

断面急変に伴う剥離領域の下流部の流れと
底面せん断力についてON THE FLOW AND THE SKIN FRICTION FROM
THE REATTACHMENT POINT石川 忠 晴*
By Tadaharu ISHIKAWA

めて困難であるため部分的に取り扱わざるを得ない。

1. はじめに

移動床上に凸部をつくり流れに剥離を生じさせると、下流に向って河床波が形成されてゆく様子が見られる。これは主に剥離領域が存在することによって下流部の底面せん断力の一様性が破れるためである。すなわち平均せん断力は Reattachment Point においてゼロであり下流部に向って次第に回復するが、これにつれて流砂量が増加するために河床に変形が生ずるものと考えられる。また剥離領域のすぐ下流では上流側に比べて、同流量ではほぼ同水深であるにもかかわらず流砂量が明らかに増大する。この時断面平均流速にはほとんど変化が無いのであるから、流砂量が底面せん断力の関数であるとするれば、剥離領域の存在によってせん断力係数 C_f が増大したためであると解せられる。このように移動床においては剥離に伴う底面せん断力の変化が重要な役割を果たす場合が多いと思われるが、これについては十分な研究がなされているとはいえず、不明の点が多い。そこで本研究では、このような流れの最も簡単な場合として、段落ち部を持つ境界上の半無限平行流を取り上げ Reattachment Point より下流の流れと底面せん断力について考察した。

壁面に沿う剥離領域を伴う流れ（段落ち、急拡、突起を過ぎる流れなど）については、形状抵抗やエネルギー損失の問題に関連して幾多の研究が行われているが、これらが対象としている領域は主に Separating Point から Reattachment Point の間の区間である。一方本研究は Reattachment Point より下流の区間を対象とするものである。同一の現象であるのだから一括して全領域を取り扱うことが望ましいのはいうまでもない。しかしながら Reattachment Point 付近では流速や圧力の変化率が大きく、この点を含めて解析的に取り扱うことが極

* 学生会員 工修 東京工業大学大学院学生

2. 理 論

(1) 領域区分について

乱流場を平均量について解析するにはいくつかの方法が考えられるが、問題となるのは平均せん断力の取り扱い方である。乱流中の時間平均せん断力は速度の変動分を用いて $\tau_{xy} = -\rho \overline{u'v'}$ などと表わされるが、この右辺と他の時間平均量 (a , da/dy など) との関係は乱れの性質によって異なる。したがって乱流場の解析はその対象によって方法を使い分けることが必要となる。

Reattachment Point より下流の流れの持つ乱れの性質は2つの異なる種類のせん断の影響を受けている。ひとつは剥離流線付近の急な速度勾配によるものであり、いまひとつは底面でのせん断である。したがって平均量に関してのひとつの基礎方程式だけで全体を解析することには本質的に無理があるように思われる。

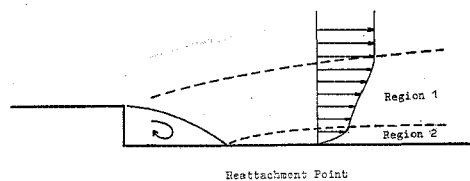


図-1

そこで本研究では図-1に示すように流れを2つの領域に分けて取り扱った。領域1では剥離流線付近でつくられた乱れが支配的であり、自由乱流的な性質を持っていると考えられる。領域2は境界層領域で、この部分の平均速度分布、乱れ強度、平均底面せん断力などは互いに関係づけられているものとする (Inner Law が成立すると仮定する)。また領域2の厚さは流下距離に比べて十分薄いとす。

以上の仮定のもとに、通常の境界層を取り扱う場合と同じ方法を用いた。すなわち、領域1の流れの解析においては領域2の存在を無視し、かつ底面の摩擦の影響を無視する。また領域2の流れの解析においては、領域1の解析によって得られた底面上の流速を境界層外縁における境界条件として用いることにする。

(2) 領域1の流れの解析

座標系を 図-2 のようにとる。

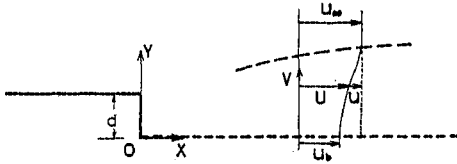


図-2

前節で述べたように考えると、領域1の流れの性質は物体背後の流れ（後流）と同じである。一般に与えられている後流の解は⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾、断面で一定の混合距離あるいは一定の渦動粘性係数を仮定し、さらに欠損速度分布の相似性を仮定して、線形化された運動方程式を解いて得られているが、物体から十分離れた位置（物体径の数十倍以上）では実測値と非常に良く一致している。そこで、ここでは一定の渦動粘性係数を仮定しせん断力を表示し、物体の近くでの近似度を上げるために摂動法によって非線形項の効果を取り込んでゆくことにする。基礎方程式は次のようになる。

