

## 非線形交通流モデルに関する研究

## REGRESSION ANALYSIS FOR NON-LINEAR TRAFFIC FLOW MODELS

佐藤 馨 一\*・ 五十嵐 日出夫\*\*  
By Keiichi SATO and Hideo IGARASHI

## 1. はじめに

道路上を走行する自動車の流れ、つまり道路交通流に関する研究は交通工学の分野において最も基本的であり、かつ重要なテーマとなっている。それゆえ、わが国においてのみならず、諸外国においても多くの研究者、機関がこのテーマに取り組んできており、数々の成果も得られてきた。

道路交通流の特性を示す最も重要な要素は車頭間隔、速度および追越しである。そして、これらの現象を数学的にモデル化し、理論解析のための基本方程式を確立しようとする試みは数多く行われてきた。本研究はこのうち、車頭間隔と速度の関係を交通力学的な立場から考察し、交通流の特性を、つまり自由走行状態や臨界走行状態、また強制渋滞走行状態における交通流の速度と交通密度の関係等を明らかにしようとするものである。

交通流を速度および交通密度でモデル化しようとした研究は古くから行われており、それぞれのモデルの妥当性が実測データのもとで検証されてきた<sup>1)~4)</sup>。

交通流モデルに関する検証の成否は、その検証に利用されるだけの高い信頼性と安定性を有している走行速度および交通密度の実測データを、広い範囲にわたって、しかもかなりの数入手できるかどうかにかかっている。本研究に用いた実測データはその意味でほぼ満足できるものと思われる。すなわち、平地部直線区間におけるデータは3箇所分(1箇所における測定車両数:6000~7000台)あり、そのほかに勾配部、曲線部におけるデータも入手することができた。これらのデータは地方部二車線道路における交通容量を算出するために測定したものであり、特に夏季間や冬季間における交通容量の変化や、線形による交通容量の低下の割合を知ることが目的としている。

それゆえ、同一の測定箇所における夏季と冬季のデータも入手してあり、これらの解析結果の報告は機会を改めて行う予定である。

さて、従来の交通流モデルに関する研究ではパラメータの推定法、つまり回帰計算法に関しては余り言及されてはいなかった。それゆえ、実測データとモデルとの適合度が悪ければ、モデルが悪いという結論を下しがちであった。しかし、一概にそうとは言いきれないのではなからうか。なぜならば、モデルのパラメータを最小二乗法で推定するために、対数変換を行ったとしたら、得られた推定値は対数平面において不偏性と有効性をもつものであって、実数平面においては必ずしも不偏性と有効性を保証するものとはなっていないからである。それゆえ、本研究においては対数をとると線形になる交通流モデルであっても、非線形回帰法を用いてパラメータを推定することにした。

また、非線形交通流モデルについて、従来の研究では最小二乗法を用いて直接にパラメータを推定することはできないと半ば等閑視される傾向にあったが、本研究においては工夫された非線形回帰法を用いて直接パラメータを推定することを試みた。さらに、交通力学的立場から、既存の交通流モデルが統一的に分類でき、しかも非線形交通流モデルがこれら交通流モデルの一般形モデルとなっていることを示した。この過程において新たに指数型非線形モデルを誘導し、このモデルの適合度および境界条件等について考察を試みた。なお、本論文でいう非線形モデルとはパラメータを非線形で含むことは当然のこととして、対数等の変換によっても線形に変換することのできないモデルを意味するものである。

## 2. 交通流データ

本研究に用いた交通流データは北海道開発局土木試験所道路研究室が昭和48年7月に実測したものである。測定器および測定法に関しては参考文献5)に詳述して

\* 正会員 北海道大学助手 工学部土木工学科  
\*\* 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

あるが、その概略を示せば次のとおりである。

道路上に2本の同軸ケーブル(3C2V)を $4x$ だけ離して張り、車両がケーブル上を通過したときに発する微小電流を検知器で増幅し、ペン書きオシログラフに記録させる。

この記録紙を解析することによって、方向別の通過台数、 $4x$ 区間の通過所要時間、車頭間隔、車種等のデータが得られる。このとき、交通密度 $K$ および空間平均速度 $\bar{V}_s$ は次のようにして求めた<sup>9)</sup>。

いま道路上の微小距離を $4x$ とし、 $\tau$ 時間に $n$ 台の車両が通過し、各車両が $4x$ の区間をそれぞれ $t_i$ 時間で通過したとする。このとき、交通量 $Q$ は式(1)のようになる。

$$Q = n/\tau \dots\dots\dots(1)$$

また、各車両が $\tau$ 時間内に $4x$ 区間に存在する比率は、 $t_i/\tau$ であるから、交通密度 $K$ は

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{\tau \cdot 4x} \dots\dots\dots(2)$$

となる。空間平均速度 $\bar{V}_s$ は式(1)および式(2)から式(3)のようになる。

$$\bar{V}_s = \frac{Q}{K} = \frac{n \cdot 4x}{\sum_{i=1}^n t_i} \dots\dots\dots(3)$$

本研究に用いた交通流データは $4x=30$  m、 $\tau=5$  分の条件のもとに、一般国道5号余市町付近、一般国道231号札幌市篠路付近においてそれぞれ連続6時間の測定を行って得られたものである。なお、 $4x$ の30 mは $t_i$ の読取り精度によって経験的に定めたものである。つまり、地点速度を計測するためには測定区間をできるだけ短くする方が望ましいが、この場合最小計測時間の精度も高めなければならない。本研究で用いたオシログラフの紙送り速度は毎秒10 mmであり、チャートの最小読取りを1 mm(時間に換算すると0.1秒)とすると、測定区間は最小限30 mは必要とされることがわかった。また、 $\tau=5$ 分としたのは交通流の定常性を考慮したためである。交通流の定常性が成立する範囲は一般に $\tau=5\sim 10$ 分にすればよいという研究報告もあり、本研究の場合においてもこれらの研究成果を参考にしたり。

1時間の測定で生じるオシログラフの紙送り長さの誤差は3~4 cmであり、この誤差は修正係数を用いることによって補正した。

本研究で用いた交通流データの測定法は $4x$ を通過するのに要した時間 $t_i$ を計測するものであるから、時間 $t_i$ の精度は(これは速度 $V_i$ の精度ともなる)読取り精度によって左右される。しかし、読取り誤差は正規分布するものと考えられ、その上本研究で必要とするデータは個々の車両の速度ではなく、 $\tau=5$ 分における平均速度でもあることから、上記の精度でも十分交通流の特

性を把握しうるものとなる。同軸ケーブルを用いた速度測定法の長所および短所をまとめてみると次のようになる。

長 所

- (1) 器械の取扱いが容易で任意の場所で測定可能
- (2) 降雨、降雪、厳寒時(-20°C)でも測定可能
- (3) 車種によるばらつきがなく測定誤差も小さい

短 所

- (1) 路面にケーブルを敷設しなければならない
- (2) データの解析に人手と時間がかかる

同軸ケーブルによる速度測定法がレーダスピードメータ法、写真撮影法といかなる関係にあるかなどについては参考文献8)にまとめてある。

本研究で用いた交通流データの調査地点は地方部二車線道路(3種1級)の、十分測方余裕のある直線区間内にあり、しかも調査地点の前後2~3 km以内には交通信号はなかった。調査時期を7月としたのは海水浴に向かう交通流を測定することによって、大型車混入率の低い、ほとんど乗用車のみ交通流データを得ようとしたためである(本研究においては、大型車の乗用車換算係

