

砂のせん断特性に及ぼす粒子破碎の影響

EFFECT OF PARTICLE-CRUSHING ON THE SHEAR
CHARACTERISTICS OF A SAND

三浦 哲彦*・山内 豊聡**

By Norihiko MIURA and Toyotoshi YAMANOUCHI

1. ま え が き

シラス、マサ土あるいはロック材料のようにぜい弱な土粒子あるいは粗大粒子からなる土質材料は、通常の大さきの拘束圧の下でせん断される場合に無視できないほどの粒子破碎を生じることが知られている^{1)~3)}。また、豊浦標準砂のように堅固で細かい土粒子からなる材料においては、数 10 kg/cm^2 以上の高い拘束圧下でせん断される場合に著しい粒子破碎を生じる⁴⁾。このような粒子破碎現象が注目されるようになったのは比較的最近のことであり、これまでのいくつかの研究によって、粒子破碎は粒状材料の圧縮特性やせん断特性に大きな影響を及ぼすことが明らかにされてきた。しかしながら、粒状材料の圧縮応力・せん断応力下における粒子破碎現象について究明しなければならない問題は少なからず残されている。

従来の研究における問題点の一つは、粒子破碎を数量的に表わすのに用いられる尺度が必ずしも適切ではないことであり、物理的意味の明確な普遍性のある尺度を見出すことが望まれる。また、粒子破碎は材料のせん断特性に著しい影響を及ぼすことはしばしば指摘されてきたところであるが、材料のせん断特性と粒子破碎との関係を明瞭に示したものはまだ見当たらないようである。さらに、密に締った材料がせん断中に粒子破碎を生じる場合にはそのモール破壊包絡線は凸形にカーブするが、この曲線に基づいて材料のせん断強度定数を決定する場合にどのような方法が合理的であるかについての結論も与えられていない。

本研究は、主として密に締った砂が高圧下でせん断される場合の粒子破碎現象について上記の問題点を中心に検討を進め、砂層中の杭の支持力計算や高いフィルダム

の安定解析の合理的方法の確立に寄与しようとするものである。

2. 粒子破碎を数量化する尺度

粒子破碎は、Fig. 1 に示すように試験前後の粒度分布を比較することによって明示できる。しかし、材料の力学的性質に及ぼす粒子破碎の影響を論じようとする場合には粒子破碎を量的に表わすための尺度が必要となる。このためにいくつかの方法が提案されているが、それらの中で比較的よく利用されているのは Marsal の方法⁵⁾ であるように思われる。これは、試験前後の試料について一組のふるいを用いてふるい分け試験を行い、各ふるいにおける試料の残留率について試験前後の差を求め、それらの正の値の和をもって粒子破碎を表わす尺度としたものである。しかし、この方法で求めた数値の物理的意味は明らかでなく、またこの方法は初期粒度の異なる試料の粒子破碎の程度を比較しようとする場合には用いることができない。一方、福本は粒子破碎前後における試料の比表面積(単位、 cm^2/g)の比(S_w'/S_w)の対数をもって粒子破碎量 S.I. を定義し、S.I. と試料粒度の加積通過率との関係を明らかにしている⁶⁾。この方法は粒子破碎量の物理的意味を示しているものの、本研究のように粒子破碎量を試料に加えられたエネルギーと関連づけようとする場合には問題を生じる。たとえば、 $S_w=100 \text{ cm}^2/\text{g}$ の試料が $S_w'=1000 \text{ cm}^2/\text{g}$ になる場合と、同じ材質の $S_w=1000 \text{ cm}^2/\text{g}$ の試料が $S_w'=10000 \text{ cm}^2/\text{g}$ になる場合を考えると、前者の場合に比べて後者の場合に必要とする粉碎エネルギーの方がはるかに大きいことは明白であるが、S.I. は両者の場合で同じ値となってしまう。

ところで、古典的粉碎理論の一つとして広く知られているものに Rittinger の法則がある。これは、1 個の粒子に関して破面を境にした両側の材料を引離すのに要す

* 正会員 工博 山口大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木工学科

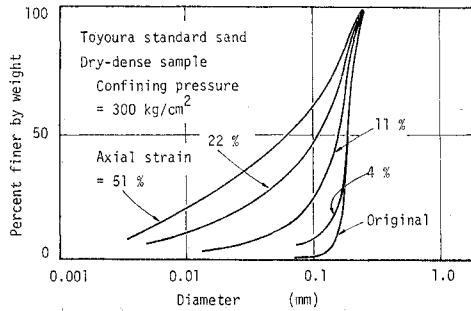


Fig. 1 Change of particle size distribution due to particle-crushing during shear.

るエネルギーはその面積に比例するという基本的考えに基づくもので次のように表現されている⁷⁾。“粉碎に要するエネルギーは材料の表面積の増加に正比例する”。この法則の基本的考えは広く支持されていて、粉体工学の分野においては今日でもこの法則を使うことが多いようである。

上記の Rittinger の粉碎法則にかんがみ、本研究では粒子破碎を数量化するための尺度として試料の表面積 S を用い、その増加 ΔS をもって粒子破碎量を定義することにした。この量は、物理的意味が比較的明確であるうに、試料に加えられたエネルギーと関連づけることができるので、従来の尺度に比べていっそう合理的であると考えたものである。なお本研究では供試体の単位体積当りになされた仕事 ($\text{kg}\cdot\text{cm}/\text{cm}^3$) との関係調べるために、表面積 S は単位体積当りの面積 (cm^2/cm^3) で表わしており、通常比表面積とよばれているグラム当りの面積 (cm^2/g) と区別している。表面積 S は、次項で述べるように比表面積の値に供試体の乾燥密度を乗じて求められる。その結果、供試体が粒子破碎を伴わずに密度増加をきたす場合にも S の値は増加することになる。この点からみれば、 ΔS をもって粒子破碎量を定義するのはやや不都合のように思われる。しかし本文では、粒子破碎を生じる場合のみを考えているので、粒子破碎量を ΔS で定義しても問題とはならない。

3. 表面積の測定

(1) 測定方法

試料の表面積 $S(\text{cm}^2/\text{cm}^3)$ は、以下に述べる方法によってまず比表面積 (cm^2/g) を測定し、この値に供試体の乾燥密度 (g/cm^3) をかけて求めた。試料の比表面積を測定するのに透過法、吸着法など種々の方法が考案されている⁷⁾。本研究においては、対象とする試料の比表面積は高々 $2000 \text{ cm}^2/\text{g}$ であることと測定の簡便さを考えて、空気透過式の Blaine 法を用いることにした。

