

吊り上げ時の I 形はりの横倒れ安定について

LATERAL INSTABILITY OF BEAMS DURING LIFTING

福本 晴士*・山崎 康 嗣**

By Yuhshi FUKUMOTO and Yasutsugu YAMASAKI

1. 結 言

構造物の大型化やそれに伴う架設時の大ブロック化が進むにつれて、大スパンの桁構造やスレンダーな部材を吊り上げる機会が多くなってきている。完成時には、横構、対傾構によって個々の主部材の横方向への安定性および構造全体の横方向への安定性の確保が期待できるが、それに比べると製作、架設時の横方向の安定性は低く、死荷重による桁全体としての横倒れ不安定が生じやすくなる。

I 桁の架設工法の一つとして、1本の桁として吊り上げて架設する場合、あるいは、工場内での I 桁を運搬移動する場合のように、桁の吊り上げの操作は、日常数多く経験するが、それらの安全性に関する検討は、必ずしも満足できるものではなく、日本道路協会編「鋼道路橋施工便覧」に説明されている架設時の横倒れ座屈に関する規定も、理論的にはあまり明確ではない。

単純ばり、連続ばり、ラーメンなどの横倒れ座屈については、すでに多くの研究成果があり、さらに、最近のこの分野の発展には目ざましいものがある。しかしながら、これらの文献のレビューは本論文で取扱う範囲外として言及しないものとする。

ここでは、吊り上げという特殊な支持条件のもとにある桁の横倒れ座屈を扱った。ケーブルによって吊られた桁は横倒れ安定に対して弱く、通常、支持点にてねじれに対して単純支持された桁の横倒れ座屈強度よりもかなり低くなる。Swann and Godden⁹⁾は、吊り上げ時のコンクリート桁の横倒れ座屈を Newmark の数値積分法によって、両端および両 4 等分点で鉛直吊りまたは斜め吊りの場合を求めており、そして、アルミ材およびポストテンションコンクリート材を用いて模型実験を行って

る。Unger⁷⁾は伝達マトリックス法により、斜張橋の主桁に注目して、ケーブルにより鉛直または斜めに吊られた桁の横倒れ座屈の弾性解を求めている。Johansson⁸⁾はエネルギー法により、ケーブルで吊られた桁を解き、ケーブルで上フランジまたはそれより高い位置で吊られた桁は、安全率 1.75 を考慮して、 $(L/b)^3 Q/Eth_t < 3$ では、桁はその両端で、また、 $(L/b)^3 Q/Eth_t < 190$ では、桁は両 4 等分点で安全に吊り上げることができるとしている。ここに、 Q : 桁の全重量、 E : ヤング率、 L : 桁の全長、 b, t : フランジ幅、厚、 h_t : 上下フランジ中心線間距離である。

本論文は、吊り上げられたはりが自重によって横倒れ座屈する場合のように、比較的スレンダーなはりが弾性座屈する場合を対象とし、座屈時の面内変形の影響を考慮に入れ、吊り方(鉛直吊り、斜め吊り)、吊り位置、吊り点の高さ、はり断面の形状、などと座屈強度との関係を明らかにし、実用規定への基礎資料を提供しようとするものである。なお、解析には有限積分法(Finite Integral Method)¹⁾を用いた。

2. 基礎方程式と解法

(1) 基礎方程式

2 軸対称 I 形断面はりの変形前の位置を固定座標系 X, Y, Z で定義する。点 O は断面のせん断中心である。桁に鉛直荷重が作用し、断面が鉛直下方に v 変位した後に横倒れ座屈するとき、断面は Y, X 軸方向に v, u 変位し、 Z 軸まわりに ϕ だけ回転するとする (Fig. 1)。

いま、変形後の桁断面を x, y, z 座標系で定義すると、 z 軸は任意断面 $Q(s)$ における変形後の部材軸の接線となる。いま、断面 $Q(s)$ における断面力を $M_x, M_y, M_z, N_x, N_y, N_z$ とすると (Fig. 2)⁶⁾,

$$\left. \frac{dM_x}{ds} = N_y + M_y \tau + M_z \kappa_y \right\}$$

* 正会員 Ph. D., 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 石川島播磨重工業(株) 前名大大学院

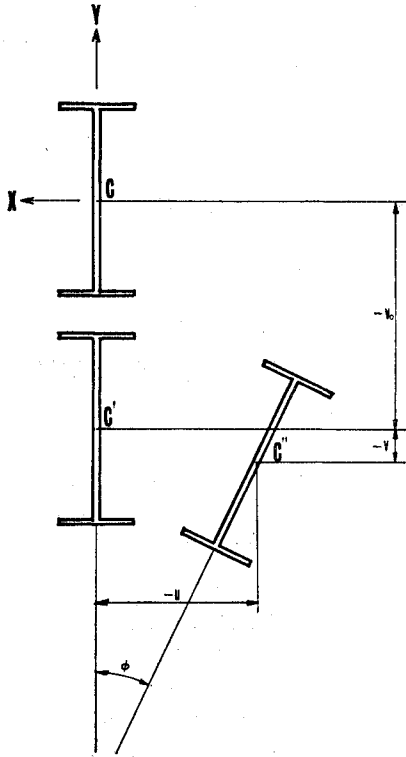


Fig. 1 Beam Displacements before and after Buckling

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_y}{ds} &= -N_x - M_x \tau + M_z \kappa_x \\ \frac{dM_x}{ds} &= -M_x \kappa_y - M_y \kappa_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここに、 κ_x, κ_y は x 軸、 y 軸まわりの曲率、 τ は z 軸まわりのねじり率、 s は部材軸に沿った長さである。

一方、モーメントと曲率およびねじり角との関係は⁹⁾、

$$\left. \begin{aligned} M_x &= EI_x \kappa_x \\ M_y &= -EI_y \kappa_y \\ M_z &= (GJ + N_z r_0^2) \tau - EI_\omega \tau'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

