

# 吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と二次応力解析\*

## DEFORMATION AND SECONDARY STRESS ANALYSES ON PARALLEL WIRE CABLE DURING CONSTRUCTION OF SUSPENSION BRIDGE SUPERSTRUCTURE

西村 昭\*\*・新家 徹\*\*\*・中村 憲市\*\*\*\*・土居 憲司\*\*\*\*\*  
By Akira NISHIMURA, Tohru SHINKE,  
Ken-ichi NAKAMURA and Kenji DOI

### 1. 緒 言

本文は、吊橋の補剛桁架設途中における、メインケーブルの変形と応力を把握することを主題として、バンドで締付けられた平行線ケーブル特有の剛性を考慮した解析手法について述べ、実験および実橋モデルの計算例から、ケーブルの変形や応力の特性について論ずるものである。

吊橋メインケーブルは、ケーブル架設後バンドを取付け、補剛桁架設完了後、主としてケーブル防錆のため一般にワイヤラッピングが施される。このように、バンドやラッピングワイヤの締付けにより、素線相互の滑動が拘束された状態でケーブル系が変形すると、ケーブルにはケーブル軸の曲率変化に伴う素線の曲げ応力と、素線の伸縮に伴う偏差軸応力が発生する。本文では、この両者をケーブルの平均応力（一次応力）に対して、二次応力と総称する。

二次応力は、主として断面拘束とケーブル系の変形に起因し、一定の断面拘束下では変形が大きくなるほど大きい。したがって、近年の吊橋支間の長大化に伴うケーブル直径の大型化、鉄道併用橋での局部変形の増加傾向、さらに補剛桁の大ブロック架設工法採用によるケーブル格点集中荷重の増大などは、いずれもケーブル二次応力を大きくすることが予想され、ケーブルの変形や応力を正しく把握しておくことはきわめて重要であると考えられる。また、これらの二次応力が、一次応力と同様に塔近傍のケーブルにおいてもっとも大きく生ずること

は、注目すべき点であり、ケーブルのより妥当な安全率を定めるためには、二次応力を明らかにしておくことが重要な課題の一つであると考えられる。

吊橋平行線ケーブルの二次応力に関する唯一の体系的理論研究として、Wyatt<sup>1)</sup>の研究があげられる。Wyattは、死荷重状態における、バンドのみで締付けられたケーブルに生ずる二次応力、および活荷重載荷時のラッピングされたケーブルに生ずる二次応力の簡単な算定式を与えており、この分野の先駆的研究として高く評価される。しかしながら、問題単純化に用いられた仮定の、実験的検証を欠いているため、多くの疑問を残している。他の理論研究としては、ケーブルに重ね板ばねの考え方を適用して簡単なモデルの解析を行った研究<sup>2)</sup>があるが、吊橋系のケーブルを解析するには至っていない。また、ケーブルをソリッドなほりともみなして解析し、ケーブルの安全性の評価を試みた報告<sup>3)</sup>がみられるが、断面分離を生ずるケーブルにはり理論を適用するのは困難のように思われる。

また、実験的研究としては、吊橋架設に際して行われた、モデル実験の報告<sup>4)~7)</sup>や、補剛桁架設途中のケーブルの変形・応力を実測した報告<sup>8)</sup>がある。しかしながら、モデル実験では、いずれもケーブルに張力が導入されていないため、吊橋ケーブルの挙動の再現性に問題があり、また実測では、その理論的追跡が十分なされていないため、吊橋諸元や架設工法の相異した場合に対し、一般的に論ずることが困難である。

以上のように、この分野に関する研究は数少なく、とくに補剛桁架設途中の、バンドのみで締付けられたケーブルに関する研究は、文献 1), 8) のみである。ところで、ケーブル系は、補剛桁架設途中においてもっとも大きな変形を生じ、したがって、この時点の二次応力は、大きな値になるものと予想される。

本文では補剛桁架設時のケーブルをできるだけ忠実にモ

\* 昭和 49, 50 年度土木学会年次学術講演会にて一部発表<sup>10)</sup>, 11), 12)

\*\* 正会員 工博 神戸大学教授 工学部土木工学教室

\*\*\* 正会員 (株) 神戸製鋼所構造研究所 主任研究員

\*\*\*\* 正会員 工修 (株) 神戸製鋼所構造研究所 研究員

\*\*\*\*\* 正会員 工修 (株) 神戸製鋼所構造研究所 研究員

デル化するよう考慮を払い、厳密な内部適合条件とつり合い条件より、バンドのみで締付けられたケーブル独特の部材剛性マトリックスを誘導して、それに適した大変形挙動の解析を行った。また、ケーブルに張力を導入したモデル実験により、本理論の妥当性を検証するとともに、変形や応力の特性を把握した。さらに、一般には一次応力、二次応力ともに最大となる塔頂近傍ケーブルに生ずる二次応力を簡単に求めるために、従来の慣用ケーブルモデル（ケーブルは純引張部材で、バンド長を考慮しないモデル）による解析結果を利用する、近似解法について述べた。

2. 理論解析

本解析は、補剛トラス架設途中におけるメインケーブルの挙動を正確に把握することを主眼としており、ケーブルのモデル化とそれに適した解析手法に、特に考慮を払った。なお、本文中で用いた記号の説明を、一括して文末に示した。

(1) ケーブルのモデル化と仮定

ケーブルバンドのみで締付けられた、吊橋平行線ケーブルの大きな特徴として、次の3点が挙げられる。

- ① ケーブルは、大きな張力を受ける素線の集合体である。
- ② バンド締付部では、締付けにより素線相互の滑動がほぼ完全に拘束されているため、曲げ、せん断ともに等断面はりと同等の剛性を有する。
- ③ 一方、バンド締付部以外では、素線間せん断抵抗がほぼゼロであるため、変形に際し、断面分離（素線相互の滑動）が生じ、その結果曲率変化に対する抵抗は、等断面はりに比べてきわめて低下し、flexibility を発揮する。

従来のケーブルの取扱いにおいては全体系の解析に主眼が置かれているため、ケーブルは曲げ剛性を持たない純引張部材として処理されている。そこでは、ケーブルの部材剛性を得るための適合条件として、断面図心軸の伸縮のみしか考慮されていない。ところで実際には、バンド締付けにより、変形による断面分離がバンド締付部で拘束される結果、断面方向にもひずみの変化を生じ、ケーブルは特有の曲げ抵抗を示す。特徴①は、ケーブルを構成する素線の座屈を防ぎ、したがってケーブルの変形による断面形状の変形を防ぎ、問題を単純化するのに役立っている。

本解析では、ケーブルのモデル化にあたり、上記の特徴を生かすため、ケーブルが2種類の部材、すなわちバンド部材（バンド締付部）とケーブル部材（バンド部材

に挟まれたフリーケーブル）より構成されるものとした。特に、ケーブル部材については、端部以外の断面の平面保持の条件を放棄して、ケーブル内部における厳密な軸方向適合条件より、剛性行列を誘導した。

本解析に用いた仮定は、以下のとおりである。

- ① バンド部材は、曲げとせん断に対し剛である。ただし、伸び変形は考慮する。
- ② ケーブル部材の断面形状は不変である。
- ③ 素線は、曲げ剛性および伸縮剛性を有する。
- ④ ケーブル部材を構成する素線相互の摩擦抵抗は無視できる。
- ⑤ ケーブル部材の自重による横たわみの影響は無視できる。
- ⑥ 張力  $T$  は十分大きく、 $g_n = \sqrt{T/EI_n}$  のとき、 $g_n \cdot l \gg 1$  が成立する。

(2) ケーブル部材の剛性行列

ケーブルの部材剛性行列を仮定①のもとに誘導する。図-1は、バンドに挟まれた、つり合い状態にあるケーブル部材を示す。図-1において、部材座標  $x$  における曲げモーメント  $M(x)$  は、材端力 ( $M_a, P_a, T$ ) とたわみ  $y(x)$  により次式で表わされる（部材番号  $i$  は省略）。

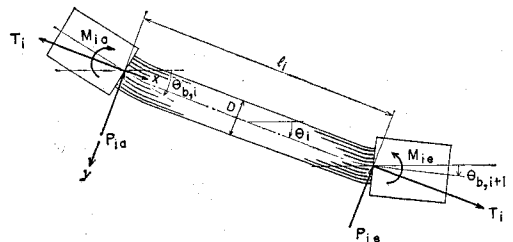


図-1 ケーブル部材の力学系

$$M(x) = M_a + P_a \cdot x - T \cdot y(x) \dots\dots\dots(1)$$

さて、ケーブルは素線の集合体であるから、 $M(x)$  を素線の断面力で表わすと、

$$M(x) = \sum_{j=1}^{n_d} (\bar{m}_j - t_j y_j)$$

まず、曲率変化と曲げひずみの関係から

$$\bar{M}(x) = \sum_{j=1}^{n_d} \bar{m}_j = -n_d E \cdot I_d \cdot y''(x) = -EI_n \cdot y''(x) \dots\dots\dots(2)$$

次に、 $x=0, x=l$  におけるバンド回転角とケーブル回転角の差をそれぞれ  $\theta_a, \theta_b$  とし、それによって生じる素線  $j$  の図心におけるひずみを  $\epsilon_j$  とすると、仮定①と軸方向の適合条件より  $\epsilon_j = l^{-1}(\theta_b - \theta_a) y_j$  となる。したがって、

$$t_j = E \cdot \epsilon_j \cdot F_d = l^{-1} E (\theta_b - \theta_a) y_j F_d$$

$$\bar{M}(x) = - \sum_{j=1}^{n_d} t_j \cdot y_j = l^{-1} E (\theta_b - \theta_a) \sum_{j=1}^{n_d} y_j^2 \cdot F_d$$

$$=l^{-1}E \cdot I_c(\theta_a - \theta_e) \dots \dots \dots (3)$$

したがって、 $\tilde{M}(x)$  は  $0 < x < l$  で一定となり、以後これをパネルモーメントと称する。結局次式が得られる。

$$M(x) = -EI_n \cdot y''(x) + l^{-1}EI_c(\theta_a - \theta_e) \dots (4)$$

式(1),(4)より、 $y$ の $x$ に関する2階の微分方程式を導き、これを境界条件  $x=0$  で  $y=0$ ,  $x=l$  で  $y=0$  のもとに解くと次式を得る。

$$y = c_1 e^{g_n x} + c_2 e^{-g_n x} + (ax+b)/g_n^2 \dots \dots \dots (5)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} g_n &= \sqrt{T/EI_n}, \quad a = P_a/EI_n, \\ b &= \frac{1}{EI_n} \left\{ M_a + \frac{EI_c}{l} (\theta_a - \theta_e) \right\}, \\ c_1 &= (be^{-g_n l} - al - b)/g_n^2 (e^{g_n l} - e^{-g_n l}), \\ c_2 &= -(c_1 + b \cdot g_n^{-2}) \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ただし、 $e$  は自然対数の底。

式(6)に、バンド部材とケーブル部材の境界におけるたわみ角の連続条件 ( $x=0$  で  $y'=\theta_a$ ,  $x=l$  で  $y'=\theta_e$ ) と、仮定⑥より得る  $e^{-g_n l} \neq 0$  を代入すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} M_a &= \frac{EI_c}{l} (\theta_a - \theta_e) + \sqrt{EI_n T} \theta_a - \sqrt{EI_n T} \cdot P_a \\ P_a &= \left\{ \frac{2}{T} - \frac{l}{\sqrt{EI_n T}} \right\}^{-1} (\theta_a + \theta_e) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

