

【ノート】

曲線桁橋の振動性状解析に対する常時微動測定法の適用

AN ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A CURVED BRIDGE
BY AMBIENT VIBRATION MEASUREMENTS小坪 清真*・鳥野 清**・園田 敏矢***
By Seima KOTSUBO, Kiyoshi UNO and Toshiya SONODA

1. 緒 言

福岡南インターチェンジ3号橋は九州縦貫道に流入するランプの途中に架設された3つの橋梁からなる、一部に鋼管橋脚を有する曲線橋である。一般に、曲線橋は複雑な振動をするために、起振機を用いた振動試験（以後、起振機試験という）で、その振動性状を求めようとすると、加振点、加振方向を種々変化させる必要があり多大の労力がある。したがって、この種の橋梁に対しては常時微動測定による方法が便利であるが、3方向（水平2方向、上下方向）同時測定による測定法、解析法およびその精度等はまだ明らかにされていない^{1),2)}。

本論文は本橋に対して、常時微動測定による振動性状解析を行い、その測定法およびスペクトル解析法を示す

と共に、この解析結果と起振機試験結果とを比較することにより、常時微動測定による振動性状解析が複雑な振動をする曲線橋に対しても有効であることを示した。

2. 橋梁概要

橋梁の一般図を図-1に示す。この橋梁の主な特徴を上げると、上部工は橋脚 P1~P5 までは一部クロソイドを含む半径 50 m の曲線からなる5径間連続箱桁橋（2主桁）、橋脚 P5~P8 までは曲線を一部含んだ3径間 R.C. 中空桁橋、橋脚 P8~P10 までは直線の3径間 R.C. 中空桁となっている。下部工としては橋脚 P2 が福岡南バイパスの中央分離帯の中に築造されるため、構造の制約から直径 1.5 m の鋼管構造となっているが、他の橋脚は直径 2.2 m の R.C. 構造である。

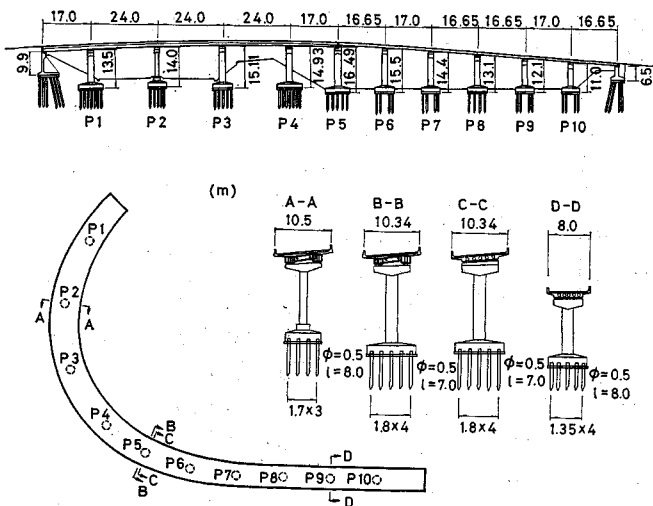


図-1 橋梁一般図

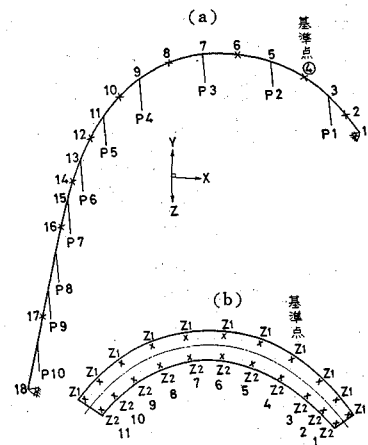


図-2 測点および測定方法

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学教室
*** 正会員 九州大学助手 工学部土木工学教室

** 正会員 工修 九州大学助手 工学部土木工学教室

3. 常時微動測定による振動性状解析

(1) 測定概要

本橋の振動は曲線橋であるため立体的に考えなければならない。したがって、水平2方向、上下方向の3方向を同時測定することにした。

図-2 に測点の概略を示す。測定方向としては測点1と測点11を結ぶ方向を x 方向とし、この x 方向に対して水平直角方向を y 方向、上下方向を z 方向とし、図中の矢印方向をそれぞれ正方向とした。