で表わせるので、式 (2) を式 (1) に代入することにより、桁の横倒れの基礎方程式は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} EI_x \kappa_x' &= N_y - EI_y \kappa_y \tau \\ &\quad + [(GJ + N_z r_0^2) \tau - EI_\omega \tau''] \kappa_x \\ EI_y \kappa_y' &= N_x + EI_x \kappa_x \tau \\ &\quad - [(GJ + N_z r_0^2) \tau - EI_\omega \tau''] \kappa_y \\ (GJ + N_z r_0^2) \tau' - EI_\omega \tau''' &= -E \kappa_x \kappa_y (I_x - I_y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 GJ は St. Venant のねじり剛度、 $N_z r_0^2$ は引張力 N_z によるねじり剛度の増加の項であり、 $r_0^2 = (I_x + I_y)/A$ 、 EI_ω はそりねじり剛度である。

また、これらの式の N_x, N_y, N_z と固定座標系における N_X, N_Y, N_Z の間の座標変換マトリックスは、次のように表わせる⁹⁾。

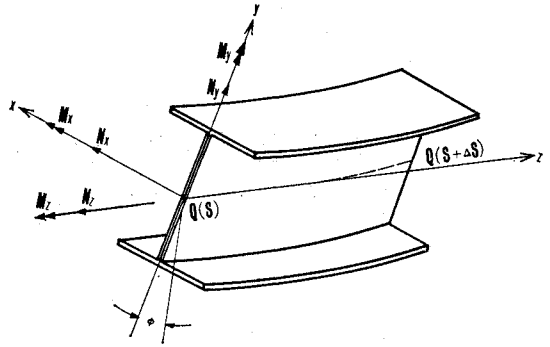


Fig. 2 Element of Deformed Beam showing Movable $x-y-z$ axis System

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} N_X \\ N_Y \\ N_Z \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & \phi \cos \alpha - \beta \sin \alpha & -\beta \cos \alpha - \phi \sin \alpha \\ -\phi & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 α は断面 Q における重心軸の接線方向と水平軸との角、 β は鉛直軸と y 軸との間の角、 ϕ は Z 軸まわりの回転角である。横倒れ座屈の場合、荷重面内のたわみ角 α は微小量であるが有限値であるのに比べて、面外へ変形の β, ϕ は高次の微小量であるとした。

(2) 吊り上げ点の境界条件

吊り上げ時の桁の横倒れ変形によって、吊り上げ点に

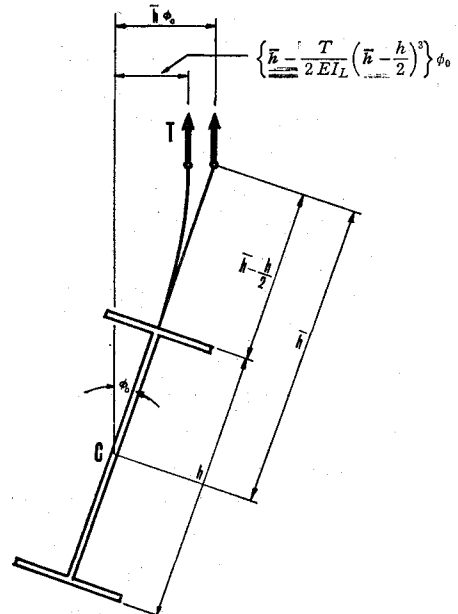


Fig. 3 Suspended Condition at the Lifting Point

てはりが ϕ_0 だけねじれるとき、ねじれ角 ϕ_0 に対応した抵抗ねじりモーメントが生じる。

すなわち、ねじれに関する境界条件は、

$$(GJ + N_z r_0^2) \phi_0' - EI_\omega \phi_0''' = M_t \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに、 M_t は抵抗ねじりモーメントであり、吊り具の曲げ変形を考慮すると、次式のようなになる (Fig. 3)。

$$M_t = T \left\{ \bar{h} - \frac{T}{3EI_L} \left(\bar{h} - \frac{h}{2} \right)^3 \right\} \phi_0 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 EI_L は吊り具の曲げ剛度、 \bar{h} ははりのせん断中心と吊り具の先端との距離、 $\left(\bar{h} - \frac{h}{2} \right)$ は吊り具の長さ、 T は吊り上げ点の反力である。また、吊り具の曲げ剛度を無視すると、

$$M_t = T \frac{h}{2} \phi_0 \dots\dots\dots (8)$$

となり、上フランジ点で吊り上げる場合に相当する。

(3) 有限積分法による解

この方法は、差分法が分割点の変位 (u, v, ϕ , など) を未知量にとり、その導関数をこれらの未知量によって数値微分法により近似するのと同じに、分割点の変位の導関数、(たとえば u'', v'', ϕ'' , など) を未知量にとり、それより低次の導関数や変位をこれらの導関数により数値積分法によって近似する方法である。本解析で扱うような座屈問題では、数値微分法に比べて、より安定な演算法といわれており、分割数が同じであれば、差分法より有限積分法の方が、より精度のよい解が得られている^{1), 6)}。

静定ばりに等分布荷重が作用するときの横倒れ座屈荷重は、

$$q l_{cr} = r \sqrt{GJ \cdot EI_y} / l^2 \dots\dots\dots (9)$$

によって与えられる。式中の係数 r の値は、ねじりパラメーター Ct^2/C_1 、 $C=GJ$ 、St. Venant のねじり剛度、 $C_1=EI_\omega$ 、そりねじり剛度、の関数として求めることができる。

単純ばりに等分布荷重が作用する場合の、有限積分法による横倒れ座屈計算において、スパンの分割数を 12, 20 および 40 分割とし、また片持ばりに等分布荷重が作用する場合には分割数を 6, 10 および 20 分割とした。その結果、単純ばりでは 20 および 40 分割ともに係数 r の値は有効桁数 3 桁まで変化なく、また片持ばりでは 10 および 20 分割ともに係数 r の値は同じ

く 3 桁まで変化しなかった。また、これらの結果と文献 3), 5) と比較したところ、精度の上で十分な結果が得られた。以後の計算には、はりはずべて 20 等分割とした。

3. 吊り上げられたはりの横倒れ座屈強度

Fig. 4 に示すように、左右対称の任意の点で斜めケーブルによって吊り上げられたはりが自重によって座屈する場合を考える。桁の左半分に注目し、吊り上げ点の左右で、 N_x, N_y, N_z は式 (4), (5) より

吊り上げ点の左側 ($0 \leq z \leq l/2$)

$$\left. \begin{aligned} N_x &= -qz \phi \cos \alpha \\ N_y &= -qz \cos \alpha \\ N_z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