式(7)と部材のつり合い条件および軸方向の剛性関係より、材端力  $P$  と材端変形量  $\theta$  の関係式が得られる。

$$P = K \cdot \theta \dots \dots \dots (8)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} P &= [P_a^T P_e^T]^T = [TP_a M_a TP_e M_e]^T \\ \theta &= [(l-l_0)\theta_a \theta_e]^T \\ K &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_3 & 0 & -k_2 & -k_4 \\ 0 & k_2 & k_4 & 0 & -k_2 & -k_4 \end{bmatrix} \\ k_1 &= EA_c/l_0, \quad k_2 = T/(2-g_n l_0) \\ k_3 &= T\{1/g_c^2 l_0 + (1-g_n l_0)/g_n(2-g_n l_0)\} \\ k_4 &= -T\{1/g_c^2 l_0 + 1/g_n(2-g_n l_0)\} \\ g_c &= \sqrt{T/EI_c}, \quad g_n = \sqrt{T/EI_n} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

$l_0$ : 無応力状態におけるケーブル長

$K$  は、無応力状態を基準とした材端変形を、材端力に変換する剛性行列であり、 $g_n \cdot l \geq 1$  なる範囲では、十分厳密な適合条件とつり合い条件に基づいている。式(9)は、 $K$  が材端力  $T$  の関数であることを示している。

さて、ケーブル部材の剛性関係式(9)を  $P, \theta$  に関する非線型連立方程式とみなし、式(9)を満足する  $P, \theta$  の近傍で成立する、変化量  $\delta P$  と  $\delta \theta$  の局所線型関係式を誘導すると、次式が得られる。

$$\delta P = \tilde{K} \cdot \delta \theta \dots \dots \dots (10)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \delta P &= [\delta T \quad \delta P_a \quad \delta M_a \quad \delta T \quad \delta P_e \quad \delta M_e]^T, \\ \delta \theta &= [\delta l \quad \delta \theta_a \quad \delta \theta_e]^T, \\ \tilde{K} &= K + \frac{\partial}{\partial T} K \cdot \theta \cdot [k_1 \quad 0 \quad 0] \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{c}_1 & \tilde{c}_2 & \tilde{c}_4 & \tilde{c}_1 & -\tilde{c}_2 & \tilde{c}_7 \\ 0 & \tilde{c}_3 & \tilde{c}_5 & 0 & -\tilde{c}_3 & -\tilde{c}_6 \\ 0 & \tilde{c}_3 & \tilde{c}_6 & 0 & -\tilde{c}_3 & -\tilde{c}_5 \end{bmatrix} \\ \tilde{c}_1 &= k_1, \quad \tilde{c}_2 = \tilde{k}_1(\theta_a + \theta_e), \quad \tilde{c}_3 = k_2, \\ \tilde{c}_4 &= \tilde{k}_2 \theta_a + \tilde{k}_3 \theta_e, \quad \tilde{c}_5 = k_3, \quad \tilde{c}_6 = k_4, \\ \tilde{c}_7 &= -\tilde{k}_3 \theta_a - \tilde{k}_2 \theta_e, \\ \tilde{k}_1 &= k_1(2-g_n l_0/2)/(2-g_n \cdot l_0)^2, \\ \tilde{k}_2 &= k_1 l_0 \{ (1-g_n l_0)(2-g_n l_0) - 1 \} \\ &\quad / 2(2-g_n l_0)^2 \\ \tilde{k}_3 &= -k_1(1-g_n l_0)/g_n(2-g_n l_0)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

(3) 解析手法

補剛桁架設時の吊橋メインケーブルのように、部材回転角の大きな変形を示す構造系を解析するには、種々の解析法が考えられるが、いずれにしてもその基礎方程式は、変形後に成立すべき厳密なつり合い条件と適合条件を満たさなければならない。

いま、あるつり合った状態にある構造系を考えると、成立すべき条件式は、一般に次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} G_1(X_0, X, K^*, F^0) &= 0 \quad \text{あるいは}, \\ G_2(X, F^i, F^0) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

ここで、

- $X_0$ : 構造系の無応力状態における幾何学状態
- $X$ : 構造系の変形後の幾何学状態
- $K^*$ : 構造系の有する部材剛性系で、一般には  $K^* = \tilde{K}^*(X_0, X)$
- $F^i$ : 部材端力系  $= F^i(X_0, X, K^*)$
- $F^0$ : 外力系

構造系は、 $X_0$  と  $K^*$  により一意に決定される。条件式を  $G_2=0$  で表現する場合には、 $K^*$  は陽に表われないが、他のつり合い系へ移る際の構造系の挙動を支配する一因として、 $K^*$  が現われる。すなわち、他のつり合い系における条件式

$$G_2(X + \delta X, F^i + \delta F^i, F^0 + \delta F^0) = 0 \dots \dots \dots (13)$$

において、 $F^i + \delta F^i = \tilde{F}^i(X_0, X + \delta X, K^* + \delta K^*)$ ,  $K^* + \delta K^* = \tilde{K}^*(X_0, X + \delta X)$  なる関係があり、 $\delta F^i$  は  $\delta X$  で表わされる。したがって、式(13)は、 $\delta X$  に関する非線型連立方程式と考えることができる。

本文では、 $X$  として部材長および部材傾斜角を用い、変形後に成立すべき条件式(13)を、部材長の変化  $\delta l$  と部材回転角  $\delta \theta$  を未知数とする非線型多元連立方程式とみなし Newton-Raphson 法を基礎とした修正荷漸増

法<sup>9)</sup>を用いて解析した。

本法は、変位法と異なり、部材の構成する閉多角形の閉合条件式を必要とするが、その反面、局所線型関係式を含めた部材剛性行列は、大変形解析のように厳密性が要求される場合でも、式(9)、(11)のように非常に簡単な形となる。また、ハンガーの引込みや無効化、または温度変化を与える場合のように、構造系 $(X_0, K^*)$ が独自に変化するために生じる状態量 $(X, F^i)$ の変化の解析も、これらを部材力に換算することなくそのままの形で、部材多角形の閉合条件式における誤差修正計算の一環として、簡単に取扱いうる。

(4) 基礎方程式

ここでは、吊橋全体系について、式(12)に相当する条件式を誘導する。まず、吊橋の構造単位として、図-2の点線で囲まれた部分を考える(ケーブル部材の諸元は図-1参照)。任意の構造単位*i*に関する基礎方程式は、バンド*i*および補剛トラス格点*i*におけるつり合い条件、さらに上下の格点*i, i+1*の構成する四辺形の閉

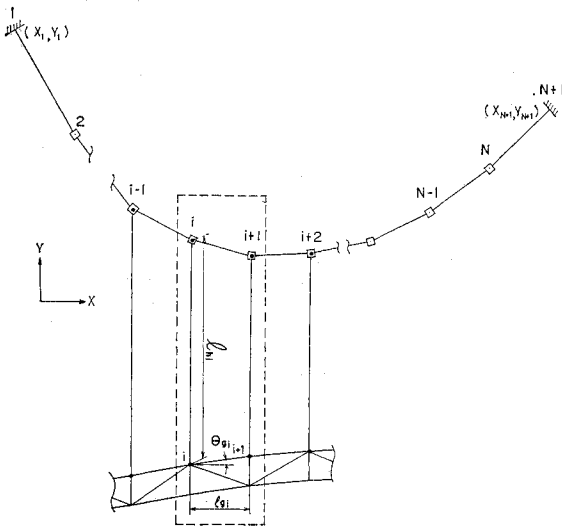


図-2 吊橋の構造単位

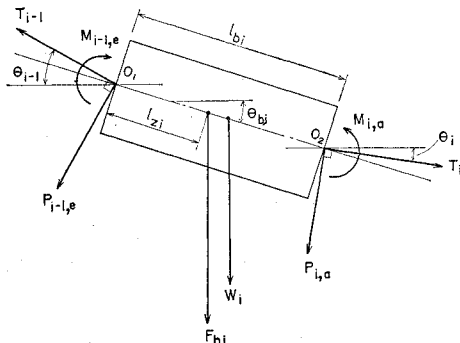


図-3 バンド部材の力学系

合条件である。ここで、ハンガーに関しては無条件鉛直性を、補剛トラスに関しては格点における水平方向の無条件つり合いをそれぞれ仮定し、未知数より $\delta\theta_h, \delta l_g$ を除く。このとき、補剛トラス格点におけるつり合い条件は、鉛直方向のみとなり、また構造単位の閉合条件も鉛直方向成分についてのみ考慮すればよい。

a) バンド*i*に関するつり合い条件 図-3より、

$$a_1^i(\theta_{i-1}) \cdot P_{i-1} + b_1^i(\theta_{bi}, \theta_i) \cdot P_i + c_1^i(\theta_{bi}) \cdot F_i + d_1^i = 0 \dots\dots\dots(14)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_1^i(\theta_{i-1}) &= \begin{bmatrix} -\cos \theta_{i-1} & -\sin \theta_{i-1} & 0 \\ -\sin \theta_{i-1} & \cos \theta_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ b_1^i(\theta_{bi}, \theta_i) &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ l_{bi} \sin(\theta_{bi} - \theta_i) & -l_{bi} \cos(\theta_{bi} - \theta_i) & 1 \end{bmatrix} \\ c_1^i(\theta_{bi}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -l_{zi} \cos \theta_{bi} & 0 \end{bmatrix}, \\ F_i &= [F_{hi} \ M_{gi}]^T \\ d_1^i &= \left[ 0 \ W_i - \frac{1}{2} W_i l_{bi} \right]^T, \ O_1 = [0 \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

b) 補剛トラス格点*i*の鉛直方向のつり合い条件 図-4より、

$$a_2^i \cdot F_{i-1} + b_2^i \cdot F_i + c_2^i \cdot F_{i+1} + d_2 = 0 \dots\dots\dots(16)$$

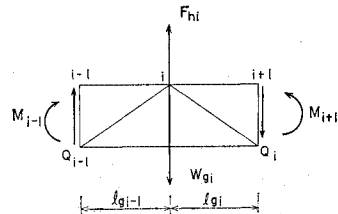


図-4 補剛トラスの力学系

ここで、

$$\left. \begin{aligned} a_2^i &= \begin{bmatrix} 0 \\ -l_{gi-1}^{-1} \end{bmatrix}, \quad b_2^i = \begin{bmatrix} 1 \\ l_{gi-1}^{-1} + l_{gi}^{-1} \end{bmatrix}, \\ c_2^i &= \begin{bmatrix} 0 \\ -l_{gi+1}^{-1} \end{bmatrix}, \quad d_2 = -W_{gi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

c) 構造単位*i*の鉛直方向適合条件 図-2より、

$$e_1^i(\theta_i) \cdot L_i + e_2^i \cdot L_{i+1} + e_3^i(\theta_i, \theta_{gi}, \theta_{bi+1}) = 0 \dots\dots\dots(18)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} e_1^i &= [\sin \theta_i \ -1], \quad e_2^i = [0 \ 1], \\ e_3^i(\theta_i, \theta_{gi}, \theta_{bi+1}) &= (l_{bi} - l_{zi}) \sin \theta_i \\ &\quad + l_{zi+1} \sin \theta_{bi} - \theta_{gi} l_{gi} \end{aligned} \right\} \\ L_i &= [l_i \ l_{hi}]^T$$

