

## 鉄筋コンクリート T 形はり断面の最適設計

## OPTIMUM DESIGN OF REINFORCED CONCRETE T-BEAM SECTIONS

長 尚\*  
By Takashi CHOU

## 1. ま え が き

鉄筋コンクリート長方形はり断面の最適許容応力度設計については先に発表<sup>1)</sup>した。今回は、T形はり断面の最適許容応力度設計と最適終局強度設計について報告する。

T形はり断面の許容応力度設計の場合については先の長方形はり断面の場合と同様に、最適設計の問題として定式化し、これを直接探索法により解いて、最適断面を決定するための係数を示す。

次に終局強度設計法はまだわが国では採用されていないので、本文ではその一例である ACI 基準<sup>2)</sup>によるものとする。この基準においては、鉄筋比の上限（つり合い鉄筋比の 75%）が規定されている。この上限値を鉄筋比に選べば、一般に鉄筋量が非常に多くなり、不経済な設計となる。そこで実際には、この上限値よりかなり低い値が鉄筋比として選ばれているようである。これまで経済的な断面の決定法についての研究は、1974 年に Friel<sup>3)</sup>が、1975 年に Brown<sup>4)</sup>がそれぞれ発表している。Friel は単鉄筋長方形はり断面の最適断面の決定法を、ラグランジュの未定乗数法を適用して提案している。Brown は一方向スラブの最小コスト断面を決定する反復法を提案している。本文では、T形はり断面の最適許容応力度設計において導入したパラメーターを利用して、Friel の方法を一般的な T形はり断面に拡張し、最適断面を求める係数を誘導する。

なお前の研究<sup>1)</sup>でも断ったように、本来は構造物または部材としての最適問題として定式化することが望ましい。しかし、そのような定式化は具体的な問題ごとに可能であっても、一般的な設計資料が提供できるような目的では困難であり、しかも計算時間・容量および計算手法に難点がある。したがって本文の結果は、全体の最適設計のための Suboptimization もしくは基礎的な設計

資料として用いられるものである。

## 2. 設計変数および目的関数

## (1) 設計変数

長方形はり断面の最適許容応力度設計は単鉄筋断面であったように、T形はり断面の最適設計の場合も、単鉄筋断面となることが予想されるので、以下 図-1 に示すような単鉄筋 T形断面について考える。

設計変数としては、前の研究<sup>1)</sup>の場合と同様に、有効高さ  $d$  および鉄筋量  $A_s$  をそのまま用い、次式中の  $C$  および  $p$  を用いる。

$$d = C \sqrt{\frac{M^*}{b}}, \quad A_s = pbd \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、

$$M^* = \begin{cases} M: \text{作用曲げモーメント (許容応力度設計の場合)} \\ M_u: \text{終局曲げモーメント (終局強度設計の場合)} \end{cases}$$

である。次に

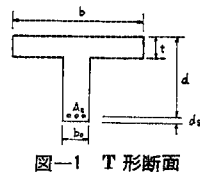
$$f = \frac{d_s}{d} \quad \dots \dots \dots (2)$$

を定数としても、長方形断面の場合のように、 $M^*$ ,  $b$  を制約条件および目的関数から消去できない。そこでさらに次のような定数パラメーターを定義する。

$$w = \frac{b_o}{b} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\alpha = t \sqrt{\frac{b}{M^*}} \quad \dots \dots \dots (4)$$

これらのパラメーターを用いると、後述するように制約条件および目的関数から、 $M^*$ ,  $b$ ,  $t$  を消去することができる。つまりこれら 3 つの量が 1 つの量  $\alpha$  (無次元ではない) に集約できる。



(2) 目的関数

経済性の評価も前の研究<sup>1)</sup>と同様に、コンクリートと主鉄筋の各材料費の和の大きさで行うものとする。単位長さ当りのコンクリートと鉄筋の体積  $V_c, V_s$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} V_c &= (d+d_s)b_0 + (b-b_0)t \\ &= \{(1+f)wd + (1-w)t\}b \dots\dots\dots(5) \\ V_s &= A_s = pbd \end{aligned} \right\}$$

コンクリートと鉄筋の単位体積当りの費用を  $C_c, C_s = qC_c$  とすれば、単位長さ当りのはりの費用 COST は次のようになる。

$$\text{COST} = \{[(1+f)w + pq]C\sqrt{bM^*} + (1-w)tb\}C_c \dots\dots\dots(6)$$

式(6)において、 $b, M^*, w, t, C_c$  はあらかじめ与えられる定数であるから、COST を最小にするには、次式を最小にすればよく、これが目的関数である。

$$Z = \{(1+f)w + pq\}C \rightarrow \min \dots\dots\dots(7)$$

なお、材料費のとり方、目的関数をこのように定義したことによる問題点については前の研究<sup>1)</sup>と同じである。

3. T 形はり断面の最適許容応力度設計

(1) 制約条件

曲げを受ける単鉄筋 T 形断面において、中立軸がウェブに入る場合の、コンクリートの最大応力度  $\sigma_c$  および鉄筋の応力度  $\sigma_s$  を求める式(厳密式)は、周知のように次のようである。

$$\sigma_c = \frac{M}{I_t} x, \quad \sigma_s = \frac{n(d-x)}{x} \sigma_c \dots\dots\dots(8)$$

ここに、

$$I_t = \frac{1}{3}bx^3 - \frac{1}{3}(b-b_0)(x-t)^3 + nA_s(d-x)^2 \dots\dots\dots(9)$$

で、中立軸の位置  $x$  は次の 2 次方程式の解である。

$$\frac{1}{2}b_0x^2 + \{(b-b_0)t + nA_s\}x - \frac{1}{2}(b-b_0)t^2 - nA_s d = 0 \dots\dots\dots(10)$$

ここで、設計変数  $C, p$  および式(3), (4)で定義されるパラメーター、 $w, \alpha$  を用いて、式(8)を書き表わすと次のようになる。

$$\sigma_c = \frac{1}{\left[ \frac{k^2}{3} \left\{ 1 - (1-w) \left( 1 - \frac{\alpha}{kC} \right)^3 \right\} + \frac{np}{k} (1-k)^2 \right] C^2} \dots\dots\dots(11)$$

$$\sigma_s = \frac{n(1-k)}{k \left[ \frac{k^2}{3} \left\{ 1 - (1-w) \left( 1 - \frac{\alpha}{kC} \right)^3 \right\} + \frac{np}{k} (1-k)^2 \right] C^2} \dots\dots\dots(12)$$

ここに  $k$  は中立軸比で、式(10)より、次式が成立しなければならない。

$$\frac{1}{2}\omega k^2 + \left\{ (1-w) \frac{\alpha}{C} + np \right\} k - \frac{1}{2}(1-w) \frac{\alpha^2}{C^2} - np = 0 \dots\dots\dots(13)$$

したがって、中立軸がウェブに入る場合の制約条件はこの式(13)と、 $\sigma_c \leq \sigma_{ca}, \sigma_s \leq \sigma_{sa}$  を表わす次の 2 式である。

$$\left[ \frac{k^2}{3} \left\{ 1 - (1-w) \left( 1 - \frac{\alpha}{kC} \right)^3 \right\} + \frac{np}{k} (1-k)^2 \right] C^2 \geq \frac{1}{\sigma_{ca}} \dots\dots\dots(14)$$

$$\frac{k}{1-k} \left[ \frac{k^2}{3} \left\{ 1 - (1-w) \left( 1 - \frac{\alpha}{kC} \right)^3 \right\} + \frac{np}{k} (1-k)^2 \right] C^2 \geq \frac{n}{\sigma_{sa}} \dots\dots\dots(15)$$

中立軸がフランジに入る場合には、長方形断面と同じであるから、制約条件は次のようになる<sup>1)</sup>。

$$k_R \left( 1 - \frac{k_R}{3} \right) C^2 \geq \frac{2}{\sigma_{ca}} \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{k_R^2}{1-k_R} \left( 1 - \frac{k_R}{3} \right) C^2 \geq \frac{2n}{\sigma_{sa}} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、

$$k_R = \sqrt{n^2 p^2 + 2np} - np \dots\dots\dots(18)$$

である。

(2) 最適化計算

この最適設計の問題の制約条件、目的関数および最適解の典型的な関係を図示したのが、図-2 である。この図にあるように、許容領域は凸領域であり、かつ目的関数は増加関数であるから、局所的最適解はなく、しかも最適解は必ず境界線上に存在する。そこでこの境界線上に沿って直接探索法により、最適解を求めることにする。最適化計算の概要を図-3 に示す。C の上下限值(Cの最適解が  $C_u$  以上、 $C_l$  以下にならないと予測した値)に対応する境界上の点をそれぞれ図-2 の A, D とすれば、最適解は A~B~D 線上に存在する。まず

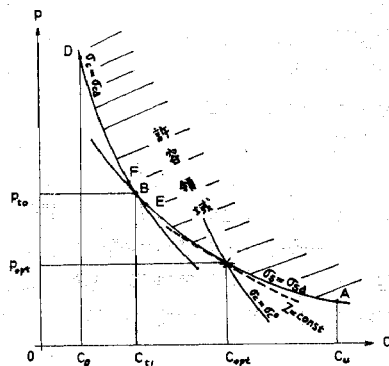


図-2 最適許容応力度設計問題の図示

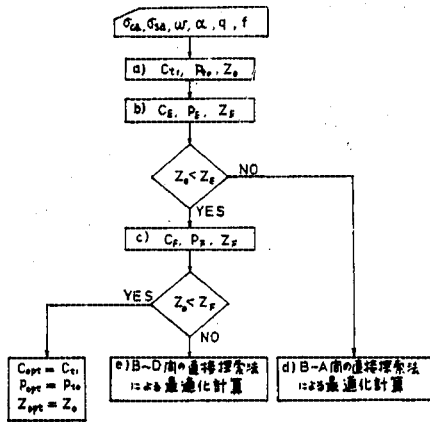


図-3 許容応力度設計の  $p_{op1}$ ,  $C_{op1}$  を求める手順

図-2 の B に相当する、つり合い断面の係数  $C_{t1}$ ,  $p_{t0}$  と、その場合の目的関数の値  $Z_0$  を求める。次いで B よりわずかに A もしくは D の方向に移動した点, E および F における  $C_E$ ,  $p_E$  および  $C_F$ ,  $p_F$  と、それぞれの目的関数  $Z_E$ ,  $Z_F$  を求める。これら  $Z_E$  もしくは  $Z_F$  のいずれかが  $Z_0$  より小さければ、その小さい場合の方向、つまり B~A もしくは B~D の間に最適解は存在し、いずれも  $Z_0$  の方が小さければ、 $C_{t1}$ ,  $p_{t0}$  が最適解である。以下 図-3 中の (a)~(e) の具体的内容について述べる。

a)  $C_{t1}$ ,  $p_{t0}$ ,  $Z_0$  の計算

中立軸がフランジに入るかウェブに入るか予測できないから、まずフランジに入るものとして  $C_{t1}$ ,  $p_{t0}$  を求める。この場合は長方形断面と全く同じであるから、次式により求められる。

$$C_{t1} = \sqrt{\frac{2}{\sigma_{ca} k_0 \left(1 - \frac{k_0}{3}\right)}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$p_{t0} = \frac{k_0 \sigma_{ca}}{2 \sigma_{sa}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、

$$k_0 = \frac{n \sigma_{ca}}{n \sigma_{ca} + \sigma_{sa}} \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。ここでもし中立軸比  $k_0$  が  $t/d$  を越すと、中立軸はウェブに入ることになる。その条件は、

$$\frac{t}{d} = \frac{t}{C} \sqrt{\frac{b}{M}} = \frac{\alpha}{C} \quad \dots\dots\dots (22)$$

