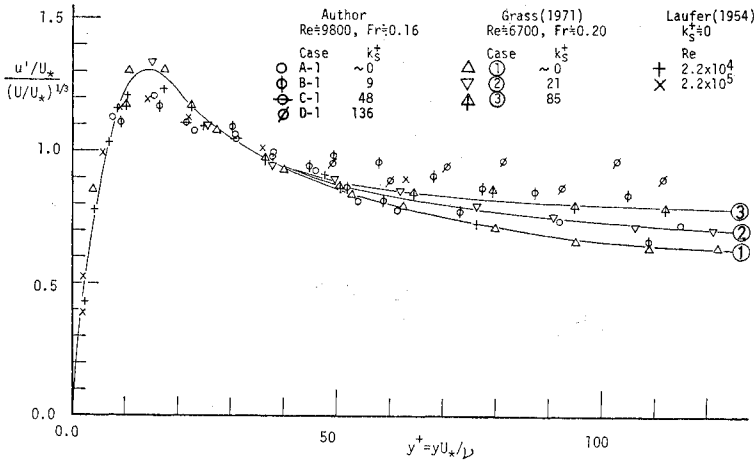


図-6 粗面乱流の壁面領域における乱れ強度の普遍表示分布

らかなように、粗度の影響が強い $y^+ \leq 70$ では $(u'/U_*) \cdot (U^+)^{-1/3}$ は粗度 k_s^+ には無関係な普遍特性を示し、注目される。しかし、粗度の影響が弱くなる $y^+ > 70$ では $(u'/U_*)(U^+)^{-1/3}$ 表示は u'/U_* 表示に比べて見かけ上粗度の影響がかえって現われるようである。これは、 L_x^+ および U^+ に及ぼす粗度の影響が同じではなく、後者の方が式 (18) で示すように流れ全域でこの影響を受けるから $(U^+)^{-1/3}$ を乗ずることはかえってこの粗度の影響を受けてしまう (過大評価される) ためと考えられる。 L_x はマクロ・スケールであるから平均流特性との相関は強いが、依然として乱れ特性値であることには変りない。したがって、この乱れ特性値は壁面の種類 (壁面の境界条件) に影響されるが、壁面からある距離隔たればこの影響は弱まって普遍的あるいは相似的特性を示し³⁾、以上の結果は先述した乱れの self-consistency に基づくものと考えられる。

いずれにせよ、壁面領域における今本の普遍表示は妥当であって、図に示した単一の曲線を予測し得る乱流モデルが今後必要であろう。

(3) 相対乱れ強度分布

前節までの普遍特性表示は乱れの物理機構を解明しようとする目的には不可欠なものであるが、摩擦速度を正確に得なければならず、実用的な目的には必ずしも適当な表示方法とはいえない。一方、平均流速に対する乱れ強度の大きさ、すなわち、相対乱れ強度の分布特性を明らかにしておけば、容易に得られる平均流速から乱れ強度を評価でき、その実用価値は大きい。しかも、熱膜流速計からの u'/U の計算には、水温等の変化の影響が現われる較正曲線係数を近似的に含まないから、実験計測値にはそれだけ良好な精度を期待できる。このため、較正曲線や摩擦速度の決定方法に疑問が持たれた初期の乱

れ計測の結果でも意外と u'/U の精度は良く、系統的な整理や考察が可能である。壁面近傍を除き、式 (10) から残りの乱れ強度成分は評価できるから、 u'/U の特性のみを考察すれば実際上の目的には十分であろう。

a) 相対乱れ強度に及ぼす R_e 数の影響

図-7 はほぼ R_e 数のみを変化させて得られた u'/U の実験結果であり Laufer²⁵⁾ および Blinco²⁶⁾ の実験曲線も併示した。実験値には若干ばらつきが見られるが、 R_e 数が大きいほど u'/U の値は減少している。この特性は $\xi \leq 0.1$ なる壁面近傍で著しいが、 $\xi > 0.1$ では R_e 数が変化してもあまり変わらず、また inactive な成分による差異も相対的に小さく、ほぼ単一の曲線で近似されると考えられる。また、Laufer や Blinco らの実験値もほぼ同様な変化特性を示している。 $\xi \sim 0.01$ と壁面のごく近傍では u' の大きさは平均流速の 2~3 割にも達するが、 $\xi \sim 0.1$ で 1 割強、 $\xi \sim 1.0$ でほぼ 0.5 割まで単調に減少している。