.....(19)

ところで、隣接するトラス格間傾斜角の差 ( $\theta_{gi}-\theta_{gi-1}$ ) は、無応力状態におけるトラス格間傾斜角の差 ( $\theta_{gi}^0-\theta_{gi-1}^0$ ) と隣接格点モーメント  $M_{gi-1}, M_{gi}, M_{gi+1}$  を用いて表わすことができ、結局構造単位  $i$  の鉛直方向適合条件式は、 $\theta_{gi}$  を消去した形で次のように表わされる。

$$\begin{aligned} & a_3^i \cdot F_{i-1} + b_3^i \cdot F_i + c_3^i \cdot F_{i+1} + e_i^i(\theta_{i-1}) \cdot L_{i-1} \\ & + e_5^i(\theta_i) \cdot L_i + e_6^i \cdot L_{i+1} + e_7^i(\theta_{bi-1}, \theta_{bi}, \theta_{bi+1}) \\ & = 0 \end{aligned} \quad \text{.....(20)}$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_3^i &= \left[ 0 - \left( l_{gi-1}^{-1} \cdot \zeta_{pi-1} - \frac{1}{2} \cdot \zeta_{mi-1} \right) \right] \\ b_3^i &= \left[ 0 \left( \frac{1}{2} \cdot \zeta_{mi-1} + l_{gi-1}^{-1} \cdot \zeta_{pi-1} + l_{gi}^{-1} \cdot \zeta_{pi} \right) \right], \\ c_3^i &= [0 - l_{gi}^{-1} \cdot \zeta_{pi}], \\ e_4^i(\theta_{i-1}) &= [-l_{gi-1}^{-1} \cdot \sin \theta_{i-1} \cdot l_{gi-1}^{-1}], \\ e_5^i(\theta_i) &= [l_{gi}^{-1} \cdot \sin \theta_i - (l_{gi-1}^{-1} + l_{gi}^{-1})], \\ e_6^i &= [0 \cdot l_{gi}^{-1}], \\ e_7^i(\theta_{bi-1}, \theta_{bi}, \theta_{bi+1}) &= \theta_{bi-1}^0 - \theta_{bi}^0 \\ & - l_{gi-1}^{-1} \{ l_{zi} \sin \theta_{bi} + (l_{bi-1} - l_{zi-1}) \times \sin \theta_{bi-1} \} \\ & + l_{gi}^{-1} \{ l_{zi+1} \sin \theta_{bi+1} + (l_{bi} - l_{zi}) \sin \theta_{bi} \} \end{aligned}$$

ここで (図-5 参照)、

- $\zeta_{pi}$ : 補剛トラス格間  $i$  の単位せん断力により生ずる部材回転角
  - $\zeta_{mi}$ : 補剛トラス格間  $i$  の単位曲げモーメントにより生ずる両端断面の回転角差
- .....(21)

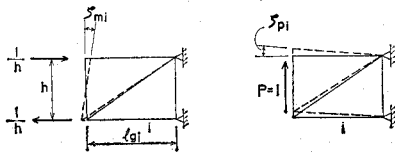


図-5 補剛トラスの剛性

式 (14), (16), (20) が、構造単位  $i$  における、状態量の満足すべき条件式である。最後に、ケーブル系と基礎地盤が構成する閉多角形の閉合条件として、次式が得られる。

d) 径間適合条件 図-2 より、

$$\sum_{i=1}^N e_8^i(\theta_{bi}, \theta_i) \cdot L_i^* - L^s = O_2 \quad \text{.....(22)}$$

ここで、

$$\begin{aligned} e_8^i(\theta_{bi}, \theta_i) &= \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \cos \theta_{bi} \\ -\sin \theta_i & -\sin \theta_{bi} \end{bmatrix}, \quad O_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ L_i^* &= [l_i \ l_{bi}]^T, \\ L^s &= [L_x^s \ L_y^s]^T, \quad L_x^s = X_{N+1} - X_1, \quad L_y^s = Y_{N+1} - Y_1 \end{aligned}$$

( $X_1, Y_1$ ), ( $X_{N+1}, Y_{N+1}$ ) は、それぞれケーブル系の始端および終端の座標である

.....(23)

結局、 $1 \leq i \leq N$  の  $i$  に対して式 (14), (16), (20) をたて、これに式 (22) を連立させたものが式 (12) に相当する。もちろん、補剛トラスのない構造単位では式 (16), (20) は不要となる。さて、式 (13) に相当するものは、

$$\begin{aligned} & a_1^i(\theta_{i-1} + \delta\theta_{i-1}) \cdot (P_{i-1} + \delta P_{i-1}) \\ & + b_1^i(\theta_{bi} + \delta\theta_{bi}, \theta_i + \delta\theta_i) \cdot (P_i + \delta P_i) \\ & + c_1^i(\theta_{bi} + \delta\theta_{bi}) \cdot (F_i + \delta F_i) + (d_1^i + \delta d_1^i) \\ & = O_1 \end{aligned} \quad \text{.....(24)}$$

$$\begin{aligned} & a_2^i \cdot (F_{i-1} + \delta F_{i-1}) + b_2^i \cdot (F_i + \delta F_i) \\ & + c_2^i \cdot (F_{i+1} + \delta F_{i+1}) + (d_2 + \delta d_2) = 0 \end{aligned} \quad \text{.....(25)}$$

$$\begin{aligned} & a_3^i \cdot (F_{i-1} + \delta F_{i-1}) + b_3^i \cdot (F_i + \delta F_i) + c_3^i \\ & \cdot (F_{i+1} + \delta F_{i+1}) + e_4^i(\theta_{i-1} + \delta\theta_{i-1}) \\ & \cdot (L_{i-1} + \delta L_{i-1}) + e_5^i(\theta_i + \delta\theta_i) \cdot (L_i + \delta L_i) \\ & + e_6^i \cdot (L_{i+1} + \delta L_{i+1}) + e_7^i(\theta_{bi-1} + \delta\theta_{bi-1}, \theta_{bi} \\ & + \delta\theta_{bi}, \theta_{bi+1} + \delta\theta_{bi+1}) = 0 \end{aligned} \quad \text{.....(26)}$$

ただし、 $1 \leq i \leq N$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N e_8^i(\theta_{bi} + \delta\theta_{bi}, \theta_i + \delta\theta_i) \cdot (L_i^* - \delta L_i^*) \\ & - L^s = O_2 \end{aligned} \quad \text{.....(27)}$$

で与えられる。式 (24), (25), (26), (27) が状態量の変化を支配する基礎方程式である。本解析では、一次独立な状態量増分として、

$$\{\delta l, \delta\theta, \delta\theta_b, \delta l_h, \delta M_g\}$$

を用いたが、径間適合条件式には、バンド部材の伸び  $\delta l_b$  を次式により考慮している。

$$\delta l_b = \frac{A_c \cdot l_{bi}}{A_b \cdot l_i} \cos(\theta_{bi} - \theta_i) \cdot \delta l_i \quad \text{.....(28)}$$

さて、基礎方程式と部材剛性関係式の状態量増分に関する局所線型関係より、材端力増分を消去すれば、一次独立な状態量増分を未知数とする多元連立一次方程式が得られる。すなわち、構造単位  $i$  に対し、

$$A_i \cdot \delta X_{i-1} + B_i \cdot \delta X_i + C_i \cdot \delta X_{i+1} = D_i \quad \text{.....(29)}$$

ただし、 $1 \leq i \leq N$

また、径間適合条件に対し

$$\sum_{i=1}^N e_i \cdot \delta X_i = D^* \quad \text{.....(30)}$$

である。上式中、 $A_i, B_i, C_i$  は 5 行 5 列、 $e_i$  は 2 行 5 列の係数行列であり、未知量ベクトル

$$\delta X_i = [\delta\theta_{bi} \ \delta\theta_i \ \delta\theta_{ci} \ \delta\theta_{hi} \ \delta\theta_{gi}]^T$$

は、係数行列  $A_i, B_i, C_i$  の性質をよくするために次式を用いて、すべて一次独立な状態量を無次元量で表わしたものである。すなわち、

$$\delta l_i = l_c \cdot \delta\theta_{ci}, \quad \delta l_{hi} = l_h \cdot \delta\theta_{hi}, \quad \delta M_{gi} = EI_g \cdot \delta\theta_{gi}$$

である。また、 $D_i, D^*$  は  $N-R$  法による修正量を含んだ右辺ベクトルである。

連立方程式の解は、式 (29) の係数行列が全体の係数行列の中で、三重対角行列を構成することを利用して、後退消去の後、前進消去を行えば能率よく求められる。

このとき、式 (30) は式 (29) と同時に後退消去を行う必要がある。

(5) ケーブル二次応力の計算

補剛桁架設中におけるケーブル二次応力は、次の手順によって求められる。まず、解析の初期状態として、ケーブルが懸垂されケーブルバンドで各所が締付けられた状態を決定する。この状態は、従来の慣用モデルによる解析法によって決定しうる。この状態にケーブルバンド両端の座標を設定して、本解析の初期状態が得られる。以後の载荷に対して、本理論により全体系の解析を行えば、ケーブル部材に生ずる材端力およびパネルモーメントが得られる。ケーブルの二次応力としては、パネルモーメントを構成する素線の偏差軸応力と、ケーブル図心軸の曲率変化による応力とがあるが、前者の最大値を  $\sigma_{b1}$ 、後者の最大値を  $\sigma_{b2}$  とすると、 $\sigma_{b1}$  はケーブル最外層素線、 $\sigma_{b2}$  は素線の最外縁に生ずる。これらは、次式より求められる。

モーメント  $\bar{M}_a, \bar{M}_e, \tilde{M}$  を用いて表わすと、

$$\sigma_{b1} = \frac{D-d}{2I_c} \tilde{M} \quad \text{(最大偏差軸応力)}$$

$$\sigma_{b2}(x) = \sigma_{b2}^a \cdot e^{-g_n x} + \sigma_{b2}^e \cdot e^{g_n(x-l)} \quad \text{(素線曲げ応力)}$$

ここに、

$$\sigma_{b2}^a = d \cdot \bar{M}_a / 2 I_n, \quad \sigma_{b2}^e = d \cdot \bar{M}_e / 2 I_n \quad \dots\dots\dots(31)$$

あるいは、ケーブルおよびバンドの回転角で表わすと、

$$\sigma_{b1} = \frac{D-d}{2l} (\theta_a - \theta_e) \cdot E$$

$$\sigma_{b2}(x) = \sigma_{b2}^a \cdot e^{-g_n x} + \sigma_{b2}^e \cdot e^{g_n(x-l)}$$

ここに、

$$\sigma_{b2}^a = \frac{Ed}{2} g_n \{ \theta_a - (\theta_a + \theta_e) / (2 - g_n \cdot l) \}$$

$$\sigma_{b2}^e = -\frac{Ed}{2} \cdot g_n \{ \theta_e - (\theta_a + \theta_e) / (2 - g_n \cdot l) \}$$

$$\theta_{ai} = \delta\theta_{bi} - \delta\theta_i, \quad \theta_{ei} = \delta\theta_{bi+1} - \delta\theta_i \quad \dots\dots\dots(32)$$