表-1 交通流調査結果表

一般国道231号 札幌市篠路						一般国道5号 余市町大川					
K	$\bar{V}_s$	$Q_s$	$\sigma_s$	$\bar{V}_t$	R	K	$\bar{V}_s$	$Q_s$	$\sigma_s$	$\bar{V}_t$	R
13	58.1	65	6.2	58.8	0.02	11	55.2	50	4.6	55.6	0.08
14	54.3	64	6.3	55.0	0.05	13	54.4	59	4.7	54.8	0.11
15	52.1	67	7.4	53.1	0	14	52.2	61	4.5	52.6	0.05
17	55.0	76	5.6	55.6	0.05	15	50.2	63	5.0	50.7	0.05
18	53.1	80	10.7	55.3	0.01	16	50.6	69	6.4	51.4	0.09
19	53.7	86	3.3	53.9	0.01	17	51.0	72	5.9	51.7	0
20	51.1	87	7.0	52.1	0.06	18	50.1	75	4.4	50.5	0.05
21	52.5	90	6.9	53.4	0.01	19	49.7	79	6.2	50.5	0.03
22	50.6	93	3.9	50.8	0.04	20	46.0	77	11.7	49.0	0.05
24	49.8	101	5.0	50.3	0.02	21	47.5	85	8.4	49.0	0.07
25	51.4	108	4.2	51.8	0.03	22	50.8	92	4.7	51.2	0.05
26	50.1	108	5.2	50.6	0.06	23	48.5	95	6.8	49.5	0.04
27	44.0	99	7.4	45.3	0.04	26	45.9	99	12.6	49.4	0.03
34	33.8	96	6.9	35.2	0.05	27	46.5	106	6.0	47.3	0.06
45	20.8	77	13.3	29.3	0.01	30	47.9	119	10.0	50.0	0.03
48	27.7	110	10.0	31.4	0.08	33	37.5	103	10.6	40.5	0.04
55	18.5	85	13.5	28.3	0.04	42	22.6	80	15.0	32.5	0.01
65	12.7	69	11.0	22.3	0.01	49	26.7	109	13.3	33.4	0.03
68	12.7	72	10.0	20.6	0.08	57	15.1	71	14.4	28.8	0.04
74	12.9	79	11.9	23.8	0.06	58	15.9	76	17.1	34.3	0.07
75	12.5	78	11.0	22.2	0.06	59	17.7	87	12.3	26.2	0.02
78	13.1	85	11.4	23.1	0.04	75	14.0	88	12.3	24.8	0.09
81	8.9	60	6.4	13.5	0.07	80	10.7	71	9.4	19.0	0.03
86	8.6	62	7.3	14.8	0.08	81	9.0	61	6.0	13.0	0.03
92	7.0	54	5.6	11.5	0.04	84	10.5	73	8.3	17.1	0.04
93	6.5	50	9.1	19.3	0.02	92	11.1	85	12.3	24.8	0.05
94	7.4	58	9.6	19.9	0.02	98	5.1	42	6.0	12.1	0.05
95	7.3	58	8.2	16.6	0.05	111	6.5	60	8.7	18.1	0.07
96	9.3	75	9.0	17.9	0.11	124	2.1	22	3.6	8.1	0
97	8.5	69	7.4	14.1	0.04	131	2.2	24	1.6	3.3	0.02
103	4.4	38	6.9	15.2	0.11						
104	5.2	45	6.1	12.3	0.07						
114	5.6	53	5.3	10.6	0.08						
125	2.5	26	3.7	7.9	0.04						

数を 1.0 として考察を進めた).

表一は二方向二車線道路の一方について測定した交通密度  $K$ , 空間平均速度  $\bar{V}_s$ , 交通量  $Q$ , (5 分間交通量) をまとめたものである. なお, 参考のために空間平均速度の標準偏差  $\sigma_s$ , 時間平均速度  $\bar{V}_t$ , 大型車混入率  $R$  も示してある. 表一からも明らかなように, 同一調査で交通密度が 10 台/km 付近から, 130 台/km 付近まで連続して観測することができたので, 自由走行状態から臨界走行状態, さらに強制渋滞走行状態までの推移を把握することができた.

### 3. 非線形交通流モデルの誘導

交通流モデルについての研究は実証的な立場からと理論的な立場から行われてきた. 理論的な立場からの研究は確率論的なものと決定論的なものとに二分される.

決定論的な研究をさらに分類すると, 交通流を巨視的にとらえた流体力学的なもの, 微視的にとらえた交通動力学的なものがある<sup>9)</sup>.

本研究においては主として交通動力学的立場から交通流を解析しようとしたものであり, 今後特にことわらない限り以下の記号と単位を用いるものとする.

- $Q$ : 交通量: (台/h)
- $K$ : 交通密度: (台/km)
- $\bar{V}_s$ : 空間平均速度: (km/h)
- $\bar{V}_t$ : 時間平均速度: (km/h)
- $K_c$ : 臨界密度: (台/km)
- $V_c$ : 臨界速度: (km/h)
- $Q_c$ : 交通容量: (台/h)
- $V_f$ : 自由走行速度: (km/h)
- $K_j$ : 最大密度: (台/km)
- $S$ : 平均車頭間隔: (m)

#### (1) 追従方程式について

交通力学の基礎となるのは追従理論であり, 前車に追従する車が, 前車の変速動作に応じてどのような動き方をするかを微分方程式で表現したものである.

追従理論の一般式として, D.C. Gaizs, R. Herman からは次に示す非線形微分方程式を提唱した<sup>10)</sup>.

$$\ddot{X}_{n+1}(t+T) = \frac{C\dot{X}_{n+1}(t+T) \cdot [\dot{X}_n(t) - \dot{X}_{n+1}(t)]}{[X_n(t) - X_{n+1}(t)]^l} \dots\dots\dots(4)$$

ただし,

- $\dot{X}_{n+1}(t+T)$ : 時刻  $(t+T)$  における  $(n+1)$  番目の車の変速度 (加減速度)
- $\dot{X}_{n+1}(t)$ : 時刻  $(t)$  における  $(n+1)$  番目の車の速度

$X_{n+1}(t)$ : 時刻  $(t)$  における  $(n+1)$  番目の車の位置

$T$ : 刺激に対する反応時間の遅れ

$C, l, m$ : パラメーター

式 (4) はある車の変速度は前車との車頭間隔の  $l$  乗に逆比例し, 前車との速度差およびその時の速度の  $m$  乗に比例することを示している.

追従モデルを用いて交通現象を解明しようとする研究は次の 2 つの方向に分かれていると言ってもよいだろう. その 1 つは, 米谷栄二・佐佐木綱らによってなされた追従現象そのものに関する研究であり, 安定問題などにおいて大きな成果が得られている<sup>11)</sup>. 他の 1 つは D.C. Gaizs, A.D. May らによって行われた交通流に関する微視的理論と巨視的理論の数学的関係の解明である. つまり, 車相互間の関係を, その車の速度と車頭間隔を要素とする追従方程式で表現し, これをもとにして全体の交通流までに言及しようとする微視的理論と, 交通流を圧縮流体とみなし, 流体力学の理論を適用して交通流の要素(交通量, 交通密度, 速度)間の関係を解明していく巨視的理論とが, いかなる数学的関係にあるかをテーマとするものであり, 本研究もこの流れに沿ったものである. 言うまでもなく, それぞれの研究は目的とするところが異なるため, 追従方程式の扱い方が異なってくる. その最大の相違は反応時間の遅れ  $T$  の考え方で, 前者の研究ではこれが非常に大きな意味を持つのに対し, 後者の研究では  $T$  にさほど関心が払われていない. なぜならば, 後者の研究は  $Q=K \cdot \bar{V}_s$  なる関係が成立する定常状態において, 交通密度  $K$  と速度  $\bar{V}_s$  がいかなる関係にあるかを明らかにすることを目的としたものであり, 一般に  $T=0$  として考察が進められてもよいからである.

