

床版と桁の偏心結合を考慮した曲線桁橋の解析

ANALYSIS OF CURVED GIRDER BRIDGES CONSIDERING ECCENTRIC CONNECTION BETWEEN A DECK PLATE AND GIRDERS

大塚久哲*・吉村虎蔵**・彦坂 熙***・平田勝啓****

By Hisanori OTSUKA, Torazo YOSHIMURA,
Hiroshi HIKOSAKA and Katsuyoshi HIRATA

1. 序 言

近年、曲線桁橋の架設が随所に見受けられるが、この種構造物の設計計算にあたっては、従来主として曲線直交異方性板理論^{1)~6)}・曲線格子桁理論^{7)~11)}・薄肉曲線はり理論^{12)~18)}などが適用されている。このうち前二者の理論による解法は、床版と桁とが一体的に構築される曲線桁橋を、曲線格子構造あるいは曲線直交異方性板とみなし、計算に必要な等価剛度を算定のうえ、置換したそれぞれの解析モデルの変位・断面力を求めるものである。したがって桁間隔が大きい構造あるいは構成要素の多い構造では、有効幅や等価剛度の算定が問題となることがある。また、板理論では主桁の水平面内曲げや曲げねじりを考慮することができないし、格子桁理論では通常主桁の水平面内曲げを考慮せず、横桁・横構などの影響による主桁フランジの付加応力は別途に算定されているようである³⁴⁾。一方、薄肉曲線はり理論は、多主桁橋を1本の断面形状不変のはりと仮定しており、構造物が大型化・薄肉化している現在では必ずしも厳密な解法とはいえない場合もあり、また横桁には無関係に計算を進めるため横桁の応力算定が直接できないなどの難点がある。

本研究は単純曲線桁橋について、これを扇形床版・曲線主桁および横桁の3構成要素からなる板・桁複合構造物とみて、これら構成要素間(床版と主桁、主桁と横桁)の偏心結合を考慮した曲線桁橋の解析法を提示するものである。本解析法は扇形床版の剛性方程式を有限帯板法(FSM)により、曲線主桁のそれをフーリエ級数展開により、横桁のそれを有限要素法(FEM)により求めて、結合法^{19)~23)}を用いて三者を一体化して解析する手法を用いる。これによれば前記諸理論では解明が不十分であ

った各構成要素間の力学的相互作用を把握できる。また曲線桁橋においては、横構・対傾構も重要な構成要素であるが、これらの剛性方程式をFEMにより求めれば、同じく結合法を用いてこれらと曲線主桁との偏心結合を考慮した解析が行える。

扇形床版とそれを支持する桁とからなる構造を板・桁複合構造として解析する研究のおもなものには、米沢²⁴⁾、山崎ら^{25)~27)}、著者ら²⁸⁾、²⁹⁾、葦沢³⁰⁾およびD.N. Buragohainら³¹⁾の諸研究がある。このうち文献24)~29)の研究では、床版の中立面と桁の中立軸は同一平面上にあると仮定され、文献30)では、扇形床版と曲線主桁の偏心結合が考慮されているが、横桁を有する構造は対象とされていない。また文献31)では、3構成要素間の偏心結合が考慮されているが、曲線主桁の曲げねじりを無視して剛性方程式が誘導されている。

本論の数値計算例では、曲線桁橋の模型実験結果⁶⁾、³¹⁾との比較により本解析法の精度が検討され、さらに2円弧辺に曲線主桁を有する扇形床版の、弾性挙動に及ぼす曲線主桁の剛度および偏心結合の影響などが取り扱われている。

2. 解析法

(1) 扇形床版と曲線主桁の剛性行列とたわみ性行列

扇形床版を任意の同心円弧でいくつかの扇形帯板要素に分割し、円筒座標系と変位の方向を、Fig. 1のように定義する。面内変位 u 、 v と面外変位 w の変位関数は、

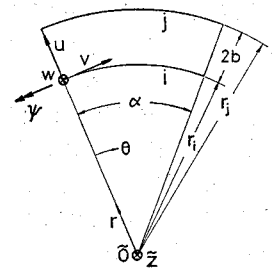


Fig. 1 A Strip for Sector Plate

* 正会員 工修 九州大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 九州大学助教授 工学部土木工学科

**** 学生会員 九州大学大学院修士課程 工学部土木工学科

直線辺での境界条件(単純支持)を満足するように円周方向には級数展開し, 半径方向には多項式近似を行うと, 次式のように仮定できる.

$$u = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \left[\left(1 - \frac{R}{2}\right) S_m \frac{R}{2} S_m \right] \{u_{im}v_{jm}\}^T \dots\dots\dots(1 \cdot a)$$

$$v = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \left[\left(1 - \frac{R}{2}\right) C_m \frac{R}{2} C_m \right] \{v_{im}v_{jm}\}^T \dots\dots\dots(1 \cdot b)$$

$$w = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \left[\left(1 - \frac{3}{4}R^2 + \frac{R^3}{4}\right) S_m b \left(R - R^2 + \frac{R^3}{4}\right) S_m \left(\frac{3}{4}R^2 - \frac{R^3}{4}\right) S_m b \left(\frac{R^3}{4} - \frac{R^2}{2}\right) S_m \right] \cdot \{w_{im}\psi_{im}w_{jm}\psi_{jm}\}^T \dots\dots\dots(1 \cdot c)$$

ここに, $R = (r - r_i)/b$, $2b$: 帯板要素の幅, r_i : 節線 i の曲率半径, $S_m = \sin k_m\theta$, $C_m = \cos k_m\theta$, $k_m = m\pi/\alpha$, m : 調和項数, α : 中心角, u_{im} : 節線 i 上の変位 u の第 m 項フーリエ展開係数(他も同様), 肩字 T は転置を示す. 式(1)を用いてひずみ・曲率と変位の関係式, およびモーメント・平面応力と変位の関係式を求め, ポテンシャルエネルギー最小の原理を適用すれば扇形帯板要素の剛性方程式をうる(文献 5), 32) 参照).

次に曲線主桁要素のうち Fig. 2 に示すような 1 本の曲線桁を取り出し, これを断面形状不変の薄肉曲線はりとする. いま曲線桁の中立点を原点とする座標系を導入するとき, 中立点の変位 u^o, v^o, w^o, ψ^o と中立点を連ねた軸(以下中立線と略称)の変形に関する幾何学量との関係は, 次式で与えられる¹⁷⁾.

$$\{\epsilon_L\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_t \\ \kappa_t \\ \kappa_h \\ \kappa_w \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{R_o} \left(\frac{dv^o}{d\theta} + u^o \right) \\ -\frac{1}{R_o^2} \left(\frac{d^2w^o}{d\theta^2} + R_o\psi^o \right) \\ \frac{1}{R_o^2} \left(\frac{d^2u^o}{d\theta^2} - \frac{dv^o}{d\theta} \right) \\ \frac{1}{R_o^2} \left(\frac{1}{R_o} \frac{d^2w^o}{d\theta^2} - \frac{d^2\psi^o}{d\theta^2} \right) \\ \frac{1}{R_o} \left(\frac{d\psi^o}{d\theta} - \frac{1}{R_o} \frac{dw^o}{d\theta} \right) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

ここに, $\epsilon_t, \kappa_t, \kappa_h, \kappa_w$ および κ_s は, それぞれ中立線の伸び率, $y-z$ 面内における曲率, $x-y$ 面内における初期曲率からの曲率の変化, 曲げねじれ率およびねじれ率であり, R_o は中立線の初期曲率半径, (u^o, v^o, w^o) は (x, y, z) 軸方向の変位, ψ^o は θ の正の方向に向かって左まわりを正とするねじれ角である. 曲線桁の中立点 o と, その鉛直上方に位置する扇形床版の中立面上の点 U との距離を e_L とする (Fig. 5 参照). 曲線桁と扇形床版は点 U で剛結され, かつ変形を微小と考えれば点 o の変位 u^o, v^o, w^o, ψ^o と点 U の変位 u, v, w, ψ の間には次の関係が成立する.