また、 $g_n \cdot l > 100$  ならば、1~2% の誤差で次のように表わされる。

$$\sigma_{b2}^a = \frac{Ed}{2} g_n \cdot \theta_a, \quad \sigma_{b2}^e = -\frac{Ed}{2} g_n \theta_e \quad \dots\dots(33)$$

3. ケーブルのモデル実験

本解析で用いたケーブル部材のモデル化の妥当性、ならびに導いた理論の妥当性を実験により検証した。

(1) 供試体

用いたケーブルは、直径 5mm の亜鉛メッキピアノ線

を 217 本平行に束ねたもので、ケーブルの断面形状は正六角形とした(図-6 参照)。ケーブル素線の破断強度  $\sigma_B$  は 160 kg/mm<sup>2</sup> 以上であり、実橋で用いられるものと同等である。ケーブル長は約 10m であり、その両端はケーブルソケットに合金鋳込み (Zn: 98%, Cu: 2%) されている。ケーブルには別途実験用に製作した、横割のケーブルバンドを合計 5 個取り付け、各ケーブルバンド内間距離を 1267mm (初期張力導入後) とした。ケーブルバンドによるケーブルの締付力導入には、バンドの締付用ボルト (M24-4 本/バンド) を使用し、ケーブルが正六角形の各辺から、できるだけ一様に締付けられるよう、上・下両バンド接合部は櫛状に噛み合せてゆく剛な構造とした。

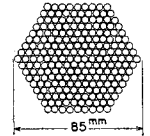


図-6 ケーブルの断面形状

(2) 実験系列と実験方法

実験の系列は次の 2 種類である。

(I) ケーブル中央のバンドに集中横荷重を載荷

(II) ケーブル中央のバンドにモーメントを載荷

実験の手順は、まず油圧ジャッキ (容量 100 tons) 2 台を用いて、ケーブルに張力  $T=42.610$  tons ( $\sigma_t=10$  kg/mm<sup>2</sup>) を導入し、その後 5 個のケーブルバンドの締

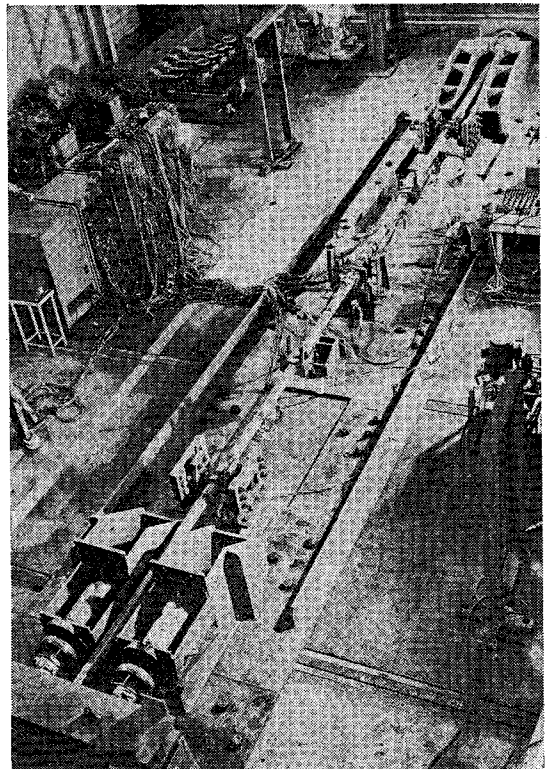


写真-1 室内実験

付けを行った。すべてのバンドは、ケーブルとの間にすべりが生じないように十分強く締付けた。実験Ⅰでは、両端ケーブルバンドの鉛直方向の移動のみを拘束し、水平方向の移動ならびに回転に対しては自由とした。外力  $P$  は、油圧ジャッキ（容量 20 tons）を使用し、中央のケーブルバンドに載荷した。実験Ⅱでは、両端バンドと中央バンドは回転のみ自由として水平および鉛直方向への移動を拘束した。外力モーメント  $M$  は、中央バンドに

固定したアームに水平荷重を油圧ジャッキ（容量 20 tons）で与えて加えた。なお、このとき水平反力は支持治具で受け、ケーブルに反力が入らないようにされている（写真-1 参照）。

ケーブルの鉛直方向変位ならびに各ケーブルバンドの回転角の測定には、それぞれ摺動トランス型変位計を使用し、ケーブル応力の測定には、素線にひずみゲージを貼付けて行った。

全実験の载荷の過程において、ケーブルの張力は初期値を保持するよう、ケーブルの定着部でコントロールされている。

(3) 実験結果と考察

実験Ⅰおよび実験Ⅱのケーブルのたわみ形をそれぞれ図-7 および 図-8 に示す。これらの図から明らかなように、バンドで締付けられたケーブルは、通常のはりとは非常に異質のたわみ形状を示す。すなわち、バンド2 および 4 の部分には外的な拘束がないにもかかわらず、実験Ⅰではバンド部で“踊り場”が明瞭に生じ、実験Ⅱではバンドの鉛直変位がきわめて小さく、回転が大きく生じている。図-9 には実験Ⅱにおける外力  $M$  と各バ

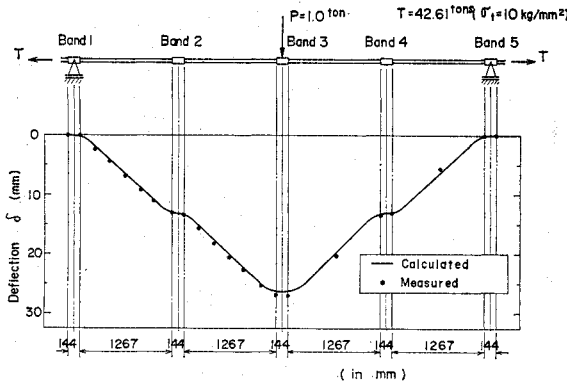


図-7 たわみ曲線（実験Ⅰ）

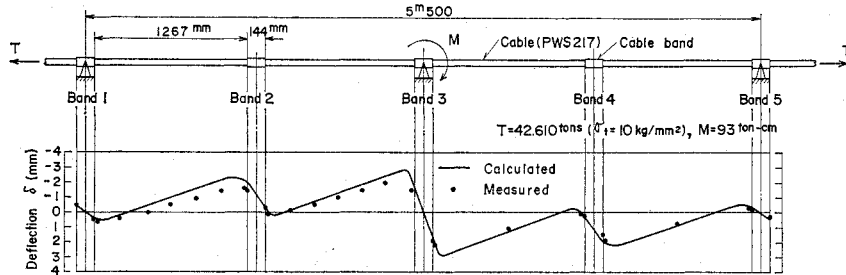


図-8 たわみ曲線（実験Ⅱ）

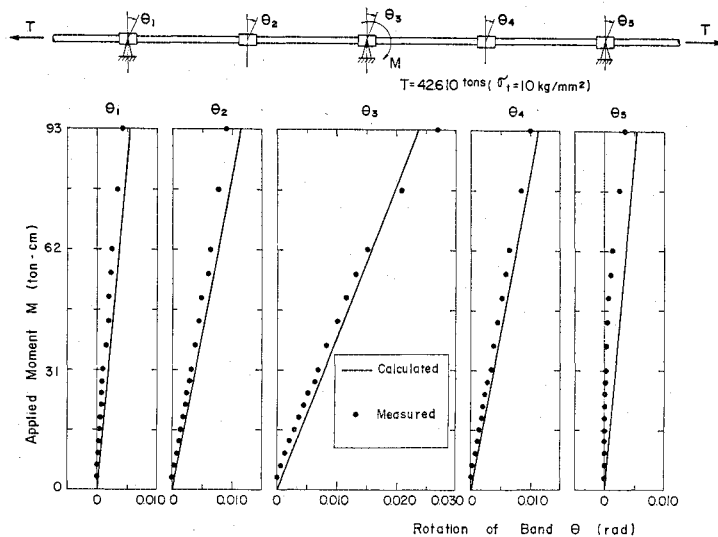


図-9 モーメントとバンドの回転角との関係（実験Ⅱ）

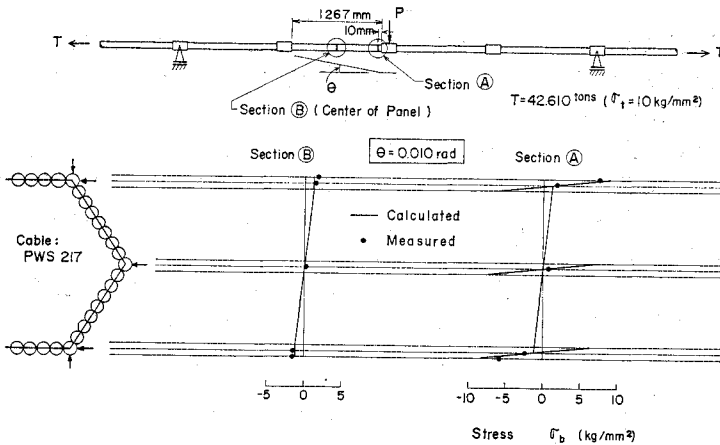


図-10 ケーブルの応力(実験Ⅰ)

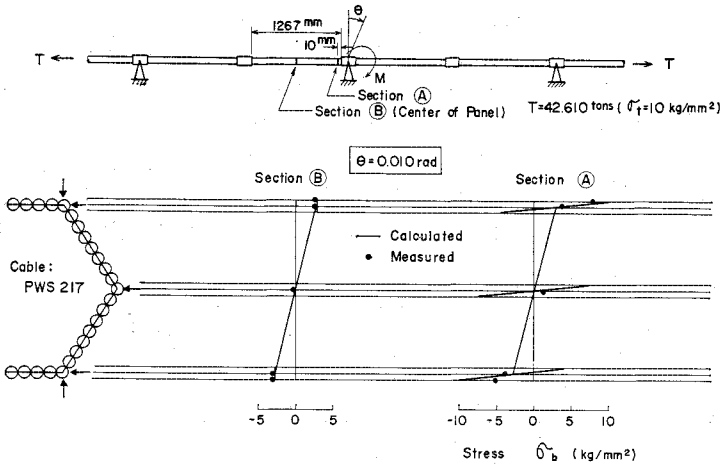


図-11 ケーブルの応力(実験Ⅱ)

ンド回転角  $\theta$  の関係を示した。このように、ケーブルの変形が通常のほりの変形と大きく異なる最大の理由は、バンド間ケーブルパネルの素線間せん断抵抗が小さく、载荷によりケーブル横断面がずれを生ずる一方、バンド部のみでそれが阻止されるためバンド近傍部でケーブル軸線に角折れが生ずるものと考えられる。

次に、バンド2とバンド3の間のケーブル二次応力を図-10(実験Ⅰ)および図-11(実験Ⅱ)にそれぞれ示す。応力は、バンド3の近傍(Section A)およびパネル中央(Section B)において、図中左の矢印で示すように素線の中立軸(素線側面)と素線上・下縁で測定した。図から明らかのように、素線の中立軸における応力はSection AとBでほとんど差がないこと、また素線上・下縁の応力はバンド近傍のSection Aではかなり大きく、パネル中央のSection Bでは素線中立軸の応力とあまり差がないことなどが認められる。これらのことから、ケーブルの曲げモーメントは素線の偏差軸力による曲げモーメント( $\tilde{M}$ )と素線曲げモーメントの総和( $\bar{M}$ )から成り、 $\tilde{M}$ をパネル間で一定とした本