であるから、

$$k_0 > \frac{\alpha}{C_{t1}} \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。この式 (23) が成立する場合は、中立軸がウェブに入るから、 $C_{t1}$ ,  $p_{t0}$  を求めるには、式 (13) と式 (14) を等式とした、2つの式を用いなければならない。すなわち、式 (13) 中の中立軸比に式 (21) の  $k_0$  を代入し、これを等式として求めた  $p$ ,

$$p = \frac{1}{n(1-k_0)} \left\{ 0.5 w k_0^3 + \frac{(1-w)\alpha}{C} \left( k_0 - \frac{0.5\alpha}{C} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

を、等式化した式 (14) 中の  $p$  に代入し、 $k$  に  $k_0$  を入れると、 $C_{t1}$  を求める 3 次方程式が得られる。

$$a_1 C^3 + a_2 C^2 + a_3 C + a_4 = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 0.5 w \sigma_{ca} k_0^3 (3 - k_0) \\ a_2 &= 3 \alpha \sigma_{ca} k_0 (1 - w) \\ a_3 &= -1.5 \{ \alpha^2 \sigma_{ca} (1 - w) (1 + k_0) + 2 k_0 \} \\ a_4 &= \alpha^3 \sigma_{ca} (1 - w) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

である。式 (25) を解いて求めた  $C_{t1}$  を、式 (24) に代入すると、 $p_{t0}$  が得られる。 $Z_0$  は次式より求められる。

$$Z_0 = [(1+f)w + p_{t0} q] C_{t1} \quad \dots\dots\dots (27)$$

b)  $C_E$ ,  $p_E$ ,  $Z_E$  の計算

図-2 の E は B よりわずかに B~A 線上を A よりに移動した点である。いま

$$C_E = (1+r) C_{t1} \quad \dots\dots\dots (28)$$

とする ( $r$  は非常に小さな値である) と、E は  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  線上の点であるから  $p_E$  は次のようにして求めることができる。

まず中立軸がフランジに入ると仮定すると、長方形断面の式を用いることになる。式 (17) を等式とし、 $C$  に  $C_E$  を代入すると、次のような、中立軸比  $k$  に関する 3 次方程式が得られる。

$$k^3 - 3k^2 - \frac{6n}{C_E^2 \sigma_{sa}} k + \frac{6n}{C_E^2 \sigma_{sa}} = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

この式 (29) を解いて得られる中立軸比  $k_E$  を、式 (18) に代入すると、次のような  $p_E$  が得られる。

$$p_E = \frac{k_E^2}{2n(1-k_E)} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここでもし、

$$k_E > \frac{\alpha}{C_E} \quad \dots\dots\dots (31)$$

であれば、中立軸はウェブに入ることになる。その場合は、T 形断面の式を用いなければならない。すなわち  $k_0$  を  $k$  とおきかえた式 (24) の  $p$  を式 (15) に代入し等式化すると、中立軸比  $k_E$  を求める 3 次方程式が次のように得られる。

$$a_1 k^3 + a_2 k^2 + a_3 k + a_4 = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 0.5 w C_E^3 \\ a_2 &= -1.5 w C_E^3 \\ a_3 &= 3 C_E \left\{ -\frac{n}{\sigma_{sa}} + \alpha(1-w)(0.5\alpha - C_E) \right\} \\ a_4 &= \frac{3n C_E}{\sigma_{sa}} + \alpha^2 (1-w)(1.5 C_E - \alpha) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (33)$$

この 3 次方程式を解いて得られる中立軸比  $k_E$  を式 (24) の  $k_0$  に代入すると、 $p_E$  が得られる。 $Z_E$  は次式で求められる。



表-1 (2)  $C_{opt}^l, P_{opt}^u$

w	q	$\frac{d}{s_a}$	$C_{opt}^l, P_{opt}^u$						
			0.025	0.050	0.075	0.100	0.125	0.15~	
0.2	25	$C_{opt}^l$	1400	0.3037	0.3058	0.3114	0.3156	0.3160*	0.3160*
			1600	0.2839	0.2868	0.2923	0.2957	0.2956*	0.2956*
			1800	0.2675	0.2710	0.2764	0.2790	0.2787*	0.2787*
			2000	0.2577	0.2629	0.2646	0.2646	0.2644*	0.2644*
	50	$P_{opt}^u$	1400	0.00865	0.00847	0.00829	0.00819	0.00822	0.00822
			1600	0.4243	0.4235	0.4285	0.4300	0.4346	0.4345*
			1800	0.3964	0.3967	0.4018	0.4058	0.4064*	0.4064*
			2000	0.3733	0.3745	0.3797	0.3831	0.3832*	0.3832*
	75	$C_{opt}^l$	1400	0.3539	0.3558	0.3609	0.3636	0.3635*	0.3635*
			1600	0.3453	0.3475	0.3525	0.3549	0.3548*	0.3548*
			1800	0.00434	0.00431	0.00425	0.00420	0.00420	0.00420
			2000	0.5158	0.5133	0.5178	0.5225	0.5246	0.5245*
100	$P_{opt}^u$	1400	0.4817	0.4820	0.4869	0.4889	0.4889*	0.4889*	
		1600	0.4300	0.4307	0.4357	0.4388	0.4388*	0.4388*	
		1800	0.4195	0.4205	0.4255	0.4283	0.4282*	0.4282*	
		2000	0.00290	0.00290	0.00287	0.00284	0.00283	0.00284	
150	$C_{opt}^l$	1400	0.5923	0.5887	0.5930	0.5977	0.6001	0.6000*	
		1600	0.5533	0.5511	0.5557	0.5600	0.5613	0.5613*	
		1800	0.5210	0.5200	0.5248	0.5286	0.5292*	0.5292*	
		2000	0.4938	0.4937	0.4986	0.5019	0.5020*	0.5020*	
150	$P_{opt}^u$	1400	0.00218	0.00219	0.00217	0.00215	0.00214	0.00214	
		1600	0.7201	0.7150	0.7189	0.7236	0.7263*	0.7263*	
		1800	0.6726	0.6691	0.6734	0.6778	0.6795*	0.6795*	
		2000	0.6334	0.6312	0.6357	0.6397	0.6406*	0.6406*	

表-1 (3)  $C_{opt}^l, P_{opt}^w$

w	q	$\frac{d}{s_a}$	$C_{opt}^l, P_{opt}^w$						
			0.025	0.050	0.075	0.100	0.125	0.15~	
0.25	25	$C_{opt}^l$	1400	0.2747	0.2765	0.2817	0.2853	0.2854*	0.2854*
			1600	0.2567	0.2593	0.2644	0.2673	0.2670*	0.2670*
			1800	0.2451	0.2451	0.2500	0.2520	0.2517*	0.2517*
			2000	0.2330	0.2378	0.2388	0.2388	0.2388*	0.2388*
	50	$P_{opt}^w$	1400	0.01072	0.01050	0.01027	0.01020	0.01020	0.01020
			1600	0.3833	0.3823	0.3868	0.3909	0.3921	0.3920*
			1800	0.3580	0.3581	0.3627	0.3663	0.3667*	0.3667*
			2000	0.3372	0.3381	0.3428	0.3458	0.3457*	0.3457*
	75	$C_{opt}^l$	1400	0.3196	0.3212	0.3258	0.3281	0.3280*	0.3280*
			1600	0.3118	0.3137	0.3183	0.3202	0.3201*	0.3201*
			1800	0.00538	0.00534	0.00527	0.00521	0.00521	0.00521
			2000	0.4654	0.4629	0.4670	0.4712	0.4728*	0.4728*
100	$P_{opt}^w$	1400	0.4347	0.4334	0.4377	0.4415	0.4422*	0.4422*	
		1600	0.4094	0.4090	0.4135	0.4167	0.4169*	0.4169*	
		1800	0.3880	0.3884	0.3929	0.3956	0.3956*	0.3956*	
		2000	0.3785	0.3792	0.3837	0.3861	0.3860*	0.3860*	
150	$C_{opt}^l$	1400	0.00360	0.00360	0.00356	0.00353	0.00352	0.00352	
		1600	0.5342	0.5306	0.5344	0.5386	0.5406*	0.5406*	
		1800	0.4989	0.4967	0.5007	0.5046	0.5056*	0.5056*	
		2000	0.4698	0.4686	0.4729	0.4763	0.4767*	0.4767*	
150	$P_{opt}^w$	1400	0.4453	0.4449	0.4483	0.4522	0.4522*	0.4522*	
		1600	0.4344	0.4344	0.4387	0.4414	0.4413*	0.4413*	
		1800	0.00271	0.00271	0.00269	0.00267	0.00266	0.00266	
		2000	0.6439	0.6471	0.6514	0.6537	0.6537*	0.6537*	