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに U, V はそれぞれ x 方向、 y 方向の時間平均流速、 ρ は流体密度、 ϵ は渦動粘性係数である。物体（段落ち部）から十分下流では欠損流速分布が相似性を持つことが知られているので、ポテンシャル流の流速を u_∞ とし、 $u = u_\infty - U, v = -V$ とおく。式 (1), (2), (3) は次のように変形される。

$$\frac{u_\infty}{1} \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{u_\infty}{\delta} \frac{\partial v}{\partial x} - u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

式 (4) の左辺第1項と右辺第3項が卓越すると仮定して他の項を無視して解かれたものが一般に与えられている後流の解であり、十分下流においては良い近似を与える。そこで、このことを手掛かりにして摂動法を用いて物体（段落ち部）のさらに近くでの近似度を高めてゆくことにする。すなわち左辺第1項と右辺第3項が他項に比べて大きい範囲において他項の影響を取り込んでゆくとするものである。

式 (4) の左辺第1項と右辺第3項が卓越し、かつ諸量が空間的にゆっくり変化すると仮定すれば、次の関係が成り立つ。

$$X \sim Y^2$$

ここに X は流下距離、 Y は領域1の厚さである。欠損運動量 M は、左辺第1項が第2項に比べて卓越しているとすれば

$$M \sim u_\infty \bar{u} Y \sim \text{const.} \times u_\infty^2 d$$

ここに d は段差量、 \bar{u} はその断面の欠損流速の代表値である。以上から

$$\frac{\bar{u}}{u_\infty} \sim \frac{Y}{X} \sim X^{-1/2}$$

式 (6) から

$$\frac{\bar{v}}{\bar{u}} \sim \frac{Y}{X} \sim X^{-1/2}$$

したがって左辺第2項の第1項に対する比は $X^{-1/2}$ に比例する。そこで $X^{-1/2}$ に比例する量 δ を摂動パラメータに取ることにする。式 (4) の左辺第1項と右辺第3項を規準にして各項のオーダーを求めると式 (4), (5) の下に書かれてあるようになる。ここで式 (5) の右辺第1項は他の項がたかだが δ のオーダーであるの同じく δ のオーダーとなり、式 (4) の右辺第1項のオーダーはこれから定まる。

次のような流関数 Ψ を導入する。

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \dots\dots\dots (7)$$

流関数が次のように展開できると仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 + \dots \\ u &= u_1 + u_2 + u_3 + \dots \\ v &= v_1 + v_2 + v_3 + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし $u_n = \frac{\partial \Psi_n}{\partial y}, v_n = -\frac{\partial \Psi_n}{\partial x}$ で $\frac{u_2}{u_1} \sim \frac{u_3}{u_2} \sim \dots \delta$ と仮定する。式 (7), (8) を式 (4) に代入して各オーダーについてまとめると次式を得る。

<第1近似>

$$u_\infty \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x \partial y} = \epsilon \frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial y^3} \dots\dots\dots (9)$$

境界条件は

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial y} = 0 (y = \infty), \quad \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} = 0 (y = 0)$$

$$\frac{\partial \Psi_1}{\partial x} = 0 (y = 0), \quad \Psi_1 = \text{const.} (x = \infty)$$

<第2近似>

$$u_\infty \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial y^2} = \epsilon \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^3} \dots\dots\dots(10)$$

境界条件は

$$\frac{\partial \Psi_2}{\partial y} = 0 (y = \infty), \quad \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial y^2} = 0 (y = 0)$$

$$\frac{\partial \Psi_2}{\partial x} = 0 (y = 0), \quad \Psi_2 = \text{const.} (x = \infty)$$

さて、 δ は十分下流では微小量となるが、物体の近くでは振動パラメーターとしては適切とはいえない。Reattachment Point 付近では $u/u_\infty \sim 1$ であるから式(4)、(5)の各項とも同じオーダーとなるので、この付近については何らかの簡略化や線形化を行って解析を行うということ自体が無理であるように思われる。数値的に解くという方法もあるが、本論文ではできるだけ解析的に取り扱うことをひとつの目的として上述の振動法を用いている。

a) 第1近似解

第1近似解は後流の解としてすでに知られているものである。次のように置く。

$$\Psi_1(x, y) = f_1(x) \phi_1(\eta)$$

$$\eta = \frac{y}{b_1(x)}, \quad f_1(x) = x^p, \quad b_1(x) = \sigma_1 x^m$$

これを式(9)に代入して整理すると $p=0, m=1/2$ となる。

ここで $\sigma_1 = \sqrt{\frac{\epsilon}{u_\infty}}$ ととれば $\phi_1(\eta)$ について次の常微分方程式が得られる。

$$\phi_1''' + \frac{\eta}{2} \phi_1'' + \frac{1}{2} \phi_1' = 0 \dots\dots\dots(11)$$