さて、 u'/U_* として式 (6)、 U/U_* として Nikuradse の対数式を使えば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u'}{U_*} &= \frac{2.3 \exp(-\xi)}{\kappa^{-1} \ln \xi + A(R_*)} \\ A(R_*) &= \frac{1}{\kappa} \ln R_* + 5.5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$\kappa = 0.4$ とおき、 $R_* = 600$ および 2000 での式 (19) の

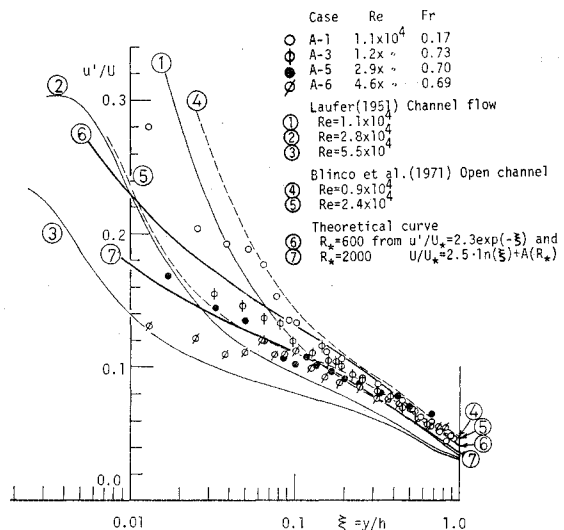


図-7 相対乱れ強度に及ぼす R_e 数の影響

結果を図-7に示した。ε<0.1の壁面近傍では、式(6)やNikuradseの対数式自体の適用性が悪く、式(19)は実験値と差異を示すが、ε>0.1では良好な一致が得られている。そして、R_e数が大きいほど相対乱れ強度は減少するという上述の特性をよく表わしている。

b) 相対乱れ強度に及ぼす F_r 数の影響

図-8は F_r 数の影響を検討しようとしたものであり、McQuiveyら²⁷⁾や玉井ら²⁸⁾の実験結果も併示した。F_r 数を大幅に変化させたが、図-7のような系統的な差異は現われず、実験誤差内ではほぼ単一の曲線で示されると考えられる。すなわち、相対乱れ強度に及ぼす F_r 数の影響はほとんどないと結論してよいであろう。

玉井らの R_e 数は本実験のものとはほぼ同じであって、両者の実験結果は良好な一致を示した。また、McQuiveyらの計測範囲は ε≥0.1であり、前述の R_e 数の影響は小さいと考えられるから、同様に著者らのものとよく一致している。u'/U の変化特性は図-7と同様であり、すなわち、ひずんだS字形の曲線を描きながら単調に減少している。式(19)とべき型の式(12)を用いた R_{*}=1600の計算曲線をそれぞれ図-8に併示した。壁面のごく近傍を除き、式(19)の方が実験値との一致は明らかによく、また F_r 数の影響を考えなくてよいことを式自体示している。

c) 相対乱れ強度に及ぼす粗度の影響

同様に、図-9で u'/U に及ぼす粗度の影響を検討した。明らかに、滑面乱流から粗面乱流に移行すると相対乱れ強度は増大する。そして、この特性は壁面近傍ほど顕著であり、自由水面では粗度の変化にあまり左右されていない。いわば自由水面での値 (u'/U ≈ 0.05) をかなめとして滑面乱流のものから次第に増大する方向へと扇