表-1 (4)  $C_{opt}^l, P_{opt}^u$

$w$	$q$	$\alpha$ $\sigma_{sa}$	0.025	0.050	0.075	0.100	0.125	0.15~
0.30	25	$C_{opt}^l$	1.400	0.2549	0.2596	0.2628	0.2656*	0.2626*
			1.600	0.2390	0.2437	0.2461	0.2457*	0.2457*
			1.800	0.2259	0.2304	0.2319	0.2316*	0.2316*
			2.000	0.2148	0.2191	0.2197*	0.2197*	0.2197*
			2.100	0.2148	0.2140	0.2144*	0.2144*	0.2144*
			$P_{opt}^u$	0.01278	0.01251	0.01218	0.01218	0.01218
	50	$C_{opt}^l$	1.400	0.3520	0.3560	0.3597	0.3605	0.3605*
			1.600	0.3297	0.3339	0.3370	0.3372*	0.3372*
			1.800	0.3105	0.3155	0.3181	0.3179*	0.3179*
			2.000	0.2943	0.2999	0.3018	0.3016*	0.3016*
			2.100	0.2871	0.2887	0.2945	0.2943*	0.2943*
			$P_{opt}^u$	0.00641	0.00637	0.00628	0.00622	0.00622
75	$C_{opt}^l$	1.400	0.4282	0.4258	0.4332	0.4346	0.4345*	
		1.600	0.4000	0.3986	0.4059	0.4064*	0.4064*	
		1.800	0.3767	0.3762	0.3802	0.3831	0.3832*	
		2.000	0.3570	0.3572	0.3613	0.3636	0.3635*	
		2.100	0.3483	0.3488	0.3549	0.3548*	0.3548*	
		$P_{opt}^u$	0.00429	0.00429	0.00420	0.00420	0.00420	
100	25	$C_{opt}^l$	1.400	0.4911	0.4911	0.4949	0.4966	0.4965*
			1.600	0.4587	0.4565	0.4602	0.4644*	0.4644*
			1.800	0.4320	0.4307	0.4345	0.4379*	0.4379*
			2.000	0.4094	0.4089	0.4128	0.4154	0.4154*
			2.100	0.3994	0.3992	0.4031	0.4055	0.4054*
			$P_{opt}^u$	0.00323	0.00324	0.00318	0.00318	0.00318
	50	$C_{opt}^l$	1.400	0.5959	0.5914	0.5942	0.5980	0.6000*
			1.600	0.5566	0.5533	0.5566	0.5602	0.5613*
			1.800	0.5242	0.5219	0.5254	0.5287	0.5292*
			2.000	0.4968	0.4954	0.4991	0.5019	0.5020*
			2.100	0.4847	0.4836	0.4873	0.4899	0.4899*
			$P_{opt}^u$	0.00217	0.00218	0.00216	0.00215	0.00214

表-1 (5)  $C_{opt}^l, P_{opt}^u$

$w$	$q$	$\alpha$ $\sigma_{sa}$	0.025	0.050	0.075	0.100	0.125	0.15~
0.35	25	$C_{opt}^l$	1.400	0.2381	0.2424	0.2452	0.2448*	0.2448*
			1.600	0.2232	0.2275	0.2294	0.2290*	0.2290*
			1.800	0.2109	0.2150	0.2161	0.2159*	0.2159*
			2.000	0.2045	0.2048*	0.2048*	0.2048*	0.2048*
			2.100	0.1997	0.1999*	0.1999*	0.1999*	0.1999*
			$P_{opt}^u$	0.01481	0.01451	0.01415	0.01415	0.01415
	50	$C_{opt}^l$	1.400	0.3293	0.3284	0.3320	0.3354	0.3359*
			1.600	0.3076	0.3075	0.3114	0.3142	0.3142*
			1.800	0.2898	0.2903	0.2942	0.2964	0.2962*
			2.000	0.2747	0.2758	0.2812	0.2810*	0.2810*
			2.100	0.2680	0.2693	0.2731	0.2743	0.2742*
			$P_{opt}^u$	0.00743	0.00739	0.00728	0.00721	0.00722
75	$C_{opt}^l$	1.400	0.3992	0.3970	0.4002	0.4036	0.4048	
		1.600	0.3729	0.3716	0.3751	0.3781	0.3785*	
		1.800	0.3512	0.3507	0.3543	0.3569	0.3569*	
		2.000	0.3329	0.3330	0.3366	0.3387	0.3385*	
		2.100	0.3248	0.3251	0.3288	0.3305	0.3304*	
		$P_{opt}^u$	0.00498	0.00497	0.00492	0.00488	0.00488	
100	$C_{opt}^l$	1.400	0.4576	0.4545	0.4574	0.4609	0.4623	
		1.600	0.4275	0.4254	0.4286	0.4317	0.4323*	
		1.800	0.4026	0.4013	0.4047	0.4075	0.4076*	
		2.000	0.3816	0.3810	0.3845	0.3868	0.3867*	
		2.100	0.3722	0.3719	0.3755	0.3775	0.3774*	
		$P_{opt}^u$	0.00375	0.00376	0.00372	0.00370	0.00369	
150	$C_{opt}^l$	1.400	0.5548	0.5506	0.5531	0.5565	0.5583	
		1.600	0.5183	0.5152	0.5180	0.5213	0.5222*	
		1.800	0.4881	0.4859	0.4890	0.4919	0.4923*	
		2.000	0.4626	0.4612	0.4645	0.4670	0.4670*	
		2.100	0.4513	0.4502	0.4535	0.4558	0.4558*	
		$P_{opt}^u$	0.00252	0.00253	0.00251	0.00250	0.00249	

- $w=0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35$
- $\alpha=0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125, 0.15, 0.175,$   
 $0.2 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}$
- $q=25, 50, 75, 100, 150$

なお  $f$  は 0.15 とした。

計算結果を整理すると、最適断面を求める係数  $C_{opt}$ ,  $p_{opt}$  は、表-1 を利用して次式から得られる。

$$C_{opt} = \begin{cases} C_{t1} & (C_{t1} \geq C_{opt}^l \text{ のとき}) \\ C_{opt}^l & (C_{t1} < C_{opt}^l \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots\dots(40)$$

$$p_{opt} = \begin{cases} p_{t0} & (C_{opt} = C_{t1} \text{ のとき}) \\ p_{t0}^u & (C_{opt} = C_{opt}^l \text{ のとき}) \end{cases}$$

ここに、 $C_{opt}^l$ ,  $p_{opt}^u$  は最適断面が釣り合い断面と一致せず、釣り合い断面より大きい有効高さで、かつ釣り合い鉄筋比より小さい鉄筋比の断面が最適断面となったときの係数である。これは 図-2 で示すような × 印の点が最適解となった場合で、 $\sigma_s = \sigma_{sa}$  であるが、 $\sigma_c < \sigma_{ca}$  であり、 $\sigma_c = \sigma_{ca}$  となる場合より経済的となるケースである。なおここで計算した範囲では、図-2 の B~D 間に最適解があるケースは生じなかった。

また、一般に  $w, \alpha, q$  はここで示した値と必ずしも一致しないので、比例按分により  $C_{opt}$ ,  $p_{opt}$  を求めるものとする。

具体例を示す。  $M=90 \text{ t}\cdot\text{m}$ ,  $b=140 \text{ cm}$ ,  $b_0=40 \text{ cm}$ ,  $t=15 \text{ cm}$ ,  $\sigma_{ca}=80 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $\sigma_{sa}=1600 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $q=100$  の場合：

$$\alpha = t\sqrt{\frac{b}{M}} = 0.05916 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}, \quad w = \frac{b_0}{b} = 0.2857$$

まず釣り合い断面を求める。中立軸がウェブに入るものと仮定して、式 (25) の係数を求め、3 次方程式を解くと、 $C_{t1}=0.2844$  を得る。これを式 (24) に代入すると  $p_{t0}=0.00869$  を得る。 $\alpha/C_{t1}=0.208 < k_0 (=0.4286)$  であるから、中立軸はウェブに入る。したがって、釣り合い断面の有効高さ  $d_1$ 、鉄筋量  $A_{s0}$  は次のようになる。

$$d_1 = C_{t1}\sqrt{\frac{M}{b}} = 72.1 \text{ cm}$$

$$A_{s0} = p_{t0}bd_1 = 87.7 \text{ cm}^2$$

この場合の目的関数値  $Z_0$  は次のようになる。

$$Z_0 = \{(1+f)w + p_{t1}q\}C_{t1} = 0.341$$

次に最適断面を求める。表-1 から比例按分により

$$C_{opt}^l (w=0.2857, \alpha=0.05916 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}) = 0.469$$

$$p_{opt}^u (w=0.2857, \alpha=0.05916 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}) = 0.00308$$

を得る。式 (40) より、 $C_{t1} < C_{opt}^l$  であるから、 $C_{opt} = 0.469$ ,  $p_{opt} = 0.00308$  を得る。したがって、

$$d_{opt} = C_{opt}\sqrt{\frac{M}{b}} = 119.0 \text{ cm}$$

$$A_{s_{opt}} = p_{opt}bd_{opt} = 51.3 \text{ cm}^2$$

$$Z_{opt} = \{(1+f)w + p_{opt}q\}C_{opt} = 0.299$$

を得る。念のためにこの例について直接最適解を求めたところ、 $d_{opt}=118.7 \text{ cm}$ ,  $A_{s_{opt}}=51.2 \text{ cm}^2$  となり、比

例按分により求めた結果とほとんど一致した。

#### (4) 考 察

##### a) 単鉄筋と複鉄筋

これまで最適断面は単鉄筋断面であると予想して求めてきたが、前文の長方形断面の場合に述べたように、相対的に鉄筋の費用が安く、コンクリートの許容応力度が低く、しかも鉄筋のそれが高い場合には、最適断面は複鉄筋となる可能性がある。そこで  $q=25$ ,  $\sigma_{ca}=60 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $\sigma_{sa}=2100 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $\alpha=0.025\sim 0.2 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}$ ,  $w=0.15\sim 0.35$  の場合について、複鉄筋の式を用いて最適解を求めてみたところ、結果はすべて単鉄筋断面となった。したがって本文で示した条件の範囲内では、最適断面は単鉄筋断面である。

##### b) 釣り合い断面と最適断面

最適断面が釣り合い断面と一致するケースもあるが、長方形断面の場合に比べて、そのようなケースは少ない。また最適断面が釣り合い断面と一致しない場合、釣り合い断面の費用に対する最適断面の費用の比  $\mu = Z_{opt}/Z_0$  は長方形断面に比べて T 形断面の方が、かなり小さく、節約率は高い。このことを示す例として、表-2 に、 $\sigma_{ca}=80 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $\sigma_{sa}=1800 \text{ kg}/\text{cm}^2$  と  $\sigma_{ca}=100 \text{ kg}/\text{cm}^2$ ,  $\sigma_{sa}=2000 \text{ kg}/\text{cm}^2$  の場合の  $\mu$  を掲げた。このような傾向になったのは、最適断面が釣り合い断面と一致しない場合は前述のように、釣り合い断面に比べて有