境界条件は

$$\phi_1'' = 0 (\eta = 0), \quad \phi_1' = 0 (\eta = \infty)$$

この解は

$$\phi_1' = \frac{C_D du_\infty}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4}\right) \dots\dots\dots(12)$$

$$C_D = (\text{欠損運動量}) / \frac{\rho}{2} u_\infty^2 d$$

$$\frac{u_1}{u_\infty} = C \left(\frac{x}{d}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4}\right) \dots\dots\dots(13)$$

$$C = \frac{C_D}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{u_\infty d}{\epsilon}}$$

b) 第2近似解

次のように置く。

$$\Psi_2(x, y) = f_2(x) \phi_2(\zeta)$$

$$\zeta = \frac{y}{b_2(x)}, \quad f_2(x) = x^q, \quad b_2(x) = \sigma_2 x^n$$

これを式(10)に代入すると次式を得る。

$$u_\infty \left\{ (q-n) \phi_2' - n \zeta \phi_2'' \right\} \frac{x^{q-n-1}}{\sigma_2} - \frac{\epsilon}{\sigma_2^3} x^{q-3n} \phi_2''' = -\frac{A^2}{2\sigma_1^2} x^{-2} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) \dots\dots\dots(14)$$

ここに $A = \frac{C_D du_\infty}{2\sqrt{\pi}}$

両辺のべき数が等しくなければならぬから $n=1/2, q=-1/2$ となる。 $n=m$ であるので $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$ と取れば $\eta = \zeta$ となり、 ϕ_2 について次の常微分方程式が得られる。

$$\phi_2''' + \frac{\eta}{2} \phi_2'' + \phi_2' = \frac{\sigma A^2}{2\epsilon} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) \dots\dots\dots(15)$$

境界条件は

$$\phi_2'' = 0 (\eta = 0), \quad \phi_2' = 0 (\eta = \infty),$$

$\psi_2 = \frac{2\epsilon}{\sigma A^2} \phi_2'$ と置き換えると次のようになる。

$$\psi_2'' + \frac{\eta}{2} \psi_2' + \psi_2 = \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) \dots\dots\dots(16)$$

$$\psi_2' = 0 (\eta = 0), \quad \psi_2 = 0 (\eta = \infty)$$

$$\frac{u_2}{u_\infty} = \frac{1}{2} C^2 \left(\frac{x}{d}\right)^{-1} \psi_2(\eta) \dots\dots\dots(17)$$

$\eta = \sqrt{2}\xi, \psi_2 = g(\xi) \exp(-\xi^2/2)$ として式(16)に代入すると次式を得る。

$$g'' - \xi g' + g = 2 \exp(-\xi^2/2) \dots\dots\dots(18)$$

境界条件は

$$g' = 0 (\xi = 0), \quad \lim_{\xi \rightarrow \infty} g(\xi) \exp(-\xi^2/2) = 0$$

$g(\xi)$ をエルミート多項式^{注)}で展開する。

$$g(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n H_n(\xi) \dots\dots\dots(19)$$

$\xi=0$ の境界条件より、 n は偶数のみを取る。またエルミート多項式の性質から係数 A_n が $n \rightarrow \infty$ でゼロに収束すれば $\xi = \infty$ での境界条件は自動的に満たされている。式(19)を式(18)に代入してエルミート多項式の性質を利用すると次のようになる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} (1-n) A_n H_n(\xi) = 2 \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \dots\dots\dots(20)$$

両辺に $\exp(-\xi^2/2) H_n(\xi)$ を乗じ $(-\infty, +\infty)$ で積分すると A_n が求まる。

$$A_n = \frac{-B_n}{\sqrt{2\pi} n! (n-1)} \dots\dots\dots(21)$$

$$B_n = \int_{-\infty}^{\infty} 2 H_n(\xi) \exp(-\xi^2) d\xi \dots\dots\dots(22)$$