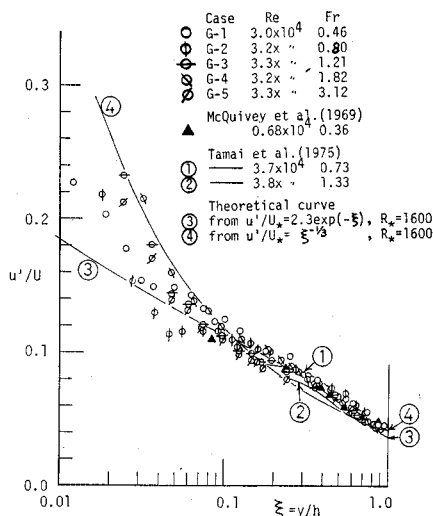


図-8 相対乱れ強度に及ぼす F_r 数の影響

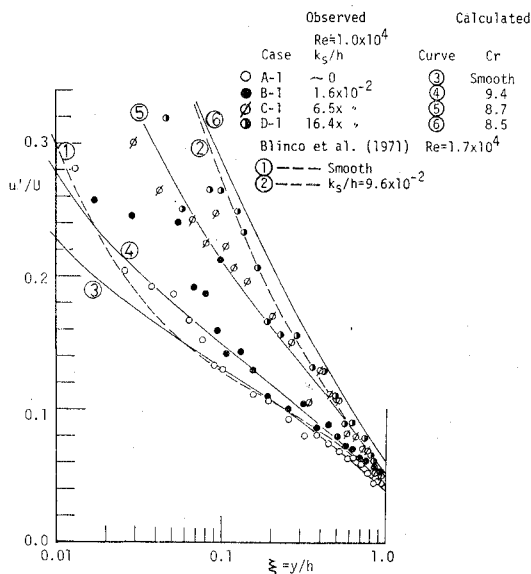


図-9 相対乱れ強度に及ぼす相対粗度の影響

形状に変化を示している。R_e 数 (正確には R_{*} 数) が等しければ粗度の大きさは相対粗度 k_s/h で代表してもよいから、本実験値は Blinco らの結果と比較でき、両者の一致は良好であるといえる。

さて、式(6)と(18)から次式が得られる。

$$\frac{u'}{U} = \frac{2.3 \exp(-\xi)}{\kappa^{-1} \ln \xi - \{\kappa^{-1} \ln(k_s/h) - C_r(k_s^+)\}} \dots \dots \dots (20)$$

κ=0.4 および定数項 C_r(k_s⁺) には Nikuradse の実験結果を用い¹⁾、各ケースの相対粗度 k_s/h を代入した式(20)を図-9に示した。先述のように、ε<0.1では式(6)と(18)の適用性は悪く、式(20)は実験値と若干差異を示す結果となるが、相対乱れ強度に及ぼす粗度の特性をかなり良好に現わしている。不完全粗面でも k_s⁺ による C_r の変化幅は小さく、相対乱れ強度に及ぼす粗度の影響はほぼ相対粗度によって決まると考えてよい。そして、R_e 数が増加すれば u'/U は減少し、また通常 k_s/h も小さくなるから、u'/U はさらに減少しがちとなり、したがって、粗面乱流は滑面乱流に比べて R_e 数の影響を受けやすいと考えられる。

4. 結 論

本論文は開水路乱流の乱れ強度に及ぼす R_e 数、F_r 数および粗度の影響に関する系統的な実験を詳細に行い、その特性を乱れの self-consistency に立脚して考察したものであり、得られた主な知見を列挙すれば次のとおりである。

- (1) 限界流付近の乱流では inactive な成分の影響

で乱れ強度は、普遍的な特性を失うが、他の流れでは active な成分が強く、 R_e 数や F_r 数の変化によらない普遍特性分布を示す。現象論的および Navier-Stokes の式に基づく近似考察の結果から、この普遍関数として式 (6) なる指数関数を採用するのが最も妥当である。

(2) 粗面乱流では粗度の影響が壁面近傍に現われ、その結果 u'/U_* は系統的に顕著に減少するが、一方 v'/U_* は若干増加する傾向がある。この現象は、平均渦径が減少する、すなわち攪乱渦が崩壊されて乱れエネルギーの再分配が進むためと解釈でき、粗面乱流ほど等方向指向が強いものと示唆される。

(3) したがって、粗面乱流の乱れ強度、特に u'/U_* の分布は普遍特性を示さず、平均渦径の減少を加味した普遍表示が望まれる。そして、今本による $(u'/U_*) \cdot (U^+)^{-1/3}$ 表示は粗度の影響が顕著な壁面領域で普遍特性を良好に示すことが明らかにされた。

(4) 実用性のある相対乱れ強度に関しては、 F_r 数の影響は無視できるが、 R_e 数が増加すれば減少し、また相対粗度が増大すれば逆に増加する。

開水路流を含め乱流現象の研究は正しく古くて新しい重要かつ難解な分野であり、系統立った着実な研究が望まれる。開水路乱流の物理機構を解明しようとする遠大な研究課題に対して、今回得られた乱れ強度に関する知見はごく基礎的ないわばその糸口ともいふべきものであろう。しかし、この乱れ強度一つを取り上げてさらさら解明すべき点は多く、特に相対粗度の大きな山地河川等の場合や bursting 現象が顕著な壁面近傍での乱れ強度を予測する乱流モデルなどの必要性を痛感する。

最後に、本研究を遂行するのに終始懇切なご指導を願った京都大学教授 中川博次先生に深い謝意を表するとともに、本実験にご協力願った当時の大学院生 上田寛君 (現在、運輸省勤務) および 為沢長雄君 (現在、水資源公団勤務) にも深く感謝したい。