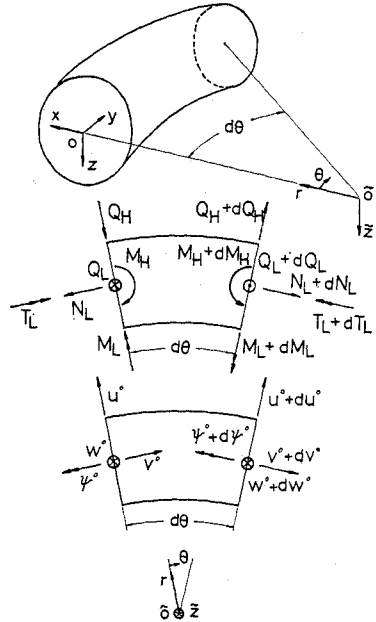


Fig. 2 A Curved Girder

$$\left. \begin{aligned} u^o &= u - e_L\psi, \quad v^o = v - \frac{e_L}{R_o} \frac{\partial w}{\partial \theta}, \\ w^o &= w, \quad \psi^o = \psi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

式(3)を用いて式(2)の曲線桁のひずみベクトル $\{\epsilon_L\}$ を, 床版の中立面上の変位で表わせば式(4)をうる.

$$\{\epsilon_L\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_t \\ \kappa_t \\ \kappa_h \\ \kappa_w \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{R_o} \left(\frac{dv}{d\theta} - \frac{e_L}{R_o} \frac{d^2w}{d\theta^2} + u - e_L\psi \right) \\ -\frac{1}{R_o^2} \left(\frac{d^2w}{d\theta^2} + R_o\psi \right) \\ \frac{1}{R_o^2} \left(\frac{d^2u}{d\theta^2} - e_L \frac{d^2\psi}{d\theta^2} - \frac{dv}{d\theta} + \frac{e_L}{R_o} \frac{d^2w}{d\theta^2} \right) \\ \frac{1}{R_o^2} \left(-\frac{d^2\psi}{d\theta^2} + \frac{1}{R_o} \frac{d^2w}{d\theta^2} \right) \\ \frac{1}{R_o} \left(\frac{d\psi}{d\theta} - \frac{1}{R_o} \frac{dw}{d\theta} \right) \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

1 本の曲線桁の中立線に関する断面力 $\{N\}$ とひずみベクトル $\{\epsilon_L\}$ との関係は次式で与えられる¹⁷⁾.

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} NL \\ ML \\ MH \\ Mw \\ T_{LS} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} ELAL & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ELIx & ELIx & ELCx & 0 \\ 0 & ELIx & ELIz & ELCz & 0 \\ 0 & ELCx & ELCz & ELCw & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & GLJL \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_t \\ \kappa_t \\ \kappa_h \\ \kappa_w \\ \kappa_s \end{Bmatrix} = [DL]\{\epsilon_L\} \dots\dots\dots(5)$$

ここに, NL, ML, MH, Mw および T_{LS} は, それぞれ軸力, x 軸, z 軸まわりの曲げモーメント, そりモーメ

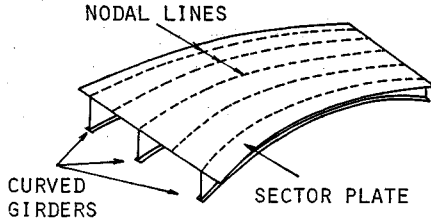


Fig. 3 Nodal Lines

ントおよび純ねじりモーメント。\$E_L\$ および \$G_L\$ は、それぞれヤング係数およびせん断弾性係数。\$A_L, I_x, I_z, I_{xz}, C_x, C_z, C_w\$ および \$J_L\$ はすべて断面定数で、それぞれ \$o\$ に関する等価断面積、\$x\$ 軸、\$z\$ 軸に関する断面二次モーメント、\$x-z\$ 軸に関する断面相乗モーメント、\$x\$ 軸、\$z\$ 軸まわりのそりに関する相乗モーメント (Sectorial Product of Inertia)、そりねじり定数および純ねじり定数である。

いま、Fig. 3 に示すように曲線主桁と扇形床版の接合線上に帯板要素の節線を配置すれば、接合線での床版の中立面の変位は次式のように節線の変位で表わせる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} u_{im} S_m, & v &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} v_{im} C_m, \\ w &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} w_{im} S_m, & \psi &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \psi_{im} S_m \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ゆえに式 (4), (6) から曲線桁のひずみベクトル \$\{\epsilon_L\}\$ は節線 \$i\$ の変位を用いて次のように表わすことができる。

$$\{\epsilon_L\} = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} [A_m] \{W_m\} \dots (7)$$

ここに、\$\{W_m\} = \{u_{im} v_{im} w_{im} \psi_{im}\}^T\$ で \$[A_m]\$ の具体的内容については付録 A-1 参照。1本の曲線桁のひずみエネルギーは、

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{\alpha} \{N\}^T \{\epsilon_L\} r d\theta = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \frac{1}{2} \{W_m\}^T \cdot \left(\int_0^{\alpha} [A_m]^T [D_L] [A_m] r d\theta \right) \{W_m\} \dots (8)$$

で表わされるから、ポテンシャルエネルギー最小の原理より曲線桁の第 \$m\$ 項の剛性行列は次式で求められる。

$$[S_{gm}] = \int_0^{\alpha} [A_m]^T [D_L] [A_m] r d\theta \dots (9)$$

(\$[S_{gm}]\$ の具体的内容については付録 A-2 参照)

したがって扇形床版要素の剛性方程式と式 (9) で与えられる曲線桁の剛性行列を重ね合わせれば、扇形床版と曲線主桁からなる構造 (ここでは基本構とよぶ) の第 \$m\$ 項の剛性方程式が次のようにえられる。

$$[S_m] \{\delta_m\} = \{P_m\} \dots (10)$$

上式はまた次式で表現できる。

$$\{\delta_m\} = [F_m] \{P_m\} \dots (11)$$

ここに、

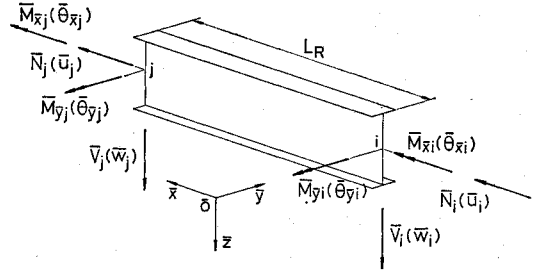


Fig. 4 A Cross Beam

$$\{\delta_m\} = \{u_{1m} v_{1m} w_{1m} \psi_{1m} u_{2m} v_{2m} w_{2m} \psi_{2m} \dots\}^T$$

$$\{P_m\} = \{P_{(u)1m} P_{(v)1m} P_{(w)1m} P_{(\psi)1m} P_{(u)2m} P_{(v)2m} P_{(w)2m} P_{(\psi)2m} \dots\}^T$$

[\$S_m\$], [\$F_m\$] はそれぞれ基本構の節線剛性行列、節線たわみ性行列であり、\$\{\delta_m\}\$ は変位ベクトル、\$\{P_m\}\$ は荷重ベクトルである。

(2) 横桁の剛性行列

3次元立体骨組では1節点6自由度を有するが、曲線桁橋の横桁は、その力学的性状から判断して Fig. 4 に示す1節点4自由度の直線部材として扱うことにすれば、その剛性方程式をFEMにより次式で表わすことができる。

$$\begin{aligned} & \{\bar{N}_i \bar{V}_i \bar{M}_{\bar{y}i} \bar{N}_j \bar{V}_j \bar{M}_{\bar{y}j} \bar{M}_{\bar{x}i} \bar{M}_{\bar{x}j}\}^T \\ & = \begin{bmatrix} [K_a] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [K_b] \end{bmatrix} \{a_i \bar{w}_i \bar{\theta}_{\bar{y}i} a_j \bar{w}_j \bar{\theta}_{\bar{y}j} \bar{\theta}_{\bar{x}i} \bar{\theta}_{\bar{x}j}\}^T \end{aligned} \dots (12)$$

ここに、\$\bar{N}, \bar{V}, \bar{M}_{\bar{y}}\$ および \$\bar{M}_{\bar{x}}\$ はそれぞれ軸力、せん断力、曲げモーメントおよびねじりモーメント、\$a, \bar{w}, \bar{\theta}_{\bar{y}}\$ および \$\bar{\theta}_{\bar{x}}\$ はそれぞれ軸方向変位、鉛直たわみ、たわみ角およびねじれ角であり、添字 \$i\$ と \$j\$ は節点番号を示す (\$[K_a], [K_b]\$ の具体的内容については付録 A-3 参照)。

(3) 扇形床版・曲線主桁系と横桁の結合

扇形床版・曲線主桁よりなる基本構に荷重がかかる系を基本系と名づける。この基本系では、曲線主桁の剛性方程式がフーリエ級数展開により求められて、FSMで誘導された扇形床版の剛性方程式に重ね合わされるため、通常のFSMの解析手順で所要の応力・変位を解くことができる。

横桁を有する場合の解析手法としては、次の3種の方法が考えられよう。(1) 級数展開された節線の変位式(6)を用いて、横桁の変位を表示し、ポテンシャルエネルギー最小の原理から横桁の剛性方程式を誘導し、しかるのち、基本構と横桁の剛性行列を重ね合わせて与系を解析する。(2) 基本構の節線たわみ性行列から横桁の結合点における変位と力の関係式(基本構の節点たわみ

性行列)を誘導し、その逆行列(基本構の節点剛性行列)と、有限要素法により導いた横桁の剛性行列(式(12))とから、結合点の結合力を求める。外荷重と結合力を基本構に作用させて与系を解析する。(3)(2)と同様の考え方であるが、横桁の剛性行列と基本構の節点たわみ性行列とから直接、結合力を求める。