B_n は次のようにして求まる。エルミート多項式は次式を満たす。

$$H_{n+1}(\xi) - \xi H_n(\xi) + n H_{n-1}(\xi) = 0$$

この両辺に $\exp(-\xi^2)$ を乗じ $(-\infty, +\infty)$ で積分すれ

注) エルミート多項式には2種類の定義があるが、ここでは

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2/2} \frac{d^n}{dx^n} (e^{-x^2/2})$$

を用いた。

なお、式 (33) の対数則の係数は文献 3) に従った。
基礎方程式は次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \dots\dots\dots (34)$$

境界層厚を δ (前節のパラメーター δ とは異なる) とする。式 (34) を y について $[0, \delta]$ で積分すれば

$$\int_0^\delta \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \delta + \frac{\tau_\delta - \tau_0}{\rho} \dots\dots\dots (35)$$

ここに τ_δ は境界層外縁でのせん断力、 τ_0 は底面せん断力である。境界層のすぐ外側では底面せん断力の影響を受けないので、 τ_δ は $y=\delta$ における領域 1 の流れのつくるせん断力に近似的に等しい。領域 1 の流れを底面まで延長して考えると底面上でのせん断力はゼロであるので τ_δ は次のように表わされる (図 5)。

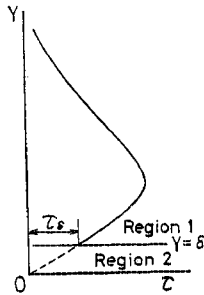


図-5

$$\tau_\delta \approx \frac{\partial \tau}{\partial y} \Big|_{y=\delta} \cdot \delta \dots\dots\dots (36)$$

一方底面近くでは領域 1 の流れは v が u に比べて小さいから、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \approx u \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=\delta} \approx u_b \frac{du_b}{dx} \dots (37)$$

ただし、境界層が薄いことと領域 1 の流速勾配が底面付近で小さいことを考慮して、 $y=\delta$ での x 方向流速を底面流速 u_b (式 (28)) で置き換えた。式 (36)、(37) を式 (35) に代入すると次式を得る。

$$\int_0^\delta \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = u_b \frac{du_b}{dx} \delta - u_*'^2 \dots\dots (38)$$

速度について u_∞ で、長さについて段差量 d で無次元化し、' をつけて無次元量を表わせれば、式 (33)、(38) はそれぞれ次のようになる。

$$u' = \begin{cases} au_*' \ln(bR_e u_*' y') & (y' \geq \frac{c}{R_e u_*'}) \\ R_e u_*'^{1/2} y' & (0 < y' < \frac{c}{R_e u_*'}) \end{cases} \dots\dots\dots (39)$$

$$\int_0^{\delta'} \left(u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} \right) dy' = u_b' \frac{du_b'}{dx'} \delta' - u_*'^2 \dots\dots\dots (40)$$

ただし、

$$a=2.39, b=9.80, c=11.22, R_e = \frac{u_\infty d}{\nu}$$

である。

式 (39) を式 (40) に代入し u_*' について整理すると次式となる。

$$\frac{du_*'}{dx'} = 3 \left(\frac{u_*'}{u_b'} \frac{du_b'}{dx'} - \frac{u_*'^{1/2}}{u_b'^{3/2}} R_e \right) \left(0 < \delta' < \frac{c}{R_e u_*'} \right) \dots\dots\dots (41)$$

$$\frac{du_*'}{dx'} = \frac{1}{a^2} \left(\frac{u_b'}{u_*'} \right) \exp \left(\frac{u_b'}{au_*'} \right) \frac{du_b'}{dx'} - \frac{b}{a^2} R_e u_*'^2 \frac{1}{\exp \left(\frac{u_b'}{au_*'} \right) \left\{ \left(\frac{u_b'}{au_*'} \right)^2 - 2 \left(\frac{u_b'}{au_*'} \right) + 2 \right\}} - bc \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{c}{a} \right)^2 - 2 \left(\frac{c}{a} \right) + 2 \right\} \left(\delta' \geq \frac{c}{R_e u_*'} \right) \dots\dots\dots (42)$$

$x'=0$ では $u_b'=0, u_*'=0$ となるが、式 (42) を多少変形した後極限を取れば次式となる。

$$u_*' = \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{u_b'^{1/2}}{R_e} \frac{du_b'}{dx'} \dots\dots\dots (43)$$

式 (43)、(41)、(42) から底面せん断力を求められる。境界層厚 δ は $y=\delta$ で $u=u_b$ という条件から求められる。

3. 実験

(1) 実験装置

25 cm × 25 cm の吹き出し口を有するエッフル型風洞中に 図-6 に示すような小形風洞を入れ、表-1 に示す条件について行った。風洞の中心線上の表-2 に示す位置において外径 1.3 mm のピトー管を用いて底面せん断力と x 方向流速を測定した。せん断力の算定にあたっては Patel³⁾ のキャリブレーション結果を用いた。