さて, 微視的理論と巨視的理論の間の数学的関係については, D.C. Gaizs, R. Herman らが先駆的研究を行っており, パラメーター  $m, l$  の一般値に対する追従方程式 (4) の一般解を示した<sup>10)</sup>. また A.D. May, H.E. M. Keller は上記の研究をふまえて, 現実の交通流データと最もよく適合する交通流モデルを定める研究を行った. この研究は格子法によってパラメーター  $l, m$  の値を種々変化させ, データとの残差平方和を最小にする  $l$  と  $m$  の組合せを求めようとしたものである. 本研究は以上の研究成果を基礎に, A.D. May, H.E.M. Keller が格子法で定めた  $l$  や  $V_f, K_j$  の値を非線形回帰法によって直接求めようとするものである. このためにまず, 式 (4) の追従方程式を  $m=0, m=1$  の場合に分けて巨視的交通流モデルを誘導した.  $m$  を 0 と 1 の場合に限定したのは既存の巨視的交通流モデルが  $m=0, m=1$  の場合に集約されるからであり<sup>9)</sup>, さらに  $m=0$  で

かつ  $l > 1$ ,  $m = 1$  であつ  $l > 1$  の場合に得られる非線形交通流モデルが既存の交通流モデルを一般化したものであることを明らかにするためである。なお、 $m$  と  $l$  が一般形をとる場合の交通流モデルと、その回帰分析については現在研究を進めており、機会を改めて報告する予定である。

(2) 追従方程式の解

いま、式 (4) の追従運動方程式が、 $Q = K \cdot \bar{V}_s$  なる関係が保たれている定常状態の交通流において成立しているものとする。このとき、パラメーター  $l, m$  を適当に与えることによって、交通密度  $K$  と速度  $\bar{V}_s$  の関係を示す種々の巨視的交通流モデルを誘導することができる。以下においてその誘導を行ってみる。

a)  $m = 0$ , かつ  $l > 1$  の場合

式 (4) は上記の条件により、式 (5) のようになる。

$$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l} \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を両辺積分すると式 (6) のようになる。

$$\dot{X}_{n+1} = \frac{C}{-l+1} [X_n - X_{n+1}]^{-l+1} + A \dots\dots\dots (6)$$

さて、 $Q = K \cdot \bar{V}_s$  なる関係が保たれている定常状態において、個々の車の速度は交通流の速度に等しくなり、しかも平均車頭間隔の逆数は交通密度を与える場合を仮定すると、式 (7), (8) で示す置き換えが可能となる。

$$\dot{X}_{n+1} = \bar{V}_s \dots\dots\dots (7)$$

$$X_n - X_{n+1} = S = 1/K \dots\dots\dots (8)$$

式 (7), (8) を式 (6) へ代入すると式 (9) のようになる。

$$\bar{V}_s = \frac{C}{-l+1} K^{l-1} + A \dots\dots\dots (9)$$

ここで、以下の境界条件を用いて、パラメーター  $C$  および、積分定数  $A$  を定める。

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界条件: } K=0 \text{ のとき } \bar{V}_s = V_f \\ K=K_j \text{ のとき } \bar{V}_s = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

よって、

$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{V_f \cdot (l-1)}{K_j} \\ A = V_f \end{array} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) を式 (9) へ代入すると、式 (12) のようになる。

$$\bar{V}_s = V_f \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_j} \right)^{l-1} \right] \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) の  $l$  の値を変化させることによって、それぞれ次のような交通流モデルが導き出される。

- i)  $l = 2$  のとき、 $\bar{V}_s = V_f [1 - (K/K_j)]$   
 .....(Greenshields モデル)
- ii)  $l = 3/2$  のとき、 $\bar{V}_s = V_f [1 - (K/K_j)^{1/2}]$

.....(Drew モデル)

iii)  $l = N + 1$  のとき、 $\bar{V}_s = V_f [1 - (K/K_j)^N]$

.....( $N$  次曲線モデル)

b)  $m = 0$ , かつ  $l = 1$  の場合

式 (4) は上記の条件により、式 (13) のようになる。

$$\dot{X}_{n+1} = \frac{C[X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]} \dots\dots\dots (13)$$

両辺を積分すると、

$$\dot{X}_{n+1} = C \cdot \ln[X_n - X_{n+1}] + B \dots\dots\dots (14)$$

式 (7), (8) を式 (14) へ代入すると

$$\bar{V}_s = C \cdot \ln(1/K) + B \dots\dots\dots (15)$$

ここで、以下のような境界条件を用いて、パラメーター  $C$  および積分定数  $B$  を求める。

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界条件 } K=K_j \text{ のとき, } \bar{V}_s = 0 \\ K=K_c \text{ のとき, } dQ/dK = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

よって、

$$\left. \begin{array}{l} C = V_c \\ B = -V_c \cdot \ln(1/K_j) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

式 (17) を式 (15) へ代入すると式 (18) のようになる。

$$\bar{V}_s = V_c \cdot \ln(K_j/K) \dots\dots\dots (18)$$

式 (18) は Greenberg モデルにほかならない。

c)  $m = 1$  かつ、 $l > 1$  の場合

式 (4) は上記の条件により、式 (19) のようになる。

$$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1} \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l} \dots\dots\dots (19)$$

式 (19) の両辺を積分すると、式 (20) のようになる。

$$\ln \dot{X}_{n+1} = \frac{C}{-l+1} [X_n - X_{n+1}]^{-l+1} + D \dots\dots\dots (20)$$

式 (7), (8) を式 (20) へ代入すると

$$\ln \bar{V}_s = \frac{C}{-l+1} \cdot K^{l-1} + D \dots\dots\dots (21)$$

ここで、以下のような境界条件を用いて、パラメーター  $C$  と積分定数  $D$  を求める。

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界条件 } K=0 \text{ のとき, } \bar{V}_s = V_f \\ K=K_c \text{ のとき, } dQ/dK = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

よって、

$$\left. \begin{array}{l} C = 1/K_c^{l-1} \\ D = \ln V_f \end{array} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

式 (23) を式 (21) へ代入すると式 (24) のようになる。

$$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{l-1} \cdot (K/K_c)^{l-1}} \dots\dots\dots (24)$$

式 (24) の  $l$  の値を変化させることによって、それぞれ次のような交通流モデルが導き出される。

- i)  $l = 2$  のとき;  
 $\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-(K/K_c)}$  .....(Underwood モデル)
- ii)  $l = 3$  のとき;  
 $\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{2}(K/K_c)^2}$  .....(May モデル)

iii)  $l=N+1$  のとき;

$$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{N}(K/K_c)^N} \dots \dots (\text{指数型非線形モデル})$$

(2) 非線形交通流モデルの意義および問題点

追従方程式 (4) から導き出された交通流モデルを整理すると、表-2 のようになる。この表からも明らかのように、 $N$  次曲線モデルは Greenshields モデルや Drew モデルを一般化したものであり、指数型非線形モデルは Underwood モデルや May モデルを一般化したものとなっている。それゆえ、 $N$  次曲線モデルや指数型非線形モデルのパラメーターを直接推定できれば、Greenshields モデルや Drew モデル、Underwood モデルや May モデルは発展的解消をとげてしまうことになる。

しかしながら、ここに解決しなければならぬ重大な問題が残されている。それは  $N$  次曲線モデルも指数型非線形モデルも非線形モデルであるので、普通の最小二乗法を用いてモデルのパラメーターを決めることができないことである。このために、従来の研究ではパラメーターの値を格子法で変化させ、推定値と実測値の残差平方和を最小にする値を試行錯誤的に捜してきた。しかし、この方法では格子間隔のとり方でパラメーターの精度がきまってしまうたり、計算機の容量の関係で、あるパラメーターを最初から固定せざるを得なかった ( $N$  次曲線モデルでは一般に  $K_j$  を固定している)<sup>13)</sup>。格子法を用いて非線形モデルのパラメーターを推定するにすぎず、非線形モデルのもつ一般性は自ずから制約されてしまうことは明らかであろう。それゆえ、本研究においては非線形モデルのパラメーターを非線形回帰法を用いて推定することにした。