このうち、方法(1)は系全体の剛性行列からただちに変位を求める手法であって、解析の流れは一貫しているが、基本構の節線剛性方程式を解く場合に利用できる各調和項数ごとの独立の計算を、この方法では進めることができない。したがって、方法(2)、(3)に比べて、演算労力が一般に増えるように思われる。方法(2)、(3)は同じ考え方に立つ解析手法であるが、両者を比較すると、計算手順は(3)の方がやや少なくてすむから、本論文では方法(3)により横桁を有する曲線桁橋の解析を進める。以下に結合力の求め方を記す。

Fig. 5 (a) は基本構と横桁の結合関係の一例を、 $x-z$ 面内の断面図で示したものである。ここに、 U は床版と曲線主桁との結合点(扇形帯板要素の節線の位置に相当)、 o は曲線主桁の中立点、 \bar{o} は曲線主桁と横桁との結合点(横桁の節点に相当)を示す。前述のごとく U は o の鉛直上方に位置し、その距離を e_L としており、

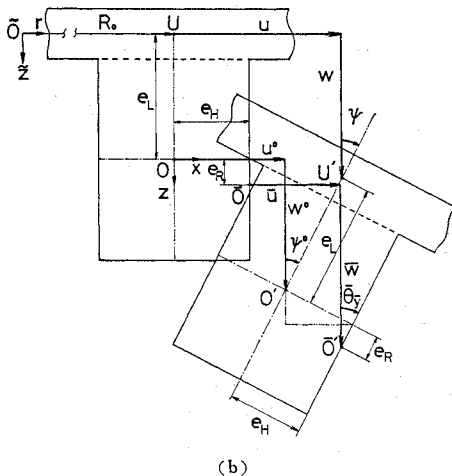
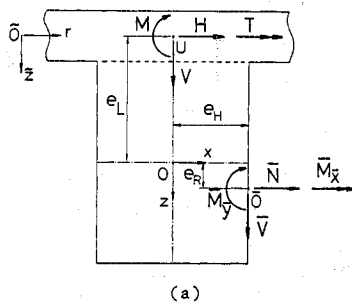


Fig. 5 Connecting Forces and Displacements at Connecting Points

さらに o と \bar{o} の水平距離、鉛直距離をそれぞれ e_H, e_R とする。このとき横桁との結合点 \bar{o} に働く力(以下節点力とよぶ) $\bar{N}, \bar{V}, \bar{M}_y, \bar{M}_x$ とこれと等価な U に働く力(以下節線力とよぶ) H, V, M, T との関係は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} H \\ V \\ M \\ T \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(e_L+e_R) & e_H & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{N} \\ \bar{V} \\ \bar{M}_y \\ \bar{M}_x \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(13)$$

ここに「 $\bar{\quad}$ 」の文字は横桁の諸量を、「 \quad 」は床版の諸量を示す。次に Fig. 5 (b) は任意の荷重を受けたときの曲線主桁の変形図を Fig. 5 (a) と同様に $x-z$ 面内で示したものであるが、非載荷時の点 U, o, \bar{o} が変形後、 U', o', \bar{o}' に位置すると考える。このとき点 U の変位(以下節線変位とよぶ) u, w, ψ, φ と \bar{o} の変位(以下節点変位とよぶ) $\bar{a}, \bar{w}, \bar{\theta}_y, \bar{\theta}_x$ の間には、次の関係式が成立する。

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \\ \psi \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (e_L+e_R) & 0 \\ 0 & 1 & -e_H & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{a} \\ \bar{w} \\ \bar{\theta}_y \\ \bar{\theta}_x \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(14)$$

ただし $\varphi, \bar{\theta}_x$ はそれぞれ点 U と \bar{o} の円周方向たわみ角であり、厳密には、

$$\varphi = \frac{R_0 + e_H}{R_0} \bar{\theta}_x - \frac{e_H}{R_0} \frac{\partial \bar{\theta}_y}{\partial \theta}$$

であるが、 e_H は R_0 に比較して無視できるほど小さいものと考えて $\varphi = \bar{\theta}_x$ としている。

したがって並列 n 主桁、横桁 s 本を有する曲線桁橋全体での節線力ベクトル $\{X\}$ と節点力ベクトル $\{\bar{X}\}$ との関係は式(13)から次式で与えられる(Fig. 6 参照)。

$$\{X\} = [A]\{\bar{X}\} \dots\dots\dots(15 \cdot a)$$

ここに、 $[A]$ は節線力と節点力の変換行列であり、 $\{X\}, \{\bar{X}\}, [A]$ の具体的内容については付録 A-4 参照。同様に曲線桁橋全体での節線変位ベクトル $\{\delta\}$ と節点変位ベクトル $\{\bar{\delta}\}$ との関係は、式(14)より次式で与えられる。

$$\{\delta\} = [B]\{\bar{\delta}\} \dots\dots\dots(16 \cdot a)$$

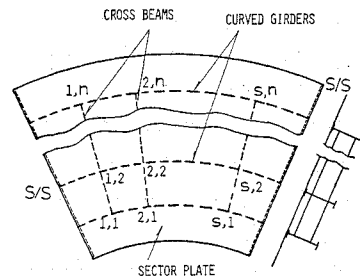


Fig. 6 Sequence Number of Connecting Points

ここに、 $[B]$ は節線変位と節点変位の変換行列であり、 $\{\delta\}, \{\bar{\delta}\}, [B]$ の具体的内容については付録 A-5 参照。

以上で定義した節線変位ベクトル $\{\delta\}$ と節線力ベクトル $\{X\}$ との関係は、式 (11) で求めた基本構の節線たわみ性行列 $[F_m]$ を用いて次式で与えられる。

$$\{\delta\} = [f_{XX}]\{X\} \dots\dots\dots(17 \cdot a)$$

$[f_{XX}]$ の具体的内容については付録 A-6 参照。式 (15-a), (16-a) および (17-a) から節点変位ベクトル $\{\bar{\delta}\}$ と節点力ベクトル $\{\bar{X}\}$ との関係は次式で与えられる。

$$\{\bar{\delta}\} = [\bar{f}_{XX}]\{\bar{X}\} \dots\dots\dots(18)$$

ここに、

$$[\bar{f}_{XX}] = [B]^{-1}[f_{XX}][A] \dots\dots\dots(19)$$

式 (19) の $[\bar{f}_{XX}]$ は基本構の節点たわみ性行列である。

これまでに誘導した諸式を用いて以下の手順で結合力(節点力)を求めることができる。

(a) 基本系 ($X_{(0)}$ 系) 基本構に外荷重 $\{X_{(0)}\}$ が作用する系を FSM で解き、横桁との結合点での節点変位ベクトル $\{\bar{\delta}_{(0)}\}$ を求める(添字 (0) は基本系であることを示し、以下同種の添字はそれぞれの系を示す)。

$$\{\bar{\delta}_{(0)}\} = [B]^{-1}\{\delta_{(0)}\} \dots\dots\dots(20)$$

(b) 第1系 ($\bar{X}_{(1)}$ 系) 基本構に節点力 $\{\bar{X}_{(1)}\}$ だけが働く系を第1系とよぶ。第1系の節点変位ベクトル $\{\bar{\delta}_{(1)}\}$ と節点力ベクトル $\{\bar{X}_{(1)}\}$ との関係は、基本構の節点たわみ性行列 $[\bar{f}_{XX}]$ を用いて次式で表わされる。

$$\{\bar{\delta}_{(1)}\} = [\bar{f}_{XX}]\{\bar{X}_{(1)}\} \dots\dots\dots(21)$$

(c) 第2系 (横桁系, $\bar{X}_{(2)}$ 系) 横桁に節点力 $\{\bar{X}_{(2)}\}$ が働く系を第2系 (横桁系) とし、式 (12) を用いて横桁系の剛性方程式を組み立てる。

$$\{\bar{X}_{(2)}\} = [\bar{K}]\{\bar{\delta}_{(2)}\} \dots\dots\dots(22)$$

(d) 節点力ベクトル $\{\bar{X}_{(1)}\}$ を求めるために次の式を用いる。

$$\text{変位の適合条件: } \{\bar{\delta}_{(0)}\} + \{\bar{\delta}_{(1)}\} = \{\bar{\delta}_{(2)}\} \dots(23)$$

$$\text{力のつり合い条件: } \{\bar{X}_{(1)}\} + \{\bar{X}_{(2)}\} = \{0\} \dots(24)$$

式 (21)~(24) から次式のように節点力ベクトル $\{\bar{X}_{(1)}\}$ を求めることができる。

$$\{\bar{X}_{(1)}\} = -([I] + [\bar{K}][\bar{f}_{XX}])^{-1}[\bar{K}]\{\bar{\delta}_{(0)}\} \dots\dots\dots(25)$$