この方法は、セメントの粉末度測定法として JIS R 5201-1964 に採用されており測定器具は広く普及している。比表面積の測定値は測定方法によって著しく異なることがある。しかし、試料の平均粒径が 1μ 以上の場合には透過法を含む各種方法による測定値はよく一致したという報告⁷⁾があり、この点についても本実験試料に Blaine 法を適用することは問題がない。

実際には、次の方法によって試料の比表面積を求めた。まず、炉乾燥した試料を一組のふるい (210, 177, 149, 105 および 74μ の各ふるい) に入れ、ロータップふるい振とう機により 10 分間ふるい分けた。このうち 74μ 以上の試料については、各粒径ごとにその平均粒径の粒子を球形とみなして比表面積を計算した。 74μ ふるいを通過した試料については、温度約 20°C 、湿度約 60% の恒温室において Blaine 装置による比表面積の測定を行った。以上の2つの方法で得た値からその試料の比表面積を算出した。

(2) 三軸圧縮試験試料の表面積測定

筆者らは先に、豊浦標準砂の乾燥供試体に対する高圧三軸圧縮試験の結果を報告したが⁹⁾、これらの試験後の試料について表面積を求めてみた。その際、等方圧縮試験後の試料については問題ないが、せん断試験後の試料については端面摩擦の影響でベダスタル付近の試料の S 値は供試体中腹部の S 値より明らかに小さいことがわかった。しかし、供試体全体についての平均的な表面積の値は端面摩擦の影響はそれほど受けないことを確かめている⁹⁾。このことから、供試体全重量から比表面積測定のための試料を分取する際は、試料に偏りを生じないよう注意して行った。

等方圧力付加後の試料表面積 $S_c(\text{cm}^2/\text{cm}^3)$ から圧力付加前の表面積 $S_0(\text{cm}^2/\text{cm}^3)$ を差し引いて求めた表面積増加 ΔS_c は Fig. 2 に示すようであった。ここで密づめ供試体およびゆるづめ供試体の S_0 値は Table 1 に

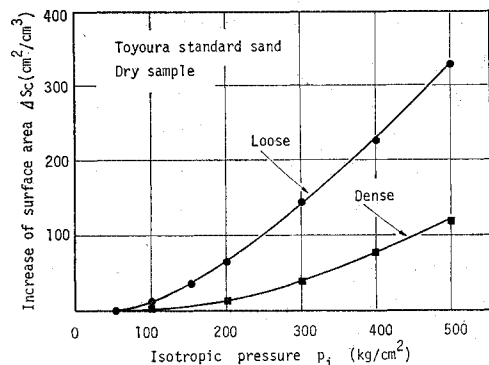


Fig. 2 Increase of surface area ΔS_c in isotropic compression test.

Table 1 Initial values of surface area of samples on the Toyoura standard sand*.

Sample	Initial void ratio e_0	Dry density ρ_d (g/cm ³)	Specific surface area S (cm ² /g)	Initial surface area $S_0 = s \cdot \rho_d$ (cm ² /cm ³)
Dense sample	0.60–0.61	1.65–1.64	110	182
Loos sample	0.83–0.84	1.45–1.44	110	158

* Specific gravity $G_s=2.646$; uniformity coefficient $U_c=1.5$; maximum void ratio $e_{max}=0.92$; minimum void ratio $e_{min}=0.58$.

示すように異なるが、これは両供試体の初期乾燥密度の差によって生じたものである。Fig. 2 から、圧力増加に対する粒子破碎量増加の割合が急に大きくなる圧力（密づめ砂ではおよそ 200 kg/cm²、ゆるづめ砂ではおよそ 100 kg/cm²）が存在すること、およびゆるづめ砂の粒子破碎量は密づめ砂の粒子破碎量の 2 倍以上であることがわかる。

次に、拘束圧一定の排水せん断試験を行った試料について表面積 S を測定し、これから等方圧縮後の表面積 S_0 を差し引いてせん断全過程で生じた表面積増加 ΔS_s を求めて Fig. 3 の結果を得た。後述するように、せん断中の粒子破碎量は軸ひずみの大きさと密接な関係にあるので、ここでは同じ大きさの軸ひずみ（51%、自然ひずみ）を受けた供試体について比較している。同図において、拘束圧が高い場合にはゆるづめ供試体の ΔS_s は密づめ供試体の ΔS_s より小さいことがわかる。これは、等方圧縮過程における粒子破碎量はゆるづめ供試体の方が多く（Fig. 2）、したがって、せん断試験直前においてはゆるづめ供試体の方が良い粒度になっていることに一つの原因があると考えられる。このことに関して、均等係数を異にする石英砂（3 種類）および長石砂（3 種類）について一連のせん断試験を行い、均等係数が大きい試料ほどせん断中の粒子破碎量は少ないことを確かめてい

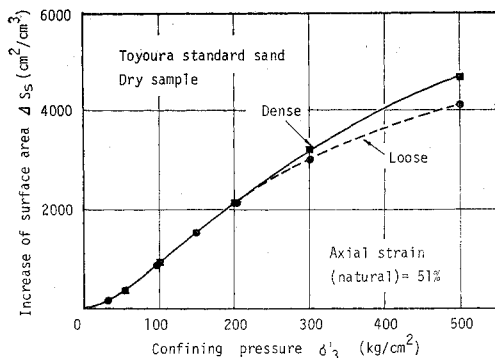


Fig. 3 Increase of surface area during shear ΔS_s in drained triaxial compression test. Specimens were subjected to axial strain (in natural) of 51%.

る¹⁰。他の一つの原因として、ゆるづめ供試体では等方圧縮過程において破碎されやすい長石粒子が優先的に破碎されたことが考えられる。実験試料は 79.7% の石英粒子と 16.7% の長石粒子を主要成分とし全重量の 99.9% が 74 μ ふるいに残留するが、この試料を 100 kg/cm² の等方圧力で圧縮した後に 74 μ ふるい残留試料の鉱物組成を調べたところ、密づめ砂では石英粒子 79.9%、長石粒子 15.5% であったのに対して、ゆるづめ砂では石英粒子 79.4%、長石粒子 13.7% であった¹¹。以上のことから、高い等方圧力を受けた試料のせん断直前の状態では、ゆるづめ砂は密づめ砂よりも粒度分布が良いように、破碎されやすい粒径の大きな長石粒子の割合が少なくなっており、その結果ゆるづめ砂の ΔS_s は密づめ砂の ΔS_s より小さくなったものと考えられる。

上に述べたゆるづめ砂の ΔS_s が密づめ砂の ΔS_s より小さいという事実は、高拘束圧下ではゆるづめ砂のせん断強度は密づめ砂のそれより高いということ⁸⁾と関係があると推察される。しかし、このことを明らかにするためには、後述するように供試体が破壊応力に達した付近の粒子破碎現象を詳しく調べる必要がある。高圧下における密づめ砂とゆるづめ砂のせん断強度の違いが、両者の粒子破碎特性の差とどのような関係にあるのかについては別の機会に検討することにし、以下では密づめ砂に限って議論を進めることにする。