解析は、ほぼ妥当であることがわかる。実験値が示す素線曲げ応力の局所性は、式(31)あるいは(32)より説明される。すなわち、曲率変化による素線曲げ応力は、ケーブルバンド端で最大となり、バンドから離れるにしたがい指数関数的に小さくなる。

以上、ケーブルの変形ならびに応力の各図中には、実験結果にあわせて、2.で述べた理論より求めた計算結果も併記した。両者はかなりよく近似しており、本理論はケーブルの挙動を十分説明するものであるといえよう。なお、計算値と実験値との若干の差異は、実験中ケーブルバンドを非常に強く締付けたにもかかわらず、変形に伴いバンド部でわずかなすべりが生じたことが、主な原因と考えられる。

#### 4. 計算例

##### (1) 単純な構造の大変形解析

ケーブルの極端な大変形挙動の解析例として、図-12に示す単純な構造の解析を行った。すなわち、各格点に下向きの集中荷重  $P_0=10$  tons を受けて、つり合い状態にあるケーブル系(ケーブル初期応力の水平方向成分  $\sigma_{0H}$  は  $0.8$  kg/mm<sup>2</sup>)が、格点5に上向きの集中荷重  $\bar{P}$  を受ける場合を考える。 $\bar{P}=50$  tons および  $\bar{P}=100$  tons の場合の変形状態を図-12に示す。図中、実線は本理論による計算値(Analysis ①)をし、点線は参考のため慣用モデルを用い変形法によって求めた計算値(Analysis ②)を示す。

図から明らかに、各ケーブルバンドは特殊な挙動を呈していることがわかり、この結果がケーブル二次応力発生にきわめて重要な意味を持つ。一方、ケーブル格点の変位に関しては、本解析結果と慣用モデルでの解析結果に、大差がないことが認められる。また、 $P_0=100$  tons、 $\bar{P}=1000$  tons、 $\sigma_{0H}=8.0$  kg/mm<sup>2</sup> として同様の数値解析を行った結果、両解析による変位の差は、よりいっそう減少する傾向にあった。このように、ケーブル初期張力が十分大きい場合には、ケーブル断面の曲げ剛性に比して幾何学剛性が卓越するため、格点変位に関するかぎり、ケーブルのモデル化による差異は非常に小さいことが明らかとなった。



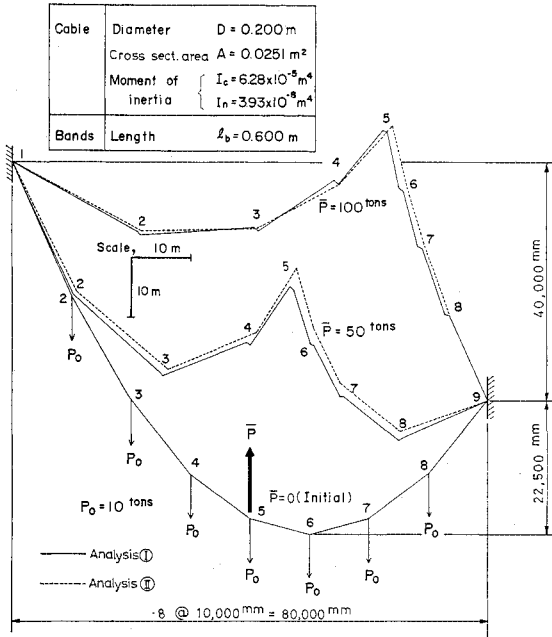


図-12 ケーブル系の大変形解析例

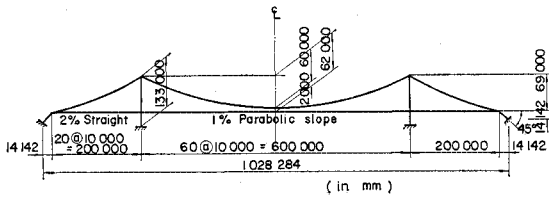


図-13 計算モデル

以上のように、本解析手法は、ケーブル柔構造に対しケーブルバンドの回転角を正確に把握しながら、かつ大変形挙動に十分追従できるものであるといえる。

(2) 実橋モデルによる計算例

次に、実橋吊橋の架設途中における、定量的な変形と応力を推定するため、実橋モデルを仮定し数値計算を行った。

吊橋モデルの諸元を図-13および表-1, 2に示す。補剛桁の架設方法には、全ヒンジ工法あるいは逐次剛結工法などがあり、また架設の進め方にも塔側から進める場合や、径間中央から進める場合など多様にわたるため、一般的に論ずるのはかなり困難である。ここでは、架設中においては、補剛桁が曲げ剛性を持たないいわゆる全ヒンジ工法で架けられるものとし、架設の進め方として、

Case I : 塔から各径間中央へ向って架け進める場合。

Case II : 中央径間は径間中央から、側径間は橋端からそれぞれ塔に向って架け進める

表-1 計算モデルの諸元

Cable	Type	PWS
	Area	0.22 m <sup>2</sup>
	Diameter	0.592 m
	Moment of inertia	0.0048 m <sup>4</sup>
	Number of wires	11 205
Wire	Diameter	5.0 mm
	Moment of inertia	0.3068 × 10 <sup>-10</sup> m <sup>4</sup>
Stiffening girder	Moment of inertia	1.5 m <sup>4</sup>
	Nodal point load	40.0 tons
Tower	Area	1.0 m <sup>2</sup>
	Moment of inertia	1.0 m <sup>4</sup>

表-2 モデルのケーブルバンド長

No. of bands	Length of bands (m)	No. of bands	Length of bands (m)
1	0	24~28	1.40
2~6	1.20	29~33	1.20
7~12	1.40	34~38	1.05
13~18	1.65	39~43	0.85
19~20	1.90	44~48	0.76
21	0	49~51	0.72
22~23	1.65		

場合。

の2 Cases を考えた。補剛桁荷重 (4.0 t/m) は、ハンガーに集中荷重として作用させ、補剛桁架設途中の状態を図-14 (Case I)、図-15 (Case II) に示す各7段階に区分した。さらに、補剛桁架設完了後、後死荷重 (6.5 t/m) を載荷して得られる完成状態を、架設段階 Complete として表示した。準備計算として、まず図-13の形状でつり合った完成状態を求め、この完成状態に死荷重を逆載荷して得るフリーケーブル状態にバンド座標をあてはめたものを、本計算の初期状態とした。

図-14 および 図-15 に、フリーケーブル状態を基準とした各架設段階におけるケーブル重心の鉛直変位を示す。図から、Case I では架設段階②で、また Case II では架設段階③でそれぞれ中央径間端パネルに最大の回転角が生じている。このときのパネルモーメントを図-16 (Case I) および 図-17 (Case II) に示す。図から明らかに、中央径間端パネルにきわめて大きな曲げモーメントが生じていることが認められる。このパネル曲げモーメントは、本計算例では常に中央径間端パネルで最大値を示したが、この端パネルの応力を図-18 および 図-19 に示す。図中  $\sigma_t$  は、ケーブル軸力による一次応力であり、 $\sigma_{bt}$  はケーブルパネルモーメントによるケーブル最外層素線の軸応力である。定義により、 $\sigma_t$  および  $\sigma_{bt}$  は格間ごとに一定の値である。塔近傍端パネルのケーブル二次応力としては、この  $\sigma_{bt}$  のほかに、塔頂サドル部においてはサドルの曲率 (1/R) に沿っておよそ  $\sigma_R = E \cdot d/2R$  ( $R=5$  m の場合、 $\sigma_R=10$  kg/mm<sup>2</sup>) で

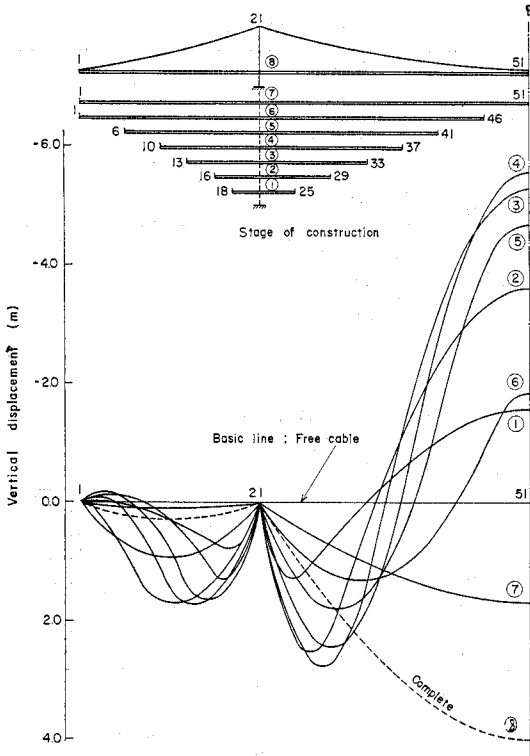


図-14 たわみ曲線 (Case I)

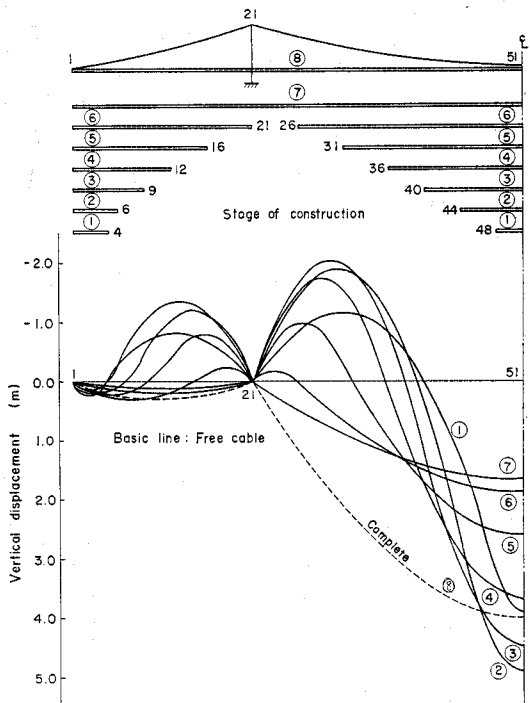


図-15 たわみ曲線 (Case II)

表わされる素線曲げ応力が存在し、また第1バンドの近傍には、バンドの傾きとケーブル部材角との差のために素線曲げ応力  $\sigma_{b2}$  が、かなり局所的に存在する。図-18

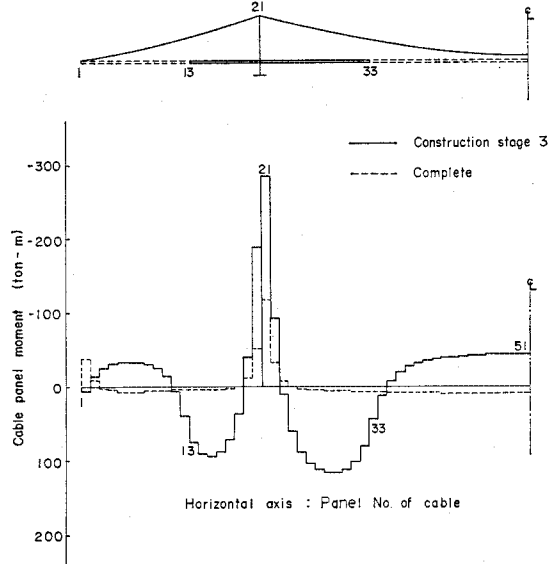


図-16 パネルモーメント (Case I)