式 (15-a) を用いれば、上式の $\{\bar{X}_{(1)}\}$ を節線力ベクトル $\{X_{(1)}\}$ に変換できる。すなわち、

$$\{X_{(1)}\} = [A]\{\bar{X}_{(1)}\} \dots\dots\dots(26)$$

したがって、外荷重 $\{X_{(0)}\}$ とこの $\{X_{(1)}\}$ を同時に基本構に作用させて解けば与系の解がえられる。

(4) 非合成曲線桁橋への適用

この解析法を非合成の曲線桁橋に適用するとき、並列曲線主桁だけからなる構造を基本構とみなし、曲線桁

の中立線に関する基本構の剛性方程式を組み立てればよい。このとき扇形帯板要素の節線荷重ベクトルをそのまま荷重ベクトルとして用いることができる。結合力・支点反力を求める手順は床版がある場合と全く同じである。このようにこの解析法は非合成曲線桁橋のような骨組構造に対しても有効である。

3. 数値計算例

(1) 模型実験結果との比較

例題 1: Fig. 7 に示す曲線 4 主桁模型橋³¹⁾の静的載荷実験結果との比較を行う。Table 1 は、点 A~E に集中荷重 (10 kg) が載荷されるとき B_2, B_4 桁下面の円周方向ひずみを示したものである。理論値 1 は曲線直交異方性板理論による値⁹⁾、理論値 2 は本解析法による値 (帯板数 12)、理論値 3 は実験者が示す解析法³¹⁾による値である。この表から本解析法による値が横桁の有無にかかわらず実験値に近いことがわかる。

例題 2: Fig. 8 に示す曲線 4 主桁模型橋(アクリル樹脂製、実験詳細は文献 6) 参照) の静的載荷実験結果との比較を行う。荷重は矩形分布荷重、載荷位置はスパン中央断面の点 A~D、ひずみ測定断面は載荷点から 0.8° 支承寄りの断面で、各桁に対し Fig. 9 に示す 3 点のひずみを測定した。Fig. 10, 11 はそれぞれ点 A, B に載荷したときの円周方向ひずみ分布を示したものであるが、横桁の有無にかかわらず実験値と理論値 (帯板数 8) はほぼ一致しており、本解析法の妥当性が本例によっても知られよう。Fig. 12 に点 A 載荷時の G 1 桁のひずみ

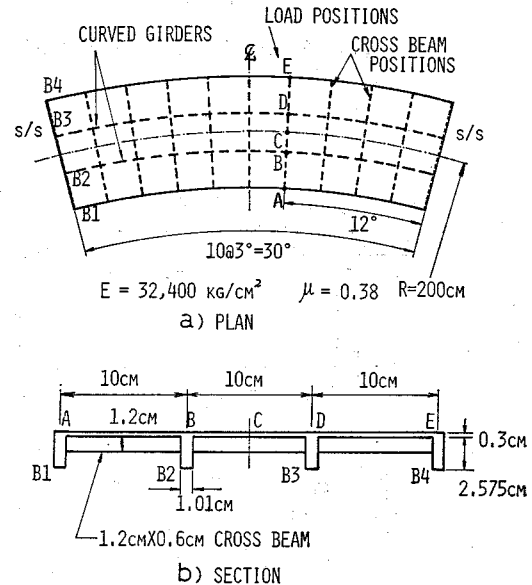


Fig. 7 A Curved Girder Bridge Model (EX. 1)

Table 1 Comparison between Experimental and Theoretical Strains

Load position	Strain at	Tangential strain at midspan, in micro-strain							
		without cross beams				with cross beams			
		Experiment	Theory			Experiment	Theory		
1	2		3	1	2		3		
A	B ₂ bottom	930	886	944	938	870	946	895	907
	B ₄ bottom	94	348	202	211	140	278	239	250
B	B ₂ bottom	1 062	841	1 095	1 089	760	762	828	800
	B ₄ bottom	594	697	602	608	732	770	775	787
C	B ₂ bottom	795	721	808	807	732	743	757	742
	B ₄ bottom	906	983	939	943	1 062	1 057	1 085	1 095
D	B ₂ bottom	527	593	552	563	634	681	678	684
	B ₄ bottom	1 325	1 369	1 392	1 386	1 380	1 381	1 412	1 421
E	B ₂ bottom	284	538	302	321	513	525	501	511
	B ₄ bottom	2 160	1 882	2 292	2 258	2 060	1 784	2 067	2 040

Theory 1=Curvilinear Orthotropic Plate Theory (F.D.M.)

Theory 2=Proposed Method

Theory 3=Finite Difference Method+Energy Method

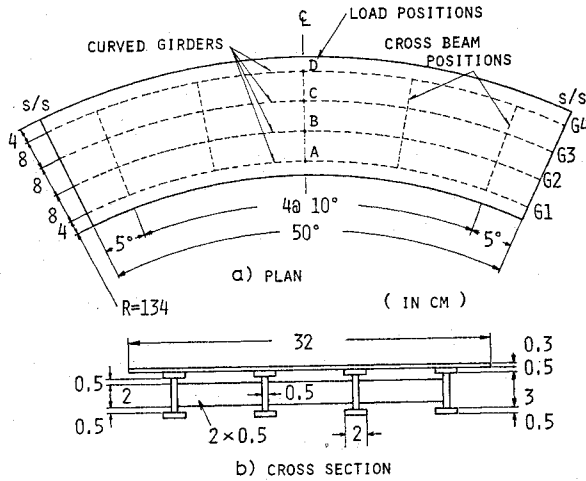


Fig. 8 A Curved Girder Bridge Model (EX. 2)

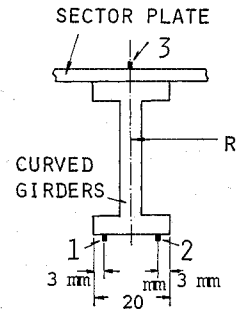


Fig. 9 Strain Gauge Positions

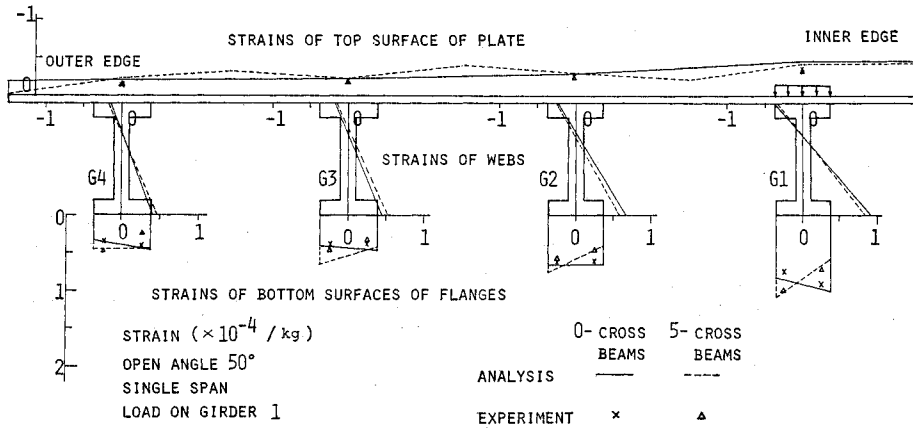


Fig. 10 Tangential Strains (Load on G1)

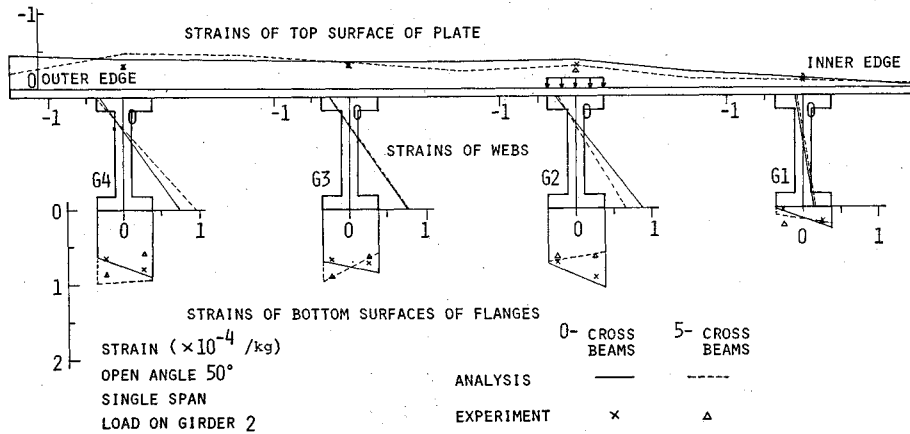


Fig. 11 Tangential Strains (Load on G2)