さて、次に問題となることは誘導された交通流モデル

表-2 交通流モデル一覧表

$$\dot{X}_{n+1}(t+T) = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1}(t+T) [X_n(t) - X_{n+1}(t)]}{[X_n(t) - X_{n+1}(t)]^l}$$

m=0		m=1		l>1	
l>1		l=1		l>1	
$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l}$	$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]}$	$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1} \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l}$	$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1} \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l}$	$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1} \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l}$	$\dot{X}_{n+1} = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1} \cdot [X_n - X_{n+1}]}{[X_n - X_{n+1}]^l}$
$\bar{V}_s = V_f \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_j} \right)^{l-1} \right]$	$\bar{V}_s = V_c \ln \left( \frac{K_j}{K} \right)$	$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{l-1} \left( \frac{K}{K_c} \right)^{l-1}}$	$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{l-1} \left( \frac{K}{K_c} \right)^{l-1}}$	$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{l-1} \left( \frac{K}{K_c} \right)^{l-1}}$	$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{l-1} \left( \frac{K}{K_c} \right)^{l-1}}$
i) $l=2 \dots$ (Greenshields model)	(Greenberg model)	i) $l=2 \dots$ (Underwood model)	ii) $l=3 \dots$ (May model)	iii) $l=N+1 \dots$ (指数型非線形 model)	$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{N} \left( \frac{K}{K_c} \right)^N}$
$\bar{V}_s = V_f \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_j} \right) \right]$		$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\left( \frac{K}{K_c} \right)}$	$\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{K}{K_c} \right)^2}$		
ii) $l=3/2 \dots$ (Drew model)					
$\bar{V}_s = V_f \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_j} \right)^{1/2} \right]$					
iii) $l=N+1 \dots$ (N 次曲線 model)					
$\bar{V}_s = V_f \left[ 1 - \left( \frac{K}{K_j} \right)^N \right]$					

の適用範囲である。つまり式 (4) は定常状態における追従現象を表現したものであり、追従現象のみられない自由走行状態においては式 (4) は成立しないのではないかという疑問が生じる。この疑問を解明するために追従方程式 (4) から巨視的交通流モデルを誘導するにあたって、いかなる仮定を用いているかを調べてみると、パラメーター  $C$  および積分定数  $A, B, D$  を決定するにあたって、それぞれ次のような境界条件を用いていることに気がつく。

- i)  $N$  次曲線モデルの場合
  - $K=0$  のとき,  $\bar{V}_s = V_f$
  - $K=K_j$  のとき,  $\bar{V}_s = 0$
- ii) Greenberg モデルの場合
  - $K=K_j$  のとき,  $\bar{V}_s = 0$
  - $K=K_c$  のとき,  $dQ/dK=0$
- iii) 指数型非線形モデルの場合
  - $K=0$  のとき,  $\bar{V}_s = V_f$
  - $K=K_c$  のとき,  $dQ/dK=0$

これらの境界条件で注目すべきことは、 $N$  次曲線モデルも指数型非線形モデルの場合にも  $K=0$  のとき、 $\bar{V}_s = V_f$

という境界条件を用いて、それぞれの積分定数を定めていることである。微視的理論から誘導された巨視的交通流モデルが自由走行状態でも意味をもつかどうかという問題は、この境界条件を認めるか否かにかかっている。

交通工学的にいうと、 $K=0$  のとき (つまり、道路上に車両が存在しないとき) に、 $\bar{V}_s = V_f$  となることはありえないことである。しかしながら、 $K=0$  を  $K \rightarrow 0$  と考え、しかも  $K \rightarrow 0$  になるということは  $[X_n - X_{n+1}]$  なる車頭間隔が無限に大きくなることを意味するものとしたならば、式 (4) の追従方程式は自由走行状態においても適用可能となる。つまり、式 (4) の追従方程式は車頭間隔  $[X_n - X_{n+1}]$  が与えられたならば成立する方程式であり、自由走行状態のように車頭間隔が非常に長くなったとしても、そのこと自体には問題はない。

しかしながら、この境界条件は一つの仮定であり、この仮定が妥当性をもつか否かは、誘導された交通流モデルがどれだけ現実の交通流を説明しているにかかっている。

それゆえ、本研究においては、回帰計算によって得られた各種交通流モデルが、境界条件 (特に  $K=0$  のときの) をいかに満足しているかに注目した。

### 4. 非線形回帰法

#### (1) 本質的線形と本質的非線形

非線形回帰法の説明を行う前に線形，非線形の定義を明確にしておく必要がある。

いま， $Z_i$  が基本的な独立変数  $X_1, X_2 \dots X_k$  の任意の関数を表わすとしたとき，

$$Y = \beta_0 + \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \dots + \beta_k z_k + \epsilon \dots \dots \dots (25)$$

なる形をとるモデルを線形モデルと言い，この形をとらないモデルはすべて非線形 (non-linear) モデルとよばれる。従来用いられてきた最小二乗法はその定義からして式 (25) のような線形モデルにしか適用することができないのである。それゆえ，非線形モデルのパラメーターを推定するためには非線形回帰法を用いなければならない。

さて，非線形回帰法を用いてパラメーターを推定すべき非線形モデルは次の二つのタイプに分類される<sup>14)</sup>。

i)  $\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-(K/K_c)}$  : (Underwood モデル)

ii)  $\bar{V}_s = V_f \cdot e^{-\frac{1}{N}(K/K_c)^N}$  : (指数型非線形モデル)

i), ii) とも推定すべきパラメーター  $V_f, K_c, N$  を非線形の形で含むという点では非線形モデルといえるが，本質的には異なる性質を有している。つまり，i) の Underwood モデルにおいては  $e$  を底とする対数をとることによって次の形に変換することができる。

$$\ln \bar{V}_s = \ln V_f - \frac{K}{K_c} \dots \dots \dots (26)$$

式 (26) は  $V_f, K_c$  について線形となっている。このように何らかの変換によって線形にすることのできるモデルを本質的線形 (intrinsically linear) モデルという。

また ii) のように，いかなる変換によっても線形にすることのできないモデルを本質的非線形 (intrinsically non-linear) モデルという。本論文でいままで非線形モデルとよばれてきたものは本質的非線形モデルを意味しており，今後はこのよび方に統一する。

従来の研究では i) の本質的線形モデルについては，対数などをとることによって線形化し，その上で最小二乗法を適用していた。しかしこの場合，推定されたパラメーターは変換後の平面においてのみ意味をもつものであり，変換前の平面においては残差平方和を最小にするパラメーターとはなりえないものである。また，本質的非線形モデルにおいては普通の最小二乗法は適用できなく，せいぜい格子法によってパラメーターの推定を行っていたにすぎなかった。

交通流モデルに関する研究の問題点はここにあっていっても過言ではなからう。そこで本研究においては本

質的非線形モデルは当然のことながら，本質的線形モデルについても非線形回帰法を用いてパラメーターの推定を行ってみた。

#### (2) 非線形回帰法

ここでは本質的非線形モデルである指数型非線形モデルを例として，非線形回帰法の基本概念を説明する<sup>15)</sup>。

指数型非線形モデルは式 (27) に示すとおりである。

$$\bar{V}_s = f(K, V_f, N, K_c) = V_f \cdot e^{-\frac{1}{N}(K/K_c)^N} \dots \dots \dots (27)$$