吊り上げ点の右側 ($l/2 \leq z \leq l$)

$$\left. \begin{aligned} N_x &= q \left(\frac{l}{2} - z \right) \phi \cos \alpha - \frac{ql}{2} \cot \theta \cdot \beta \cos \alpha \\ N_y &= q \left(\frac{l}{2} - z \right) \cos \alpha + \frac{ql}{2} \cot \theta \sin \alpha \\ N_z &= -\frac{ql}{2} \cot \theta \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

となる。

したがって、吊り上げ時の基礎式は吊り上げ点の左右で、式 (10), (11) を式 (3) に代入することにより次式のようなになる。このとき、第 1 式の右辺の第 2 項以下を高次の微小項として無視する。

吊り上げ点の左側 ($0 \leq z \leq l/2$)

$$\left. \begin{aligned} EI_x \kappa_x' &= -qz \cos \alpha \\ EI_y \kappa_y' &= -qz \phi \cos \alpha + EI_x \kappa_x \phi' \\ &\quad - (GJ \phi' - EI_\omega \phi''') \kappa_x \\ GJ \phi' - EI_\omega \phi''' &= -\kappa_x \kappa_y (EI_x - EI_y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

吊り上げ点の右側 ($l/2 \leq z \leq l$)

$$\left. \begin{aligned} EI_x \kappa_x' &= q \left(\frac{l}{2} - z \right) \cos \alpha + \frac{ql}{2} \cot \theta \sin \alpha \\ EI_y \kappa_y' &= q \left(\frac{l}{2} - z \right) \phi \cos \alpha - \frac{ql}{2} \cot \theta \cdot \beta \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

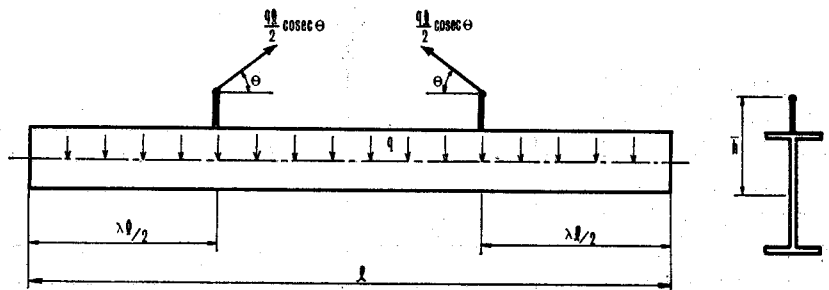


Fig. 4 Beam Lifted by the Inclined Cables under Own Weight

Table 1 Effect of In-Plane Deformation on the Factor γ Lifted at the Both Ends by the Vertical Cables

$\frac{Cl^2}{C_1}$	Neglect	h/b		
		5.0	4.5	4.0
		0.4	100.2	100.5
4.0	34.8	35.1	35.2	35.2
8.0	26.5	26.7	26.7	26.8
16.0	20.6	20.8	20.8	20.9
24.0	17.9	18.1	18.1	18.1
32.0	16.2	16.3	16.4	16.4
48.0	14.0	14.1	14.2	14.2
64.0	12.6	12.7	12.8	12.8
80.0	11.6	11.7	11.7	11.7
128.0	9.61	9.68	9.70	9.74
200.0	7.94	8.01	8.03	8.06
280.0	6.85	6.89	6.91	6.95
360.0	6.10	6.15	6.16	6.23
400.0	5.82	5.85	5.87	5.92

Table 2 Effect of In-Plane Deformation on the Factor γ Lifted at the Mid-Span by the Vertical Cables

$\frac{Cl^2}{C_1}$	Antisym. Mode				Sym. Mode			
	Neglect	h/b			Neglect	h/b		
		5.0	4.5	4.0		5.0	4.5	4.0
0.4	162.9	162.2	161.9	161.6	2114.8	2105.8	2102.0	2098.1
4.0	155.3	154.7	154.5	154.2	737.0	734.1	733.2	731.7
8.0	149.1	148.4	148.2	147.9	563.5	560.8	560.0	558.9
16.0	140.4	139.8	139.6	139.4	444.0	442.1	441.4	440.8
24.0	134.7	134.2	134.0	133.7	391.1	389.6	389.0	388.1
32.0	130.6	130.1	129.9	129.7	359.2	357.8	357.2	356.7
48.0	125.2	124.7	124.5	124.3	320.9	319.6	319.1	318.5
64.0	121.7	121.2	121.0	120.8	297.9	296.6	296.1	295.6
80.0	119.2	118.7	118.5	118.3	282.1	280.9	280.4	279.9
128.0	114.7	114.2	114.0	113.9	27.9	27.8	27.7	27.7
200.0	111.4	110.9	110.7	110.6	22.4	22.3	22.3	22.2
280.0	109.4	109.0	108.8	108.6	19.0	18.9	18.9	18.8
360.0	108.2	107.8	107.6	107.4	16.7	16.7	16.7	16.6
400.0	107.8	107.3	107.2	107.0	15.9	15.9	15.8	15.8

である。ここでは、両表ともにフランジ幅厚比 ($b/t=20$)、腹板幅厚比 ($h_w/w=120$) を一定とし、はり高とフランジ幅の比 ($h/b=4.0, 4.5, 5.0$) を3通りに変化させた断面について計算を行った。

両表より、面内変形の影響を無視することは、両端で鉛直吊りのはりでは安全側に、また中央点で吊り上げられたはりでは危険側であること、そして任意の中間点で吊られた桁では、吊り上げ点の外側と内側で面内変形が相殺しあうので、ここで示した2例が面内変形の影響の上限および下限であることがわかる。しかしながら、両表からみてもわかるように、吊り上げはりは通常スレンダーなはりが対象となり、面内変形も生じ易くなるが、この面内変形が式(9)係数値 γ におよぼす影響は全般的に極めて小さく、無視することによる危険側の場合も0.8%程度であり、面内変形の影響は無視してもよいと