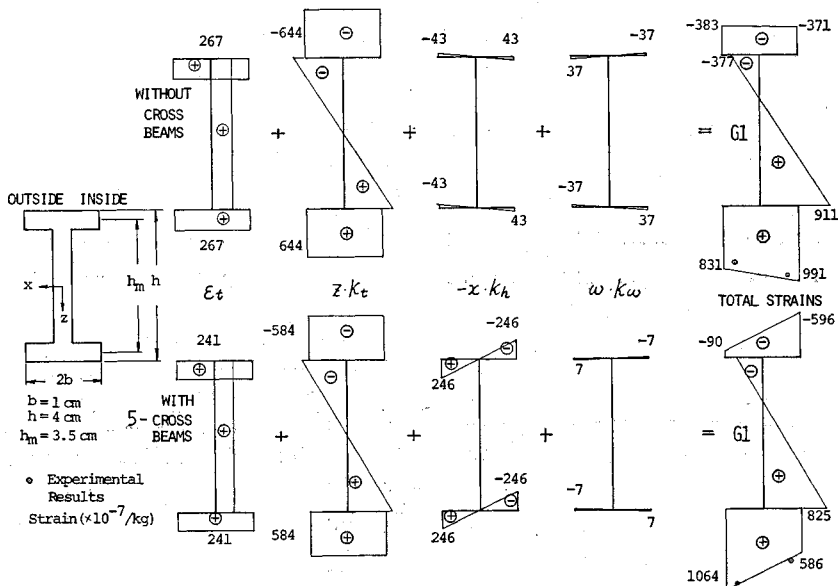


Fig. 12 Distributions of Tangential Strains of Girder 1 (Load on G1)

分布を各ひずみ成分ごとに分けて表わした。これによれば、横桁がない構造では桁の鉛直軸まわりの曲げひずみとそりひずみによって、G1 桁下フランジ下面のひずみ分布は内端が外端より約 19% 大きいこと、一方横桁がある場合には、結合力によって桁の鉛直軸まわりの曲げひずみの方向が逆転し、内端が外端より約 45% 小さくなることなどがわかる。

(2) 2 主桁扇形板の特性

Fig. 13 に示す扇形板が 2 直線辺を単純支持され、2 円弧辺を桁高 d 、桁幅 b なる矩形断面曲線縁桁によって弾性支持されている。このとき曲線縁と板とが偏心結合される構造を Case A、偏心がない構造を Case B とし、 $\beta = d/b$ と $r = b/h$ を変化させて数値計算を行った。計算にあたっては板厚 $h=1$ 、ヤング係数 $E_L=1$ 、ポアソン