式 (27) において， $\bar{V}_s = y, K = x, V_f = C_1, N = C_2, K_c = C_3$  とおくと次のようになる。

$$y = f(x, C_1, C_2, C_3) = C_1 \cdot e^{-\frac{1}{C_2}(\frac{x}{C_3})^{C_2}} \dots \dots (28)$$

交通現象を観測して，独立変数  $x$  の異なる値  $x_i$  におけるデータ  $(y_i, x_i) (i=1, \dots, n)$  が得られたとしたら，この時の観測値  $y_i$  にはいろいろな誤差が含まれている。

もし，パラメーター  $C_k (k=1, 2, 3)$  の値がわかると仮定すれば，各  $x_i$  に対する関数値  $f(x_i, C_1, C_2, C_3)$  を計算して次の式で定義される真の誤差  $r_i$  を得ることができる。

$$r_i = f(x_i, C_1, C_2, C_3) - y_i \quad (i=1, \dots, n) \dots (29)$$

すなわち，真の誤差とは  $x_i$  における関数値と測定値  $y_i$  との差となる。この真の誤差は，パラメーター  $C_k$  が未知であるかぎり計算することはできない。

しかし，何らかの方法でパラメーターの推定値  $C_k^\circ$  が得られれば計算誤差

$$R_i = f(x_i, C_1^\circ, C_2^\circ, C_3^\circ) - y_i \quad (i=1, \dots, n) \dots (30)$$

を求めることはできる。

それゆえ，問題はデータ  $(y_i, x_i)$ ，パラメーターの初期値  $C_k^\circ$ ，計算誤差  $R_i$  を用いてパラメーター  $C_k$  の改善値を得ることに帰着される。

そこでまず，関数を  $(C_1^\circ, C_2^\circ, C_3^\circ)$  のまわりに1次の項まで線形 Taylor 展開する。すなわち

$$\begin{aligned} f(x, C_1, C_2, C_3) &\doteq f(x, C_1^\circ, C_2^\circ, C_3^\circ) \\ &+ \frac{\partial f}{\partial C_1} (C_1 - C_1^\circ) + \frac{\partial f}{\partial C_2} (C_2 - C_2^\circ) \\ &+ \frac{\partial f}{\partial C_3} (C_3 - C_3^\circ) \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

式 (31) において， $x = x_i$  での値を求め両辺から  $y_i$  を引けば  $r_i$  と  $R_i$  との関係式を求めることができる。

ここで，次のように定義される量

$$\delta C_k = C_k - C_k^\circ, \quad \frac{\partial f_i}{\partial C_k} = \left. \frac{\partial f}{\partial C_k} \right|_{x=x_i, C_k=C_k^\circ}$$

を用いれば式 (32) のようになる。

$$\begin{aligned} f(x_i, C_1, C_2, C_3) - y_i &\doteq f(x_i, C_1^\circ, C_2^\circ, C_3^\circ) \\ &- y_i + \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \delta C_1 + \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \delta C_2 + \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \delta C_3 \\ &\dots \dots \dots (32) \end{aligned}$$

式 (29), (30) を式 (32) に代入すると,  $r_i$  と  $R_i$  との間に (33) のような関係式が成立する.

$$r_i = R_i + \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \delta C_1 + \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \delta C_2 + \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \delta C_3 \quad (i=1, \dots, n) \dots\dots\dots (33)$$

真の誤差  $r_i$  の平方和  $Q$  を最小にするような  $C_k$  は,  $C_k^0$  をもとに次のようにして求めることができる.

まず, 残差平方和  $Q$  を (34) ように定義する.

$$Q = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[ R_i + \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \delta C_1 + \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \delta C_2 + \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \delta C_3 \right]^2 \dots\dots\dots (34)$$

式 (34) からわかるように,  $Q$  は  $\delta C_k (k=1, 2, 3)$  の関数と考えられるので,  $Q(\delta C_1, \delta C_2, \delta C_3)$  と書くことができる.

この関数  $Q$  は,  $\delta C_k$  に関するすべての偏微分係数が同時に 0 になるときに最小値をとる. すなわち,

$$\frac{\partial Q}{\partial (\delta C_k)} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n \left( R_i + \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \delta C_1 + \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \delta C_2 + \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \delta C_3 \right) \frac{\partial \Delta}{\partial (\delta C_k)} = 0 \quad (k=1, 2, 3) \dots\dots\dots (35)$$

ただし,

$$\Delta = \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \delta C_1 + \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \delta C_2 + \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \delta C_3$$

は関数  $f$  の全微分を表わしている.

式 (35) に  $\frac{\partial \Delta}{\partial (\delta C_k)} = \frac{\partial f_i}{\partial C_k}$  なる関係式を代入し, かつこの内の各項にかけ算を行うと, 式 (35) は次のようになる.

$$\frac{\partial Q}{\partial (\delta C_k)} = 2 \cdot \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f_i}{\partial C_k} R_i + \frac{\partial f_i}{\partial C_k} \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \delta C_1 + \frac{\partial f_i}{\partial C_k} \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \delta C_2 + \frac{\partial f_i}{\partial C_k} \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \delta C_3 \right) = 0 \quad (k=1, 2, 3) \dots\dots\dots (36)$$

これを 2 で割って,  $R_i$  を含む項を右辺へ移せば

$$\delta C_1 \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \frac{\partial f_i}{\partial C_1} + \delta C_2 \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_k} \frac{\partial f_i}{\partial C_2} + \delta C_3 \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_k} \frac{\partial f_i}{\partial C_3} = - \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_k} R_i \quad (k=1, 2, 3) \dots\dots\dots (37)$$

式 (37) を行列方程式の形に書き直すと, 式 (38) のような正規方程式が得られる.

$$\begin{bmatrix} \sum_i \left( \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \right)^2 & \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \frac{\partial f_i}{\partial C_2} & \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \\ \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \frac{\partial f_i}{\partial C_1} & \sum_i \left( \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \right)^2 & \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \\ \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \frac{\partial f_i}{\partial C_1} & \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \frac{\partial f_i}{\partial C_2} & \sum_i \left( \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \right)^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta C_1 \\ \delta C_2 \\ \delta C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_1} \cdot R_i \\ - \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_2} \cdot R_i \\ - \sum_i \frac{\partial f_i}{\partial C_3} \cdot R_i \end{bmatrix} \dots\dots\dots (38)$$

この正規方程式の解 ( $\delta C_1, \delta C_2, \delta C_3$ ) はパラメーター ( $C_1, C_2, C_3$ ) を得るために必要な ( $C_1^0, C_2^0, C_3^0$ ) の変化量の第 1 近似値となっている.

パラメーターの修正計算は, あらかじめ与えられた正の小さな数  $\epsilon$  に対し,  $|\delta C_k| < \epsilon$  になるまで繰り返し行われる.

以上述べた方法は, Taylor の微分補正法 (または線形化法) ともよばれるもので, 非線形回帰法の最も基本的なものである. Taylor 微分補正法は非線形モデルのパラメーター推定にそれなりの役割を果たしているが, 次のような非常に重大な欠陥を有している. つまり, 初期値 ( $C_1^0, C_2^0, C_3^0$ ) の与え方によっては残差平方和は収束せず, 逆に発散してしまうことである.

非線形回帰法における最大の難関はここにあり, 残差平方和をいかに収束させるかという課題に多くの研究者が取り組んできた<sup>(14), (16), (17)</sup>.