考えられる。

(2) ねじりパラメーター Cl^2/C_1 と座屈強度

Table 3 は **Fig. 5** に示すように左右対称の任意点で $\bar{h}=h/2$ で吊り上げられたはりの式(9)の係数値 γ をねじりパラメーターに対して示したものである。表ははりの全長を20等分割して、左端より中央点までを節点0~10としてある。節点0は両端で、また、節点10は中央点で吊り上げた場合を示している。また、節点5~10では、対称座屈形と逆対称座屈形の2通りの値を示した。また、**Table 4** は吊り具の長さ $\bar{h} \rightarrow \infty$ としたときの係数値 γ を **Table 3** と同じ要領で示してある。 $\bar{h} \rightarrow \infty$ の場合には、吊り上げ点で座屈に対して単純支持されたはりの係数値 γ と一致している。

Fig. 6, 7 はそれぞれ節点0(両端)および節点7($\lambda=0.7$)の点で鉛直吊りしたはりの係数値 γ を、対称形

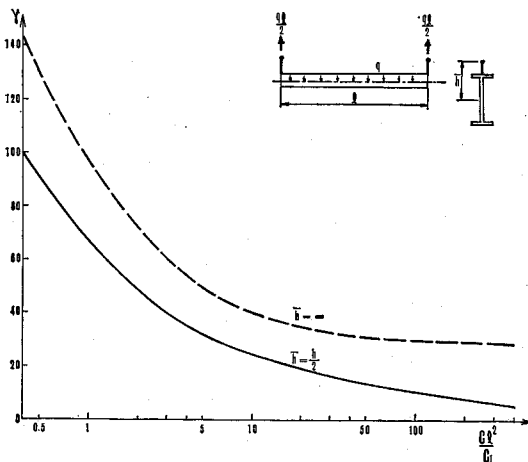


Fig. 6 Factor γ of Beam Lifted at the Both Ends by the Vertical Cables

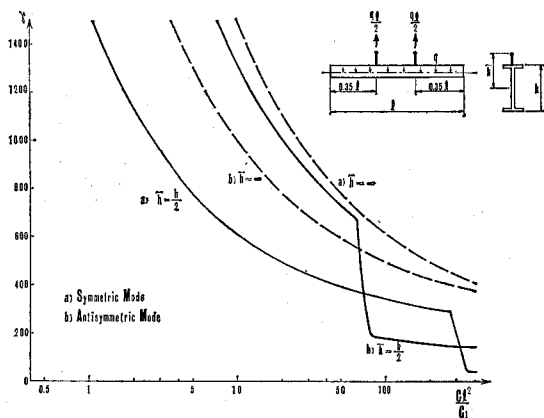


Fig. 7 Factor γ of Beam Lifted at the Two Points, $0.35L$, from the Both Ends

Table 3 Factor γ of Beam Lifted at the Two Points Equally Distant from the Both Ends by the Vertical Cables ($\bar{h}=h/2$)

$\frac{Cl^2}{C_1}$	Lifting Points (λ)										
	0 (0)	1 (0.1)	2 (0.2)	3 (0.3)	4 (0.4)	5 (0.5)	6 (0.6)	7 (0.7)	8 (0.8)	9 (0.9)	10 (1.0)
0.4	100.2	161.3	289.0	618.2	1942.1	7 120.7 13 783.1	3 333.6 7 677.0	2 394.7 5 911.4	2 147.8 493.5	2 099.5 224.6	2 114.8 162.9
4.0	34.8	56.3	101.2	217.4	683.4	2 396.8 4 544.6	1 168.1 2 532.3	847.8 1 956.0	754.3 246.8	733.1 174.2	737.0 155.3
8.0	26.5	42.9	77.6	166.8	526.2	1 875.0 3 349.5	901.8 1 864.2	656.3 1 442.2	580.2 214.6	561.3 162.9	563.5 149.1
16.0	20.6	33.6	61.2	132.1	418.3	1 550.0 2 541.4	724.0 1 407.8	526.2 1 089.5	461.0 188.8	443.2 150.8	444.0 140.4
24.0	17.9	29.2	53.7	116.4	370.2	1 416.5 2 199.5	647.3 1 211.3	469.1 936.3	408.4 175.7	390.9 143.5	391.1 134.7
32.0	16.2	26.5	49.0	106.6	340.7	1 338.9 2 001.4	601.7 1 095.9	434.8 845.6	376.8 167.1	359.5 138.5	359.2 130.6
48.0	14.0	23.0	43.0	94.2	304.5	1 247.1 1 772.3	547.3 960.5	393.7 738.2	338.9 156.3	321.7 131.9	320.9 125.2
64.0	12.6	20.6	39.2	86.2	281.9	1 191.7 1 638.6	514.6 880.6	368.9 674.4	316.2 149.5	298.9 127.6	297.9 121.7
80.0	11.6	18.9	36.3	80.3	265.8	1 153.2 1 548.6	492.3 826.5	352.0 182.3	300.7 144.7	36.6 124.6	282.1 119.2
128.0	9.61	15.5	30.8	68.6	235.3	1 083.4 1 391.9	453.2 732.4	322.4 166.4	273.7 136.2	28.4 119.1	27.9 114.7
200.0	7.94	12.6	26.0	58.0	209.7	1 029.4 1 277.6	424.9 664.4	301.0 154.3	32.1 129.7	22.1 115.0	22.4 111.4
280.0	6.85	10.5	22.8	50.2	191.7	995.7 1 209.7	408.2 624.6	288.4 146.7	27.2 125.7	18.0 112.5	19.0 109.4
360.0	6.10	9.09	20.6	44.4	178.9	974.1 1 167.8	78.6 600.3	30.9 141.9	24.0 123.2	15.3 110.9	16.7 108.2
400.0	5.82	8.51	19.7	42.0	173.6	965.9 324.6	74.7 207.6	28.8 140.0	22.8 122.3	14.2 110.3	15.9 107.8

Upper Line for Sym. Mode

Lower Line for Antisym. Mode

Table 4 Factor γ of Beam Simply Supported at the Two Points Equally Distant from the Both Ends ($\bar{h}=\infty$)