図-2(a) に示した測点はねじれ振動を含まないように、道路断面の中央線上に設けた測点で、各橋脚上と各スパン中央を測点とした。データレコーダーは7ch.しかないで、測点4を基準点におき、1, 2, 3ch. に基準点4のそれぞれ x, y, z 方向を記録することにより、基準点と1つの測点の3方向同時測定とした。

図-2(b) はねじれ振動を把握するために設けた測点であり、測点1~11までの各道路断面の両端の z 方向の振動を求めようとするもので、円弧の外側を z_1 、内側を z_2 とし、測点4の z_1 方向を基準点とした。測定方法としては基準点4の z_1 方向を常に基準にし、他の測点の z_1, z_2 方向の振動を同時測定した。

ピックアップとしては速度型電磁式地震計(感度2V/kine, 周波数特性1.5Hz以上平坦)を水平動用4台、上下動用3台を用いた。

(2) データ処理

データレコーダーに記録されたものを、解析精度を高めるために耐震上重要でない10Hz以上をローパスフィルターでカットした上、サンプリング間隔 $\Delta t=0.02$ 秒でデジタル化した。次に、パワースペクトルの計算に用いるデータ個数 N の決定は減衰定数の精度に大きく関係するので難しいが、以下に示す考え方が1つの目安となる。いま、 S 次の固有振動数を f_s 、減衰定数を h_s 、パワースペクトルの共振点におけるパワーの半分に相当する振動数を f_s^* 、 f_s^{**} とし、 f_s^{**} と f_s^* の差 f_s^H とすれば次式が成り立つ。

$$f_s^H = f_s^{**} - f_s^* = 2h_s f_s$$

一方、デジタル量のデータから計算されるパワースペクトルの周波数間隔は $\Delta f = 1/(\Delta t \times N)$ となるが、この式において、 Δt はサンプリングの定理などから決定されるため、 Δf は N の値で決まることになる。したがって、 N をあまり大きくすると Δf を非常に小さくすることになり、パワースペクトルの変動が大きくなる。また N が小さすぎるとパワースペクトルを完全に表現で

きなくなる。結局、減衰定数を精度よく求めるのに必要な Δf は f_s^H の $1/2 \sim 1/4$ 程度が最適といえる。著者らが過去に種々の橋梁に対して常時微動測定による振動性状解析を行い起振機試験と比較した結果、1次の固有振動数が1Hz程度のコンクリート橋では $N=2048$ ($\Delta f=1/(0.02 \times 2048)=0.024$ Hz)、鋼構造橋では $N=4096$ ($\Delta f=1/(0.02 \times 4096)=0.012$ Hz)程度とすれば減衰定数を精度よく求められることがわかった。したがって、本橋に対しては $N=2048$ 個でFFTを用いてパワースペクトルを計算した。

(3) 計算処理法

本橋は立体的振動をするために、 x, y, z 方向を同時に考えなければならない。以下に実際の計算をするにあたっての方法を述べる。

いま、測点 j において同時測定した x, y, z 方向の応答変位 $u_x(t), u_y(t), u_z(t)$ をフーリエ級数に展開した形を考える。次に S 次の共振点(固有円振動数 n_s)における x, y, z 方向のパワースペクトルを $S_x(n_s), S_y(n_s), S_z(n_s)$ とすれば、 n_s における3方向それぞれの応答変位のフーリエ係数を用いて、 x, y, z 成分はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} x \text{ 成分} \\ A_s \cos n_s t + B_s \sin n_s t &= \sqrt{A_s^2 + B_s^2} \cos(n_s t - \varphi_1) \\ &\propto \sqrt{S_x(n_s)} \cos(n_s t - \varphi_1) \\ y \text{ 成分} \\ C_s \cos n_s t + D_s \sin n_s t &\propto \sqrt{S_y(n_s)} \cos(n_s t - \varphi_2) \\ z \text{ 成分} \\ E_s \cos n_s t + F_s \sin n_s t &\propto \sqrt{S_z(n_s)} \cos(n_s t - \varphi_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \tan^{-1}(B_s/A_s) \\ \varphi_2 &= \tan^{-1}(D_s/C_s) \\ \varphi_3 &= \tan^{-1}(F_s/E_s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