(3) せん断中の試料の表面積増加

従来の諸研究においては、前項 (2) で示したのと同様にせん断試験後の試料の粒子破碎量を調べ、これとせん断特性との関係を検討したものが多かった。しかし 4. で明らかにするように、せん断特性に及ぼす粒子破碎の影響を解明するためにはせん断過程における粒子破碎量の変化を知ることが重要である。このために、豊浦標準砂の乾燥密づめ供試体について、排水せん断中の軸ひずみの大きさが所定の値に達したら試験を停止して試料の表面積を測定するという実験を繰り返し行い、せん断中の軸ひずみの進行に伴う粒子破碎の推移を調べた。いろいろな拘束圧条件の場合について、上記の方法で求めた軸ひずみ ϵ_1 と表面積 S の関係は、Fig. 4 に示すようであった。図中の矢印は、その軸ひずみのときに供試体が破壊応力に達したことを示すものである。この図において、拘束圧が高いほど試料の表面積増加は大きいこと、および供試体が破壊応力に達したあともなお試料の表面積は増え続けていることが注目される。このことは、せん断応力下における試料の表面積増加は単に応力の大きさのみによって決まるものではなく、それはひずみの関数でもあることを示唆するものである。

さて、2. で述べた Rittinger の粉碎法則は次のよう

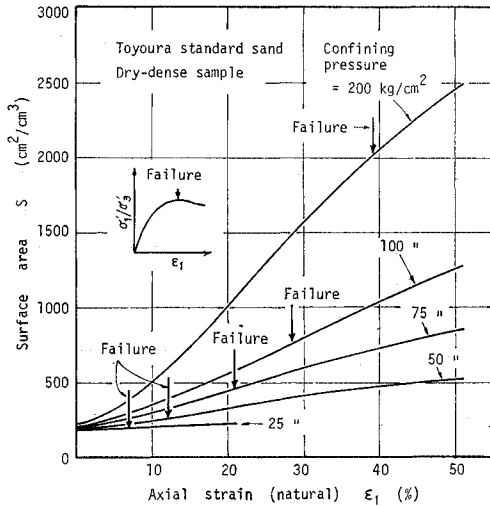


Fig. 4 Relation between surface area S and axial strain ϵ_1 in drained triaxial compression test.

に表わされる。

$$W_R = C \times (\text{比表面積の増加}) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 W_R は材料に加えられた仕事である（ただし、それが粉砕に要した正味の仕事であるのか損失を含んだ仕事であるのか曖昧であるとされている）。また、 C は材料の種類や粉砕の方法によって決まる定数である。この Rittinger の法則と Fig. 4 の実験結果とを考えると、三軸圧縮応力下における試料の表面積増加は供試体になされた仕事の関数で表わされるのではないかと推論できる。そこで以下において、実験試料の表面積増加と供試体になされた仕事との関係について調べていく。その場合、供試体になされた仕事としては塑性仕事を考慮の対象にするが、これは試料の表面積増加のみならず粒子間摩擦やダイレイタンスー効果にも関与するものである。それゆえ、本来なら、全塑性仕事を関与する各成分ごとに分離したうえで議論を進めるのが望ましい。しかしながら、粉砕に要する正味仕事を見積ることが粉砕法則に関する古くて新しい問題であることからわかるように、全塑性仕事に及ぼす各要因の相対的量的関係を明らかにすること自体が今後の大きな課題であると思われる。上述のようなことから、ここでは各要因のうち表面積増加のみに注目し、それと全塑性仕事との関係について検討を行う。

4. せん断特性に及ぼす粒子破碎の影響

(1) 供試体になされる仕事

三軸圧縮応力下において変形しつつある円柱供試体に

生じる全エネルギー変化 $\delta E'$ は、有効主応力 σ_1', σ_3' ($=\sigma_2'$)、主ひずみ増分 $\delta\epsilon_1, \delta\epsilon_3 (= \delta\epsilon_2)$ 、および体積ひずみ増分 δv を用いて次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \delta E' &= \sigma_1' \delta\epsilon_1 + 2\sigma_3' \delta\epsilon_3 \\ &= (\sigma_1' - \sigma_3') \left(\delta\epsilon_1 - \frac{\delta v}{3} \right) + \left(\frac{\sigma_1' + 2\sigma_3'}{3} \right) \delta v \\ &= q\delta\epsilon + p\delta v \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 $q = \sigma_1' - \sigma_3'$ 、 $p = (\sigma_1' + 2\sigma_3')/3$ 、 $\delta\epsilon = \delta\epsilon_1 - (\delta v/3)$ 、および $\delta v = \delta\epsilon_1 + 2\delta\epsilon_3$ である。

Roscoe らは、 $\delta E'$ を2つの成分すなわち可逆的エネルギー変化 δU と摩擦熱として消費される不可逆的エネルギー変化 δW に分離して次のように表わした¹²⁾。

$$\delta E' = \delta U + \delta W = (p\delta v)_e + (q\delta\epsilon + p\delta v)_s \dots\dots\dots (3)$$

ここで添字 e および s は、おのおの可逆的成分および不可逆的成分を意味する。また、式の変形過程において $(q\delta\epsilon)_e = 0$ という仮定が入っている。

さて、式 (3) に基づいてせん断中の供試体になされた仕事を求め、これと表面積増加、すなわち粒子破砕量との関係を調べるのであるが、その場合に粒子破碎は不可逆的現象であることを考慮して仕事として塑性仕事 W をとることとした。供試体の単位体積当りの全塑性仕事 W は、式 (3) から次のように与えられる。

$$W = \int q\delta\epsilon + \int p\delta v - \int p\delta v_e \dots\dots\dots (4)$$

実際には、等方圧縮試験およびせん断試験の結果に基づいて $p \sim v$ 曲線および $q \sim \epsilon$ 曲線を描き、これらの曲線で囲まれた面積を測ることによって供試体になされた全塑性仕事 W を求めた。等方圧縮試験における $p \sim v$ 曲線は Fig. 5 に示すようであった。この図において、5個の等方圧縮試験の負荷曲線は必ずしも一致しないが、ここではそれらの平均的な値をとって1本の負荷曲線で代表させている。また、せん断試験における $q \sim \epsilon$ 曲線および $p \sim v$ 曲線の1例は Fig. 6 (a), (b) にそれ

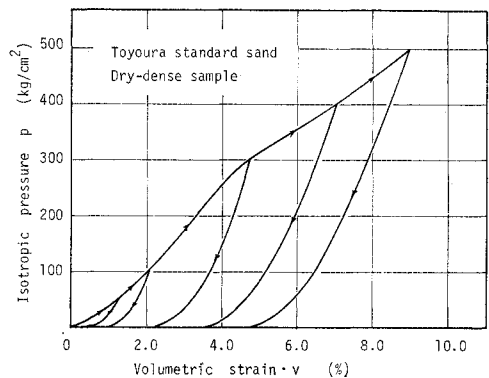


Fig. 5 Relation between isotropic pressure p and volumetric strain v .