$\frac{Cl^2}{C_1}$	Supporting Points (λ)										
	0 (0)	1 (0.1)	2 (0.2)	3 (0.3)	4 (0.4)	5 (0.5)	6 (0.6)	7 (0.7)	8 (0.8)	9 (0.9)	10 (1.0)
0.4	144.1	222.7	377.8	752.5	2 147.3	6 482.8 11 710.6	2 924.0 6 489.7	7 064.3 4 244.0	2 037.8 2 877.9	1 691.5 2 051.6	1 539.7 162.9
4.0	53.0	81.6	137.7	271.8	766.6	2 350.5 3 933.1	3 271.3 2 187.8	2 289.9 1 441.9	719.3 984.6	592.0 706.8	535.3 155.3
8.0	42.5	65.3	109.6	214.4	598.2	1 860.8 2 942.9	2 384.1 1 639.2	1 658.9 1 085.7	555.3 744.1	453.7 535.8	407.7 149.1
16.0	36.1	55.3	91.9	177.1	485.9	4 624.7 2 278.6	1 774.5 2 932.9	1 221.9 843.1	443.5 579.1	358.2 417.4	319.0 140.4
24.0	33.8	51.5	84.7	161.6	437.5	3 877.2 1 997.7	1 511.6 2 432.9	1 031.7 737.7	394.3 506.5	315.8 364.8	279.3 134.7
32.0	32.5	49.4	80.7	152.5	408.8	3 437.9 1 834.2	1 357.2 2 143.9	919.3 674.8	364.7 463.0	290.3 333.0	255.3 130.6
48.0	31.2	47.1	76.1	141.8	374.7	2 923.7 3 789.1	1 176.1 799.7	786.9 599.6	329.2 410.7	259.5 294.6	226.4 125.2
64.0	30.5	45.8	73.5	135.5	354.3	2 620.4 3 361.3	1 068.9 1 596.8	708.3 554.2	307.9 379.2	241.0 271.3	208.9 121.7
80.0	30.1	45.0	71.7	131.2	340.5	2 414.1 3 071.8	996.1 1 459.5	654.9 523.1	293.4 357.5	228.4 255.2	196.9 119.2
128.0	29.4	43.7	68.6	123.7	316.6	2 048.9 2 563.2	868.1 1 219.6	560.8 467.7	268.0 319.2	206.1 226.5	175.7 114.7
200.0	29.0	42.7	66.3	118.2	299.6	1 769.1 2 183.0	773.5 1 043.6	490.7 426.3	249.7 290.7	189.6 204.6	159.8 111.4
280.0	28.8	42.1	65.0	115.0	289.8	1 590.2 1 947.5	716.8 938.2	447.9 401.0	239.0 273.6	179.5 190.9	150.2 109.4
360.0	28.7	41.7	64.1	112.9	283.8	1 469.6 1 793.8	681.5 872.4	420.4 384.8	232.5 262.9	173.1 181.9	144.0 108.2
400.0	28.7	41.5	63.8	112.1	281.7	1 421.5 1 734.0	668.2 847.8	409.8 378.6	230.0 258.9	170.6 178.3	141.7 107.8

Upper Line for Sym. Mode

Lower Line for Antisym. Mode

と逆対称形に対して求めたものである。Table 3, 4 から縦軸を係数値 r にとり、横軸は Cl^2/C_1 を対数目盛でとっている。 $\bar{h} \rightarrow \infty$ の点線は吊り上げ点を単純支持した場合に相当している。

Table 3, 4 および Fig. 6, 7 から、次のことが得られる。a) 両端で鉛直吊りのはり是对称形で座屈し、その係数値 r は両端単純支持の場合より低く、 $Cl^2/C_1=0.4$ では約 30%、 $Cl^2/C_1=400$ では約 80% と Cl^2/C_1 が大き

くなるに従って、その低下の程度は大きくなっている。b) 節点 1~4 で吊り上げられたはり是对称形で座屈している。節点 4 では、単純支持 ($\bar{h} \rightarrow \infty$) と仮定して求めた係数値 r より $Cl^2/C_1=0.4$ では約 10%、 $Cl^2/C_1=400$ では約 38% の低下となっている。c) 節点 5, 6 で吊り上げられたはり Cl^2/C_1 のほとんどの値において対称形で座屈する。d) 中央点で吊り上げられた桁は $Cl^2/C_1 < 100$ では逆対称形に座屈し、また $Cl^2/C_1 > 100$ では対称形座屈が生ずる。e) 吊り位置、吊り高さ、および Cl^2/C_1 の値の組合せによって r の値が急激に変化する場合があり、単純支持の場合とかなり異なった性状を示す。

(3) 吊り上げ位置と座屈強度

Fig. 8 (a)~(c) は $Cl^2/C_1=16.0, 64.0, 128.0$ のとき、はりを任意の対称点で吊り上げたときの係数値 r と吊り上げ位置との関係を示したものである。図中、 $\bar{h} \rightarrow \infty$ の点線は吊り上げ点を単純支持とした場合に相当する。また、一点鎖線は吊り上げ点の外側を一端自由、他端固定の片持ばり、内側を両端単純支持ばり（張り出し部を考慮せず）としたときの係数値 r の小さい方の値を示している。ピーク点より外側（左側）では両端単純支持の値を、内側（右側）では片持ばりの値である。

Fig. 8 (a)~(c) および Table 3 より鉛直吊りの桁の吊り上げ位置と係数値 r および座屈形の関係について、次のことが得られる。a) 鉛直吊りの場合の係数値 r は Cl^2/C_1 の値には無関係に、 $\lambda=0.5$ (節点 5)、すなわち桁長を 1:2:1 に分割する点付近で吊り上げる場合に最大値となる。この傾向は $Cl^2/C_1=16\sim 32$ では $\bar{h} \rightarrow \infty$

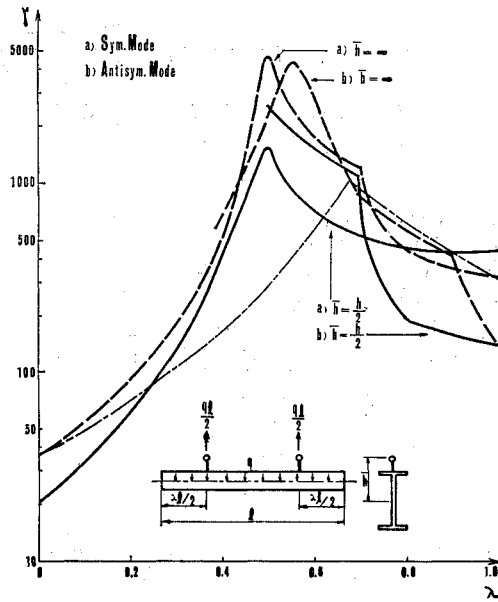


Fig. 8 (a) Factor γ of Beam Lifted at the Two Points Equally Distant from the Both Ends ($Cl^2/C_1=16.0$)