(2) 測定結果

a) 領域 1 の流れ

解析 (2. (2)) では欠損流速分布が第一近似解でガウス関数に、第二近似解でもそれに類似した形になっている。そこで測定値を 図-7 に示すように対数自乗グラフにプロットするとほぼ直線となる。この図から底面流速 u_b と半値半幅 $b_{1/2}$ が求まる。図-8 はこのようにして求めた u_b と $b_{1/2}$ を用いて無次元化した欠損流速分布である。図中の実線は Gauss 関数である。図-9 は u_b と

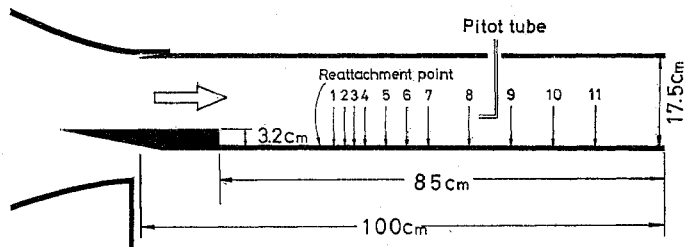


図-6

表-1

	RUN 1	RUN 2
u_∞	4.25 m/s	8.85 m/s
Re	9380	19530

表-2

	X cm	X/d	
1	22	6.88	⊕
2	24	7.50	⊗
3	26	8.18	⊙
4	28	8.75	⊖
5	32	10.00	⊗
6	36	11.25	⊙
7	40	12.50	⊖
8	48	15.00	⊕
9	56	17.50	⊙
10	64	20.00	⊖
11	72	22.50	⊕

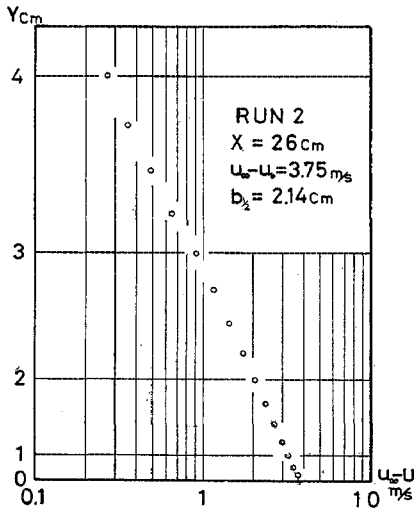


図-7

$b_{1/2}$ を理論解と比較したものである。なお $b_{1/2}$ の第二近似解（一点鎖線）は式 (27) の分布形から数値的に求めた。また C_D は無限遠点における欠損運動量から決まるのであるが、ここでは最下流断面 (11) の速度分布形から求めた。

b) 領域 2 の流れと底面せん断力

図-10 は底面付近の速度分布の一例である。図中の領域 1 の曲線は 3. (2) a) で求められた Gauss 曲線であり、領域 2 の曲線は測定された底面せん断力を式 (33) に代入したものである。図-11 は測定されたせん断力を用いて無次元化した底面付近の流速分布であり、図中の実線は式 (33) である。図の上に書かれた矢印はその断面の境界層外縁を示している。

図-12 は次式で定義されるせん断力係数を

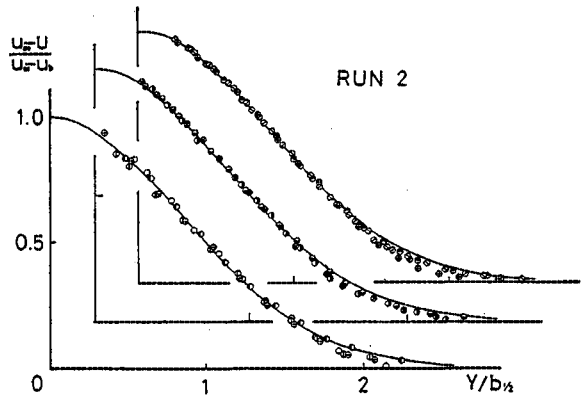
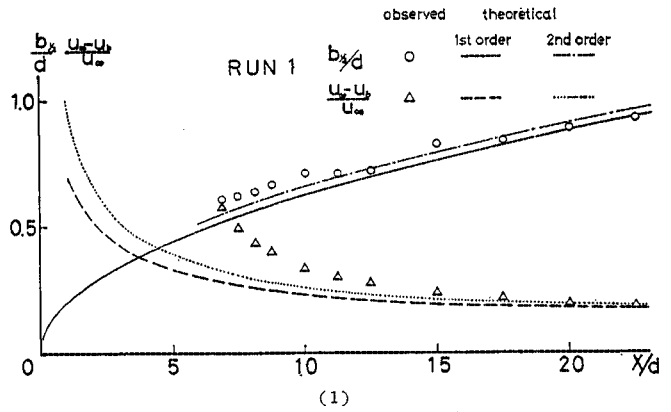