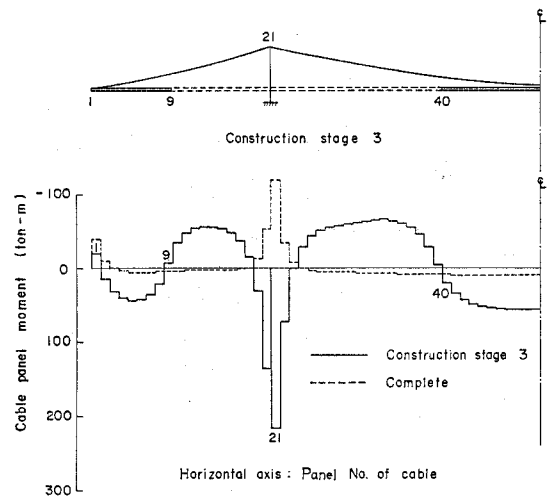


図-17 パネルモーメント (Case II)

および図-19にはこの  $\sigma_{b2}$  の値も併記した。

さて、塔頂近傍のケーブルパネルとバンドの回転角を、各架設段階ごとにプロットしたものが図-20および図-21である。図より明らかに、ケーブルパネルとバンドの回転角には、かなりの相違が現れるが、塔頂から離れるにしたがい、また架設段階が進んでケーブル軸応力が大きくなるにしたがって、その相違は小さくなる傾向を示している。ケーブルパネル相互の回転角差についても上記の傾向が強く、補剛桁架設完了段階7およびCompleteの段階では、塔近傍パネル (Panel 0, 1, 2) の回転角は、ほぼ同一の値を示している。このことは、後章で述べる近似解法で完成時における計算をより簡単化する。

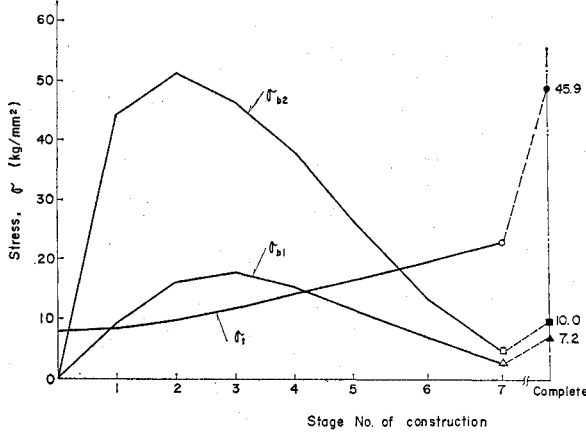


図-18 端パネルケーブルの応力 (Case I)

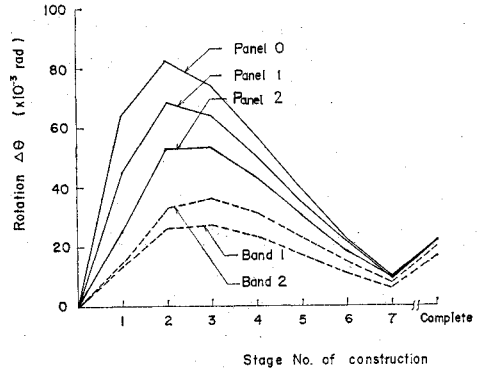


図-20 回転角 (Case I)

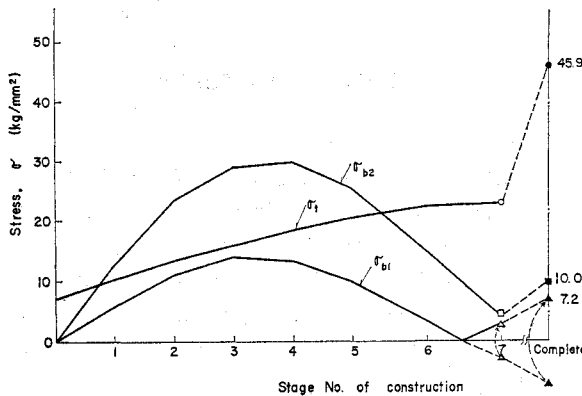


図-19 端パネルケーブルの応力 (Case II)

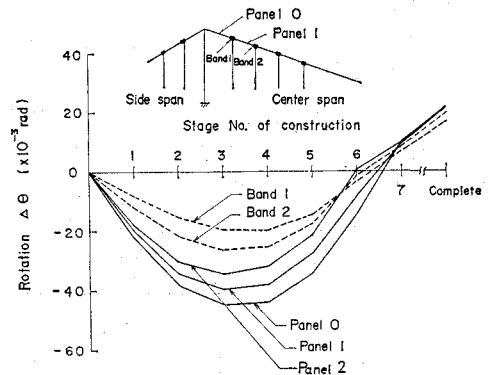


図-21 回転角 (Case II)

これらの計算結果から、次のようなことが推定される。

(1) ケーブルに生ずる二次応力は、塔近傍の端パネルでもっとも大きい(本計算では、中央径間側のパネルで最大となったが、場合によっては側径間側のパネルで最大の場合もありえよう)。

(2) 補剛桁の架設方法として、塔から架け進める方法 (Case I) と径間中央から架け進める方法 (Case II) とを比較すれば、架設途中に生ずる二次応力は前者の方が大きい。

(3) 架設途中でのケーブル二次応力の最大値は、Case I で  $\sigma_{b1}=16 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_{b2}=51 \text{ kg/mm}^2$  であり、Case II では  $\sigma_{b1}=14 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_{b2}=29 \text{ kg/mm}^2$  であった。

(4) 吊橋完成時におけるケーブル二次応力は、架設途中に比べかなり小さくなり、本計算例では、 $\sigma_{b1}=7 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_{b2}=10 \text{ kg/mm}^2$  程度であり、 $\sigma_{b1}+\sigma_{b2}$  の値は一次応力の 37% であった。

### 5. 近似解析

従来吊橋の設計に際して、ケーブルは慣用モデルにより計算されているので、その結果を用いてケーブルに生ずる二次応力を推定できるようにしておくのが簡便である。この観点より、ここではケーブルの慣用モデルによる計算結果を使用して、塔頂近傍のバンドの回転角を求める近似式を誘導する。ケーブル二次応力は、この結果から式 (31), (32), (33) を用いて容易に求められる。

#### (1) 近似化の条件

2. の理論による解析結果を以後厳密解とよび、近似式は、通常の吊橋を対象として次の範囲に限定する。

- a. 一次応力:  $2.0 \text{ kg/mm}^2 < \sigma_1 < 60.0 \text{ kg/mm}^2$
- b. ケーブル直径:  $0.15 \text{ m} < D < 1.5 \text{ m}$
- c. 索線直径:  $d=0.005 \text{ m}$
- d. バンド長 ( $l_b$ ) およびケーブル長 ( $l$ ):  $0.5 \text{ m} < l_b < 4.0 \text{ m}$ ,  $5 \text{ m} < l < 20 \text{ m}$
- e. ケーブルとバンドの回転角差:  $|\theta_a| < 0.1$ ,  $|\theta_b| < 0.1$

さて、ケーブルの張力  $T$  と曲げ剛性  $EI_c$  および  $EI_n$  によって決定される  $g_c = \sqrt{T/EI_c}$  と  $g_n = \sqrt{T/EI_n}$  は、ケーブルの曲げ挙動を支配する重要な量である。前記の a., b., c. より、これらの範囲を求めると次のようである。

$$0.025 < g_c < 1.50, 8 < g_n < 40$$

これと d. より得る  $g_n \cdot l > 40$  を、ケーブルの部材剛性行列式 (8) に代入して近似化すると次式を得る。

$$\begin{bmatrix} M_a \\ P_a \\ M_e \\ P_e \end{bmatrix}_i = T_i \begin{bmatrix} g_c^{-2} \cdot l^{-1} + g_n^{-1} & -g_c^{-2} \cdot l^{-1} \\ -g_n^{-1} \cdot l^{-1} & -g_n^{-1} \cdot l^{-1} \\ g_c^{-2} \cdot l^{-1} & -g_c^{-2} \cdot l^{-1} - g_n^{-1} \\ g_n^{-1} \cdot l^{-1} & g_n^{-1} \cdot l^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_a \\ \theta_e \end{bmatrix}_i \dots\dots\dots (34)$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} \theta_a \\ \theta_e \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot [\delta\theta_{bi} \ \delta\theta_i \ \delta\theta_{bi+1}]^T$$

バンドの水平方向および鉛直方向のつり合いに関し、その両端に作用するケーブル材端力  $P_{ei-1}$ ,  $P_{ai}$  の要素の大きさを張力  $T$  と比較すると、

$$\left. \begin{aligned} |P_{ei-1}| &= |g_n^{-1} \cdot l_i^{-1} (\theta_a + \theta_e)_{i-1} \cdot T_{i-1}| \ll |T_{i-1}| \\ |P_{ai}| &= |-g_n^{-1} \cdot l_i^{-1} (\theta_a + \theta_e)_i \cdot T_i| \ll |T_i| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

( $\because g_n \cdot l > 40$ , e. より  $\theta_a + \theta_e < 0.2$ )

である。したがって、バンドのつり合い式においてこれらを省略すると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} -\cos \theta_{i-1} & \cos \theta_i \\ -\sin \theta_{i-1} & \sin \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{i-1} \\ T_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ W_i + F_{hi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (36)$$

これはすなわち、ケーブルを慣用モデルとした理論におけるケーブル格点の水平・鉛直方向のつり合い式であり、したがって、ケーブル張力  $T_i$  およびケーブル傾斜角  $\theta_i$  は、上記理論による結果と近々一致する。

(2) バンドの回転角の近似解法 (図-22 参照)

バンドの回転角  $\delta\theta_{bi}$  は、上述の関係を考慮すると次に述べる Step 1 および Step 2 の回転角  $\delta\theta_{bi}^{(1)}$  と  $\delta\theta_{bi}^{(2)}$  の和として推定することができる。すなわち、

$$\delta\theta_{bi} = \delta\theta_{bi}^{(1)} + \delta\theta_{bi}^{(2)} \dots\dots\dots (37)$$

なお、式の誘導の便宜上ケーブルは、長さゼロの端バンドを介して塔頂に支持されているものとする。

Step 1: 载荷による変形状態として、まずバンドに作用するパネルモーメントの差が小さい状態を考えて、このときのバンドの回転角  $\delta\theta_{bi}^{(1)}$  を求める。