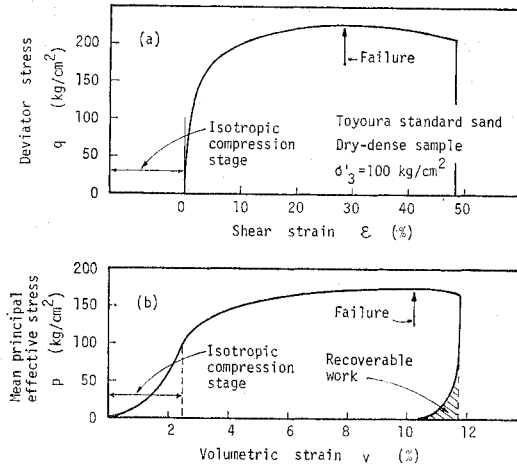


Fig. 6 q - ϵ curve and p - v curve in drained triaxial compression test at confining pressure of 100 kg/cm^2 .

それぞれ示されている。これらの図において両ひずみ成分 v および ϵ は、いずれも自然ひずみで表わしている。

(2) 表面積と塑性仕事の関係

実験試料のせん断中の表面積 S と供試体になされた塑性仕事 W との関係を求めるにあたって、測定された S の値とそれに対応する W の値を用いて両者の関係を直接プロットするよりは、まず軸ひずみ ϵ_1 と W との関係を Fig. 7 のように求めておき、これと前に示した ϵ_1 - S 関係 (Fig. 4) とから S - W 関係を求める方が都合がよい。このようにして描いた S - W 曲線が

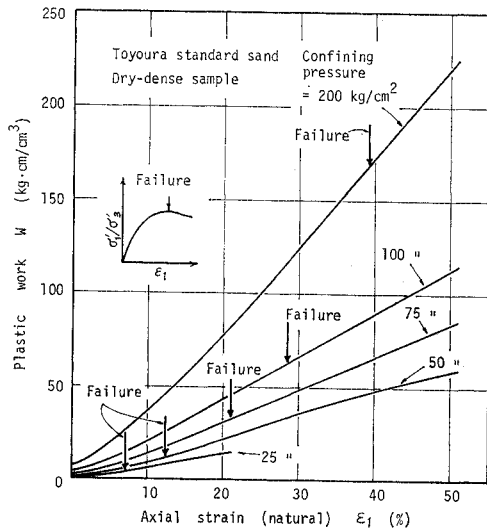


Fig. 7 Relation between plastic work W and axial strain ϵ_1 in drained triaxial compression test at various confining pressures.

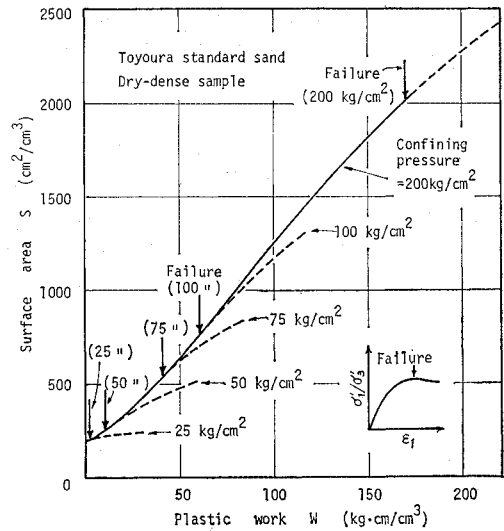


Fig. 8 Relation between surface area S and plastic work W in drained triaxial compression tests of dense sand.

Fig. 8 である。ただし、Fig. 8 の S と W の値は等方圧縮過程で生じた量も含めたものである。また、同図中の矢印は、添字で示した大きさの拘束圧の下でせん断した場合の破壊点を示すものである。Fig. 8 で示されるように、供試体が破壊に至るまでは、拘束圧条件の異なる各供試体の S - W 関係はほぼ1本の曲線に沿って変化する。このことから、三軸圧縮応力下における試料の表面積は、等方圧縮およびせん断の両過程を通じて供試体になされた塑性仕事と密接な関係にあるといえる。せん断過程の粒子破碎量は等方圧縮過程の粒子破碎量に比べて著しく多いということがしばしば指摘されてきたが、それは等方圧縮過程の塑性仕事に比べてせん断過程で供試体になされる塑性仕事が著しく大きいためであると説明できよう。

供試体の変形が破壊軸ひずみを少し過ぎるところまでは、上述のように S - W 曲線は拘束圧の大きさによらず1本の曲線となるが、変形がさらに進むと、拘束圧の大きさに応じて S - W 曲線はそれぞれ別の変化を示すようになる。そして分岐した各曲線は、それぞれが達し得る表面積の限界値に漸近していくように見うけられる。

さて、ここではせん断強度に及ぼす粒子破碎の影響を調べようとしているので Fig. 8 の実線で示された部分の曲線変化に注目すると、それは塑性仕事が非常に大きくなると勾配が次第に小さくなるような特性を示す曲線であることがわかる。これとほぼ同じ傾向は、Fig. 8 の縦座標を比表面積に置換えた場合にも認められる¹³⁾。このことから、三軸応力下における砂の粒子破碎は、Rittinger の粉碎法則に従うというより、粉碎の限界値

を考慮した田中の粉砕説¹⁴⁾に即ち近い変化を示すと考えてよいであろう。田中は次の式を与えている。

$$\frac{dS}{dE} = K(S_\infty - S) \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 K は粉砕係数とよばれる材料および粉砕条件によって決まる定数、 S_∞ は粉砕の限度を示す材料の表面積、また左辺の dS/dE はエネルギー効率と定義されている。上式は、材料の粉砕が進行するのに伴って粉砕の効率が次第に低下していくことを意味しており、ボールミルなどによる材料の粉砕の過程をよく説明できるとされている¹⁴⁾。式(5)の意味するところ、塑性仕事が大きくなると曲線勾配が次第に小さくなるという Fig. 8 の $S \sim W$ 曲線の特性との類似性は明らかであろう。このことから、田中が定義したエネルギー効率 dS/dE に相当する量として、塑性仕事の増分に対する表面積増分の割合、すなわち $S \sim W$ 曲線の勾配をとり、この量を供試体の粒子破碎特性を表わす指標として用いるのは十分意味のあることと考えた。この $S \sim W$ 曲線の勾配を本文では表面積・仕事増分比 (dS/dW) とよぶことにし、以下ではとくに、供試体が破壊応力に達したときの表面積・仕事増分比とせん断特性との関係を論じることとする。