図-8



(1)

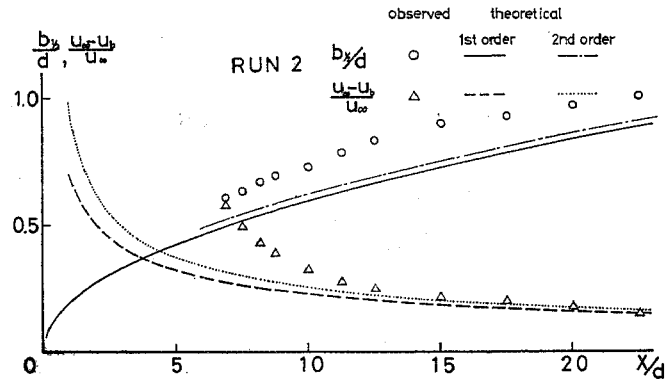


図-9

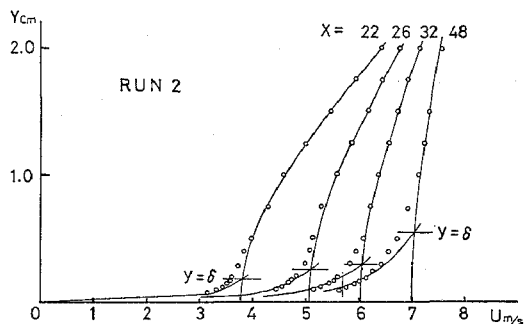
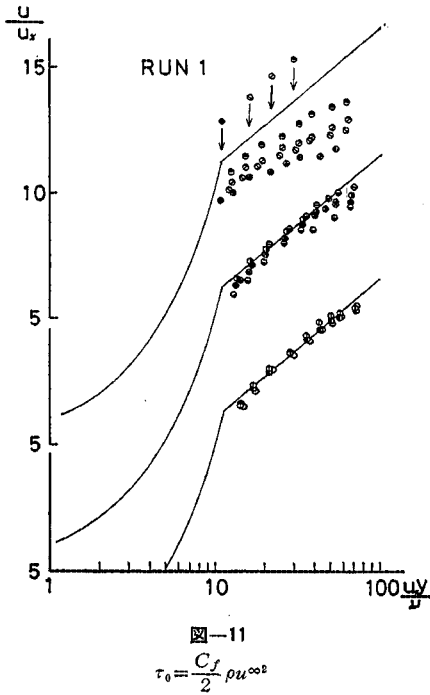


図-10



示したものである。図中の曲線(A)は式(41)～(43)の u_b に式(28)を代入して得られたものである。しかし図-9からわかるように式(28)はReattachment Pointの位置に大きなずれを生じ、このことの与える誤差が大きいと思われる。そこで2.(3)の解析の妥当性を調べるために次に示す実験式を用いて同様の計算を行った。これが図中の曲線(B)である。