表-2 (1)  $\mu$  の 例

$\sigma_{ca}$	$\sigma_{sa}$	$w$	$q$	$\alpha$				
				0.025	0.050	0.075	0.100	0.125~
80	1800	0.15	25	1.000	1.000	0.991	0.984	0.984
			50	1.000	0.950	0.897	0.876	0.876
			75	0.976	0.876	0.808	0.783	0.783
			100	0.936	0.811	0.738	0.712	0.711
			150	0.857	0.712	0.637	0.611	0.610
		0.20	25	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
			50	1.000	0.980	0.946	0.931	0.931
			75	0.990	0.925	0.872	0.851	0.850
			100	0.961	0.868	0.806	0.783	0.783
			150	0.892	0.774	0.706	0.682	0.681
		0.25	25	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
			50	1.000	0.994	0.975	0.964	0.964
			75	0.997	0.955	0.915	0.898	0.897
			100	0.975	0.907	0.856	0.836	0.836
			150	0.915	0.819	0.760	0.738	0.737
		0.30	25	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
			50	1.000	1.000	0.990	0.984	0.984
			75	0.999	0.973	0.944	0.931	0.931
			100	0.984	0.934	0.893	0.876	0.876
			150	0.931	0.854	0.803	0.783	0.783
0.35	25	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000		
	50	1.000	1.000	0.998	0.994	0.994		
	75	1.000	0.986	0.965	0.955	0.955		
	100	0.990	0.953	0.921	0.907	0.907		
	150	0.943	0.881	0.837	0.820	0.820		

表-2 (2)  $\mu$  の例

$\sigma_{ca}$	$\sigma_{sa}$	$w$	$q$	$\alpha$				
				0.025	0.050	0.075	0.100	0.125~
100	2000	0.15	25	1.000	0.994	0.971	0.963	0.963
			50	0.990	0.906	0.849	0.833	0.833
			75	0.942	0.819	0.752	0.734	0.734
			100	0.890	0.749	0.680	0.662	0.662
		0.20	25	1.000	1.000	0.994	0.991	0.991
			50	0.998	0.950	0.907	0.895	0.895
			75	0.967	0.877	0.820	0.805	0.805
			100	0.924	0.812	0.751	0.734	0.735
		0.25	25	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
			50	1.000	0.975	0.945	0.936	0.936
			75	0.981	0.915	0.870	0.857	0.857
			100	0.945	0.857	0.804	0.789	0.790
		0.30	25	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
			50	1.000	0.989	0.969	0.963	0.963
			75	0.989	0.942	0.906	0.895	0.895
			100	0.959	0.890	0.845	0.833	0.833
		0.35	25	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
			50	1.000	0.996	0.984	0.980	0.980
			75	0.994	0.961	0.933	0.924	0.924
			100	0.969	0.915	0.878	0.867	0.868
			150	0.905	0.830	0.785	0.773	0.773

効高さが大きく、鉄筋量が少ない断面であるから、有効高さが増すために増えるコンクリートの費用は、長方形断面の場合に比べ  $b_0/b$  の比で小さく、一方鉄筋量の減少によって減る鉄筋の費用の減少は両者共同じて、結局 T 形断面の方の費用の減少率が高くなるためである。

c) 最適解の一定性

長方形断面の場合のような最適解の一定性が、T 形断面の場合にも存在している。

まず  $p_{opt}$ ,  $C_{opt}$  は  $\sigma_{ca}$  に無関係な一定値となる。これは長方形断面の場合と同様に、図-2 において  $\sigma_{ca} \geq \sigma_c^0$  では  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  上の一定点 (×印) が最適解となるからである。

次に  $p_{opt}$  は  $\sigma_{sa}$  にも無関係となる。このことについては長方形断面の場合と同様に、ラグランジュの未定乗数法を適用して証明を試みたが、非線形連立方程式が解けず、成功しなかった。しかし前述の  $\sigma_{ca}$ ,  $\sigma_{sa}$  のすべての組み合わせについて求めた最適解には、このことが成り立っている。

d) 中立軸の位置

最適断面における中立軸は、 $\alpha$  がある程度大きくなると、フランジに入る。その限界はほぼ  $0.125 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}$  で、これより  $\alpha$  が小さいと中立軸はウェブに入る。 $\alpha$  の値が大きくなると中立軸がフランジに入ることになるのは、フランジの幅  $b$  と厚さ  $t$  が大きく、曲げモーメン

トが相対的に小さいために、中立軸の位置が上に寄る傾向になるからである。

また中立軸がフランジに入ると、 $C_{opt}$ ,  $p_{opt}$  は  $\alpha$  に無関係な一定値となる。これは、制約条件が式 (16), (17) となりこれらは  $\alpha$  に関係なく、目的関数はもともと  $\alpha$  に無関係だからである。なお表-1 において \* 印を付した部分がこのようなケースである。

4. T 形はり断面の最適終局強度設計

(1) 制約条件

ACI 基準 318-71 によると、終局曲げモーメント  $M_u$  の算定式は次のようである。

$$M_u = 0.9 \sigma_{sy} \left\{ (A_s - A_{sf}) \left( d - \frac{a}{2} \right) + A_{sf} \left( d - \frac{t}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots (41)$$

ここに、

$$A_{sf} = \frac{0.85 \sigma_c' (b - b_0) t}{\sigma_{sy}} \dots\dots\dots (42)$$

$$a = \frac{(A_s - A_{sf}) \sigma_{sy}}{0.85 \sigma_c' b_0} \dots\dots\dots (43)$$

$\sigma_c'$  : コンクリートの円柱供試体の強度 (kg/cm<sup>2</sup>)

$\sigma_{sy}$  : 鉄筋の降伏点 (kg/cm<sup>2</sup>)

である。この式 (41) に、式 (1), (3), (4) で定義される  $C$ ,  $p$ ,  $w$ ,  $\alpha$  を代入して整理すると次のようになる。

$$pC \{ C(1 + \gamma_1 p) + \gamma_2 \} + \gamma_3 = 0 \dots\dots\dots (44)$$

ここに、

$$\gamma_1 = - \frac{\sigma_{sy}}{1.7 \sigma_c' w} \dots\dots\dots (45)$$

$$\gamma_2 = \frac{(1-w)\alpha}{w} \dots\dots\dots (46)$$

$$\gamma_3 = - \frac{1}{\sigma_{sy}} \left\{ \frac{0.425 \sigma_c' \alpha^2 (1-w)}{w} + \frac{1}{0.9} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

次に鉄筋比には次式に示されるような上下限値が定められている。

$$p_l \leq p \leq p_u \dots\dots\dots (48)$$

ここに、

$$p_l = \frac{14.06 w}{\sigma_{sy}} \dots\dots\dots (49)$$

$$p_u = 0.75 (w p_b + p_f) \dots\dots\dots (50)$$

$$p_b = 0.85 \beta_1 \frac{\sigma_c'}{\sigma_{sy}} \cdot \frac{6300}{6300 + \sigma_{sy}} \dots\dots\dots (51)$$

$\beta_1$  :  $\sigma_c' = 280 \text{ kg/cm}^2$  までは 0.85, それ以上では  $14 \text{ kg/cm}^2$  の増加につき 0.01 の割合で減少させる定数係数

$$p_f = \frac{A_{sf}}{bd} = \frac{0.85 \sigma_c' \alpha (1-w)}{C \sigma_{sy}} \dots\dots\dots (52)$$

である。

長方形断面の場合、または T 形断面の場合でも、中立軸がフランジに入る場合には、式 (41)~(52) において



$$b=b_0 \text{ もしくは } w=1 \dots\dots\dots(53)$$

とすればよい。中立軸がフランジに入る条件は次のようになる。長方形断面における中立軸比  $k_R$  は、

$$k_R = \frac{a}{\beta_1 d} = \frac{p \sigma_{sy}}{0.85 \beta_1 \sigma_c'} \dots\dots\dots(54)$$

であるから、

$$k_R \leq \frac{t}{d} = \frac{a}{C} \dots\dots\dots(55)$$

であれば中立軸はフランジに入る。したがって条件式は

$$a \geq \frac{p \sigma_{sy} C}{0.85 \beta_1 \sigma_c'} \dots\dots\dots(56)$$

である。

以上により、設計変数  $C, p$  で表わした、この問題の制約条件は、式 (44) と (48) である。

(2) 最適化計算

この最適設計問題の、制約条件、目的関数および最適解の典型的な関係を図示したのが 図—4 である。図にあるように、最適解は A~B 線上に存在するが、もし式 (48) の制約条件がなければ、次に示すようにラグランジュの未定乗数法により解くことができる。この場合の解を以下  $p_{opt}^m, C_{opt}^m$  と記すことにする。

まずラグランジュ関数を、式 (7) および (44) より次のように定義する。

$$\phi = \{(1+f)w + p q\} C - \lambda [p C \{C(1+r_1 p) + r_2\} + r_3] \rightarrow \min. \dots\dots\dots(57)$$

ここで

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial C} = 0 \dots\dots\dots(58)$$

より次式を得る。

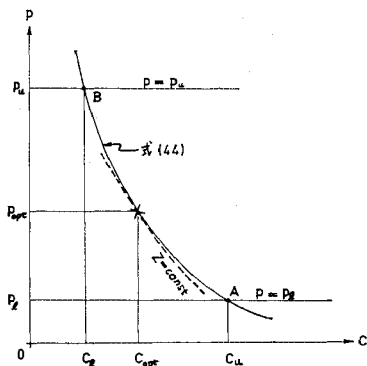
$$q - \lambda \{C(1+2r_1 p) + r_2\} = 0 \dots\dots\dots(59)$$

$$Q + p q - \lambda p \{2C(1+r_1 p) + r_2\} = 0 \dots\dots\dots(60)$$

ここに、

$$Q = (1+f)w \dots\dots\dots(61)$$

である。式 (59) および (60) から  $\lambda$  を消去し、 $C$  を求めると次のようになる。



図—4 最適終局強度設計問題の図示

$$C = \frac{r_2 Q}{p q - Q(1+2r_1 p)} \dots\dots\dots(62)$$

この式 (62) を式 (44) に代入すると、鉄筋比  $p$  に関する 2 次方程式が得られ、これを解くと  $p_{opt}^m$  が次のように得られる。

$$p_{opt}^m = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - a_1 a_3}}{a_1} \dots\dots\dots(63)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= q^2 + Q(q - r_1 Q) \left( \frac{r_2^2}{r_3} - 4r_1 \right) \\ a_2 &= Q(2r_1 Q - q) \\ a_3 &= Q^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(64)$$