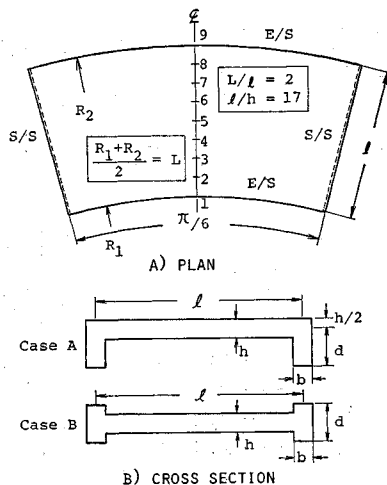


Fig. 13 A Sector Plate with Stiffening Edge Beams

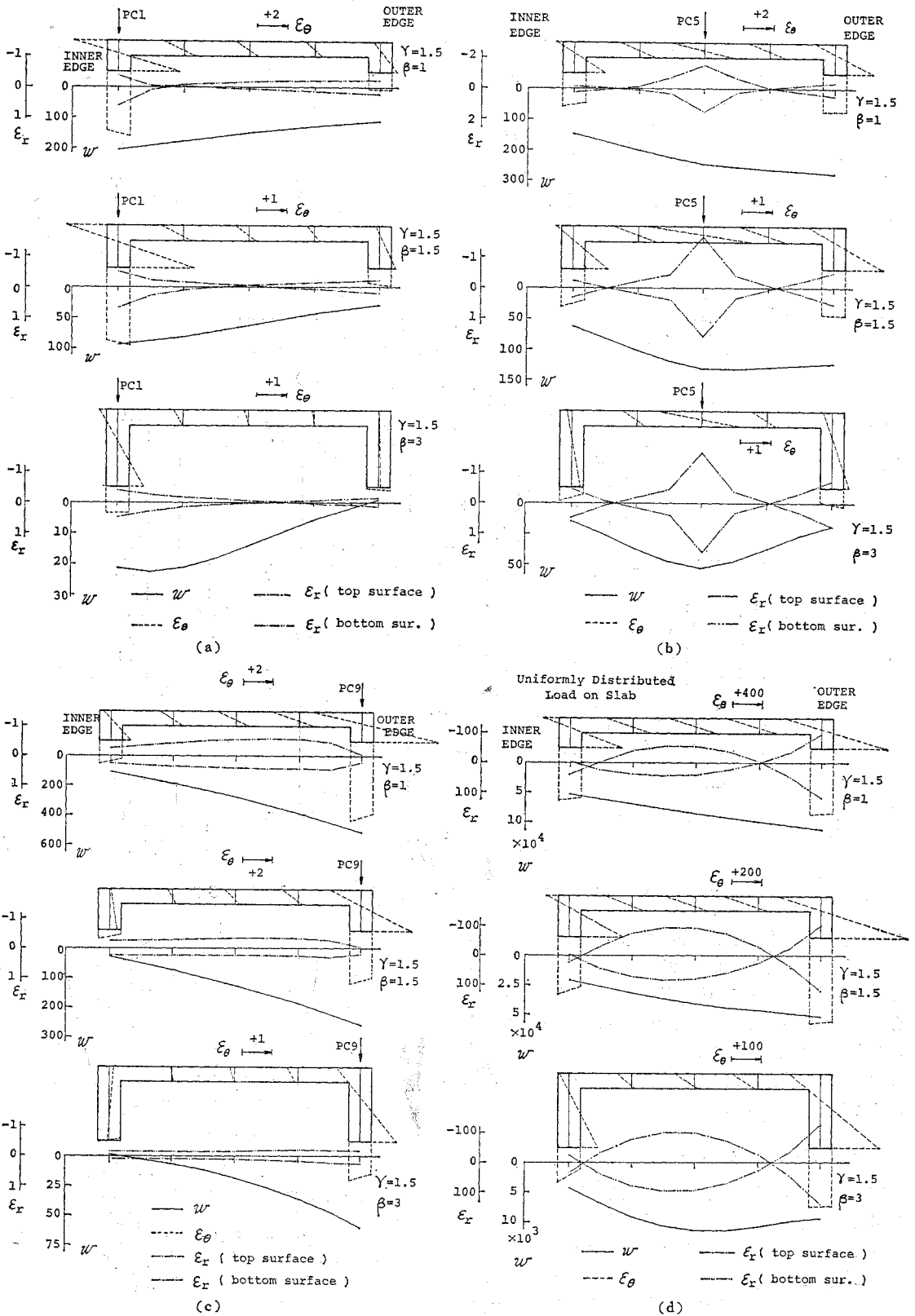


Fig. 14 Deflections and Strains at Midspan

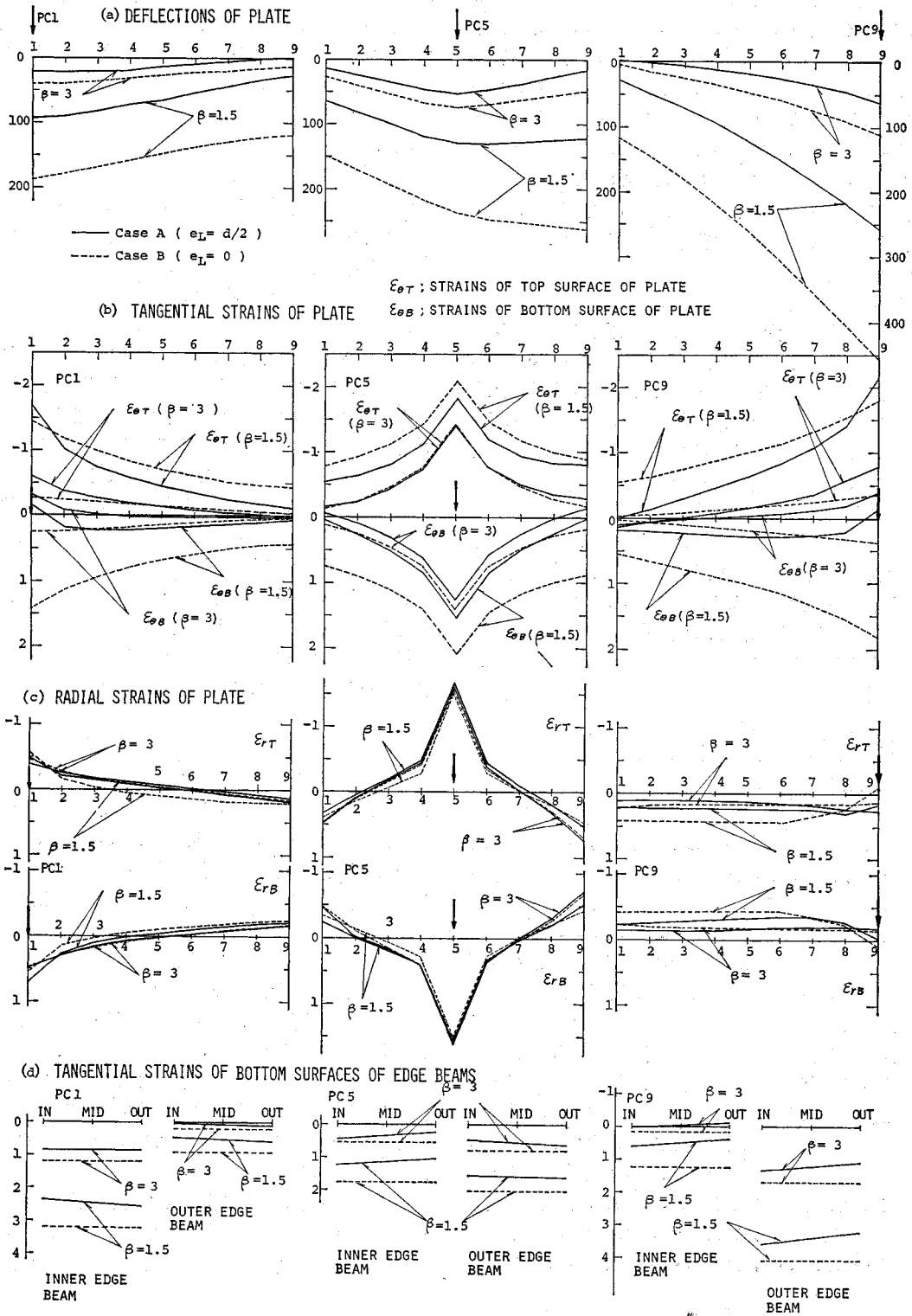


Fig. 15 Comparison between Case A and Case B

比 $\nu=1/6$ とし、曲線桁は2軸対称の中実矩形断面であるから、桁の断面定数として A_L, I_x, I_z, J_L を考慮した。

Fig. 14 は、Case A の構造の点1, 5, 9に単位集中荷重が作用するとき (**Fig. 14** (a)~(c)) と、単位荷重強度の等分布荷重が満載される時 (同 (d)) の、スパン中央断面のたわみ w 、円周方向ひずみ ϵ_θ 、半径方向ひずみ ϵ_r を、 $r=1.5$ で $\beta=1, 1.5$ および3の3ケースに対しプロットしたものである。これらの図から知られる特長を列記すれば次のとおりである (文中 PC 1 は点1 載荷時を、UDL は等分布荷重満載時をさす)。

a) w

PC 1 では桁高が小さいときには荷重の横分配が良好であるが、桁高が大きくなるにつれて内桁近傍では下に凸のたわみ曲線となり横分配が悪くなる。PC 5, UDL では桁高が小さければ外桁の w が大きく、桁高が大きくなると点5付近の w が最大となる。PC 9 では桁高の大きさにかかわらず上に凸の曲線で、横分配はさほど変わらない。

b) 板の ϵ_θ

PC 1, PC 9, UDL では桁高が大きくなるにつれて平面応力による平面ひずみ成分が増大するため板は全体的に圧縮ひずみを受けるようになる。PC 5 では曲げひずみ成分が平面ひずみ成分より大きいため、桁高が大きいても板上下縁の圧縮ひずみと引張ひずみはほぼ等しい。

c) 板の ϵ_r

桁高・荷重位置にかかわらず曲げひずみ成分が平面ひずみ成分より大きいため、板上下縁の圧縮ひずみと引張ひずみはほぼ等しい。

d) 桁の ϵ_θ

桁のひずみ分布を各成分ごとに見れば、軸ひずみ成分はすべて引張であり、桁の水平軸まわりの曲げひずみ成分は、PC 9 の $\beta \geq 2$ のとき内桁だけ上側引張となるが、他の場合は下側引張である。また **Fig. 14** の桁下面のひずみ分布に見られるようにそりねじり剛性を無視できるような中実矩形断面であっても、板と桁の偏心結合を考慮した場合には、鉛直軸まわりの曲げひずみ成分によって桁下面のひずみ分布は一樣にならず、しかも荷重位置により鉛直軸まわりの曲げひずみ成分の正負の分布が逆転することがわかる。

Case B の構造では、板に平面応力が生じないことと、桁に鉛直軸まわりの曲げモーメント、水平方向せん断力および軸力が生じないことが、Case A の構造との基本的な相違点であるが、いま $r=1.5$ で $\beta=1.5$ および3の2ケースについて、たわみ・ひずみをスパン中央断面

と比較すれば **Fig. 15** をうる。この図から、(1) たわみと桁のひずみは Case B のほうが全体的に大きくなること、(2) PC 1, PC 9 での ϵ_θ には、Case A と B で著しい差異があること、(3) ϵ_r の差はわずかであることなどが知られる。

4. 結 語

本研究は扇形床版・曲線主桁・横桁などの構成要素からなる曲線桁橋の、各構成要素間の偏心結合を考慮した一解析法を提示したものである。

本解析法の主な特長として、次の諸点があげられよう。

(1) 曲線主桁の剛性方程式をフーリエ級数展開により求めているので、FSM で誘導した扇形床版の節線剛性方程式に、この曲線主桁の剛性方程式を重ね合わせることができる。したがって基本系では通常の FSM の解析手順により所要の応力・変位を解くことができる。

(2) 基本構の節点たわみ性行列と横桁の剛性行列を用いて、両構造を結合して与系を解析するため、各構成要素間の力学的相互作用が把握できる。

(3) 横構・対傾構を有する構造では、これらを軸力部材とみなし、その剛性方程式を FEM により求めれば横桁同様に結合法を用いて、これらと基本構との偏心結合を考慮した解析ができる。

(4) 非合成曲線桁橋のような骨組構造も特例として取り扱う。

(5) 扇形床版と曲線主桁との偏心結合を考慮しているため、床版の平面応力、桁の鉛直軸まわりの曲げ・軸力による影響を解析に取り入れることができる。

(6) 鉛直・水平方向に偏心結合量をもつ曲線格子箱桁橋の解析にも適するように、曲線主桁と横桁との偏心結合量を考慮している。

(7) RC桁橋のように版と主・横桁が一体的に構築される構造も、床版の節線の位置に横桁要素の節点を配置して両者の結合力を求めれば、床版と横桁との偏心結合を考慮して解析できよう。

模型実験結果との比較から判断されるようにこの解析法は、横桁取付位置近傍のひずみ分布に至るまで工学上十分な精度の解を与えており、この種構造物の有用な一解析法であることが知られる。

最後に本研究の数値計算には、本学大型計算機センターの FACOM 230-75 を使用したことを付記する。

付 録

[A-1] 行列 $[A_m]$ の内容 (式 (7))

$$[A_m] = \begin{bmatrix} \frac{S_m}{R_o} & -\frac{k_m S_m}{R_o} & \frac{e_L k_m^2 S_m}{R_o^2} & -\frac{e_L S_m}{R_o} \\ 0 & 0 & \frac{k_m^2 S_m}{R_o^2} & -\frac{S_m}{R_o} \\ \frac{k_m^2 S_m}{R_o^2} & \frac{k_m S_m}{R_o^2} & -\frac{e_L k_m^2 S_m}{R_o^3} & \frac{e_L k_m^2 S_m}{R_o^2} \\ 0 & 0 & -\frac{k_m^2 S_m}{R_o^3} & \frac{k_m^2 S_m}{R_o^2} \\ 0 & 0 & -\frac{k_m C_m}{R_o^2} & \frac{k_m C_m}{R_o} \end{bmatrix}$$

[A-2] 曲線桁の剛性行列 $[S_{gm}]$ の各要素 (式 (9))

$$S_{gm(1,1)} = \left(\frac{D_{11}}{R_o} + \frac{k_m^4}{R_o^3} D_{33} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(2,1)} = S_{gm(1,2)} = - \left(\frac{k_m}{R_o} D_{21} + \frac{k_m^3}{R_o^3} D_{33} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(2,2)} = \left(\frac{k_m^2}{R_o} D_{11} + \frac{k_m^2}{R_o^3} D_{33} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(3,1)} = S_{gm(1,3)} = \left(\frac{e_L k_m^2}{R_o^2} D_{11} - \frac{k_m^4}{R_o^3} D_{23} \right. \\ \left. + \frac{e_L k_m^4}{R_o^4} D_{33} + \frac{k_m^4}{R_o^4} D_{34} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(3,2)} = S_{gm(2,3)} = \left(-\frac{e_L k_m^3}{R_o^2} D_{11} + \frac{k_m^3}{R_o^3} D_{23} \right. \\ \left. - \frac{e_L k_m^3}{R_o^4} D_{33} - \frac{k_m^3}{R_o^4} D_{34} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(3,3)} = \left(\frac{e_L^2 k_m^4}{R_o^3} D_{11} + \frac{k_m^4}{R_o^3} D_{22} - \frac{2 e_L k_m^4}{R_o^4} D_{23} \right. \\ \left. - \frac{2 k_m^4}{R_o^4} D_{24} + \frac{e_L^2 k_m^4}{R_o^5} D_{33} + \frac{2 e_L k_m^4}{R_o^5} D_{34} \right. \\ \left. \cdot D_{34} + \frac{k_m^4}{R_o^5} D_{44} + \frac{k_m^2}{R_o^3} D_{55} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(4,1)} = S_{gm(1,4)} = \left(-\frac{e_L}{R_o} D_{11} + \frac{k_m^2}{R_o^2} D_{23} \right. \\ \left. - \frac{e_L k_m^4}{R_o^3} D_{33} - \frac{k_m^4}{R_o^3} D_{34} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(4,2)} = S_{gm(2,4)} = \left(\frac{e_L k_m}{R_o} D_{11} - \frac{k_m}{R_o^2} D_{23} \right. \\ \left. + \frac{e_L k_m^3}{R_o^3} D_{33} + \frac{k_m^3}{R_o^3} D_{34} \right) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(4,3)} = S_{gm(3,4)} = \left(-\frac{e_L^2 k_m^2}{R_o^2} D_{11} - \frac{k_m^2}{R_o^2} D_{22} \right. \\ \left. + \frac{e_L k_m^2 (1+k_m^2)}{R_o^3} D_{23} + \frac{k_m^2 (1+k_m^2)}{R_o^3} \right. \\ \left. \cdot D_{24} - \frac{e_L^2 k_m^4}{R_o^4} D_{33} - \frac{2 e_L k_m^4}{R_o^4} D_{34} \right)$$