$$\frac{u_b}{u_\infty} = 1 - \frac{C}{\sqrt{(x-5.9) + C^2}} \dots\dots (28)'$$

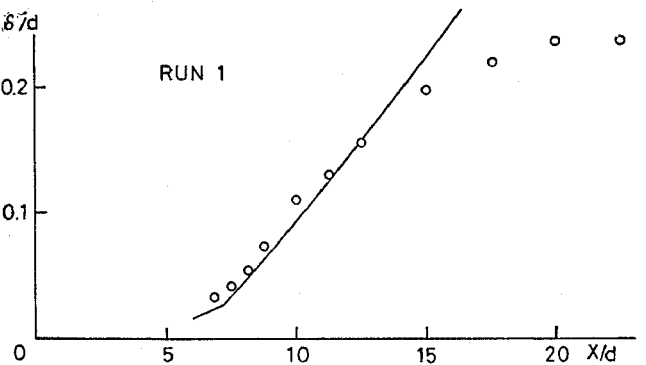
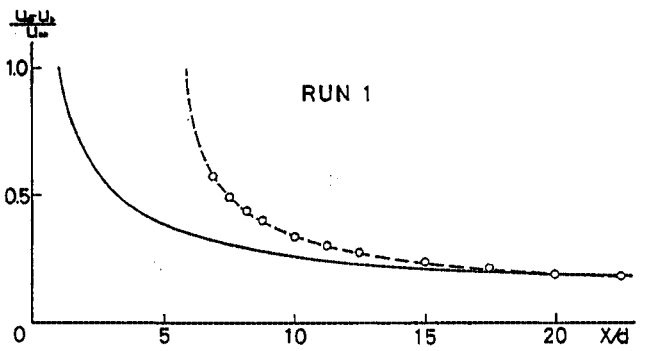
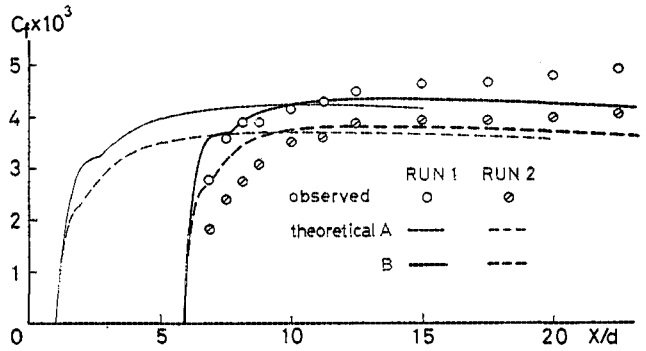
ここでCは式(32)のCと同じである。式(28)'と測定された u_b の一例を図-13に示す。なお、式(28)'は単に u_b の測定値に合うように引かれたもので、この式形自体に意味はない。図-14は領域2の厚さ δ についての比較である。図中の曲線は図-12のBに対応する。

なお、実験値というのは図-10に示したように、それぞれの領域で引かれた曲線の交点として得られたものである。

4. 考 察

(1) 基本的仮定について

本論文での流れの取り扱い方の前提となる基本的仮定は次の二点である。



1. 流れを自由乱流の領域と境界層領域に分けられること。
2. 前者の流れは後者の影響を受けず、後者の発達は前者に支配されていること。

まず項目1について考える。図-10に示されるように、 X/d が大きくなるにつれ領域の境界が不明瞭になってはくるが、それぞれの領域の2つの曲線で速度分布が近似されることから、1の仮定はほぼ妥当なものであると考えられる。次に項目2についてであるが、境界層領域の発達が自由乱流領域の底面付近の流速に支配されていることは、 u_b を正しく与えてやると底面せん断力や境界

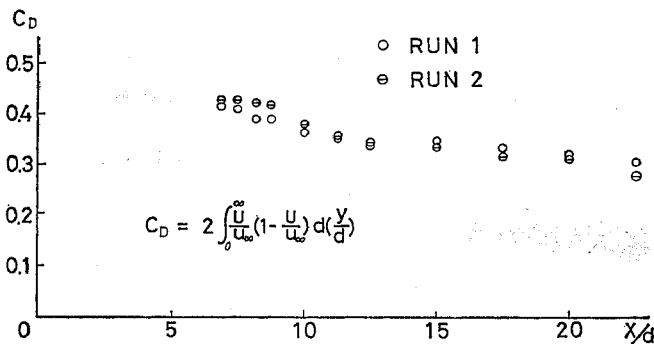
層厚がかなり正確に求められることから、妥当な仮定であったといえる。一方、自由乱流的領域の流れが底面せん断の影響をどの程度受けているかということは、2. (2) における解析が不十分であるために本実験の範囲では確かめることはできない。これについては、たとえば底面に粗度を付けた場合の実験と比較すればよいと思われるが、今回は行わなかった。

(2) 領域1の流れについて

Reattachment Point 付近では解析結果と測定値（特に u_b ）が大きくはずれてくる。この原因は摂動法における展開方法にある。一般に知られている後流の解を第1近似として用いようすると必然的に2. (2) のようになるのであるが、このような展開方法は Reattachment Point の近くでは明らかに意味を持たない。さらに、この形では上流側の条件の入る余地が無いということである。Wake がある程度発達した下流部では流れは上流側の条件によらず決まるが、Reattachment Point の近くでは上流側の条件、たとえば剝離領域の大きさ、剝離領域内の圧力分布、剝離点での飛び出し角度などに左右されると思われる。

また、図—15 は各断面の流速分布から求めた C_D (欠損運動量を無次元化したもの) を示しているが、 $X/d < 12$ においてはかなり変化をしており、圧力勾配が流速分布に大きな影響を与えていることがわかる。一方上述の展開方法では圧力勾配の効果は第3近似以降で入ってくるため、本論文の結果（第2近似まで）にはその影響が取り込まれておらず、この点においても不十分であるといえる。また、各オーダーの流関数および広がり幅を流下距離のべき乗と置いたが、このように段落ち部の近くを取り扱うには、その原点を段落ち部に置くことが適切かどうか検討を要する点であると思われる。