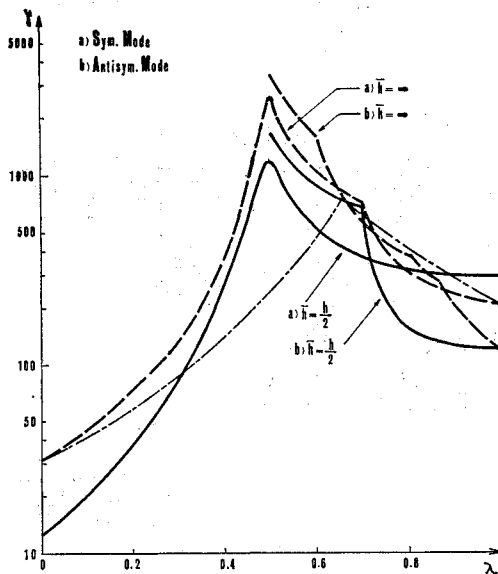


Fig. 8 (b) Factor γ for $Cl^2/C_1=64.0$

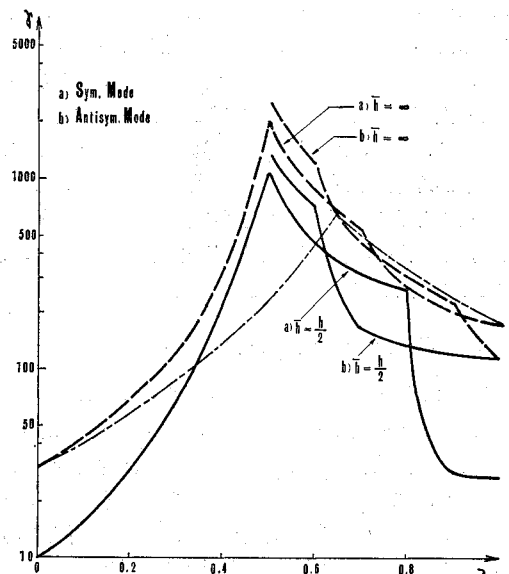


Fig. 8 (c) Factor γ for $Cl^2/C_1=128.0$

(単純支持)とした場合も同様である。b) $Cl^2/C_1 < 64$ では、 $\lambda=0.73$ 付近を境にして、それより外側で吊る場合は対称形で、また内側で吊り上げる場合は逆対称形で座屈する。一点鎖線からもわかるように、 $\lambda=0.73$ 付近より外側で吊る場合には、吊り点間の桁中央部の横倒れ座屈によって支配され、 $\lambda=0.73$ 付近より内側で吊る場合には、吊り点より外側の張出し部の座屈によって支配される。

5. 斜め吊りの場合の数値解析結果

(1) Cl^2/C_1 と座屈強度

Fig. 9, 10 および 11 は Fig. 4 に示すように左右対称の位置、 $\lambda=0, 0.5$ および 0.8 で $\bar{h}=h/2$ の点で斜め吊りされた時のはりの係数值 γ を横軸の Cl^2/C_1 に対して図示したものである。3つの図ともにフランジ幅厚比 ($b/t=20$)、腹板幅厚比 ($h_w/w=120$)、はり高とフランジ幅の比 ($h/b=4.5$) を一定とした断面形について計算を行った。

Fig. 9 は節点 0 すなわち両端において $\bar{h}=h/2$ で吊り上げた桁が $\theta=\pi/2$ (鉛直)、 $3\pi/8$, $\pi/4$ の 3 通りのときの Cl^2/C_1 と係数值 γ との関係を示してある。また、Fig. 10 は節点 5, すなわちはり長さを 1:2:1 に分割する点で吊り上げたときの Cl^2/C_1 と係数值 γ と座屈形の関係を示しており、また Fig. 11 は節点 8 すなわちはり長さを 2:1:2 に分割する点で吊り上げたときの Cl^2/C_1 と係数值 γ と座屈形の関係を示したものである。両端吊りの場合、対称座屈形の係数值 γ は θ が小さくなり、はりへの軸方向圧縮力および端モーメントが増加するにしたがって低下する。しかしながら、 Cl^2/C_1 が大きくなるにつれて、この影響は小さくなる。節点 1~4 で吊り上げられたはりについても、これとほぼ同様の傾向にある。また、吊り位置点の異なる Fig. 10, 11 では座屈形が対称形と逆対称形と入れ替っているが、これは吊り位置と吊り点の内側に生ずる軸方向圧縮力の効果により、吊り点の内側と吊り点の外側の座屈形のうち、より支配的な座屈によって決定されるためである。

(2) 吊り上げ位置と座屈強度

Fig. 12 (a)~(c) は $Cl^2/C_1=16.0, 64.0, 128.0$ のときはりを任意点で斜め ($\theta=\pi/2, 3\pi/8, \pi/4$) に吊りあげたときの係数值 γ と吊り上げ位置との関係を示したものである。これらの図より、次のことが得られる。a) Cl^2/C_1 および θ の値には無関係に、 $\lambda=0.5$ (節点 5) すなわち桁長さを 1:2:1 に分割する点付近で吊り上げる場合に係数值 γ は最大となる。最大値は Cl^2/C_1 が小