参考文献

- 1) Rotta, J.C.: *Turbulente Strömungen*, B.G. Teubner, 1972 (大路道雄訳: 乱流, 岩波書店, 1975).
- 2) Nakagawa, H. and Nezu, I.: On a New Eddy Model in Turbulent Shear Flow, Proc. of JSCE, No. 231, pp. 61~70, 1974.
- 3) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H.: Turbulence of Open Channel Flow over Smooth and Rough Beds, Proc. of JSCE, No. 241, pp. 155~168, 1975.
- 4) 中川博次・柵津家久・上田 寛: 粗, 滑面水路の上の乱れ特性について (2), 第 29 回土木学会年講, 1974, II-181.
- 5) 中川博次・柵津家久・為沢長雄: 開水路滑面乱流におよぼすフルード数の効果について, 第 30 回土木学会年講, II-193, 1975.
- 6) Townsend, A.A.: *Equilibrium Layers and Wall turbulence*, Jour. of Fluid Mech., Vol. 11, pp. 97~120, 1961.
- 7) Bradshaw, P.: *An introduction to Turbulence and its Measurement*, Pergamon Press, pp. 155~185, 1971.
- 8) 中川博次・柵津家久: 開水路乱流場のレイノルズ応力の挙動, 土木学会水理講演会論文集, pp. 121~126, 1976.
- 9) Zagustine, A. and Zagustine, K.: *Analytical Solution for Turbulent Flow in Pipes*, La Houille Blanche, No. 2, pp. 113~118, 1969.
- 10) Laufer, J.: *The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow*, NACA, TR-1174, 1954.
- 11) 柵津家久・中川博次: 開水路乱流におよぼす水面波の影響について, 第 31 回土木学会年講, II-222, 1976.
- 12) Bradshaw, P.: 'Inactive' Motion and Pressure Fluctuations in Turbulent Boundary Layers, Jour. of Fluid Mech., Vol. 30, pp. 241~258, 1967.
- 13) Ljatkher, V.M.: *Calculation of Spectra of Turbulent Pulsations in Uniform Flows*, Proc. of 12th Cong. of IAHR, Vol. 2, B-3, 1967.
- 14) 林 泰造・山田 正: 線型スペクトル法による 2 次元乱流の解析, 第 30 回土木学会年講, II-201, 1975.
- 15) Smutek, R.: Discussion "Measurement of Turbulence in Water" by Richardson et al., Proc. of ASCE, HY-1, pp. 519~523, 1969.
- 16) Nakagawa, H. and Nezu, I.: Prediction of the Contributions to the Reynolds Stress from the Bursting Events in Open Channel Flow, Jour. of Fluid Mech., Vol. 80, pp. 80~99, 1977.
- 17) van Driest, E.R.: On Turbulent Flow near a Wall, Jour. of Aeron. Sci., Vol. 23, pp. 1007~1011, 1956.
- 18) Monin, A.S. and Yaglom, A.M.: *Statistical Fluid Mechanics*, MIT Press, Vol. 1, pp. 257~416, 1971.
- 19) Clark, J.A. and Markland, E.: Flow Visualization in Turbulent Boundary Layers, Proc. of ASCE, HY-10, pp. 1653~1664, 1971.
- 20) Grass, A.J.: Structural Features of Turbulent Flow over Smooth and Rough Boundaries, Jour. of Fluid Mech., Vol. 50, pp. 233~255, 1971.
- 21) Chen, C.K. and Roberson, J.A.: Turbulence in Wakes of Roughness Elements, Proc. of ASCE, HY-1, pp. 53~67, 1974.
- 22) Antonia, R.A. and Luxton, R.E.: The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness, Jour. of Fluid Mech., Vol. 48, pp. 721~761, 1971.
- 23) Engelund, F.: Dispersion of Floating Particles in Uniform Channel Flow, Proc. of ASCE, HY-4, pp. 1149~1162, 1969.
- 24) 今本博健: 開水路乱れにおける乱れの基本的特性について, 土木学会論文報告集, 第 197 号, pp. 83~91, 1972.
- 25) Laufer, J.: Investigation of Turbulent Flow in a Two-dimensional Channel, NACA, TR-1053, 1951.
- 26) Blinco, P.H. and Partheniades, E.: Turbulence Characteristics in Free Surface Flows over Smooth and Rough Boundaries, Jour. of Hydraulic Research Vol. 9, pp. 43~69, 1971.
- 27) McQuivey, R.S. and Richardson, E.V.: Some Turbulence Measurements in Open-channel Flow, Proc. of ASCE, HY-1, pp. 209~223, 1969.
- 28) 玉井信行・林 博一・廣沢佑輔: 開水路の乱れに及ぼすフルード数の影響について, 第 30 回土木学会年講, II-195, 1975.