このように2. (2) の解析はかなりの問題点を含んでいるが、それらはみな Reattachment Point の付近の流れに関したものである。前述したようにこの部分では流れの非線形性が強く、解析的取り扱いが難しい。このこ



図—15

とは Separating Point から Reattachment Point の区間を取り扱っている多くの研究にも共通しており、今後の課題であるといえる。

(3) 領域2の流れについて

Inner law は x 方向に変化する流れでは厳密には成り立たないのであるが、本理論では近似として用いた。図—11 では、圧力勾配や速度の鉛直方向成分が大きく諸量の x 方向変化率が大きい境界層先端部では測定値が実線からはずれるが、全体的に見れば十分な近似である。

次に底面せん断力（図—12）について考察する。領域2の流れは、領域1の底面付近の流れの影響を強く受ける。したがって式 (41)~(43) を用いて底面せん断力を計算するには u_b を正しく与える必要がある。ところが2. (2) で求めた u_b を実測値と比較すると Reattachment Point ($u_b=0$ となる点) の位置に大きなずれを生じ（図—9）、これを用いてせん断力を計算すると図—14の(A)のようになる。これは領域1の解析が完全でないことによる。一方式 (28)' の形で実際の u_b を与え（式 (28)' と実測値との関係は 図—13）同様の計算を行うと、底面せん断力、境界層厚とも実測値と比較的良好一致する。このことから領域2 (2. (3)) の解析法は妥当なものであると考えられる。

X/d が大きくなると計算値と実測値がはずれてくるが、これは 図—10 にみられるように、流れの領域の境目が下流ほど不明確になり仮定しているような状態からずれてくるためである。

5. 結 論

段落ち流は段落ち直後では自由乱流的性質を持っていると考えられるが、流下するうちに普通の境界層に移行する。この中間では両方が共存し流れは複雑な様相を呈する。本研究においてはこの部分の流れを二つの領域に分けて考えて解析を行い、それに基づいて測定データを整理した。その結果次の諸点が明らかとなった。

(1) Reattachment Point からは新たに境界層が発達し、この内部では inner law が成立する。

(2) 境界層の外の流れは後流と似た性質を持っており、渦動粘性係数を用いて流れの場をかなり良く表わすことができる。ただし、本研究における方法では Reattachment Point 付近では十分な近似を得ることができなかった。

(3) 底面せん断力の変化は境界層の発達と

密接に結びついており、したがって領域1の速度分布形から単純にこれを求めることはできない。領域1の底面付近の流速を境界層の運動量式に代入して計算を行えば底面せん断力を見積ることができる。

本研究を進めるにあたり、吉川秀夫教授（東京工大土木工学科）から種々の助言をいただいた。ここに記して謝意を表します。また、実験を手伝って下さった内田多久実君（東工大四年生）に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Bradshaw, P. & Wong, F.Y.F. : The Reattachment and Relaxation of a Turbulent Shear Layer, J.F.M., Vol. 52, Part1, 1972.
- 2) Tani, I. : Experimental Investigation of Flow Separation Over a Step, Boundary Layer Research, Editor, Görtler, H., IUTAM Sympo. in Freiburg, 1958.
- 3) Patel, V.C. : Calibration of the Preston Tube and Limitation on its Use in Pressure Gradient, J.F.M. Vol. 23, Part 1, 1965.
- 4) Coles, D. : The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer, J.F.M., Vol. 1, Part 2, 1956.
- 5) Schwarz, W.H. & Cosart, W.P. : The Two Dimensional Turbulent Wall-Jet, J.F.M., Vol. 10, Part 4, 1961.
- 6) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, McGraw-Hill.
- 7) Chang, P.K. : Separation of Flow, Pergamon Press.
- 8) 日野幹雄 : 流体力学, 朝倉書店.
- 9) 沢本正樹 : 一對の渦を伴った平板の後流モデル, 土木学会論文報告集, 第 216 号, 1973.
- 10) Bearman, P.W. : Investigation of the Flow Behind a Two-Dimensional Model with a Blunt Trailing Edge and Fitted with Splitter Plates, J.F.M., Vol. 21, p. 241.
- 11) 石原藤次郎・志方俊之 : 開水路急拡部の水理学的性状に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 128 号, 1966.
(1976.5.19・受付)