$$- \frac{k_m^4}{R_o^4} D_{44} - \frac{k_m^2}{R_o^2} D_{55} \Big) \frac{\alpha}{2}$$

$$S_{gm(4,4)} = \left(\frac{e_L^2}{R_o} D_{11} + \frac{D_{22}}{R_o} - \frac{2 e_L k_m^2}{R_o^2} D_{23} \right. \\ \left. - \frac{2 k_m^2}{R_o^2} D_{24} + \frac{e_L^2 k_m^4}{R_o^3} D_{33} + \frac{2 e_L k_m^4}{R_o^3} \right. \\ \left. \cdot D_{34} + \frac{k_m^4}{R_o^3} D_{44} + \frac{k_m^2}{R_o} D_{55} \right) \frac{\alpha}{2}$$

ここに, $D_{11}=E_L A_L$, $D_{22}=E_L I_x$, $D_{23}=E_L I_{xz}$, $D_{24}=E_L C_x$, $D_{33}=E_L I_z$, $D_{34}=E_L C_z$, $D_{44}=E_L C_w$, $D_{55}=G_L J_L$ である。

[A-3] 横桁の剛性行列 $[K_a]$, $[K_b]$ (式 (12))

$$[K_a] = \frac{E_R}{L_R}$$

$$\begin{bmatrix} A_R & 0 & 0 & -A_R & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 I_y}{L_R^2} & \frac{6 I_y}{L_R} & 0 & -\frac{12 I_y}{L_R^2} & \frac{6 I_y}{L_R} \\ 0 & \frac{6 I_y}{L_R} & 4 I_y & 0 & -\frac{6 I_y}{L_R} & 2 I_y \\ -A_R & 0 & 0 & A_R & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 I_y}{L_R^2} & -\frac{6 I_y}{L_R} & 0 & \frac{12 I_y}{L_R^2} & -\frac{6 I_y}{L_R} \\ 0 & \frac{6 I_y}{L_R} & 2 I_y & 0 & -\frac{6 I_y}{L_R} & 4 I_y \end{bmatrix}$$

$$[K_b] = \frac{G_R J_R}{L_R} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ここに, L_R, E_R, G_R, A_R, I_y および J_R はそれぞれ横桁の長さ, ヤング係数, せん断弾性係数, 断面積, \bar{y} 軸に関する断面 2 次モーメントおよび純ねじり定数である。

[A-4] 行列 $\{X\}$, $\{\bar{X}\}$, $[A]$ の内容 (式 (15-a))

$$\{X\} = \{\{Y\} \{Z\}\}^T$$

$$\{Y\} = \{\{Y_1\} \dots \{Y_s\}\}^T, \{Z\} = \{\{Z_1\} \dots \{Z_s\}\}^T$$

$$\{Y_1\} = \{H_{1,1} V_{1,1} M_{1,1} \dots H_{1,n} V_{1,n} M_{1,n}\}^T, \dots,$$

$$\{Y_s\} = \{H_{s,1} V_{s,1} M_{s,1} \dots H_{s,n} V_{s,n} M_{s,n}\}^T$$

$$\{Z_1\} = \{T_{1,1} \dots T_{1,n}\}^T, \dots, \{Z_s\} = \{T_{s,1} \dots T_{s,n}\}^T$$

$$\{\bar{X}\} = \{\{\bar{Y}\} \{\bar{Z}\}\}^T$$

$$\{\bar{Y}\} = \{\{\bar{Y}_1\} \dots \{\bar{Y}_s\}\}^T, \{\bar{Z}\} = \{\{\bar{Z}_1\} \dots \{\bar{Z}_s\}\}^T$$

$$\{\bar{Y}_1\} = \{\bar{N}_{1,1} \bar{V}_{1,1} \bar{M}_{\bar{y}_1,1} \dots \bar{N}_{1,n} \bar{V}_{1,n} \bar{M}_{\bar{y}_1,n}\}^T, \dots,$$

$$\{\bar{Y}_s\} = \{\bar{N}_{s,1} \bar{V}_{s,1} \bar{M}_{\bar{y}_s,1} \dots \bar{N}_{s,n} \bar{V}_{s,n} \bar{M}_{\bar{y}_s,n}\}^T$$

$$\{\bar{Z}_1\} = \{\bar{M}_{\bar{x}_1,1} \dots \bar{M}_{\bar{x}_1,n}\}^T, \dots,$$

$$\{\bar{Z}_s\} = \{\bar{M}_{\bar{x}_s,1} \dots \bar{M}_{\bar{x}_s,n}\}^T$$

添字のうち節線力と節点力の第 1 添字は円周方向の結合点番号を示し, 第 2 添字は半径方向の結合点番号を示す (Fig. 6).

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] & & & 0 \\ & \dots & & \\ & & [A_{n \times s}] & \\ 0 & & & [I] \end{bmatrix} \dots \dots \dots (15 \cdot b)$$

$$[A_1] = \dots = [A_{n \times s}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -(e_L + e_R) & e_H & 1 \end{bmatrix}$$

[I]: 単位行列

[A-5] 行列 $\{\delta\}$, $\{\bar{\delta}\}$, $[B]$ の内容 (式 (16・a))

$$\begin{aligned} \{\delta\} &= \{\{\zeta\}\{\varphi\}\}^T \\ \{\zeta\} &= \{\{\zeta_1\} \dots \{\zeta_s\}\}^T, \{\varphi\} = \{\{\varphi_1\} \dots \{\varphi_s\}\}^T \\ \{\zeta_1\} &= \{u_{1,1}, w_{1,1}, \psi_{1,1}, \dots, u_{1,n}, w_{1,n}, \psi_{1,n}\}^T, \dots \\ \{\zeta_s\} &= \{u_{s,1}, w_{s,1}, \psi_{s,1}, \dots, u_{s,n}, w_{s,n}, \psi_{s,n}\}^T \\ \{\varphi_1\} &= \{\varphi_{1,1}, \dots, \varphi_{1,n}\}^T, \dots, \{\varphi_s\} = \{\varphi_{s,1}, \dots, \varphi_{s,n}\}^T \\ \{\bar{\delta}\} &= \{\{\bar{\zeta}\}\{\bar{\varphi}\}\}^T \\ \{\bar{\zeta}\} &= \{\{\bar{\zeta}_1\} \dots \{\bar{\zeta}_s\}\}^T, \{\bar{\varphi}\} = \{\{\bar{\varphi}_1\} \dots \{\bar{\varphi}_s\}\}^T \\ \{\bar{\zeta}_1\} &= \{\bar{a}_{1,1}, \bar{w}_{1,1}, \bar{\theta}_{1,1}, \dots, \bar{a}_{1,n}, \bar{w}_{1,n}, \bar{\theta}_{1,n}\}^T, \dots \\ \{\bar{\zeta}_s\} &= \{\bar{a}_{s,1}, \bar{w}_{s,1}, \bar{\theta}_{s,1}, \dots, \bar{a}_{s,n}, \bar{w}_{s,n}, \bar{\theta}_{s,n}\}^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [f_{YY}] &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} \begin{bmatrix} \sin^2 k_m c_1 [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \dots \sin k_m c_s \sin k_m c_1 [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \\ \vdots \\ \sin k_m c_1 \sin k_m c_s [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \dots \sin^2 k_m c_s [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \end{bmatrix} \\ [f_{YZ}] &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} k_m \begin{bmatrix} \cos k_m c_1 \sin k_m c_1 [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \dots \cos k_m c_s \sin k_m c_1 [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \\ \vdots \\ \cos k_m c_1 \sin k_m c_s [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \dots \cos k_m c_s \sin k_m c_s [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \end{bmatrix} \\ [f_{ZY}] &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} k_m \begin{bmatrix} \sin k_m c_1 \cos k_m c_1 [R] [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \dots \sin k_m c_s \cos k_m c_1 [R] [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \\ \vdots \\ \sin k_m c_1 \cos k_m c_s [R] [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \dots \sin k_m c_s \cos k_m c_s [R] [F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m \end{bmatrix} \\ [f_{ZZ}] &= \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} k_m^2 \begin{bmatrix} \cos^2 k_m c_1 [R] [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \dots \cos k_m c_s \cos k_m c_1 [R] [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \\ \vdots \\ \cos k_m c_1 \cos k_m c_s [R] [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \dots \cos^2 k_m c_s [R] [F_{u,w,\psi}^{V(n)}]_m [R] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{1}{r_1} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \frac{1}{r_n} \end{bmatrix}$$