共振点においては x, y, z 方向の振動は同時に最大値をとるから、 x, y, z 成分の合成ベクトル $W_{xyz}(n_s)$

は各成分の最大値のベクトル和と考えてよい。図-3を参照して $W_{xyz}(n_s)$ の値、 $W_{xyz}(n_s)$ と xy 平面のなす角 θ の値、 x, y 成分の合成ベクトル $W_{xy}(n_s)$ の値、および $W_{xy}(n_s)$ と x 軸のなす角 γ は次式で求められる。

$$W_{xy}(n_s) = \sqrt{S_x(n_s) + S_y(n_s)} \dots\dots\dots (3)$$

$$W_{xyz}(n_s) = \sqrt{S_x(n_s) + S_y(n_s) + S_z(n_s)} \dots\dots (4)$$

$$\theta = \tan^{-1} \sqrt{S_z(n_s) / \{S_x(n_s) + S_y(n_s)\}} \dots\dots (5)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \sqrt{S_y(n_s) / S_x(n_s)} \dots\dots\dots (6)$$

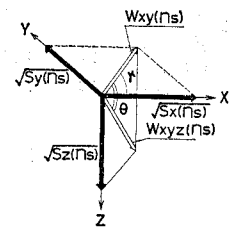


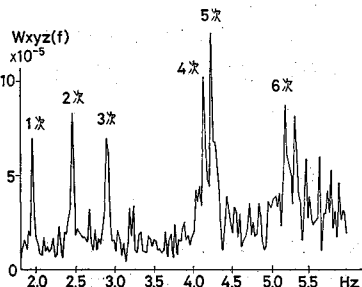
図-3

ここで、座標軸 x, y, z 軸の正の方向は地震計の設置方向で決定されるから測定する際に注意を要する。

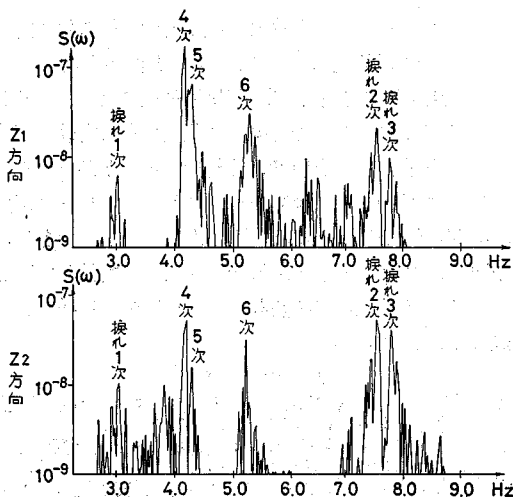
結局、共振点において、式 (2) から求められる x 方向の位相 φ_1 に対する y 方向の位相 φ_2 との位相差 ($|\varphi_2 - \varphi_1|$) の値はゼロか π であるから、 $W_{xy}(n_s)$ が xy 平面のどの象限にあるか判別できる。同様に $|\varphi_3 - \varphi_1|$ の値から z 方向の正負も判断できるから、最終的に $W_{xyz}(n_s)$ の方向を決定することができる。いま j 測点と基準点の x, y, z 方向の合成ベクトルを $W_{jxyz}(n_s)$ 、 $W_{基準xyz}(n_s)$ とすれば、各測点において $W_{jxyz}(n_s)/W_{基準xyz}(n_s)$ の値を求め、先に述べた位相の関係から変位モードを求めることができる。モードを求める場合には 3 方向の合成ベクトル $W_{基準xyz}(n_s)$ を基準にして比を求めると誤差が少ない。