(3) 表面積・仕事増分比とせん断特性の関係

ここで、豊浦標準砂の乾燥密づめ供試体の排水せん断特性について述べておきたい。本試料を拘束圧一定の条件でせん断したときの拘束圧 σ_3' と最大有効主応力比 $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ およびダイレイタンスーレイト $(dv/d\varepsilon_1)_f$ の関係は Fig. 9 に示すとおりである。 $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ の値は σ_3' の増加に伴って減少し $\sigma_3' = 100 \text{ kg/cm}^2$ あたりで最

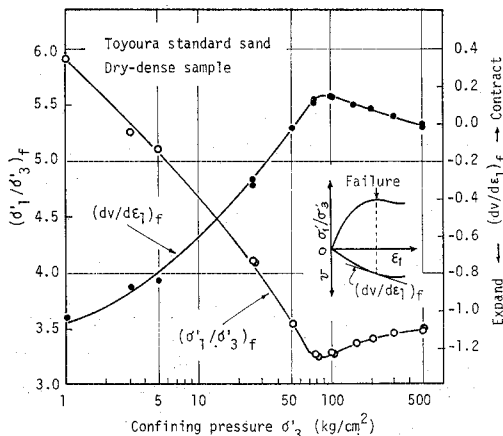


Fig. 9 Changes of maximum principal stress ratio $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ and dilatancy rate $(dv/d\varepsilon_1)_f$ with increase of confining pressure σ_3' in drained triaxial compression test.

小となり、その後は σ_3' の増加とともに緩やかに増大する。拘束圧の増加に伴うダイレイタンスーレイトの変化は最大有効主応力比の変化とよく対応している。Fig. 10 は $(dv/d\varepsilon_1)_f$ と $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ の関係をプロットしたものであり、 $(dv/d\varepsilon_1)_f$ が体積膨張の方向に大きければ $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ は大きくその逆の場合は $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ も小さくなることわかる。

さて、粒子破碎は粒子間隙を埋めるように生じるのであるから、粒子破碎は供試体の体積変化特性に直接的な影響を及ぼすと考えられる。したがって、粒子破碎特性を表わす表面積・仕事増分比と体積変化特性を表わすダ

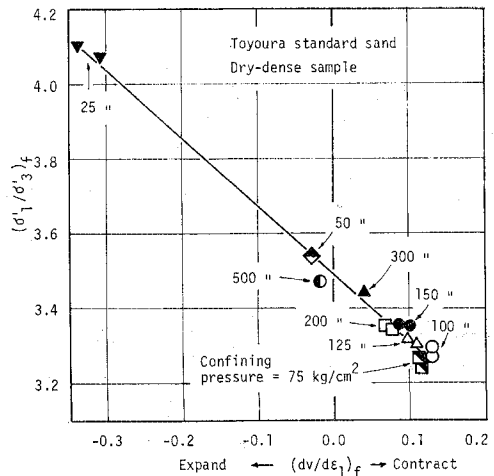


Fig. 10 Relation between maximum principal stress ratio $(\sigma_1'/\sigma_3')_f$ and dilatancy rate $(dv/d\varepsilon_1)_f$ in drained triaxial compression test.

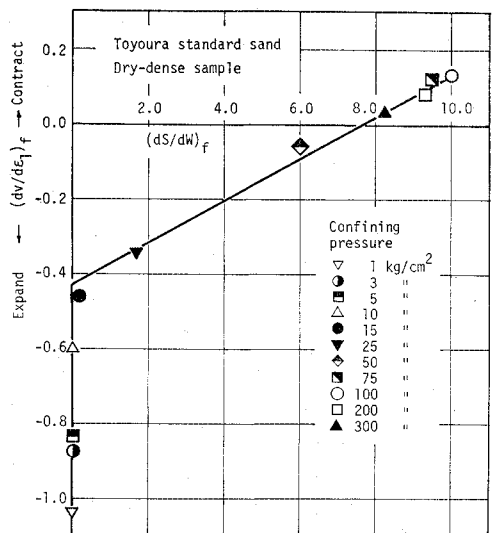


Fig. 11 Relation between dilatancy rate $(dv/d\varepsilon_1)_f$ and value of $(dS/dW)_f$ in drained triaxial compression test.

イレイトンシーレイトがどのような関係にあるかを調べるのは興味あることである。いろいろな拘束圧条件下における破壊時の表面積・仕事増分比とダイレイトンシーレイトとの関係をプロットしたところ Fig. 11 に示す結果を得た。前記の2つの増分比の間には次のような関係のあることがわかる。

まず、拘束圧が 10 kg/cm² 以下の場合には、破壊時の表面積・仕事増分比は実質的にゼロであり、拘束圧の増加に伴ってダイレイトンシーレイトの値のみが体積収縮の方向に向かって変化する。一方、 $\sigma'_3 \geq 25 \text{ kg/cm}^2$ の条件下では、 $(dS/dW)_f$ と $(dv/d\epsilon_1)_f$ の関係は 0.055 の勾配をもつ直線に沿って変化する。この直線の延長線が縦座標と交る点 $((dv/d\epsilon_1)_f = -0.43)$ は、 $(dS/dW)_f$ の値がゼロから正の値に変わる点である。このような条件を与える拘束圧の大きさは Fig. 9 の $(dv/d\epsilon_1)_f \sim \sigma'_3$ 関係から求めることができ、 $(dv/d\epsilon_1)_f = -0.43$ に対応する値として $\sigma'_3 = 18 \text{ kg/cm}^2$ を得る。この値は、 $\sigma'_3 = 15 \text{ kg/cm}^2$ の場合に破壊軸ひずみ ($\epsilon_{1f} = 6\%$) 前後の粒子破碎量変化がきわめて少ないという実験結果からみてほぼ妥当である。これらのことから、本実験試料の $(dS/dW)_f \sim (dv/d\epsilon_1)_f$ プロットは Fig. 11 に示したように直線で近似してもよいと考えた。