$c_1 \dots c_s$: 結合点位置の角距離

$[F_{u,w,\psi}^{H,V,M(3n)}]_m$ は基本構の節線たわみ性行列 $[F_m]$ から結合点のある節線 1~n の変位 u, w, ψ に関する行要素を抽出し、結合点のある節線 1~n の力 H, V, M に関する列要素を抽出して組み立てることを示し、() 内の数字は上が列数、下が行数を示す。他の行列 F の添字も同様の意味を表わす。

参考文献

- 1) 竹下 淳: 極異方性板理論による曲線橋の解析について, 土木技術, 16 巻, 3 号, pp. 5~10, 昭和36年3月。
- 2) 芳村 仁: 曲線直交異方性扇形平板の曲げについて, 土木学会論文集, 第82号, pp. 1~8, 昭和37年6月。
- 3) 奥村 勇: 曲線直交異方性扇形平板の階差法による解法, 土木学会論文集, 第140号, pp. 55~58, 昭和42年4月。
- 4) Heins, C.P. and R.L. Hails: Behavior of Stiffened Curved Plate Model, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 11, pp. 2353~2370, Nov., 1969.
- 5) Cheung, Y.K.: The Analysis of Cylindrical Orthotropic Curved Bridge Decks, Publications IABSE, 29-II, pp. 41~52, 1969.
- 6) 大塚久哲・吉村虎蔵: 曲線直交異方性板理論による曲線桁橋解析における換算剛度について, 九大工学集報, 第48巻, 第5号, pp. 579~586, 昭和50年10月。

$$\{\bar{\varphi}_1\} = \{\bar{\theta}_{x1,1}, \dots, \bar{\theta}_{x1,n}\}^T, \dots, \{\bar{\varphi}_s\} = \{\bar{\theta}_{xs,1}, \dots, \bar{\theta}_{xs,n}\}^T$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [B_1] & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & [I] \end{bmatrix} \dots \dots \dots (16 \cdot b)$$

$$[B_1] = \dots = [B_{n \times s}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (e_L + e_R) \\ 0 & 1 & -e_H \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ただし e_R, e_H の値が結合点によって異なる場合には、それぞれの値を式 (15・b), (16・b) の各行列の要素に代入すればよい。

[A-6] 行列 $[f_{XX}]$ の内容 (式 (17・a))

$$[f_{XX}] = \begin{bmatrix} [f_{YY}] & [f_{YZ}] \\ [f_{ZY}] & [f_{ZZ}] \end{bmatrix} \dots \dots \dots (17 \cdot b)$$

- 7) 倉西 茂: 曲線格子桁の解法, 土木学会論文集, 第76号, pp. 13~18, 昭和36年9月。
- 8) 山本 宏: 円弧部材列を有する平面構造物に対するモーメント分配法, 土木学会論文集, 第174号, pp. 57~72, 1970年2月。
- 9) 稼農知徳: 曲線格子桁の実用解析法, 土木学会論文集, 第189号, pp. 1~12, 1971年5月。
- 10) 渡辺 昇・稼農知徳・藤井裕司: 曲げねじれ剛性をもった曲線桁橋の剛性マトリックス法による解析, 土木学会論文集, 第218号, pp. 1~8, 1973年10月。
- 11) 薄木征三・稼農知徳: 薄肉断面曲線材の変形法による解析, 土木学会論文集, 第235号, pp. 29~39, 1975年3月。
- 12) 小西一郎・小松定夫: 薄肉曲線桁の基礎理論, 土木学会論文集, 第87号, pp. 35~46, 昭和37年11月。
- 13) 小西一郎・小松定夫: 単純支持曲線桁橋の立体的解析, 土木学会論文集, 第90号, pp. 11~26, 昭和38年2月。
- 14) 小西一郎・小松定夫: 薄肉連続曲線桁橋の立体的解析, 土木学会論文集, 第91号, pp. 13~23, 昭和38年3月。
- 15) 小松定夫: 曲線並列桁橋の実用計算式, 土木学会論文集, 第93号, pp. 1~9, 昭和38年5月。
- 16) 倉西 茂: 一般薄肉断面の曲りばりの解析, 土木学会論文集, 第108号, pp. 7~12, 昭和39年8月。
- 17) 深沢泰晴: 薄肉曲線材の静力学的解析に関する基礎理論, 土木学会論文集, 第110号, pp. 30~51, 昭和39年10月。
- 18) 西野文雄・深沢泰晴: ひずみ場の仮定に基づく薄肉曲がりばりの静的挙動の定式化, 土木学会論文集, 第247号, pp. 9~20, 1976年3月。
- 19) 平井一男: 種々の移動荷重をうけるはり構造の基礎方程

- 式とその応用, 土木学会論文集, 第 90 号, pp. 29~36, 昭和 38 年 2 月.
- 20) 吉村虎蔵・平井一男: ランガー桁の動的解析, 土木学会論文集, 第 101 号, pp. 1~14, 昭和 39 年 1 月.
- 21) 平井一男: 結合法による弾性支承を有する連続ばりの動的解析, 土木学会論文集, 第 104 号, pp. 1~8, 昭和 39 年 4 月.
- 22) 吉村虎蔵・平井一男: はりあるいはラーメンとトラスとを組合わせた構造物の動的および静的解析法について, 土木学会論文集, 第 116 号, pp. 1~7, 昭和 40 年 4 月.
- 23) 吉村虎蔵・平井一男: 単位構造物の結合による骨組の動的解析, コンピューターによるマトリックス構造解析法講習会テキスト, 日本鋼構造協会, 昭和 46 年 3 月.
- 24) Yonezawa, H.: Moments and Free Vibrations in Curved Girder Bridges, Proc. ASCE, Vol. 88, No. EM 1, pp. 1~21, Feb., 1962.
- 25) 山崎徳也・樺木 武・金子忠男: 連続円形曲りばりにて弾性支持される扇形板の解法, 九大工学集報, 第 41 巻, 第 6 号, pp. 915~923, 昭和 43 年 12 月.
- 26) Yamasaki, T. and T. Kaneko: Free Vibration of Circular Ring Sector Plate with Stiffening Beams, Proc. the 19th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1969, pp. 147~152, Dec., 1970.
- 27) Yamasaki, T. and T. Kaneko: Analysis of Curvilinear Orthotropic Circular Ring Sector Plates with two Opposite Circular Edges Stiffened with Frames, Proc. the 20th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1970, pp. 161~174, Dec., 1971.
- 28) Otsuka, H.: Finite Difference Analysis of Circular Ring Sector Plates Supported by Edge-Beams, Proc. JSCE, No. 220, pp. 107~115, Dec., 1973.
- 29) 大塚久哲・吉村虎蔵: 差分法による周辺弾性支持曲線直交異方性扇形平板の解析, 九大工学集報, 第 47 巻, 第 4 号, pp. 413~420, 昭和 49 年 9 月.
- 30) 菫沢憲吉: 曲り梁と曲線スラブからなる構造の解析について, 北大工学部研究報告, 第 68 号, pp. 1~10, 昭和 48 年 9 月.
- 31) Buragohain, D.N. and S.B. Agrawal: Discrete Analysis of Curved Slab-Beam Systems, Publications IABSE, 34-II, pp. 19~37, 1974.
- 32) Cheung, M.S. and Y.K. Cheung: Analysis of Curved Box Girder Bridges by Finite Strip Method, Publications IABSE, 31-I, pp. 1~19, 1971.
- 33) 大塚久哲・吉村虎蔵・彦坂 照・藤津卓司: 有限帯板法による中間隔壁をもつ曲線箱桁橋の解析, 九大工学集報, 第 49 巻, 第 2 号, pp. 67~74, 昭和 51 年 3 月.
- 34) 阪神高速道路公団: 鋼構造物設計基準, pp. 44~48, 昭和 49 年 5 月.
- 35) 彦坂 照・内谷 保・大塚久哲: 差分法と剛性法の併用による斜角支持曲線桁橋の解析, 九大工学集報, 第 49 巻, 第 3 号, pp. 247~252, 昭和 51 年 6 月.

(1976. 5. 13・受付)