(4) スペクトル解析結果

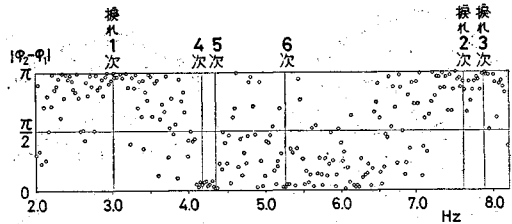
図—4 に基準点に選んだ測点 4 の x, y, z 方向の合成ベクトル $W_{xyz}(f)$ を示す。この図から、ねじれ振動以外の固有振動数が容易に判断できる。次に、求められた各固有振動数に対応する角度 θ (図—3 参照) を式 (5) を用いて各測点で計算してみると、1, 2, 3 次振動にお



図—4 測点の合成ベクトル $W_{xyz}(f)$



図—5 測点 8 の z_1 と z_2 のパワースペクトル



図—6 測点 8 における z_2 と z_1 の位相差

いて角度 θ はほとんどゼロに近く水平振動であることがわかった。それに反して、4, 5, 6 次振動においては θ の値が比較的大きく、それに xy 平面の動き (水平振動) 成分である $W_{xyz}(n_s) \cos \theta$ の値も割合に大きいことから、この振動は主として上下振動であるが水平振動と連成していることがわかった。

図—5 はねじれ振動を検出するために求めた、測点 8 の z_1 と z_2 のパワースペクトルである。この振動には当然ねじれ振動だけでなく上下振動も含まれている。したがって、ねじれ振動と上下振動の判別をする必要がある。いま、求めた z_1, z_2 の上下方向振動に対して、それぞれの位相 φ_1, φ_2 を式 (2) に用いて計算し、 $|\varphi_2 - \varphi_1|$ の値がゼロであれば z_1 と z_2 は同位相であるから、単に上下振動であると判断できるし、 $|\varphi_2 - \varphi_1|$ の値が π 近傍の値であれば逆位相であるから、桁が断面方向にねじれていることになりねじれ振動であると判断できる。

図—6 に 図—5 に示した測点 8 の z_1 と z_2 の位相差を示す。各固有振動数に対応するところに縦に実線を入れてみるとねじれ振動と上下振動の区別が上記の考え方から容易にわかる。次に 図—5 と 図—6 の両方の比較から 4, 5, 6 次振動は z_1 と z_2 が同位相であることから上下振動であると判断できるが、図—5 における z_1 と z_2 のパワースペクトルの値が異なることから、ねじれ変形をも同時に生じていることがわかる。

4. スペクトル解析結果と起振機試験結果の比較

(1) 固有振動数

表—1 は固有振動数の比較であるが両者ともよく一致している。ねじれ振動に対しては起振機試験で求められていないため常時微動測定結果のみを示す。

(2) 変位モード

図—7 に変位モードの比較を示す。図には水平振動成分と上下振動成分を分離して示している。図中の $\bullet-\bullet-$ 印および $-\bullet-\bullet-$ 印はそれぞれ常時微動測定から得られた水平振動成分と上下振動成分を示す。起振機試験結果

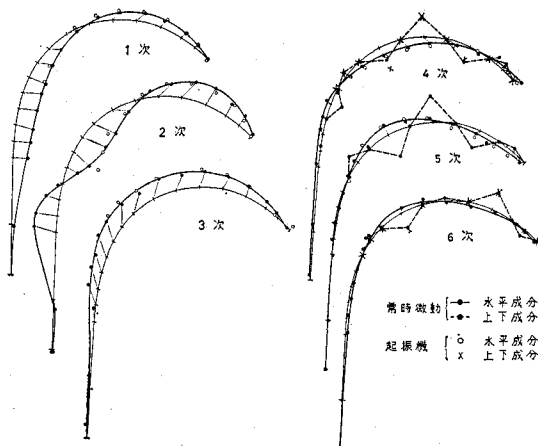


図-7 変位モード

表-1 固有振動数 (Hz)

次数	起振機試験	常時微動	備考
1	1.88	1.93	水平振動
2	2.38	2.45	〃
3	2.78	2.89	〃
4	4.15	4.09	主に上下振動
5	4.50	4.22	〃
6	5.18	5.22	〃
1		3.02	ねじれ振動
2		7.62	〃
3		7.86	〃