この式 (63) を式 (62) に代入すると、 $p_{opt}^m$  に対する  $C_{opt}^m$  が次のように得られる。

$$C_{opt}^m = \frac{r_2 Q}{p_{opt}^m (q - 2r_1 Q) - Q} \dots\dots\dots(65)$$

長方形断面の場合には、式 (63), (64) 中の  $w$  を 1 とすることにより  $p_{opt}^m$  は次のように得られる。

$$p_{opt}^m = \frac{1}{\frac{q}{1+f} + \frac{\sigma_{sy}}{0.85 \sigma_c'}} \dots\dots\dots(66)$$

この式 (66) で示される長方形断面の  $p_{opt}^m$  は、Friel<sup>4)</sup> が求めた最適鉄筋比  $\rho_0$  と一致する。

長方形断面の終局曲げモーメント  $M_u$  の算定式は、式 (41) において、 $A_s f = 0$  とした場合に相当し、それを本文中で定義した  $C, p$  などを用いて表わすと次のようになる。

$$\frac{1}{C^2} = 0.9 \sigma_{sy} p \left( 1 - \frac{p \sigma_{sy}}{1.7 \sigma_c'} \right) \dots\dots\dots(67)$$

したがって長方形断面の  $C_{opt}^m$  は、 $p_{opt}^m$  を式 (67) に代入して次のように求められる。

$$C_{opt}^m = \frac{1}{\sqrt{0.9 \sigma_{sy} p_{opt}^m \left( 1 - \frac{p_{opt}^m \sigma_{sy}}{1.7 \sigma_c'} \right)}} \dots\dots\dots(68)$$

なおT形断面の場合でも中立軸がフランジに入るときには、終局曲げモーメントの式は長方形断面と同じであるから、式 (44) で表わされる制約条件中の  $w$  は 1 となる。しかし目的関数中の  $w$  はコンクリートの断面積に関係するものであるから、 $b_0/b$  をそのまま用いなければならない。したがってこの場合の  $p_{opt}^m$  は次のようになる。

$$p_{opt}^m = \frac{w}{\frac{q}{1+f} + \frac{\sigma_{sy} w}{0.85 \sigma_c'}} \dots\dots\dots(69)$$

$C_{opt}^m$  は式 (68) と同様である。

ここで、式 (48) の制約条件を考慮に入れば、図—4 を参照して、 $p, C$  の最適解  $p_{opt}, C_{opt}$  は次のようになる。

$$p_{opt} = \begin{cases} p_u & (p_{opt}^m \geq p_u \text{ のとき}) \\ p_{opt}^m & (p_u > p_{opt}^m > p_l \text{ のとき}) \\ p_l & (p_{opt}^m \leq p_l \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots\dots(70)$$

$$C_{opt} = \begin{cases} C_l & (p_{opt} = p_u \text{ のとき}) \\ C_{opt}^m & (p_{opt} = p_{opt}^m \text{ のとき}) \\ C_u & (p_{opt} = p_l \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots(71)$$

ここに、 $C_l, C_u$  はそれぞれ、 $p = p_u, p_l$  のときの係数  $C$  である。

ところで、 $p_u, C_l, p_l, C_u$  は次のように求められる。

a)  $p_u, C_l$

中立軸がまずフランジに入るものと仮定すると、式(50)において、 $p_f = 0$  であるから、

$$p_u = 0.75 p_b \dots\dots(72)$$

となる。 $C_l$  はこの  $p_u$  を式(68)の  $p_{opt}^m$  の代りに入れると次のように求めることができる。

$$C_l = \frac{1}{\sqrt{0.9 \sigma_{sy} p_u \left(1 - \frac{p_u \sigma_{sy}}{1.7 \sigma_c'}\right)}} \dots\dots(73)$$

ここで、式(56)を参照して、

$$\alpha < \frac{p_u \sigma_{sy} C_l}{0.85 \beta_1 \sigma_c'} \dots\dots(74)$$

であれば、中立軸はウェブに入ることになる。この場合は、 $p_u$  は式(50)のようになり、 $p_f$  の中に式(52)にみられるように  $C$  が含まれているから、式(50)の関係を式(44)の  $p$  に代入して、 $C_l$  を求めなければならない。この  $C_l$  を求める式は2次方程式となり、その解は次のようになる。

$$C_l = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 + 4 a_1 a_3}}{2 a_1} \dots\dots(75)$$

ここに、

$$a_1 = 0.75 w p_b \left(1 - \frac{0.4412 \sigma_{sy} p_b}{\sigma_c'}\right) \dots\dots(76)$$

$$a_2 = 0.6375 \alpha \sigma_c' (1-w) \left(\frac{1}{\sigma_{sy}} + \frac{0.2941 p_b}{\sigma_c'}\right) \dots\dots(77)$$

$$a_3 = \left\{ \frac{\sigma_c' (1-w) \alpha^2}{w} (0.02656 + 0.3984 w) + \frac{1}{0.9} \right\} \frac{1}{\sigma_{sy}} \dots\dots(78)$$

である。したがって  $p_u$  は式(50)、(52)より次のように得られる。

$$p_u = 0.75 \left\{ w p_b + \frac{0.85 \sigma_c' \alpha (1-w)}{C_l \sigma_{sy}} \right\} \dots\dots(79)$$

b)  $p_l, C_u$

$p_l$  は  $p_u$  と違って、中立軸の位置に関係なく、式(49)に示されるように一定値である。 $C_u$  は、まず中立軸がフランジに入るものとする、式(73)において  $p_u$  を  $p_l$  とおきかえることにより次のように求められる。

$$C_u = \frac{1}{\sqrt{0.9 \sigma_{sy} p_l \left(1 - \frac{p_l \sigma_{sy}}{1.7 \sigma_c'}\right)}} \dots\dots(80)$$

ここでもし、

$$\alpha < \frac{p_l \sigma_{sy} C_u}{0.85 \beta_1 \sigma_c'} \dots\dots(81)$$

であれば、中立軸はウェブに入るから、式(44)の  $p$  に

$p_l$  を代入すると、 $C_u$  を求める2次方程式が得られ、これを解くと、次のような結果が得られる。

$$C_u = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 + 4 a_1 a_3}}{2 a_1} \dots\dots(82)$$

ここに、

$$a_1 = p_l \left(1 - \frac{\sigma_{sy} p_l}{1.7 \sigma_c' w}\right) \dots\dots(83)$$

$$a_2 = \frac{\alpha p_l (1-w)}{w} \dots\dots(84)$$

$$a_3 = \left\{ \frac{0.425 \sigma_c' \alpha^2 (1-w)}{w} + \frac{1}{0.9} \right\} \frac{1}{\sigma_{sy}} \dots\dots(85)$$

(3) 最適断面計算法

最適断面を求めるための一般的な計算手順を図-5に示す。具体的に、

- $\alpha = 0.025, 0.05, 0.075, 0.1, 0.125, 0.15, 0.175,$
- $0.2 \text{ cm} / \sqrt{\text{kg}}$
- $\sigma_c' = 180, 240, 300, 400 \text{ kg/cm}^2$
- $\sigma_{sy} = 2400, 3000, 3500, 4000 \text{ kg/cm}^2$
- $q = 25, 50, 75, 100, 150$

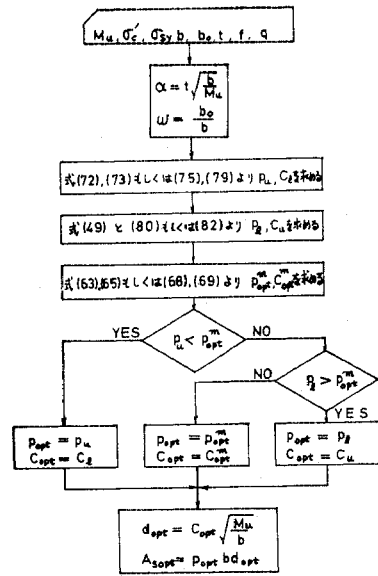


図-5 終局強度設計の  $p_{opt}, C_{opt}$  を求める手順

表-3  $p_u$  断面が最適断面となるケース

$w$	$\frac{\sigma_c'}{\sigma_{sy}}$	180			240	
		3000	3500	4000	3500	4000
0.15	25			*		
0.20	25		*	*		
0.25	25		*	*		
0.30	25		*	**		
0.35	25		*	**		*
1.00	25	*	*	**	*	*

(注) \*  $\alpha = 0.025$  のとき  
 \*\*  $\alpha = 0.025 \sim 0.05$  のとき

表-4 中立軸がウェブに入るケース

w	σ <sub>c'</sub> σ <sub>sy</sub> q	180				240				300				400		
		2 400	3 000	3 500	4 000	2 400	3 000	3 500	4 000	2 400	3 000	3 500	4 000	3 000	3 500	4 000
0.15	25	*	*	*	*		*	*	*				*			
	50	*	*	*	*		*	*	*				*			
0.20	25	*	*	*	*	*	*	*	*				*			
	50	*	*	*	*	*	*	*	*				*			
	75	*	*	*	*	*	*	*	*				*			
0.25	25	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*
	50	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*
	75	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*
	100	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*			*
0.30	25	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	50	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	75	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	100	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
0.35	25	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	50	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	75	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	100	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	150	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

(注) \* α=0.025 のとき, † α=0.025~0.05 のとき

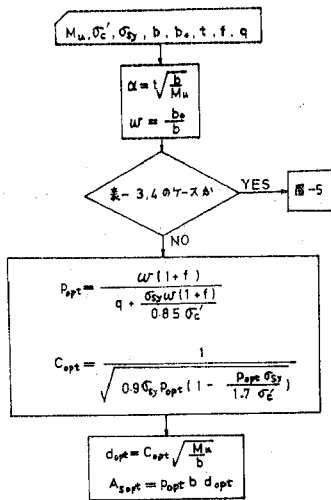


図-6 通常の手順

f=0.15

のすべての組み合わせについて計算した結果、ほとんど  $p_{opt}=p_{opt}^m$ ,  $C_{opt}=C_{opt}^m$  のケースとなり、 $p_{opt}=p_l$ ,  $C_{opt}=C_u$  となるケースは全然なく、 $p_{opt}=p_u$ ,  $C_{opt}=C_l$  となるケースは、表-3 に示す如くわずかしかない。しかも最適断面における中立軸はほとんどフランジに入り、ウェブに入るケースは表-4 に示すようにわずかである。