拘束圧がしたいに大きくなると、 $(dS/dW)_f \sim (dv/d\epsilon_1)_f$ プロットは直線に沿って上昇し、75 kg/cm² と 100 kg/cm² の間のある拘束圧の下で極値に達するように見うけられる。Fig. 9 の $(dv/d\epsilon_1)_f \sim \sigma'_3$ 曲線において、 $(dv/d\epsilon_1)_f$ が極値をとる拘束圧の大きさを求めると $\sigma'_3 = 90 \text{ kg/cm}^2$ となる。表面積・仕事増分比についても $(dS/dW)_f \sim \sigma'_3$ 関係をプロットしてみると、やはり $\sigma'_3 = 90 \text{ kg/cm}^2$ において $(dS/dW)_f$ の値は最大になることがわかる。拘束圧が 100 kg/cm² を越えると、 $(dS/dW)_f \sim (dv/d\epsilon_1)_f$ プロットは拘束圧の増加に伴って直線上を下降するように変化する。拘束圧が非常に高い場合に $(dS/dW)_f$ の値がかえって小さくなるのは、供試体の応力レベルがまだ低い間に著しい粒子破碎が生じ、破壊応力に達したあたりでは粒子破碎の進行はすでに鈍化しているためであり、それに伴ってダイレイトンシーレイトも体積膨張の方向に変化すると考えられる。

上述のように、せん断中に粒子破碎を生じる場合には、表面積・仕事増分比とダイレイトンシーレイトの間には直線的な関係が存在することが明らかとなった。この関係と Fig. 10 のダイレイトンシーレイト～最大有効主応力比の関係とから、高圧下における砂の最大有効主応力比と表面積・仕事増分比の間には、後者が大きくなれば前者は小さくなるという関係が存在することは容易にわかる (Fig. 12)。

以上のことから、高圧下における砂のせん断特性、特

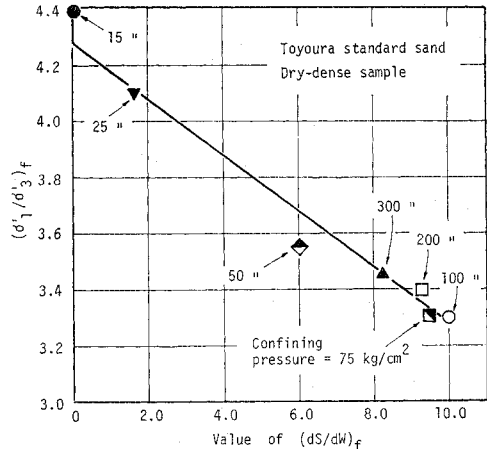


Fig. 12 Relation between maximum principal stress ratio $(\sigma'_1/\sigma'_3)_f$ and value of $(dS/dW)_f$ in drained triaxial compression test.

にせん断強度に及ぼす粒子破碎の影響を論じる場合には、従来のようにせん断全過程における粒子破碎量を問題にするのではなく、破壊時における粒子破碎の変化に注目するのが重要であることが明らかとなった。そして、この問題を検討する場合に、本文で定義した表面積・仕事増分比は粒子破碎特性を表わす指標としてきわめて有用であることが示されたと考えられる。本文では、豊浦標準砂を対象にして、拘束圧一定の排水せん断試験の場合に限って議論を進めてきた。しかし、ここで述べたことは試験条件が異なる場合¹³⁾ や材料を変えた場合^{10), 15)} にも適用できる見通しを得ている。

5. せん断強度定数の決定と一応用

豊浦標準砂の乾燥密詰め供試体のモール破壊包絡線は、Fig. 13(a) に示すように広範な垂直応力域で凸形にカーブする。同様な現象は、ぜい弱な土粒子からなるシラスや粗大粒子からなるロック材料においては一層低い垂直応力域において観察される (Fig. 13 (b), (c))。このようなモール破壊包絡線の変化は、4. で明らかにしたように粒子破碎に伴うダイレイトンシー効果の減少に起因するものである。したがって、低拘束圧下でダイレイトンシー効果を発揮する密に締った粒状材料では、モール破壊包絡線が凸形にカーブする垂直応力域が必ず存在すると考えねばならない。

杭の先端部や高いフィルダムの底部の材料がそうであるように、モール破壊包絡線がカーブする領域に相当する応力が実際の土に作用する場合には、その材料のせん断強度定数をどのように決定すればよいか問題となる。この問題を検討するために、ここでは杭の先端支持

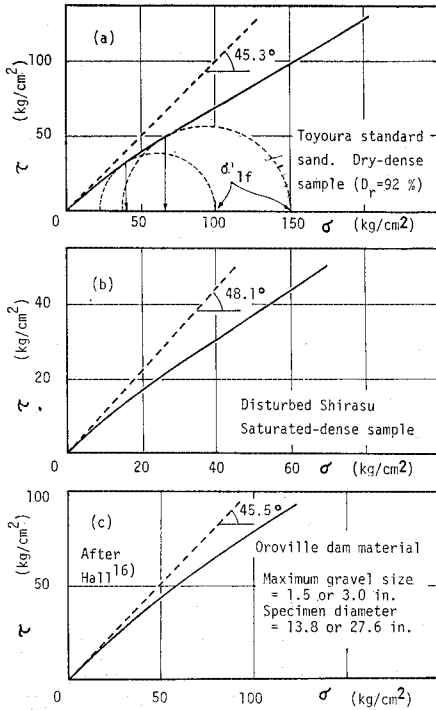


Fig. 13 Mohr envelope on the Toyoura standard sand compared with Shirasu and arockfill material.

力を計算する場合を例にとって、Fig. 13 (a) の実験結果をどのように評価するのが妥当かについて述べてみたい。

砂層中の杭の先端支持力度 q_p (=先端支持力/杭断面積) は、杭の直径が長さ比べて十分小さいときは次式で表わされる。

$$q_p = r \cdot d \cdot N_q \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 r は砂の単位重量、 d は杭の根入長さである。また、 N_q は支持力係数であり、数多くの研究者によって N_q と砂の内部摩擦角 ϕ との関係が与えられている。したがって、砂の ϕ 値がわかれば式 (6) により q_p と $r \cdot d$ の関係を求めることができる。

Fig. 13(a) の実験結果から、この砂の内部摩擦角を定めるにはいくつかの方法が考えられる。その一つは、カーブしたモール破壊包絡線を直線で近似し、その勾配をもって内部摩擦角とするものである。この場合、 τ 軸上の切片を粘着力として設計に取入れる方法とこれを無視する方法とに分けられるが、本文では後者を考えることにする。他の一つとして、次式で定義されるセカントアングル ϕ_s を砂の内部摩擦角とする方法¹⁾ が考えられる。

$$\phi_s = \sin^{-1} \left(\frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sigma'_1 + \sigma'_3} \right)_f \dots\dots\dots (7)$$

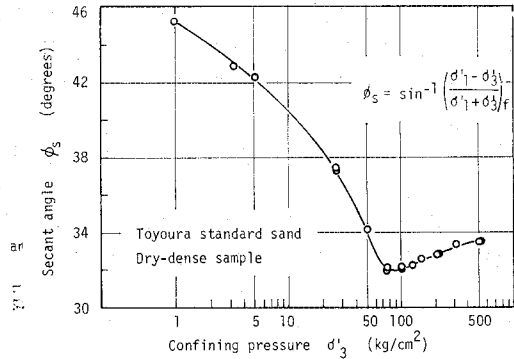


Fig. 14 Change of secant angle ϕ_s with increase of confining pressure σ'_3 in drained triaxial compression test.