二次応力がゼロの状態のときのバンドおよびケーブルの傾斜角を  $\theta_{bi}^0, \theta_i^0$  とし、Step 1 の状態の傾斜角をそ

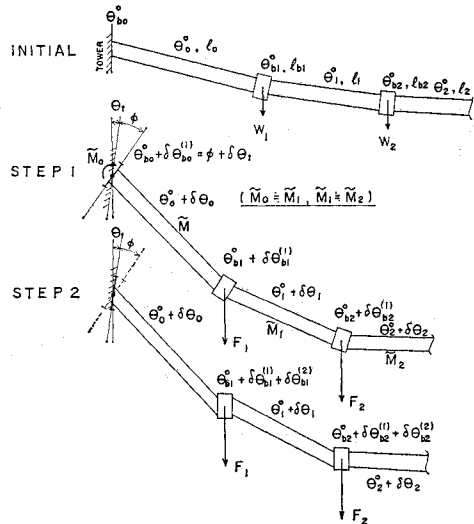


図-22 ケーブルの変形過程

れぞれ  $\theta_{bi}^0 + \delta\theta_{bi}^{(1)}$ ,  $\theta_i^0 + \delta\theta_i$  とする。また、通常ハンガー張力は、バンドの重心に作用するとみなせるので  $l_{zi} = 1/2 \cdot l_{bi}$  とし、バンドに作用する鉛直荷重をまとめて  $F_i = W_i + F_{hi}$  とする。  $T_i, F_i$  はともに、変形後の値である。いま、バンド  $i$  の両側に作用するパネルモーメントの差を  $\varepsilon_i = M_{ai} - M_{ei-1}$  とおき、変形後のバンド  $i$  のつり合い式より  $T_{i-1}, F_i$  を消去すると、(1) と同程度の近似により次式を得る。

$$\begin{aligned} &\sin(\theta_{bi}^0 + \delta\theta_{bi}^{(1)} - \theta_i^0 - \delta\theta_i) + \cos(\theta_{bi}^0 + \delta\theta_{bi}^{(1)}) \\ &\quad \cdot \sin(\theta_i^0 + \delta\theta_i - \theta_{i-1}^0 - \delta\theta_{i-1}) / 2 \cos(\theta_{i-1}^0 + \delta\theta_{i-1}) \\ &\quad + \varepsilon_i / T_i \cdot l_{bi} = 0 \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

上式において、三角関数を  $(\theta_{bi}^0 - \theta_i^0)$  および  $(\theta_i^0 - \theta_{i-1}^0)$  の近傍で Taylor 展開し、条件 e. により 2 次以上の微小項を省略すれば、次式を得る。

$$\delta\theta_{bi}^{(1)} - (\delta\theta_i + \delta\theta_{i-1}) / 2 + \varepsilon_i / T_i \cdot l_{bi} = 0 \dots\dots (39)$$

したがって、左辺第 3 項が、第 2 項に比して無視できる程度の  $\varepsilon_i$  であれば、次のように書ける。

$$\delta\theta_{bi}^{(1)} = (\delta\theta_i + \delta\theta_{i-1}) / 2 \quad (i \neq 0) \dots\dots\dots (40)$$

さて、塔頂に接続する端バンドの回転を拘束すれば、バンドの回転角は、ケーブルのパネル曲げ剛性により大きな影響を受け、 $\varepsilon_i$  はこれらの関数であるため、式 (39) の左辺第 3 項を無視できなくなり、したがって  $\delta\theta_{bi}^{(1)}$  は、単独のバンド  $i$  のつり合いのみでは決定できなくなる。そこでバンドの回転角の第 1 近似として、塔近傍ケーブルのパネルモーメントがほぼ一樣になるように端バンドの回転角を決定し (Step 1)、その後、塔頂での適合条件を満たすように、端バンドに強制回転角を与えて (Step 2) 各バンドの回転角を補正する。

第ゼロパネル (端パネル) と第 1 パネルのパネルモーメント  $\tilde{M}_0, \tilde{M}_1$  が等しいという条件より、端バンドの

回転角  $\delta\theta_{b_0}^{(1)}$  は次のように表わされる。

$$\delta\theta_{b_0}^{(1)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{l_0}{l_1} \right) \delta\theta_0 + \frac{1}{2} \delta\theta_1 - \frac{1}{2} \frac{l_0}{l_1} \delta\theta_2 \dots\dots\dots (41)$$

式 (41) の右辺は、すべてケーブルの慣用モデルによる理論より求めることができる。

Step 2: Step 1 で決定された系において、塔頂での適合条件を満足するよう、端バンドに強制回転角  $\phi$  を与え、このときのバンドの回転角  $\delta\theta_{b_i}^{(2)}$  を求める。

Step 2 の初期状態量は、Step 1 で決定された状態量 ( $T_i, M_{ai}, M_{ei}, P_{ai}, P_{ei}, \theta_i, \theta_{bi}$ ) を有し、この場合、 $M_{ai} \approx M_{ei-1}$ ,  $\theta_i = \theta_i^0 + \delta\theta_i$ ,  $\theta_{bi} = \theta_{bi}^0 + \delta\theta_{bi}^{(1)}$  である。この状態に Step 2 の操作を施すことによるケーブル張力  $T_i$ 、ケーブル傾斜角  $\theta_i$  およびバンドに作用する鉛直荷重  $F_i$  の変化は、微小であり無視できる (式 (36) の誘導過程参照)。したがって、バンドの回転角に関するつり合い式から条件 e. により高次の微小項を省略して、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \delta M_{ai} - \delta M_{ei-1} + l_{bi} \cdot T_i \cos(\theta_{bi} - \theta_i) \cdot \delta\theta_{bi}^{(2)} \\ & - l_{bi} \cos(\theta_{bi} - \theta_i) \cdot \delta P_{ai} + \frac{1}{2} F_i \cdot l_{bi} \cdot \sin \theta_{bi} \cdot \delta\theta_{bi}^{(2)} \\ & = 0 \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

上式に式 (34) の剛性関係を代入すると、 $\delta\theta_{bi}$  に関する線型連立方程式を得る。したがって、ケーブルの端断面に強制回転角  $\phi$  を与えたときのバンドの回転角は、無限長ケーブル系の場合、次の連立方程式を解くことにより求められる。

$$\begin{aligned} -\lambda_1^i \cdot \delta\theta_{b_{i-1}}^{(2)} + \lambda_2^i \cdot \delta\theta_{b_i}^{(2)} - \lambda_3^i \cdot \delta\theta_{b_{i+1}}^{(2)} &= 0 \\ & \dots\dots\dots (i=1, 2, 3, \dots\dots) \\ & \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

境界条件:  $\delta\theta_{b_0}^{(2)} = \phi$ ,  $\lim_{i \rightarrow \infty} \delta\theta_{b_i}^{(2)} = 0$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1^i &= l_i / l_{i-1} \\ \lambda_2^i &= 1 + \lambda_1^i + \lambda^i \\ \lambda_3^i &= 1 - g_{ci}^2 \cdot g_{ni}^{-1} \cdot l_{bi} \cdot \cos(\theta_{bi} - \theta_i) \\ \lambda^i &= g_{ci}^2 \cdot l_{bi} \cdot l_i \left\{ \cos(\theta_{bi} - \theta_i) + g_{ni}^{-1} \cdot l_{bi}^{-1} \right. \\ & \quad \cdot \left( 1 + \frac{g_{ni}}{g_{ni-1}} \cdot \frac{T_{i-1}}{T_i} \right) \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \frac{F_i}{T_i} \sin \theta_{bi} \right\} \\ F_i &\ll T_i \text{ が十分成立する場合には,} \\ \lambda^i &= g_{ci}^2 \cdot l_{bi} \cdot l_i (1 + 2 g_{ni}^{-1} \cdot l_{bi}^{-1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

で近似できる。さらに、径が大となる場合には  $g_{ci} \ll 1.0$  より、 $\lambda_3^i \approx 1$  となる。

さて、解  $\delta\theta_{b_i}^{(2)}$  を連分数  $a_m$  で表わすと、次のよう

になる。

$$\delta\theta_{b_i}^{(2)} = \phi \prod_{m=1}^i a_m \dots\dots\dots (45)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} a_m &= \lambda_1^m (\lambda_2^m - \lambda_3^m \cdot a_{m+1})^{-1}, \\ \delta\theta_{b_m}^{(2)} &= a_m \cdot \delta\theta_{b_{m-1}}^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

このとき  $a_m$  は、すべて次の範囲内にあることが容易に証明される。

$$\lambda_1^m / \lambda_2^m < a_m < \lambda_1^m / (\lambda_2^m - \lambda_3^m) \dots\dots\dots (47)$$

ところで、同一の  $(\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_3^m)$  を有するケーブルとバンドの組が多数連続している場合には、ある程度離れた  $n (n > m)$  に対する  $a_n$  の値を式 (47) の範囲内でどのように仮定しても式の形より、 $a_m$  は  $a_m = a_{m+1}$  を満足する値に収束する。すなわち、このとき、 $(\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_3^m)$  が急変する付近の  $m$  を除いた他の同一の  $(\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_3^m)$  を有する  $a_m$  は、次式で求められる。

$$\begin{aligned} a_m &= \frac{1}{2} \frac{\lambda_2^m}{\lambda_3^m} - \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\lambda_2^m}{\lambda_3^m} \right)^2 - 4 \frac{\lambda_1^m}{\lambda_3^m} \right\}^{1/2} \\ & \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

したがって、吊橋のメインケーブル系のように、通常  $(\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_3^m)$  の  $m$  に対する変動がわずかな場合には、 $a_m = a_{m+1}$  と仮定して得られる式 (48) の  $a_m$  は、非常によい近似を与えるものと考えられる。 $(\lambda_1^m, \lambda_2^m, \lambda_3^m)$  が比較的大きく変動するような場合には、数パネル離れた所の  $a_n$  の近似値を式 (48) で求め、それを連分数  $a_m$  の初期値として式 (46) にしたがって順次  $m$  まで求めれば正確な値が得られる。すなわち、 $n$  における  $a_n$  の誤差を  $\epsilon$  とすると、 $a_m$  における誤差は式 (46) の第 1 式より次式で表わされ、急速に減少することがわかる。

$$\begin{aligned} \epsilon_m = a_m \cdot \epsilon_{m+1} &= \epsilon \prod_{i=m}^{n-1} \alpha_i, \quad \alpha_i = - \frac{\lambda_3^i}{\lambda_1^i} a_i \cdot a_{i+1} \\ & \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

以上のようにして、連立方程式 (43) を近似的に解くことができる。

(3) 吊橋架設途中における第 1 バンドの回転角

式 (37), (40), (41) より、第 1 バンドの回転角は、 $\phi = -(\delta\theta_{b_0}^{(1)} - \delta\theta_0)$  として、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta\theta_{b_1} &= \delta\theta_{b_1}^{(1)} + \delta\theta_{b_1}^{(2)} \\ &= \frac{1}{2} (\delta\theta_0 + \delta\theta_1) - a_1 \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{l_0}{l_1} \right) \delta\theta_0 \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \left( \delta\theta_1 - \frac{l_0}{l_1} \delta\theta_2 \right) - \delta\theta_1 \right\} \dots\dots\dots (50) \end{aligned}$$

ここに  $\delta\theta_0$  は塔頂回転角、 $a_1$  は式 (46) で定義された量である。4. の計算例について、この近似式による計算値と厳密解とを比較したものを図-23 に示す。 $a_1$  を求めるに際し、本計算例では  $a_2 = a_1$  として求めたが、厳密解とかなりよく近似していることがわかる。