したがって一般には、図-6 に示すように、式 (69)、(68) から簡単に  $p_{opt}$ ,  $C_{opt}$  を求めることができる。

具体例を示す。  $M_u=150$  t-m,  $\sigma_c'=240$  kg/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_{sy}=3000$  kg/cm<sup>2</sup>,  $b=150$  cm,  $b_o=50$  cm,  $t=25$  cm,  $f=0.15$ ,  $q=75$  の場合：

$$\alpha = t \sqrt{\frac{b}{M_u}} = 0.07906 \text{ cm} / \sqrt{\text{kg}}, \quad w = \frac{b_o}{b} = \frac{1}{3}$$

表-3,4 のケースに該当しないから、図-6 を参照して、

$$p_{opt} = \frac{w}{\frac{q}{1+f} + \frac{\sigma_{sy}w}{0.85\sigma_c'}} = 0.004754$$

$$C_{opt} = \frac{1}{\sqrt{0.9\sigma_{sy}p_{opt}\left(1 - \frac{p_{opt}\sigma_{sy}}{1.7\sigma_c'}\right)}} = 0.2841$$

$$d_{opt} = C_{opt} \sqrt{\frac{M_u}{b}} = 89.8 \text{ cm}$$

$$A_{s,opt} = p_{opt} b d_{opt} = 0.004754 \times 150 \times 89.8 = 64.0 \text{ cm}^2$$

を得る。比較のために鉄筋比の上限值  $p_u$  に対する、 $C_l$  を求める。中立軸がフランジに入るものと仮定すると、

$$p_u = 0.75 \quad p_b = 0.02937$$

$$C_l = \frac{1}{\sqrt{0.9\sigma_{sy}p_u\left(1 - \frac{p_u\sigma_{sy}}{1.7\sigma_c'}\right)}} = 0.1268$$

を得る。ここで、

$$\frac{p_u\sigma_{sy}C_l}{0.85\beta_1\sigma_c'} = 0.0644 < \alpha$$

であるから、式 (74) を参照して、中立軸は確かにフランジに入る。この場合の有効高さ  $d_l$ 、鉄筋量  $A_{su}$  を求めると次のようになる。

$$d_l = C_l \sqrt{\frac{M_u}{b}} = 40.1 \text{ cm}$$

$$A_{su} = p_u b d_l = 176.7 \text{ cm}^2$$

#### (4) 考 察

##### a) 単鉄筋と複鉄筋

終局強度設計の場合にも、相対的に鉄筋の費用が安

表-5  $\mu$  の例

$\alpha$	$w$	$\frac{\sigma_c'}{\sigma_{sy}}$ $q$	180		240			300			400	
			2 400	3 000	2 400	3 000	3 500	3 000	3 500	4 000	3 500	4 000
	1.0	25	0.998	1.000	0.985	0.999	1.000	0.993	1.000	1.000	0.997	1.000
		50	0.946	0.980	0.902	0.950	0.976	0.922	0.954	0.976	0.932	0.959
		75	0.881	0.934	0.823	0.887	0.926	0.848	0.892	0.926	0.860	0.898
		100	0.823	0.887	0.759	0.829	0.875	0.785	0.835	0.876	0.797	0.841
		150	0.731	0.804	0.663	0.737	0.790	0.690	0.743	0.789	0.702	0.749
0.025	0.35	25	0.990	1.000	0.964	0.989	0.998	0.971	0.988	0.997	0.969	0.985
		50	0.914	0.956	0.856	0.911	0.943	0.866	0.907	0.936	0.852	0.888
		75	0.839	0.896	0.767	0.833	0.876	0.777	0.824	0.863	0.760	0.801
		100	0.776	0.841	0.698	0.768	0.815	0.708	0.757	0.800	0.690	0.733
		150	0.680	0.750	0.601	0.670	0.720	0.611	0.659	0.703	0.592	0.634
	0.15	25	0.975	0.994	0.932	0.970	0.986	0.930	0.958	0.980	0.896	0.925
		50	0.875	0.927	0.792	0.854	0.893	0.786	0.830	0.866	0.741	0.779
		75	0.786	0.849	0.695	0.761	0.806	0.687	0.733	0.773	0.641	0.680
		100	0.717	0.785	0.625	0.690	0.737	0.617	0.663	0.703	0.573	0.610
		150	0.619	0.685	0.530	0.592	0.638	0.523	0.566	0.604	0.483	0.517
0.1 以上	0.35	25	0.890	0.941	0.834	0.896	0.933	0.858	0.901	0.934	0.869	0.907
		50	0.743	0.814	0.675	0.749	0.801	0.701	0.754	0.800	0.714	0.760
		75	0.647	0.721	0.580	0.653	0.706	0.605	0.658	0.705	0.616	0.663
		100	0.580	0.653	0.516	0.585	0.637	0.540	0.590	0.636	0.550	0.595
		150	0.490	0.558	0.433	0.495	0.544	0.454	0.500	0.542	0.463	0.504
	0.15	25	0.706	0.780	0.638	0.713	0.765	0.665	0.718	0.765	0.676	0.724
		50	0.545	0.616	0.483	0.550	0.601	0.506	0.555	0.600	0.516	0.559
		75	0.459	0.524	0.404	0.463	0.510	0.424	0.468	0.509	0.433	0.471
		100	0.404	0.463	0.354	0.408	0.450	0.372	0.412	0.449	0.380	0.415
		150	0.335	0.388	0.293	0.339	0.375	0.308	0.342	0.374	0.315	0.345

く、コンクリートの円柱供試体の強度が低く、しかも鉄筋の降伏点が高いと、最適断面は複鉄筋となる可能性がある。そこで、 $q=25$ ,  $\sigma_c'=180 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{sy}=4000 \text{ kg/cm}^2$  の場合について、複鉄筋に関する制約条件と目的関数を作り、これにモンテカルロ法を適用して解いたところ、結果はすべて単鉄筋となった。したがって本文で示した条件の範囲では、最適断面は単鉄筋である。

b)  $p_u$ ,  $p_l$  と  $p_{opt}$

前述したように一般に  $p_{opt}$  が  $p_l$  となるケースは少なく、 $p_{opt}$  は  $p_l$  よりかなり大きい、 $p_u$  となるケースはほとんどない。 $p_{opt}=p_u$  となるケースは表-3 にみられるように、 $\alpha$  が非常に小さく、コンクリートの強度  $\sigma_c'$  が低く、鉄筋の降伏点  $\sigma_{sy}$  が大きく、しかも  $q$  が非常に小さい場合に生じている。表-5 に鉄筋比の上限に相当する断面（以下  $p_u$  断面とよぶ）に対する最適断面の費用の比較の例を示す。この表において  $\mu$  は

$$\mu = \frac{Z_{opt}}{Z_u} \dots\dots\dots (86)$$

であり、 $w=1$  は長方形断面を意味し、その場合  $\mu$  は  $\alpha$  に無関係となる。この表より、長方形断面に比べT形断面の方が費用の節減率は高くなっていることがわかる。この理由は最適許容応力度設計の場合と同じであると考えられる。

c) 中立軸の位置

最適断面の中立軸は、前述のようにほとんどフランジ

に入る。ウェブに入るケースは、表-4 にみられるように  $\alpha$ ,  $\sigma_c'$  が共に小さく、 $\sigma_{sy}$  が大きく、 $q$  が小さい場合にわずかに生じている。中立軸がフランジに入ると、式 (69), (68) からわかるように、 $p_{opt}$ ,  $C_{opt}$  は  $\alpha$  に無関係となる。 $p_u$  断面の中立軸は最適断面の場合に比べて、中立軸がウェブに入るケースが多くなっている。それでも  $\alpha \geq 0.1 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}$  では中立軸はフランジに入っている。したがって表-5 の  $\mu$  は、 $\alpha \geq 0.1 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}$  では  $\alpha$  に無関係となる。

d) 圧縮破壊の確率の低下

ACI 基準では、終局曲げモーメント  $M_u$  で断面が圧縮破壊を起こさないことを保証するために、つり合い鉄筋比より 25% 小さい鉄筋比を上限値としている。しかしこのように低減された上限値を用いても、確率論的な検討によると、圧縮破壊を起こす確率、すなわち  $P_r$  ( $p > p_b$ ) がかなりあり、長方形断面の場合その確率は 15~30% と計算されている<sup>5), 6)</sup>。そこで最近 A.H-S. Ang らは、この確率を 1 桁下げるために、 $0.5 \bar{p}_b$  を上限値とすべきであると提案している<sup>6)</sup>。

ところで前述のように、最適鉄筋比  $p_{opt}$  は、その上限値よりかなり小さい。Ang らが示した、 $f_c'=3 \text{ ksi}$  ( $\bar{f}_c=3.5 \text{ ksi}$ ),  $f_y=40 \text{ ksi}$  ( $\bar{f}_y=47.7 \text{ ksi}$ ),  $\epsilon_{cu}=0.003$  ( $\bar{\epsilon}_{cu}=0.004$ ) の場合について、長方形断面を例として、 $p_{opt}/\bar{p}_b$  を求めると次のようになる。ただし、 $q=50\sim$

100,  $f=0.15$  とする.

$$p_{opt} = \frac{1}{\frac{q}{1+f} + \frac{f_y}{0.85 f_c'}} = 0.0169 \sim 0.0097 \quad \dots(87)$$

$$\bar{p}_b = \frac{0.85 \beta_1 \bar{f}_c'}{f_y} \cdot \frac{E_s \bar{r}_{cu}}{E_s \bar{r}_{cu} + f_y} = 0.0376 (= p_b) \quad \dots(88)$$

$$\frac{p_{opt}}{\bar{p}_b} = \frac{30.6}{q+18.04} = 0.45 \sim 0.26$$

Ang らの文献<sup>6)</sup>の 図-2 によると, この  $p_{opt}$  に対しては,  $P_r (p > p_b) \approx 3 \times 10^{-2} \sim 3 \times 10^{-4}$  となる. したがって, 圧縮破壊に対する安全性を増すために Ang らが提案しているように  $p_u$  を  $0.5 \bar{p}_b$  まで低減させたとしても, 断面の最適化の立場から見れば支障はなく, むしろ最適断面が得られ易いといえる.