そのほかにもいくつかの方法が考えられるが¹⁷⁾、ここでは上記2つの方法で実験試料の内部摩擦角を評価し、それらの値を用いて杭の先端支持力を計算した場合にいずれが妥当な計算結果を与えるかについて検討する。

実験試料のセカントアングル ϕ_s と拘束圧 σ'_3 との関係は Fig. 14 に示すとおりである。このような砂の内部摩擦角の σ'_3 の増加に伴う減少を杭の先端支持力度の計算に取入れるために、西田・山本・八木¹⁸⁾ は次の方法を提案している。まず $r \cdot d$ を適当に定め $\sigma'_3 = 0$ に相当する ϕ および N_q 値を求めて式 (6) に代入し q_p を計算する。この q_p の $1/3$ が有効拘束圧として砂に働くと考え、この σ'_3 に相当する ϕ 値を $\phi \sim \sigma'_3$ 図から読取る。得られた ϕ 値をもとに N_q, q_p を新たに求める。以下、 ϕ, N_q, q_p が収束するまで計算を繰り返す。西田らは、上記の方法の中で $\sigma'_3 = q_p/3$ とすることが一つの

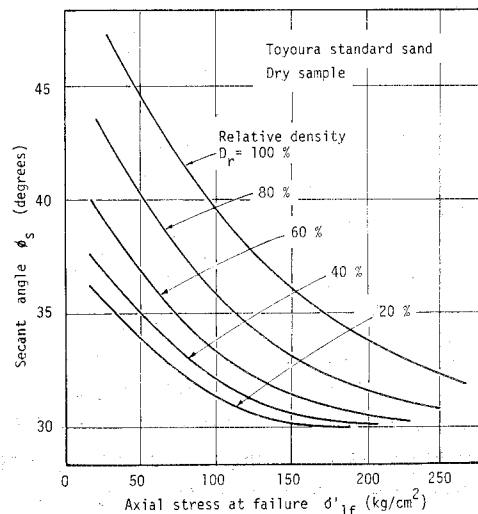


Fig. 15 Relation between secant angle ϕ_s and axial stress at failure σ'_{1f} in drained triaxial compression test.

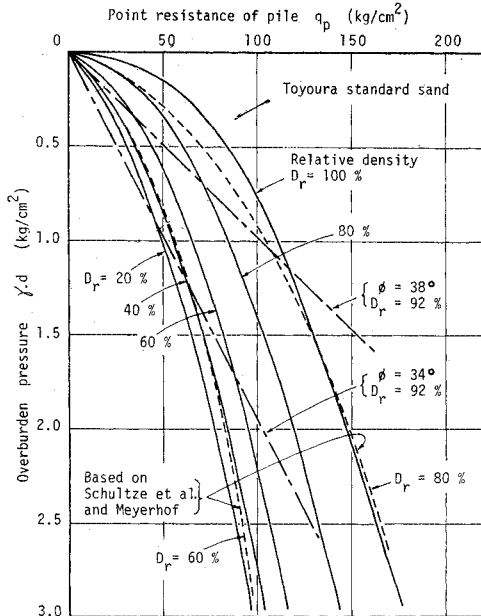


Fig. 16 Result of calculation on the point resistance of a pile in layer of the Toyoura standard sand.

問題点であるとしている。そこで本文では、高圧三軸圧縮試験における破壊時の最大有効主応力 σ_{1f}' に注目して、 σ_{1f}' と ϕ_s との関係を図 15 のように求めておき、西田らの方法の計算過程で得られた q_p は σ_{1f}' に等しいと考えて以下同様な計算を行った。なお、Fig. 15 における相対密度 100, 80, 60, 40, 20 各 % の $\sigma_{1f}' \sim \phi_s$ 関係は、すでに得ている密づめ供試体 (初期間隙比 $e_0 = 0.60 \sim 0.61$) およびゆるづめ供試体 ($e_0 = 0.83 \sim 0.84$) についての実験結果⁸⁾ のほかに中間の間隙比の供試体に対する実験を行い、それらを整理して $e_0 \sim \phi_s$ 関係を求め、この結果に基づいて各相対密度の $\sigma_{1f}' \sim \phi_s$ 関係を推定したものである。

砂の内部摩擦角 ϕ と、支持力係数 N_q の関係として Vesic が与えた関係¹⁹⁾ を用いることにした。この関係は、実験試料の取り得る $\phi (= \phi_s)$ の範囲内では次式で近似できる。

$$\log_{10} N_q = 0.07425(\phi_s - 30) + 1.415 \dots \dots (8)$$

以上に述べた方法によって求めた豊浦標準砂の上載圧 $r \cdot d$ の増加に伴う杭先端支持力度 q_p の変化は Fig. 16 の実線で示すとおりであった。また、同図中の 1 点鎖線で示した直線は、Fig. 13(a) の曲線を直線で近似して内部摩擦角を求め、この値に基づいて計算した $q_p \sim r \cdot d$ 関係である。凸形にカーブしたモール破壊包絡線を直線で近似する場合に、垂直応力の範囲の取り方によって ϕ の値は変わってくる。ここでは、杭の先端支持力度の最大値 $q_{pmax} (= \sigma_{1f}')$ が 100 および 150 kg/cm^2 である

場合を考えて、これらの値に対応する垂直応力 σ の大きさは、Fig. 13(a) の破壊包絡線に接するモール円を同図破線で示すように描いて $\sigma = 40$ および 70 kg/cm^2 となることから、 $0 \leq \sigma \leq 40 \text{ kg/cm}^2$ に対して $\phi = 38^\circ$ 、 $0 \leq \sigma \leq 70 \text{ kg/cm}^2$ に対して $\phi = 34^\circ$ なる 2 つの ϕ 値を最小二乗法で定めたものである。

さて、Fig. 16 の実線で示された曲線群と一点鎖線で示された曲線群の傾向を比較すると、前者の方が西田らの計算結果¹⁸⁾ や Kerisel による現場での観測結果²²⁾ と同じ傾向を示しているのがわかる。また、Fig. 16 の実線曲線群は、Schultze らによる砂地盤の N 値～相対密度 D_r ～上載圧 $r \cdot d$ 関係曲線 (文献 20) の Fig. 6) および Meyerhof による N 値～ q_p 関係 ($q_p = 4 N \text{ kg/cm}^2$)²¹⁾ を組合せて描いた $q_p \sim D_r \sim r \cdot d$ 曲線 (Fig. 16 中の破線で示されている) とも類似の傾向を示す。