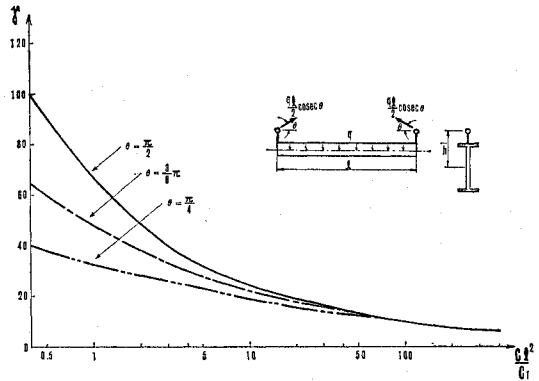


Fig. 9 Factor γ of Beam Lifted at the Both Ends by the Inclined Cables

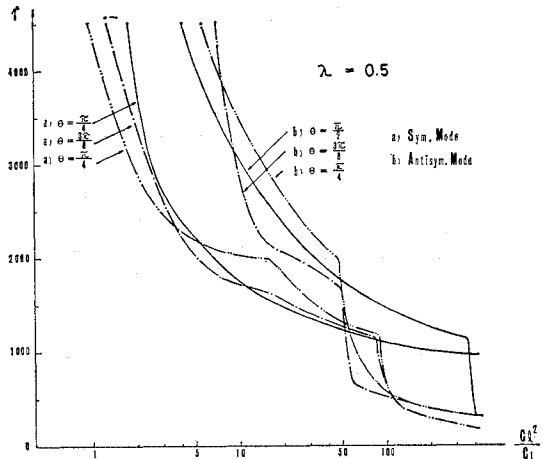


Fig. 10 Factor γ of Beam Lifted at the Two Points, $0.25L$, from the Both Ends by the Inclined Cables

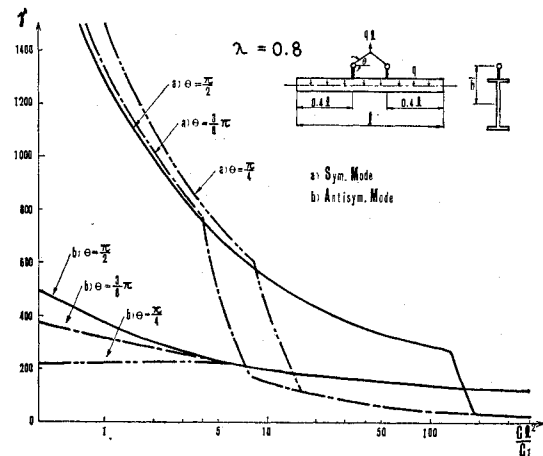


Fig. 11 Factor γ of Beam Lifted at the Two Points, $0.4L$, from the Both by the Inclined Cables

さいときには、 θ の影響はあまり大きくならないが、 CI^2/C_1 が大きくなると θ によりかなり低下する。b) CI^2/C_1 が小さいはり、すなわち $\theta=3\pi/8$ のときは 4.0 以下、 $\theta=\pi/4$ のときは 8.0 以下の桁では、吊り上げ点が $\lambda=0.5$ より外側の場合は、 θ による係数值 r への影響は大きい。一方、 $\lambda=0.5$ より内側の場合には、 θ による影響はあまりない。c) CI^2/C_1 が b) の値より大きく 100 より小さい範囲では、 $\lambda=0.5$ で吊り上げる場合は θ による係数值 r への影響はほとんどないが、それ以外の吊り上げ点では、 θ によってかなり影響をうける。d) $CI^2/C_1 > 100$ の桁では、吊り上げ点がはり端や

り中央点に近いときは θ による影響はほとんどないが、それ以外の吊り上げ点では、係数值 r は θ によりかなり影響をうける。

6. 吊り上げ時の I 形はりの安全性に関する考察と結論

(1) はり長さを 1:2:1 に分割する点 (4 等分点) で吊り上げる場合が横倒れ座屈安定に対して最も有利である。そして、自重 ql による曲げモーメント分布は Fig. 13 のようであり、吊り上げ点で $M_{\max} = -ql^2/32$ となる。やむをえず 1:2:1 点で吊れない場合には、吊り点を内側にずらし、自重による曲げモーメントが全長にわたり負になるようにする。

(2) はり長さを 1:2:1 に分割する点で鉛直に吊り上げるとき最大座屈強度が得られるが、そのときの限界荷重 q_{cr} は

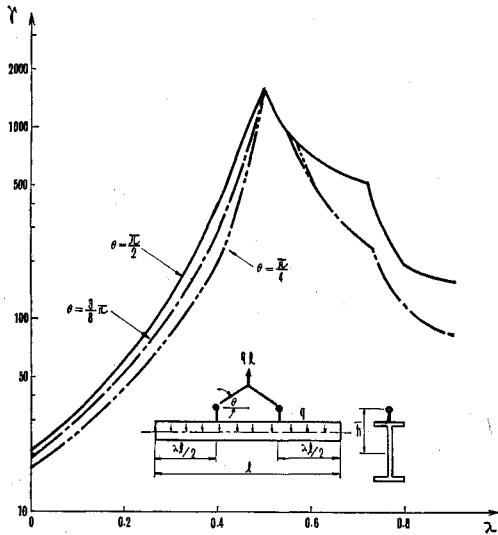


Fig. 12 (a) Factor γ of Beam Lifted at the Two Points Equally Distant from the Both Ends by the Inclined Cables ($CI^2/C_1=16.0$, $\bar{h}=h/2$)