### 5. 設計法の違いによる設計断面の相違

日本における現行の許容応力度設計法に基づいて設計されたはり断面と, ACI 基準による終局強度設計法に基づいて設計されたはり断面の有効高さ, 鉄筋量, 費用および安全性などの差異について, 前の研究<sup>1)</sup>と本文中述べた結果を利用して検討する.

#### (1) 有効高さ, 鉄筋量および費用の比較方法

現行の日本の許容応力度設計法に基づいて設計されたはり断面の有効高さ, 鉄筋量および費用に対する, ACI 基準をそのまま用いた終局強度設計法に基づいて設計されたはり断面のそれぞれの比を  $\nu_d, \nu_s, \nu_c$  とすれば, これらは式 (1), (4), (6) を参照して次のように表わされる.

$$\nu_d = \frac{d^P}{d^E} = \frac{C^P \sqrt{\frac{M_u}{b}}}{C^E \sqrt{\frac{M}{b}}} = \frac{C^P}{C^E} \sqrt{\frac{M_u}{M}} = \gamma \frac{C^P}{C^E} \quad \dots(89)$$

$$\nu_s = \frac{A_s^P}{A_s^E} = \frac{p^P b d^P}{p^E b d^E} = \nu_d \frac{p^P}{p^E} \quad \dots(90)$$

$$\begin{aligned} \nu_c &= \frac{COST^P}{COST^E} \\ &= \frac{[(1+f)w + p^P q] C^P \sqrt{b M_u} + (1-w) t b C_c}{[(1+f)w + p^E q] C^E \sqrt{b M} + (1-w) t b C_c} \\ &= \frac{Z^P + (1-w) \alpha^P}{Z^E + (1-w) \alpha^E} \gamma \quad \dots(91) \end{aligned}$$

ここに,  $E, P$  はそれぞれ現行の日本の許容応力度設計法と ACI の終局強度設計法を表わし,

$$\gamma = \sqrt{\frac{M_u}{M}} \quad \dots(92)$$

である.

ここで, 同じ荷重条件で比較するためには,  $\gamma$  は荷重係数に関連して次のような値となる. ACI 基準によると, 荷重係数 ( $U$ ) は通常の場合

$$U = 1.4 D + 1.7 L \quad \dots(93)$$

である. ここに  $D$  は死荷重,  $L$  は活荷重である. いま,

$$\xi = \frac{L}{D} = 0.25 \sim 1 \sim 4 \quad \dots(94)$$

とすれば,

$$\begin{aligned} \frac{M_u}{M} &= \frac{1.4 D + 1.7 L}{D + L} = \frac{1.4 + 1.7 \xi}{1 + \xi} \\ &= 1.46 \sim 1.55 \sim 1.64 \quad \dots(95) \end{aligned}$$

となり,

$$\gamma = \sqrt{\frac{M_u}{M}} = 1.208 \sim 1.245 \sim 1.281 \quad \dots(96)$$

となる. このように, 死活荷重比  $\xi$  の違いによる  $\gamma$  の値の変化は少ないから, 以下

$$\gamma = 1.245 \quad \dots(97)$$

とする. 次に, 式 (4) から

$$\alpha^P = t \sqrt{\frac{b}{M_u}}, \quad \alpha^E = t \sqrt{\frac{b}{M}} \quad \dots(98)$$

であるから

$$\frac{\alpha^E}{\alpha^P} = \gamma = 1.245 \quad \dots(99)$$

の関係がなければならない.

#### (2) 安全性の比較方法

安全性の評価は破壊確率  $p_f$  で行うものとする. その場合荷重, 材料の強度, 断面寸法などの確率変数の確率密度曲線は, それぞれの平均値および分散のみで定義できる正規分布であるとする. また断面としての強度, すなわち抵抗曲げモーメントは, ACI 基準に示されている終局曲げモーメント算定式で計算できるものとする.

(ここでの破壊形式は引張破壊のみとする. この仮定のために破壊確率の計算に生ずる誤差は無視できるほど小さいものと考えられる) なお本項で対象とする断面は便宜上長方形断面とする.

まずここで用いる主な記号は次のとおりである.

- $M_a$ : 作用曲げモーメント
- $L$ : 活荷重影響係数 (確率変数)
- $L^n$ : 公称活荷重影響係数
- $D$ : 死荷重影響係数 (確率変数)
- $D^n$ : 公称死荷重影響係数
- $\xi$ : 公称死荷重比
- $A_a$ : 作用曲げモーメント解析影響係数 (確率変数)
- $A_u$ : 抵抗曲げモーメント解析影響係数 (確率変数)
- $S_c$ : コンクリートの圧縮強度 (確率変数)
- $S_c^n$ : コンクリートの公称圧縮強度 (設計基準強度)
- $S_y$ : 鉄筋の降伏点強度 (確率変数)
- $S_y^n$ : 鉄筋の公称降伏点強度 (規格)
- $b$ : 断面の幅 (確率変数)

- $d$ ：有効高さ（確率変数）
- $A_s$ ：鉄筋断面積（確率変数）
- $p$ ：鉄筋比（ $A_s/bd$ ）
- $p_L$ ：活荷重が公称活荷重を越える確率
- $p_c$ ：コンクリートの強度が、公称強度を下まわる確率
- $p_s$ ：鉄筋の降伏点強度が公称強度を下まわる確率
- $\sigma_j$ ： $j$  の標準偏差
- $V_j$ ： $j$  の変動係数
- $t(p_j)$ ： $j$  の値が {平均値 +  $t$  (標準偏差)} を超す確率が  $p_j$  となるような  $t$  の値

ここでいう荷重影響係数とは、計算した曲げモーメントの中に、死荷重と活荷重の影響がどのような割合で入っているかを示す係数で、次のような関係がある。

$$D^n + L^n = 1 \dots\dots\dots(100)$$

一般に死荷重の公称値  $D^n$  と平均値  $\bar{D}$  とは同じと考えられるから、上式は次のようになる。

$$\bar{D} + L^n = 1 \dots\dots\dots(101)$$

したがって、公称死活荷重比  $\xi (= L^n/D^n = L^n/\bar{D})$  を用いて、 $D^n$ ,  $L^n$ ,  $\bar{D}$ ,  $\bar{L}$  を表わせれば次のようになる。

$$D^n = \bar{D} = \frac{1}{1+\xi}, \quad L^n = \frac{\xi}{1+\xi} \dots\dots\dots(102)$$

$$\bar{L} = \frac{L^n}{1+t(p_L)V_L} = \frac{\xi}{(1+\xi)\{1+t(p_L)V_L\}} \dots\dots\dots(103)$$

次にコンクリートと鉄筋の強度の平均値は次式のようになる。

$$\bar{S}_c = \frac{S_c^n}{1-t(p_c)V_c} \dots\dots\dots(104)$$

$$\bar{S}_y = \frac{S_y^n}{1-t(p_s)V_s} \dots\dots\dots(105)$$

解析影響係数は、曲げモーメントを算定する際の解析方法のもつ不確定性を示す確率変数で、その平均値  $\bar{A}$  は 1.0 とする。

作用曲げモーメント  $M_a$  は確率変数  $D, L, A_a$  の関数で表わされるものとして、

$$M_a = f_a(D, L, A_a) \dots\dots\dots(106)$$

と書く。ここで、公称作用曲げモーメント  $M_a^n$ 、すなわち通常設計に用いる公称荷重により計算される曲げモーメントを用いて、式 (106) を書き表わすと次のようになる。

$$M_a = (D+L)A_a M_a^n \dots\dots\dots(107)$$

いまここで有効高さ  $d$ , 幅  $b$ , 鉄筋比  $p$  の設計値と平均値が一致するものとすれば、これらの設計値となるような公称作用曲げモーメントは次のように逆算できる。

まず許容応力度設計法においては、通常  $\sigma_s = \sigma_{sa}$  となるように設計されるから、この等式から逆算して、次のような公称作用曲げモーメント  $M_a^{nE}$  が得られる。

$$M_a^{nE} = \frac{\sigma_{sa} k^2}{2n(1-k)} \left(1 - \frac{k}{3}\right) b \bar{d}^2 = \nu^E \bar{b} \bar{d}^2 \dots\dots\dots(108)$$

ここに、

$$k = \sqrt{n^2 \bar{p}^2 + 2n \bar{p} - n \bar{p}}, \quad \bar{p} = \frac{\bar{A}_s}{b \bar{d}} \dots\dots\dots(109)$$

$$\nu^E = \frac{\sigma_{sa} k^2}{2n(1-k)} \left(1 - \frac{k}{3}\right) \dots\dots\dots(110)$$

である。

次に ACI の終局強度設計法においては次式が成立する。

$$M_u = (\gamma_D D^n + \gamma_L L^n) M_a^{nP} \dots\dots\dots(111)$$

ここに、

$M_u$ ：設計終局曲げモーメント

$\gamma_D, \gamma_L$ ：死、活荷重の荷重係数

$M_a^{nP}$ ：公称作用曲げモーメント

である。ACI 基準では式 (41) を参照して

$$M_u = 0.9 \bar{p} \bar{S}_y^n \left(1 - \frac{\bar{p} \bar{S}_y^n}{1.7 \bar{S}_c^n}\right) \dots\dots\dots(112)$$

であるから、式 (111) と (112) とから  $M_a^{nP}$  は次のように求められる。

$$M_a^{nP} = \nu^P \bar{b} \bar{d}^2 \dots\dots\dots(113)$$

ここに、

$$\nu^P = \frac{0.9(1+\xi)}{\gamma_D + \gamma_L \xi} \bar{p} \bar{S}_y^n \left(1 - \frac{\bar{p} \bar{S}_y^n}{1.7 \bar{S}_c^n}\right) \dots\dots\dots(114)$$

である。

次に断面の抵抗曲げモーメント  $M_R$  は、確率変数  $S_c, S_y, A_s, b, d, A_u$  の関数と考えられるから、

$$M_R = f_R(S_c, S_y, A_s, b, d, A_u) \dots\dots\dots(115)$$

と書く。前述したように、抵抗曲げモーメントは ACI 基準に示された式で算定するものとする、式 (115) は次のように表わされる。

$$M_R = f_R = S_y p \left(1 - \frac{p S_y}{1.7 S_c}\right) b d^2 A_u \dots\dots\dots(116)$$