以上のことから、砂層中の杭の先端支持力を計算するにあたって高圧下の砂のせん断強度定数を決定する場合には、カーブした破壊包絡線を直線で近似する方法に比べて、砂のせん断強度定数は応力レベルによって変化することを考慮した方法の方が合理的な計算結果を与えることは明らかである。上に示した、砂の内部摩擦角としてセカントアングルを用い西田らの方法に準じて計算する方法は、なおいくつかの問題点があるものの、今後検討されてよいと考える。

6. ま と め

本研究では、高圧三軸圧縮応力下における砂の粒子破碎現象、特に砂のせん断強度特性に及ぼす粒子破碎の影響について実験的考察を行った。その結果を要約すると次のとおりである。

まず、粒子破碎を数量化する尺度として試料の表面積 $S (\text{cm}^2/\text{cm}^3)$ を用いるのが合理的であることを述べ、表面積の増加 $4S$ をもって粒子破碎量を定義した。次に、せん断強度特性に及ぼす粒子破碎の影響を解明するためにはせん断中の粒子破碎量の変化を調べることが重要であるとの観点から、排水せん断試験における軸ひずみ ϵ_1 の進行に伴う表面積 S の変化を調べた。その結果、三軸圧縮応力下における砂の表面積は供試体になされた塑性仕事 W と密接な関係にあることを見出した。すなわち、等方圧縮・排水せん断試験における砂の $S \sim W$ 関係は、破壊に至るまでは拘束圧の大きさに無関係に 1 本の曲線で表わすことができる。

$S \sim W$ 曲線の勾配を表面積・仕事増分比 (dS/dW) と名付け、この量をせん断応力下における粒子破碎特性を表わす指標として用いることを提案した。供試体が破壊応力に達したときの表面積・仕事増分比とダイレイタ

ンシーレイトおよび最大有効主応力比の関係を調べ、これら三者の間には明瞭な関係が存在することを示した。以上によって、高圧下における砂のせん断特性と粒子破碎との関係をかなり明瞭に示すことができたと考える。

密に締った砂のモール破壊包絡線は、粒子破碎を生じる応力域において凸形にカーブすることを示し、この曲線に基づいて砂の内部摩擦角を定める場合の問題点およびその解決方法について、杭の先端支持力の計算を例にとり述べて。

最後に、実験を手伝っていただいた、山口大学工学部山本哲朗助手に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 春山元寿：講座 c と ϕ を考える，7. シラス，土と基礎，Vol. 23, No. 6, pp. 67-74, 1975.
- 2) 福田 護・西田一彦・澤 孝平：講座 c と ϕ を考える，6. マサ土，土と基礎，Vol. 23, No. 5, pp. 77-84, 1975.
- 3) 赤司六哉・高田 真・大島俊明：ロック材の三軸圧縮試験結果について，第7回土質工学研究発表会講演集，pp. 173-176, 1972.6.
- 4) 三浦哲彦・山内豊聡：高拘束圧下における標準砂の排水せん断特性について，土木学会論文報告集，No. 193, pp. 69-79, 1971.
- 5) Marsal, R.J. : Large Scale Testing of Rockfill Materials, Proc. ASCE, Vol. 93, No. SM 2, pp. 27-42, 1967.
- 6) 福本武明：締固めたマサ土の密度に関する粒子破碎の影響，土質工学会論文報告集，Vol. 12, No. 3, pp. 55-63, 1972.
- 7) 久保・水渡・中川・早川：粉体理論と応用，丸善，pp. 3-196, 1962.
- 8) Miura, N. and Yamanouchi, T. : Effect of Water on the Behavior of a Quartz-Rich Sand under High Stresses, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 4, pp. 23-34, 1975.
- 9) 三浦哲彦・山本哲朗：砂の高圧三軸圧縮試験の結果に及ぼす 2,3 の要因について，土質工学会論文報告集，Vol. 16, No. 3, pp. 123-128, 1976.
- 10) Miura, N. and Yamamoto, T. : Particle-Crushing Properties of Sands under High Stresses, Technology Reports of the Yamaguchi University, Vol. 1, No. 4, pp. 439-447, 1976.
- 11) 三浦哲彦・山本哲朗：高圧三軸圧縮試験における砂粒子の破碎特性について，山口大学工学部研究報告，Vol. 24, No. 3, pp. 53-58, 1974.
- 12) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajar, A. : Yielding of Clays in States Wetter than Critical, Géotechnique, Vol. 13, No. 3, pp. 211-240, 1963.
- 13) 三浦哲彦・山内豊聡：せん断応力下の砂の粒子破碎に関する実験的考察，九大工学集報，Vol. 48, No. 2, pp. 69-73, 1975.
- 14) 田中達夫：限界値を考慮した粉砕機構の新しい考え方，化学工学，Vol. 18, No. 4, pp. 160-171, 1954.
- 15) 三浦哲彦・山内豊聡：シラスのせん断特性に及ぼす粒子破碎の影響，九大工学集報，Vol. 48, No. 4, pp. 23-29, 1975.
- 16) Hall, E.B. and Gordon, B.B. : Triaxial Testing with Large-Scale High Pressure Equipment, Laboratory Shear Testing of Soils, STP No. 361, ASTM, pp. 315-328, 1963.
- 17) 三笠正人・高田直俊・西垣好彦：講座 c と ϕ を考える，5. レキおよびロック材，土と基礎，Vol. 23, No. 4, pp. 67-75, 1975.
- 18) 西田義親・山本善行・八木則男：砂地盤における深い基礎の支持力係数の一考察，金沢大学工学部紀要，Vol. 8, No. 2, pp. 159-169, 1974.
- 19) Vesić, A.S. : Ultimate Loads and Settlements of Deep Foundations in Sands, Proc. Symposium on Bearing Capacity and Settlement of Foundations, Duke Univ., Durham, pp. 53, 1967.
- 20) Schultze, E. and Menzenbach, E. : Standard Penetration Test and Compressibility of Soils, Proc. 5th I.C.S.M.F.E., Vol. 1, pp. 527-532, 1961.
- 21) Meyerhof, G.G. : Penetration Test and Bearing Capacity of Cohesionless Soils, Proc. ASCE, Vol. 82, 1956.
- 22) Kérisel, J. : Foundations Profondes en Milieux Sableux, Proc. 5th I.C.S.M.F.E., Vol. 2, pp. 73-84, 1961.

(1976.8.17・受付)