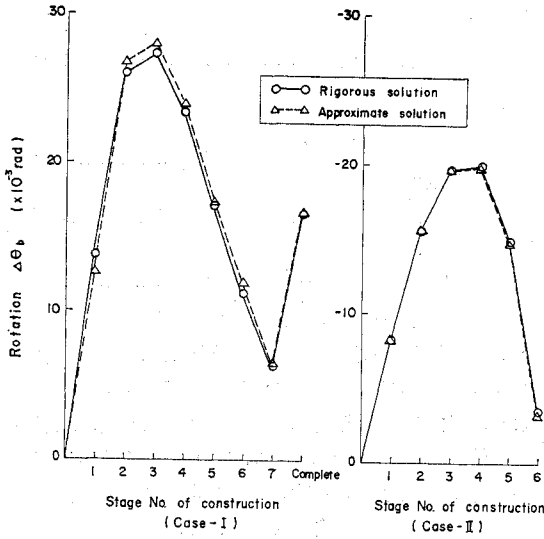


図-23 中央径間第1バンドの回転角

(4) 吊橋完成時における第1バンドの回転角

フリーケーブル時にバンドが取付けられて後、吊橋完成時までの第1バンドの回転角は、次のようにしてさらに容易に求められる。すなわち、この場合は、 $\delta\theta_0 \approx \delta\theta_1 \approx \delta\theta_2$  とみなせるから (図-20, 21 の Complete 時参照), 式 (50) より,

$$\delta\theta_{b1} = \delta\theta_0 - a_1(\delta\theta_0 - \delta\theta_t) \dots\dots\dots(51)$$

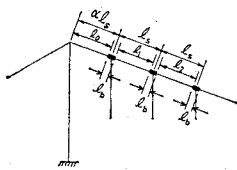


図-24

また、通常  $i=0$  を除いて  $l_i \approx l_{i+1}$ ,  $l_{bi} \approx l_{bi+1}$  であり、塔頂近くの数パネルのケーブル張力は、ほぼ同一と考えられる。したがって、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= l_1/l_0(1+l_1/l_0+\lambda-a_2) \\ \text{ここで、} \quad \lambda &= g_{c1}^2 \cdot l_{b1} \cdot l_1(1+2g_{n1}^{-1} \cdot l_{b1}^{-1}) \\ a_2 &= \frac{1}{2}(2+\lambda) - \frac{1}{2}\{(2+\lambda)^2 - 4\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(52)$$

である。

なお、上式において、パネル長をバンド中心間隔にとり、さらに  $l_0=l_1$  とすると Wyatt の与えた式 (文献1) の式 (15)) に一致する。

次に、吊橋完成時における径間パネルの二次応力を一計算例として、次のような条件で求める。

㊸ ケーブルバンド中心間距離  $l_s$ :  $l_s=10.6$  m

㊹ ケーブルバンド長  $l_{bi}$ :  $l_{bi}=2.5D$  (図-24 参照) 全ケーブルパネル長  $l_i$  を一定とした場合 ( $l_0=l_1=l_2=\dots$ ) および端パネルのみを長くした場合 ( $l_0/l_1=l_0/l_2=\dots=1.5$ ) について、ケーブル直径  $D$  ならびにケーブル軸応力  $\sigma_t$  (変形後の一次応力) をパラメーターとして、二次応力  $\sigma_{b1}, \sigma_{b2}$  と  $\phi$  との関係を 図-25 に示す。ここに、 $\phi$  は塔と端パネル (Panel 0) がなす回転角差 ( $=\delta\theta_1 - \delta\theta_t$ ) である。

図より、ケーブル二次応力は、ケーブルが太径になるにしたがい増大し、また端パネル長を他パネル長より長くすることにより二次応力の緩和が認められる。さらに、ケーブル軸応力が大きくなれば、二次応力も若干増大することが認められる。

6. 結 言

架設途中における吊橋メインケーブルを対象として、ケーブルバンドのみで締付けられた平行線ケーブルの変形と応力の解析手法を述べ、実験によりその理論の妥当性を検証した。本解析手法を用いることにより、補剛桁架設各段階におけるラッピング施工前のケーブル挙動を、精度よく追跡することが可能である。

実橋モデルによる数値計算を行った結果、架設途中においてかなり大きな二次応力が生ずる可能性のあることが認められた。また、補剛桁架設工法として全ヒンジ工法により塔側から架け進める場合と、径間中央から架け進める場合とを比較すれば、前者の方が大きな二次応力を生ずること、また、両者とも塔近傍のパネルにおいて最大の二次応力を生ずることなどが明らかとなった。

本文ではまた、従来用いられているケーブルの慣用解析法による結果を使用して、塔頂近傍のケーブル二次応力の計算が可能な実用式を、

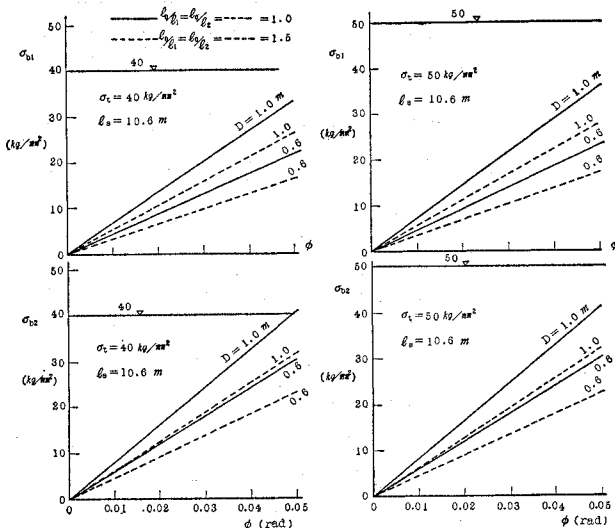


図-25 ケーブル最大二次応力

近似解法により導いた。この実用式による結果は、實際上満足できる精度を有し、架設時におけるケーブル安全性の検討を容易に行えよう。

二次応力を考慮したケーブルの妥当な安全率を決定するためには、もちろん活荷重載荷による応力の検討も必要であるが、ここで得られる完成時の応力状態は、その場合の明確な初期値を与えるものとなる。ラッピングされたケーブルを対象とした、活荷重による応力と変形については、機会をあらためて報告したい。

本研究を進めるにあたり、終始暖かい激励をいただいた本州四国連絡橋公団設計第一部長の田島二郎博士ならびに関係各位に深甚の謝意を表します。

また、本研究の遂行には、(株)神戸製鋼所構造研究所広中邦汎氏のきわめて大いなる尽力を得たことを付記し、感謝の意を表します。

記 号

- $E$ : 素線のヤング係数
- $d$ : 素線の直径
- $F_a$ : 素線の断面積
- $I_a$ : 素線の断面二次モーメント
- $y_j$ : 素線  $j$  の図心軸とケーブル図心軸との距離
- $t_j$ : 素線  $j$  の偏差軸力
- $\bar{m}(x)$ : 素線  $j$  の  $x$  における曲げモーメント
- $D$ : ケーブルの直径
- $j$ : ケーブルの空隙率
- $n_d$ : ケーブルを構成する素線の本数
- $F_c$ : ケーブルの空隙を含めた断面積または積分領域
- $A_c$ : ケーブルの純断面積  $= \oint_{F_c} (1-j) dF_c = (1-j) F_c = n_d F_a$
- $y_c$ : ケーブル軸と面素  $dF_c$  との距離
- $I$ : ケーブル断面と同一断面のはりの断面二次モーメント  $= (1-j) \oint_{F_c} y_c^2 dF_c$
- $I_n$ : ケーブル断面に含まれる素線の断面二次モーメントの総和  $= \sum_{j=1}^{n_d} I_a = n_d I_a$
- $I_c$ :  $I_c = \sum_{j=1}^{n_d} y_j^2 F_a = \oint_{F_c} (1-j) y_c^2 dF_c - \sum_{j=1}^{n_d} I_a = I - I_n$
- $l$ : ケーブルバンド間のケーブル長
- $A_b$ : ケーブル断面を含むバンド締付部の断面積
- $l_b$ : ケーブルバンドの長さ
- $A_h, l_h$ : ハンガーロープの断面積と長さ
- $l_g$ : 補剛トラス格間長 (ハンガーロープ間水平距離)

- $T$ : ケーブル張力
- $M_a, M_e$ : ケーブル部材の始端および終端のモーメント
- $P_a, P_e$ : ケーブル部材の始端および終端の横力
- $\tilde{M}$ : 素線の偏差軸力により構成されるモーメント
- $\bar{M}(x)$ : ケーブル図心軸の曲率変化によるモーメント
- $F_h$ : ハンガー張力
- $W$ : バンド重心に作用するバンドとケーブルの換算自重
- $W_g$ : 補剛トラス格点に作用する鉛直荷重
- $M_g$ : 補剛トラス格点に作用する曲げモーメント
- $\sigma_t$ : 張力  $T$  によるケーブルの一次応力  $= T/A_c$
- $\sigma_{b1}$ :  $\tilde{M}$  による二次応力 (最外縁素線図心)
- $\sigma_{b2}$ :  $\bar{M}(x)$  による二次応力 (素線最外縁)
- $\theta$ : ケーブル部材の傾斜角
- $\theta_b$ : バンド部材の傾斜角
- $\theta_a, \theta_e$ : ケーブル部材の始端および終端における、部材座標を基準とした断面の回転角

参 考 文 献

- 1) Wyatt, T.A.: Secondary Stresses in Parallel Wire Suspension Cables, Trans. A.S.C.E., Vol. 128, Paper No. 3402, 1963.
- 2) 西村 昭・飛岡博明・山本俊二: ラッピング集成材の曲げについて, 土木学会関西支部年次学術講演会概要集, pp. 351~353, 1968, 5月.
- 3) 林有一郎・保田雅彦・新家 徹: 平行線ケーブルの2次応力の解析と評価について, 土木学会第20回橋梁構造工学研究発表会, 1973. 11月.
- 4) Final Report of the Board of Engineers to the Delaware River Bridge Joint Commission of the States of Pennsylvania and New Jersey, 1927.
- 5) John A. Roebbling & Sons Company: Construction of Parallel Wire Cables for Suspension Bridges, Trenton, New Jersey, Nov. 21, 1963.
- 6) 西村 昭・飛岡博明・島田巖乃: 吊橋用平行線ケーブルに関する基礎実験, (財)建設工学研究所報告, No. 11, pp. 43~52, 1968.
- 7) 湊理宙: 吊橋用平行線ケーブルに関する実物大実験, 神戸製鋼所技報 R & D, No. 2, pp. 29~36, 1968.
- 8) Dana, A., A. Anderson and G.M. Rapp: George Washington Bridge; Design of Super Structure, Trans. A.S.C.E., Vol. 97, Paper No. 1820, pp. 108-140, 1932.
- 9) 川股重也・大山 宏・半谷裕彦・田中伸幸: 幾何学的非線型問題における荷重漸増法の問題点, 日本鋼構造協会第5回大会研究集会, マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1971.
- 10) 新家 徹・広中邦汎・中村憲司: 吊橋平行線ケーブルの2次応力解析 (その1), 第29回土木学会年次学術講演会概要集, pp. 389~390, 1974.
- 11) 新家 徹・広中邦汎・土居憲司: 吊橋平行線ケーブルの2次応力実験, 第29回土木学会年次学術講演会概要集, pp. 391~392, 1974.
- 12) 新家 徹・広中邦汎・中村憲司: 吊橋平行線ケーブルの2次応力解析 (その2), 第30回土木学会年次学術講演会概要集, pp. 425~426, 1975.