ここで破壊確率  $p_f$  を次式で定義する。

$$p_f = P_r\{M_R - M_a < 0\} = P_r\{f_R - f_a < 0\} \dots\dots\dots(117)$$

個々の確率変数は前述したように正規分布するものとしたが、それらの関数である  $M_R - M_a$  もしくは  $f_R - f_a$  も近似的に正規分布するものとする、破壊確率  $p_f$  は次式から求められる。

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) \dots\dots\dots(118)$$

ここに、 $\Phi$  は標準化された正規分布関数であり、

$$\beta = \frac{\bar{f}_R - \bar{f}_a}{\sqrt{\sigma_{f_R}^2 + \sigma_{f_a}^2}} \dots\dots\dots(119)$$

である。

式 (119) 中の  $\bar{f}_R, \bar{f}_a, \sigma_{f_R}^2, \sigma_{f_a}^2$  は、個々の確率変数の平均値および標準偏差を用いて、近似的に次式で求められる。

$$\bar{f}(x) = f(\bar{x}) \dots\dots\dots(120)$$

$$\sigma_{f^2} = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)_0^2 \sigma_{x_i}^2 \dots\dots\dots(121)$$

ここに、 $x$  は  $D, L, S_c, S_y$  などの確率変数であり、 $(\partial f/\partial x_i)$  は確率変数  $x$  が平均値のときの偏微係数である。

式 (120), (121) を (108), (113), (116) に適用し、それらを式 (119) に代入して  $\beta$  を求めると次のようになる。

$$\beta = \frac{\bar{p}\bar{S}_y(1-a_0)-\nu(\bar{D}+\bar{L})}{\sqrt{(\bar{p}\bar{S}_y)^2\{a_1V_c^2+a_2(V_s^2+VA_s^2)+a_3(V_s^2+4V_d^2+VA_u^2)+\nu^2\{\bar{D}^2V_D^2+\bar{L}^2V_L^2+(\bar{D}+\bar{L}_2)VA_s^2\}}}$$

.....(122)

ここに、

$$a_0 = \frac{\bar{p}\bar{S}_y}{1.7\bar{S}_c}, a_1 = a_0^2, a_2 = (1-2a_0)^2, a_3 = (1-a_0)^2$$

.....(123)

である。

(3) 比較例と考察

表一6 に最適許容応力度設計と ACI 基準に基づく終局強度設計の有効高さ、鉄筋量および費用の比較例を示す。終局強度設計は最適断面と  $p_u$  断面の2種類について比較してある。この表に見られるように、最適許容応力度設計断面に比べ、終局強度設計断面の方が、有効高さが低い。しかし  $p_u$  断面に比較して最適断面は、両者の有効高さの差は少なくなっている。こうした傾向は長方形断面よりT形断面の方が著しい。鉄筋量は  $p_u$  断面の場合は最適許容応力度設計に比べ非常に多くなっているが、最適断面の場合はほぼ同じ程度となっている。費用は、最適終局強度設計断面の場合は最適許容応力度設計に比べ8~1%安くなっているが、 $p_u$  断面の場合は逆にほとんど高くなっている。

次に表一6 に示した長方形断面の例についての破壊

表一6 最適許容応力度設計と終局強度設計の比較例

		長方形断面		T形断面 $w=0.25, \alpha^P=0.1$ $\alpha^E=0.1245$	
		50	100	50	100
最適許容応力度設計 $\sigma_{ca}=80, \sigma_{sa}=1800$	$C_{opt}^E$	0.2685	0.2685	0.3457	0.4767
	$p_{opt}^E$	0.00889	0.00889	0.00522	0.00266
	$Z_{opt}^E$	0.4282	0.5475	0.1895	0.2640
終局強度設計 $\sigma_c'=240$ $\sigma_{sy}=3000$	最適断面 $C_{opt}^P$	0.1571	0.2015	0.2696	0.3702
	$p_{opt}^P$	0.01719	0.00984	0.00530	0.00276
	$Z_{opt}^P$	0.3156	0.4299	0.1490	0.2086
$p_u$ 断面	$C_l$	0.1268	0.1268	0.1268	0.1268
	$p_u$	0.02937	0.02937	0.02937	0.02937
	$Z_u$	0.3321	0.5183	0.2227	0.4089
最適終局強度設計	$\nu_d$	0.73	0.93	0.97	0.97
最適許容応力度設計	$\nu_s$	1.41	1.03	0.99	1.00
	$\nu_c$	0.92	0.98	0.99	0.99
	$p_u$ 断面	$\nu_d$	0.59	0.59	0.46
最適許容応力度設計	$\nu_s$	1.94	1.94	2.57	3.66
	$\nu_c$	0.97	1.18	1.31	1.69

確率  $p_f$  を求めてみる。この計算にあたっては、確率変数の変動係数  $V_j$ 、超過(低下)確率  $p_j$  の値が必要である。これらについてははっきりしたデータは現在ないが、若干の文献<sup>5)7)9)</sup>を参照して決めた。本項での目的が、設計法の違いが、安全性にどんな影響を及ぼすかという、安全性を相対的に評価することにあるから、 $V_j, p_j$  などの値の精度をあまり問題にしないでよいものと思われる。これらの数値を含めて、比較的典型的な例と思われるモデルを次のように定めた。

$$\xi=1, S_c^n=240 \text{ kg/cm}^2, S_y^n=3000 \text{ kg/cm}^2, \sigma_{ca}=80 \text{ kg/cm}^2, \sigma_{sa}=1800 \text{ kg/cm}^2, \gamma_D=1.4, \gamma_L=1.7, p_L=0.05, p_c=0.25, p_s=0.01, V_D=0.1, V_L=0.3, VA_s=VA_u=0.1, V_c=0.20, V_s=0.08, VA_s=0.03, V_b=0.04, V_d=0.08$$

これらの数値を式 (122) に代入して  $\beta$  を求め、式 (118) より破壊確率を求めたところ、最適許容応力度設計では  $p_f=2.3 \times 10^{-3}$ 、終局強度設計では  $p_f=(2.9 \sim 3.4) \times 10^{-3}$  を得た。

この結果から、ACI 基準に基づく終局強度設計の方が安全性が低い(この例では破壊確率が約1.5倍)といえる。このことは、日本の現行の許容応力度設計法における材料安全率が ACI 基準をそのまま用いたときの荷重係数・減少係数に比べて高い水準となっていることを意味している。

このように日本における許容応力度設計と ACI 基準による終局強度設計とでは、有効高さ、鉄筋量、安全性、費用にかなりの差があり、一般に後者の方が有効高さは低く、安全性も低い。それにもかかわらず、もし終局強度設計法として ACI 基準を採用し、 $p_u$  断面付近の断面を用いると、断面はこれまでに比べて極端に小さくなり、安全性が低いのに、これまでより費用の高い設計を行うことになる。

しかし、本文の最適断面では、有効高さの差は比較的少なくなり、費用も許容応力度設計より安くなる。

6. ま と め

以上を要約すると次のようになる。

(1) 鉄筋コンクリートT形はり断面の最適許容応力度設計を求める係数が得られた。

(2) 鉄筋コンクリートT形はり断面の最適終局強度設計を求める式が得られた。

(3) 最適断面は一般に単鉄筋断面である。

(4) T形はり断面の最適許容応力度設計は、つり合い断面と一致する場合もあるが、つり合い断面より鉄筋比は小さく、有効高さが大きい断面が最適断面となるケースが多く、費用の節減率も長方形断面の場合よりかな

り高い。

(5) つり合い断面が最適断面とならないときは、 $p_{opt}$ 、 $C_{opt}$  はコンクリートの許容応力度  $\sigma_{ca}$  に無関係な値となり、さらに  $p_{opt}$  は鉄筋の許容応力度  $\sigma_{sa}$  にも無関係な値となる。

(6) 最適終局強度設計の場合、一般に鉄筋比はその上限値より小さく、下限値よりかなり大きい。費用は鉄筋比の上限値に相当する断面を用いる場合に比べ非常に安くなる。

(7) 中立軸は、最適許容応力度設計の場合は  $\alpha$  が  $0.125 \text{ cm}/\sqrt{\text{kg}}$  より小さいとウェブに、これより大きいとフランジに入る。終局強度設計の場合はほとんどフランジに入る。

(8) 最適断面は  $\alpha$  の値に無関係なケースがあり、特に終局強度設計の場合はかなりのケースが  $\alpha$  に無関係となる。

(9) 終局強度設計において最適断面を用いれば、圧縮破壊確率が小さくなる。

(10) ACI 基準に基づく終局強度設計において鉄筋比としてその最大限度付近の値が選ばれると、許容応力度設計の場合に比べ極端に小さな断面となり、安全性は低いにもかかわらず費用は逆に割高になる傾向にある。しかし本文で示した最適断面を用いれば、断面の差は少なくなり、費用も安くなる。

最後に本文の計算は、信州大学リモートバッチステーションを経由した東京大学大型計算機センターの HIT-AC-8700/8800 を利用したことを付記する。

#### 参考文献

- 1) 長 尚：鉄筋コンクリート長方形はり断面の最適許容応力度設計，土木学会論文報告集，第 250 号，pp. 99~109，1976. 6.
- 2) ACI Standard 318-71：Building Code Requirement for Reinforced Concrete, ACI, 1971.
- 3) Friel, L.L.：Optimum Singly Reinforced Concrete Sections, Journal of ACI, Nov. 1974.
- 4) Brown, R.H.：Minimum Cost Selection of One-Way Slab Thickness, Proc. ASCE, Vol. 101, No. ST 12, 1975.
- 5) Costello, J.F.：Failure Probability of Reinforced Concrete Members, Illinois Institute of Technology, 1968.
- 6) Ellingwood, B.R., A.H.S. Ang：Risk-Based Evaluation of Design Criteria, Proc. ASCE, Vol. 100, No. ST 9, 1974.
- 7) Ravindra, M.K., N.C. Lind, W. Siu：Illustrations of Reliability-Based Design, Proc. ASCE, Vol. 100, No. ST 9, 1974.
- 8) Ang, A.H.S., C.A. Cornell：Reliability Bases of Structural Safety and Design, Proc. ASCE, Vol. 100 No. ST 9, 1974.
- 9) 土木学会：鉄筋コンクリート設計法の最近の動向，コンクリート・ライブラリー第 41 号，1975.

(1976.4.16・受付)