表-3 回帰計算結果 (余市)

モデル名	回帰式	回帰法	$K_s$ (台/km)	$V_c$ (km/h)	$Q_c$ (台/h)	$V_f$ (km/h)	$K_f$ (台/km)	残差平方和
Greenshields	$V_s = 56.7 \left[ 1 - \left( \frac{K}{111.1} \right) \right]$	単純	55.6	28.4	1579	56.7	111.1	1100
Drew	$V_s = 81.1 \left[ 1 - \left( \frac{K}{115.4} \right)^{1/2} \right]$	単純	51.2	27.1	1388	81.1	115.4	557
○ N次曲線	$V_s = 159 \left[ 1 - \left( \frac{K}{123.0} \right)^{0.193} \right]$	B.M.D	49.3	25.7	1267	159.0	123.0	456
○ Greenberg	$V_s = 24.8 \ln \left( \frac{133.0}{K} \right)$	単純	48.9	24.8	1213	—	133.0	498
Underwood	$V_s = 83.1 \cdot e^{-\left( \frac{K}{37.9} \right)}$	単純	37.9	30.6	1160	83.1	—	436
"	$V_s = 76.5 \cdot e^{-\left( \frac{K}{42.9} \right)}$	Taylor	42.9	28.1	1205	76.5	—	359
May	$V_s = 47.5 \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{K}{60.1} \right)^2}$	単純	50.1	28.8	1443	47.5	—	939
"	$V_s = 55.4 \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{K}{40.3} \right)^2}$	Taylor	40.5	33.6	1361	55.4	—	346
○ 指数型非線形	$V_s = 61.8 \cdot e^{-\frac{1}{1.47} \left( \frac{K}{41.0} \right)^{1.17}}$	B.M.D	41.0	31.3	1283	61.8	—	270

表-4 回帰計算結果(篠路)

モデル名	回帰式	回帰法	$K_c$ (台/km)	$V_c$ (km/h)	$Q_c$ (台/h)	$V_f$ (km/h)	$K_f$ (台/km)	残差平方和
Greenshields	$\bar{V}_s = 59.8 \left[ 1 - \left( \frac{K}{106.7} \right) \right]$	単純	53.4	29.9	1597	59.8	106.7	1170
Drew	$\bar{V}_s = 86.7 \left[ 1 - \left( \frac{K}{110.8} \right)^{1.12} \right]$	単純	49.2	28.9	1422	86.7	110.8	581
○ $N$ 次曲線	$\bar{V}_s = 576 \left[ 1 - \left( \frac{K}{120.9} \right)^{0.691} \right]$	B.M.D.	45.6	28.0	1277	576.0	120.9	394
○ Greenberg	$\bar{V}_s = 27.7 \ln \left( \frac{122.7}{K} \right)$	単純	45.2	27.7	1252	--	122.7	397
Underwood	$\bar{V}_s = 86.5 \cdot e^{-\left( \frac{K}{57.7} \right)}$	単純	37.7	31.8	1199	86.5	--	280
"	$\bar{V}_s = 85.2 \cdot e^{-\left( \frac{K}{36.9} \right)}$	Taylor	38.9	31.3	1218	85.2	--	274
May	$\bar{V}_s = 48.4 \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{K}{48.5} \right)}$	単純	48.9	29.4	1438	48.4	--	1106
"	$\bar{V}_s = 57.8 \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{K}{46.5} \right)}$	Taylor	40.9	35.0	1432	57.8	--	412
○ 指数型非線形	$\bar{V}_s = 70.9 \cdot e^{-\frac{1}{1.29} \left( \frac{K}{39.3} \right)^{1.29}}$	B.M.D.	39.3	32.3	1269	70.9	--	231

本研究においては北大大型計算機センターのプログラムライブラリーに登録されている B.M.D-X 85 を参考にして、次のようなアルゴリズムを用いた<sup>18)</sup>。

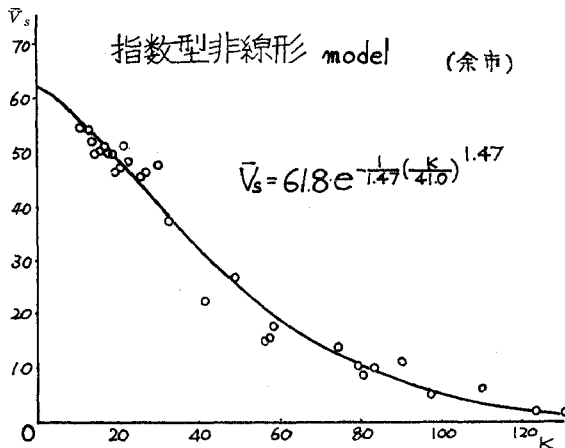
もし、残差平方和  $Q(C_1^\circ + \delta C_1, C_2^\circ + \delta C_2, C_3^\circ + \delta C_3)$  が残差平方和  $Q(C_1^\circ, C_2^\circ, C_3^\circ)$  より大きくなったら、 $\delta C_1, \delta C_2, \delta C_3$  を  $1/2, 1/4, 1/8 \dots$  にして大きくならないようにし、しかもあらかじめ与えた範囲内に  $\delta C_1, \delta C_2, \delta C_3$  があるように定めた。

このようにして求めた  $\delta C_1, \delta C_2, \delta C_3$  を用いて  $C_1^\circ, C_2^\circ, C_3^\circ$  の修正を行い、この値を用いて改めて修正計算を行うものである。

パラメーター  $C_1, C_2, C_3$  が収束すれば残差平方和も収束するので、収束した  $C_1, C_2, C_3$  の値をもって求める推定値とした。

5. 回帰計算の結果およびその考察

追従理論から誘導される交通流モデルは指数型非線形



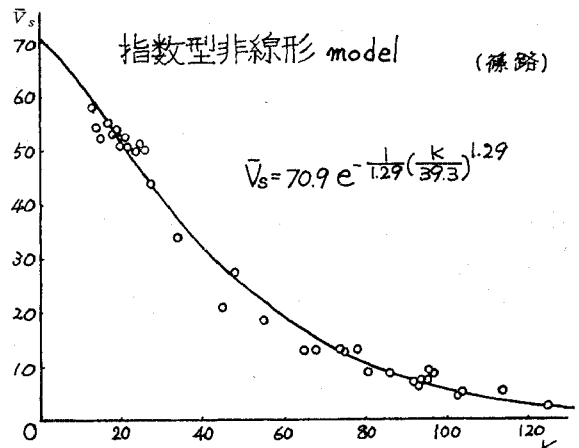
(1)

モデル、 $N$  次曲線モデル、Greenberg モデルの 3 モデルに帰着されることはすでに述べたとおりである。そこで回帰計算もこの 3 モデルについて行えば十分であるが、他のモデルとこの 3 モデルがどのような関係にあるかを明らかにするため全モデルについて回帰計算を行った。

表-3 は一般国道 5 号余市町のデータを用いて回帰計算を行った結果であり、表-4 は一般国道 231 号札幌市篠路のデータを用いて回帰計算を行った結果をまとめたものである。表中の記号は 3. に用いたものと同じである。ただし、回帰法の欄にある単純とは単純最小二乗法(対数変換をも含む)を示し、Taylor とは、Taylor 微分補正法を、B.M.D とは B.M.D-X 85 のアルゴリズムを参考にして作った回帰計算法を示している。