は○印で水平振動成分，×印で上下振動成分を示した。振動の方向は図-3に示した矢印方向を正とした。図中に示すように起振機試験では5次の上下振動，6次の水平振動を捉えていない。起振機試験は測点1～11までしか求めているが，この測点間のモードに対して常時微動測定結果とよく一致しているので，測点12～18における常時微動測定によるモードは十分信頼のおけるものであると考えられる。

図-8にねじれ振動のモードを示す。起振機試験が行われていないので比較はできないが，ねじれ振動の状態がうまくでており，常時微動測定で十分求められることを示している。図によれば橋脚のある測点より各スパン中央の測点がよくねじれていることがわかる。

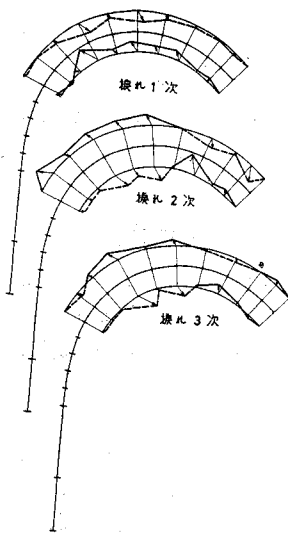


図-8 ねじれモード

(3) 減衰定数

表-2 減衰定数 (%)

次数	起振機試験	常時微動
1	1.68	1.17
2	1.33	0.97
3	2.47	0.70
4	—	0.58
5	—	0.72
6	—	0.52

表-2に減衰定数の比較を示す。常時微動測定結果はデータ個数 $N=2048$ 個に対して得られたパワースペクトルから最小2乗法^{(1),(2)}

より求めたものである。この結果と起振機試験結果を比較してみると，1，2次振動は比較的一致しているが，一般に起振機試験結果の方が常時微動解析結果に比べて減衰定数が大きく算出されている。特に3次においてこの傾向が著しい。この原因としては起振機試験では減衰定数が小さいと，共振点を捉えることが難しく，完全な共振曲線を求めることができない。したがって，この共振曲線から $1/\sqrt{2}$ 法で減衰定数を算出する場合には，どうしても大きめの値となり誤差が大きくなる。事実，本橋に対する起振機試験において，高次振動では完全な共振曲線が得られなかったため，3次振動においては減衰定数を算出できた測点が少なく，4次以上では全く計算できない状態であった。

ここで，起振機試験結果から1次の f_s^H を計算してみると， $f_s^H=2 \times 0.0168 \times 1.88=0.063$ Hz となる。一方，本解析に用いた Δf は $\Delta f=1/(0.02 \times 2048)=0.024$ Hz となり， Δf が f_s^H の $1/3$ 程度であり， $N=2048$ 個は妥当であった。

5. 結 論

以上の結果をまとめると次の通りである。

(1) 曲線橋の振動性状を求める場合には立体的振動をするために，水平2方向，上下方向の3方向同時測定をする必要がある。

(2) 曲線橋のような複雑な振動をする構造物に対しても，常時微動測定によって，3方向を同時測定し，3.5に示した手順で解析すれば，起振機試験のようにある次数をとりそこなうことなく振動性状（固有振動数，変位モード，減衰定数）を精度よく解析することができる。

(3) 本橋のような種類の橋梁に対して，データ個数 $N=2048$ 個で十分に振動性状を求めることができる。

最後に，本橋に対する起振機試験結果を提供して下さった，日本道路公団福岡建設局，川田工業の皆様に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 小坪・鳥野：常時微動による構造物の振動性状解析，土木学会論文報告集，第222号，1974年2月。
- 2) 宮崎・五十嵐・高西・鳥野：外津橋の振動性状測定とその理論的考察，橋梁と基礎，Vol. 9, No. 4, 1975年。
- 3) J.S. ペンダット，A.G. ピアソル（得丸英勝訳）：ランダムデータの統計的处理，培風館。

(1976.5.6・受付)