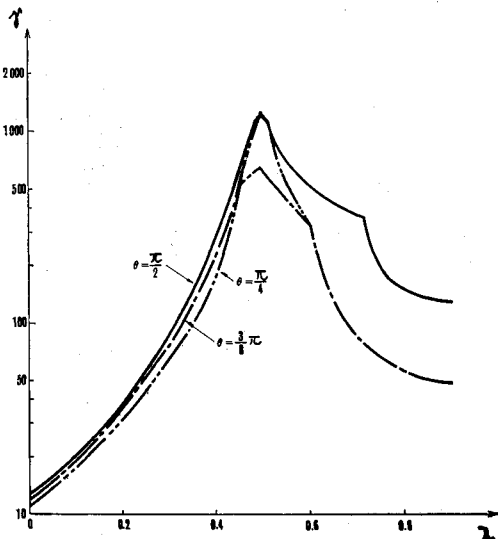


Fig. 12 (b) Factor γ for $CI^2/C_1=64.0$

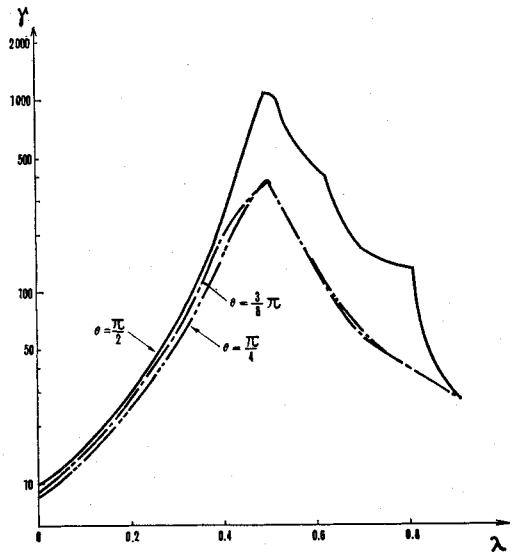


Fig. 12 (c) Factor γ for $CI^2/C_1=128.0$

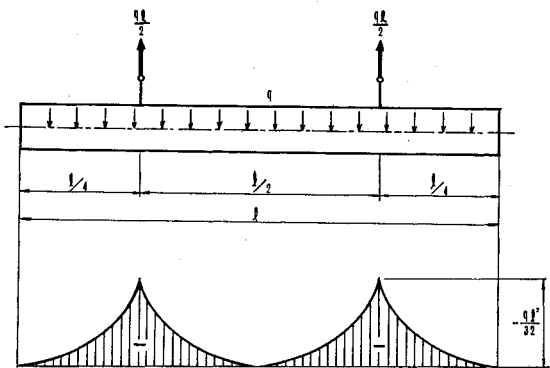


Fig. 13 Bending Moment Diagram of Beam Lifted at the Quarter Points

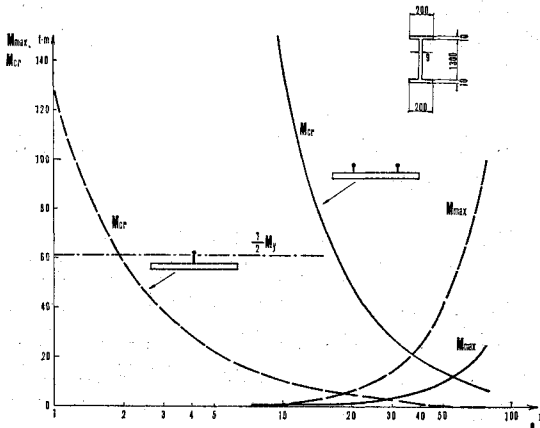


Fig. 14 Critical Moments vs Length of Beams Lifted at the Both end at the Mid-Span by the Vertical Cables

$$q_c l = r \sqrt{GJ \cdot EI_y} / l^2 \dots\dots\dots(9)$$

与えられ、Table 4 にて係数値 r が求まっている。したがって、限界曲げモーメント M_{cr} は、

$$M_{cr} = q_c l^2 / 32 = (r/32) (\sqrt{GJ \cdot EI_y} / l) \dots\dots(18)$$

となる。

Fig. 14 は図中の断面寸法をもつはり ($C/C_1 = 6.151 \times 10^{-6}$ ($-cm^2$) に対して、 $M_{max} = ql^2/32$ および式 (18) の M_{cr} 曲線を実線で描いたものである。横軸は対数目盛により長さ l をとってある。また、点線は中央点で吊り上げた場合の吊り上げ点の曲げモーメント M_{max} と M_{cr} の大きさを図示したものである。

いま、用いた鋼材を SS 41 ($\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$) とすると、 M_y (弾性限界曲げモーメント) = 122.3 t-m であるから、 $M_{max} = M_{cr}$ となる曲線の交点付近は M_y の値よりかなり下まわっており、自重のみを吊り上げる場合の座屈は弾性域内で生ずることがわかる。図から、 $M_{max} = M_{cr}$ となる桁長さは、1:2:1 点 (4 等分点) で吊り上げるときは、約 57 m 以上、また、中央点で吊り上げるときは約 18 m 以上で横倒れ座屈が生ずることがわかる。

M_{cr} に対して、安全率 ν (または M_{max} に対して荷重係数 f) を考慮する必要があるので、

$$M_{cr} / \nu = M_{max} \text{ または } M_{cr} = f M_{max} \dots\dots(19)$$

に対応する限界長さは、上記の数字より、さらに短くなることわかる。たとえば、安全率を 1.7 とれば、4 等分点で吊り上げる時の限界長さは約 46 m となり、また、中央点で吊り上げる時は約 15 m となる。なお、本研究では初期不整のない桁の吊り上げに対して弾性座屈解析を行った。初期不整の影響を安全率で考慮できる場合には、 ν にその影響を加味して扱うことができる。

(3) 吊り上げは、できるだけ鉛直吊りになるようにする。また、吊り具の長さ \bar{h} は長い方が有利となる。

最後に、本研究の数値計算は名大大型計算機センター FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

参考文献

- 1) Brown, P.T. and N.S. Trahair : Finite Integral Solution of Differential Equations, Research Report No. R 85, School of Civil Engineering, The University of Sydney, Sept., 1967.
- 2) Johansson, B. : Lateral Stability of I-Beams during Lifting, Building Statics and Structural Engineering, Bulletin No. 84. The Royal Institute of Technology, Stockholm, 1970 (in Swedish).
- 3) Nethercot, D.A. and K.C. Rockey : A Unified Approach to the Elastic Lateral Buckling of Beams, The Structural Engineer, Vol. 49, No. 7, July, 1971.
- 4) Swann, R.A. and W.G. Godden : The Lateral Stability of Concrete Beams Lifted by Cables, The Structural Engineer, Vol. 44, No. 1, Jan., 1966.
- 5) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill Book Co., 2nd ed., 1961.
- 6) Trahair, N.S. and S.T. Woolcock : Effect of Major Axis Curvature on I-Beam Stability, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. EM 1, Feb., 1973.
- 7) Unger, B. : Elastisches Kippen von beliebig gelagerten und aufgehängten Durchlaufträgern mit einfachsymmetrischem, in Trägerachse veränderlichem Querschnitt und einer Abwandlung des Reduktionsverfahrens als Lösungsmethode, Dissertation, D 17, Darmstadt, 1969.
- 8) Usami, T. : Inelastic Lateral Buckling Strength of Monosymmetric I-Girders, Research Bulletin No. 23, Faculty of Engineering, Gifu University, March, 1973.
- 9) Vacharajittiphan, B.E., T. Woolcock and N.S. Trahair : Effect of In-Plane Deformation on Lateral Buckling, Research Report No. R 230, School of Civil Engineering, The University of Sydney, Dec., 1973. (1976.1.16・受付)