交通容量  $Q_c$  は  $Q_c = K_c \cdot V_c$  なる関係式から算出した。たとえば指数型非線形モデルの交通容量は次のようになる。

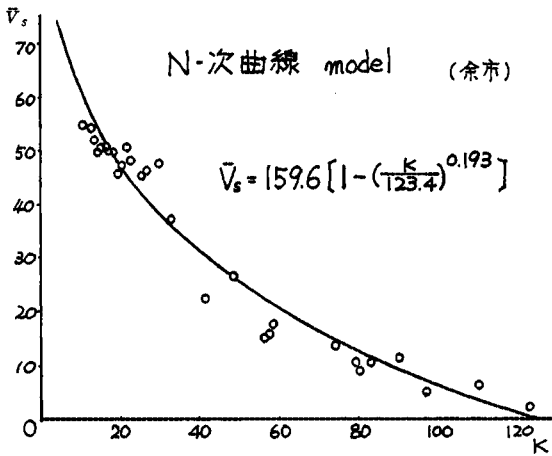
表-3 における指数型非線形モデルの回帰式は



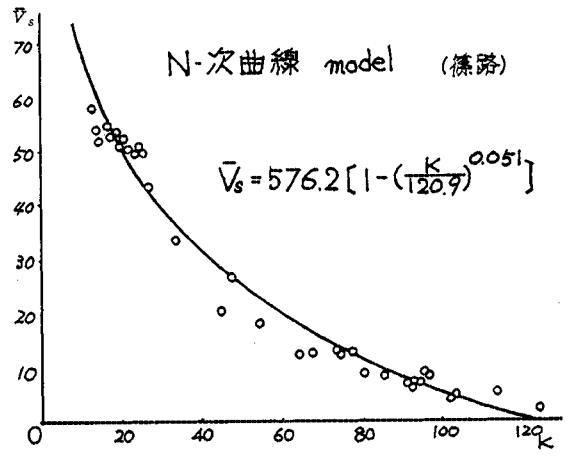
(2)

図-1



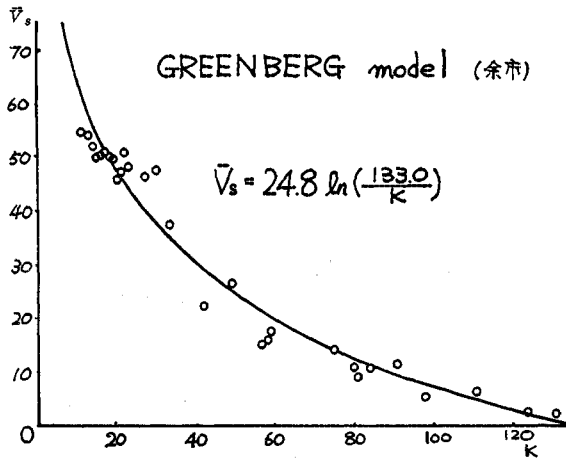


(1)

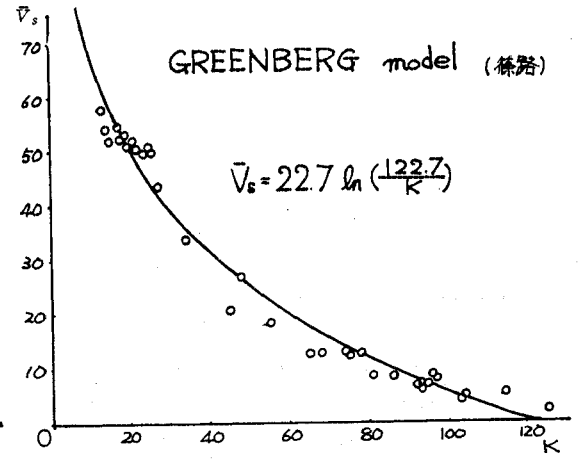


(2)

図-2

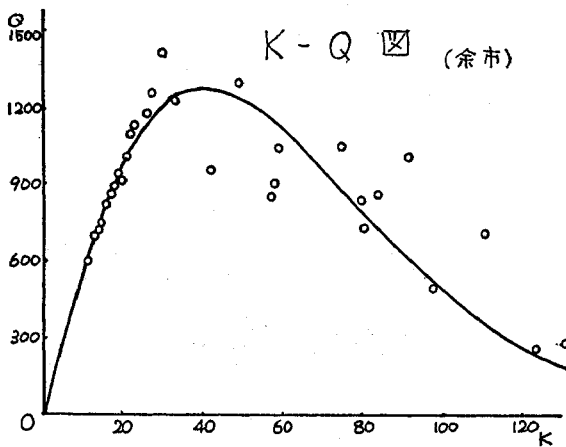


(1)

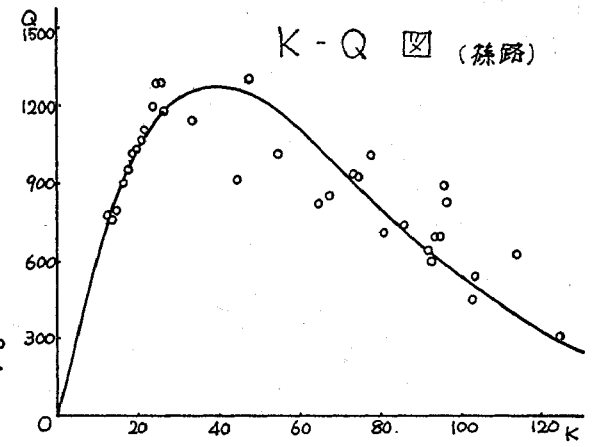


(2)

図-3



(1)



(2)

図-4

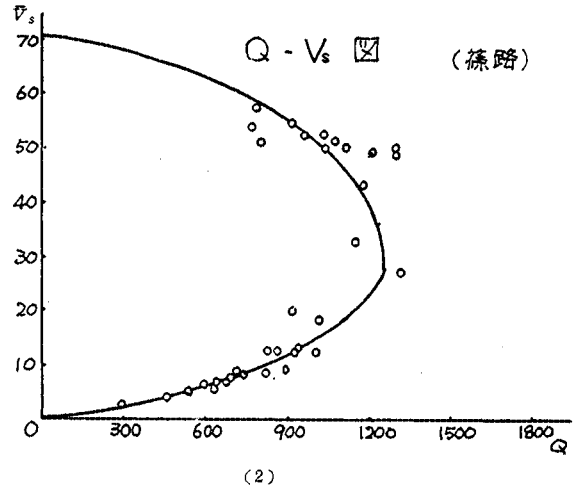
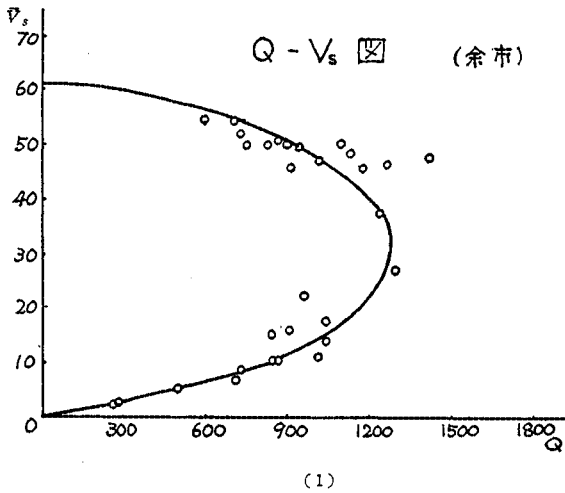


図-5

$$V_s = 61.8 e^{-\frac{1}{1.47} \left(\frac{K}{41.0}\right)^{1.47}} \dots\dots\dots (39)$$

と与えられているから、臨界密度  $K_c$  は  $K_c=41.0$  (台/km) となる。臨界速度  $V_c$  は、 $K$  が  $K_c$  になるとき  $V_s$  は  $V_c$  になることを用いて求める。つまり、式 (39) の  $K$  に、 $K=K_c=41.0$  を入れたときの  $V_s$  が臨界速度  $V_c$  となる。

$$V_c = 61.8 e^{-\frac{1}{1.47} \left(\frac{41.0}{41.0}\right)^{1.47}} = 61.8 e^{-\frac{1}{1.47}} = 31.3 \text{ (km/h)}$$

よって交通容量  $Q_c$  は次のようになる。

$$Q_c = K_c \cdot V_c = 41.0 \times 31.3 = 1283 \text{ (台/h)}$$

図-1, 2, 3 は余市および篠路のデータに指数型非線形モデル、 $N$  次曲線モデル、Greenberg モデルの回帰線をあてはめてみたものである。これらの表、図から次のことが判明した。

(1) Underwood モデルや May モデルの一般形モデルである指数型非線形モデルは、いずれのデータにおいても最小の残差平方和を与える。

(2) Greenshields モデルや Drew モデルの一般形モデルである  $N$  次曲線モデルは、このグループの中で最小の残差平方和を与えることが判明した。しかし、指数型非線形モデルに比べたら残差平方和は大きい。

(3)  $N$  次曲線モデルにおけるパラメーター  $l$  の値は次のとおりである。

余市:  $l=0.193+1.0=1.193 \div 1.0$

篠路:  $l=0.0507+1.0=1.0507 \div 1.0$

両者とも  $l$  の値が 1.0 に非常に近いことが判明した。 $l$  が 1.0 になれば、表-2 からも明らかなように Greenberg モデルとなる。つまり、 $N$  次曲線モデルの回帰線は、Greenberg モデルの回帰線と近似していることが非線形回帰計算の結果わかった。回帰線を実際にプロットしてみるとこのことはさらに明らかとなる (図

—2, 図-3 参照)。

$N$  次曲線モデルと Greenberg モデルの関数形はまったく異なるにもかかわらず、回帰線がほとんど一致するという事実は非線形交通流モデルのもつ一般性と、非線形回帰法のもつ意義とを再認識させるものと考えられる。本研究では 2 地点分の交通流データを用いて回帰分析を行っただけなので、今後はさらに多くの交通流データを用いて、 $N$  次曲線モデルと Greenberg モデルの関係を確かめる必要がある。

(4)  $N$  次曲線モデルは  $V_f, K_f$  の境界値を式の中に含み、交通流モデルとしては最も理想的な関数形をしている。しかし  $V_f$  の値は余市においては 159 (km/h)、篠路においては 516 (km/h) と大きく変動することがわかった。

(5) 指数型非線形モデルは  $K_f$  の値を理論的には持ちえないモデルである。しかし、 $V_f$  の値は余市において 61.8 (km/h)、篠路において 70.9 (km/h) と、余り大きな変動を示さなかった。

(6) 回帰分析の結果、自由速度  $V_f$  の値がそれぞれのモデルによって大きく異なることがわかった。特に  $N$  次曲線モデルでは  $V_f$  の変動が激しく、しかも一般道路を走行する自動車の物理的限界をこえた自由速度をもつことが明らかになった。これに対して、指数型非線形モデルにおける自由速度  $V_f$  は、一般道路上を走行する車両の自由速度としてはほぼ納得できる値となっている。

(7) 指数型非線形モデルや  $N$  次曲線モデルで求められた一方向車線の最大交通量推定値はほぼ等しく、二方向二車線道路の基本交通容量の約 1/2 になることが判明した。それゆえ、これらの推定値についてさらに現象論的に交通容量との関係を研究しなければならない。

(8) 図-4, 5 は余市および篠路のデータについて求

めた指数型非線形モデルの回帰式をもとに、 $Q-K$  および  $Q-V$  の関係を図示してみたものである。これらの図からも明らかなように、指数型非線形モデルから誘導した  $Q-K$ 、 $Q-V$  の式はデータと良く適合していることがわかった。

(9) 非線形回帰法は本質的非線形モデルだけでなく、本質的線形モデルにおいても用いた方がよい。たとえば表-3の余市における May モデルの場合、対数変換をして最小二乗法を用いたときの残差平方和は 939 となっているが、Taylor 微分補正法による回帰結果では、346 とほぼ 1/3 にまで残差平方和が減少した。

## 6. おわりに

本研究において非線形交通流モデルが既存の交通流モデルを統一し、しかも非線形回帰法を用いることによって直接パラメーターを推定できることが明らかにされた。本研究で用いた非線形交通流モデルの特徴をまとめてみると次のようになる。指数型非線形モデルは理論的に最大密度  $K_f$  を持ちえないモデルであるが、自由速度  $V_f$  はほぼ納得のできる値を持ち、しかも残差平方和が最小となる。これに対し、 $N$  次曲線モデルは交通流モデルとして、理想的な関数形をしてはいるが、回帰分析によって得られる自由速度  $V_f$  の値は大きく変動する。すなわち、指数型非線形モデルは自由走行状態から臨界走行状態までをよく表現し、また  $N$  次曲線モデルは臨界走行状態から強制渋滞走行状態をよく把握したモデルということができよう。しかしながら、本研究で用いたデータは 2 地点分のみであり、今後は二方向二車線道路の往復合計のデータや、一方向多車線道路のデータ等も含めて、より広範囲に非線形交通流モデルの回帰分析を行って見る必要がある。

本研究は信頼に足る交通流の実測データがあつて初めてまとめあげることができたものである。その意味で実測データを提供して下さった北海道開発局土木試験所第三部長 高橋 毅氏をはじめとする道路研究室の各位に深く感謝する。

また、終始ご指導をたまわった北海道大学工学部土木工学科 山形耕一助教授に心からのお礼を申し上げる。

さらに本研究をまとめるにあたり、錠 秀樹君(現国鉄)に多くの労をわずらわした。ここに記して併せて謝意を表する。

## 参考文献

- 1) 佐藤馨一・高橋 毅・五十嵐日出夫：道路交通流の実証的研究，土木学会北海道支部論文報告集，昭和 51 年 2 月。
- 2) 荻野治雄：道路交通流理論の概要，北海道開発局土木試験所月報 191，昭和 44 年 4 月。
- 3) Adolf, D. May, JR, Hartmut, E.M. Keller: Non-Integer Car Following Models, H.R.R. No. 199.
- 4) Drake, J.S., J.L.Schofer, Adolf D. May, JR: A Statistical Analysis of Speed Density Hypotheses, Express way Surveillance Project., Chicago, Rept 16, May 1965.
- 5) 高橋 毅・佐藤馨一・五十嵐日出夫：道路交通流の測定法に関する研究，土木学会北海道支部論文報告集，昭和 51 年 2 月。
- 6) 高田 弘：交通容量，技術書院，昭和 43 年改訂増補。
- 7) 片倉正彦：道路交通流に関する基礎的研究，東大土木工学科論文集②，昭和 43 年。
- 8) 高橋 毅・佐藤馨一：車両走行速度の測定法について，第 25 回土木学会年次学術講演会概要集，昭和 45 年。
- 9) Donald R. Drew: Classification and Application of Traffic Models, Traffic Engineering, November 1965 ~ July 1966.
- 10) Gaizs, D.C., R. Herman, R.W. Rothery: Non linear Follow the Leader Model of Traffic Flow, J. Operations Research Society of America No. 4, 1961.
- 11) 佐佐木綱：改訂交通流理論，技術書院，昭和 48 年改訂。
- 12) 星 堃 和：交通工学総論，技術書院，昭和 48 年。
- 13) 越 正毅・武田宏夫：道路交通容量資料の分析，交通工学，Vol. 4, No. 5.
- 14) Draper, N.R., H. Smith: Applied Regression Analysis, 一 中村慶一訳：応用回帰分析，森北出版，昭和 48 年。
- 15) McCalla. T.P.: Introduction to Numerical Method and FORTRAN Programing, 一 三浦功・田尾陽一共訳：計算機のための数値計算法概論，サイエンス社，昭和 48 年。
- 16) L.C. W. Dixon: Nonlinear Optimization, 松原正一訳：非線形最適化計算法，培風館，昭和 49 年。
- 17) M.J. Box, D. Davies, W.H. Swann: Non-linear Optimization Techniques, 一 黒田充訳：非線形最適化の技術法，培風館，昭和 47 年。
- 18) FACOM 230-60 B.M.D. 解説編 FORTRAN 編。

(1976.4.21・受付)