

河川の自由蛇行に関する理論的研究

THEORETICAL STUDY ON THE FREE MEANDERING OF RIVERS

池田 駿介*・日野 幹雄**・吉川 秀夫***

By Syunsuke IKEDA, Mikio HINO and Hideo KIKKAWA

1. 序 論

自然のままに放置されている河川では美しい蛇行がよく見られる(写真-1)。河川の蛇行には2つの形式、すなわち自由蛇行と穿入蛇行が存在することが知られている。自由蛇行は河川自身が運搬、堆積させた地盤の上を河道の位置を自由に变化させながら流れるのが特徴であるが、これに反し穿入蛇行は高い兩岸を持ち、洪水時にもほとんど氾濫せずその流路をほとんど変化させない。この穿入蛇行の成因はかつて自由蛇行をしていた河川が地盤の隆起や火山灰などの堆積によって河床勾配が増大して掃流力を増し、河床を下刻したためであると説明されているが、本論文では穿入蛇行については取り扱わず、河川の中流以下でよく発達する自由蛇行についてのみ考察をすすめるものとする。

自由蛇行をしている河川の流路では様々な現象が見られるが、蛇行自身について見るならば次の3点が最も顕

著な特徴であろう。

- (1) 側岸の浸食と堆積
- (2) 蛇行の移動(前進)
- (3) 蛇曲から迂曲への発達と河道の短絡

蛇行が発達し次第に振幅を増大させていくには凹岸の浸食が必要であるが、これのみでは川幅が広くなり掃流力が減少して十分に進展できない。蛇行が発達するには浸食に対応して凸岸側の堆積が不可欠のものであって、これがあって始めて川幅が維持され、蛇行の発達が促進される。この堆積の機構が掃流力、河床材料の粒度構成などに起因して充分でない場合には川幅が次第に狭がり、網状河川の様相を呈するようになる。このような例は常に堆積傾向にある扇状地河川ではよく見られる(写真-2)。このような蛇行の発達は水理学的には弯曲部では流速の速い流心が凹岸側に偏倚して河岸を浸食し、逆に凸岸側では流速が減じ、堆積が生じることからおおよそ説明できるであろう(図-1)。もし図-1中の破線Bで示されているように流心が凸岸側へ移行し、凹岸側で流速が減るような場合には蛇行はむしろその振幅を減少させていくと思われる。このような観点から見ると蛇

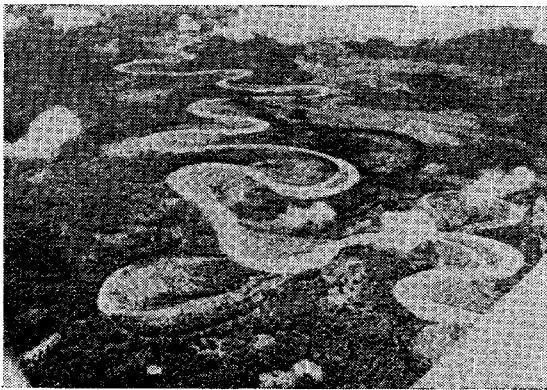


写真-1 蛇行河川 (From Journal of hydrology by J.G. Speight, Angabunga River, Papua)

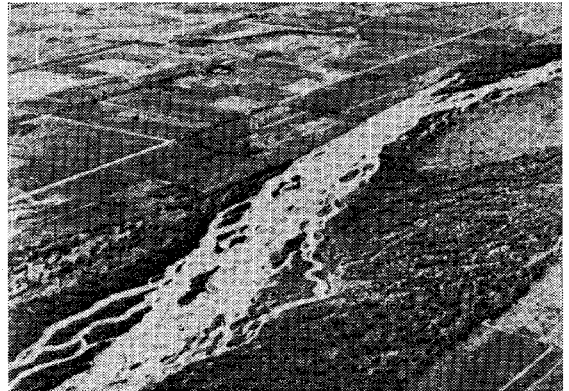


写真-2 網状河川 (From Principles of Geomorphology by Easterbrook, Platte River, Nebraska)

* 正会員 工博 埼玉大学講師 工学部建設基礎工学科

** 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

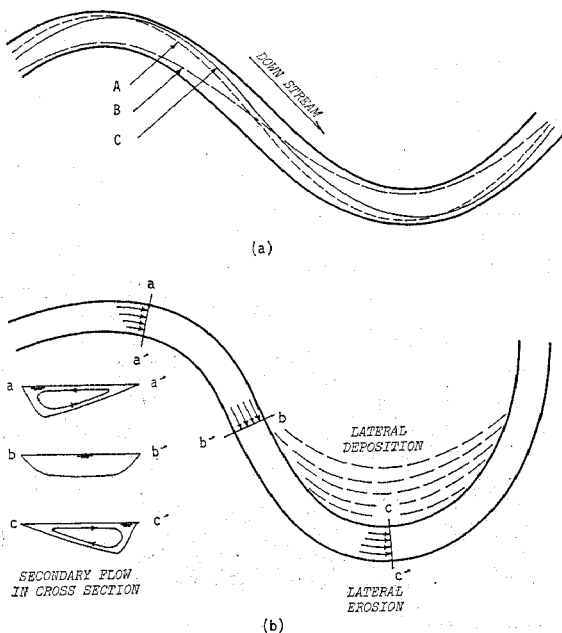
*** 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

行の発達、減衰を議論するには蛇行水路内の流れの様子を調べればよいことになる。さらに、側岸の浸食、堆積の過程においては、主流の上下層間の遠心力の差に起因する螺旋流の働きも無視することができない。この二次的な流れは凹岸側では下降流、凸岸側では上昇流となり、河床底付近では凹岸側から凸岸側へ向っているために、凹岸側の洗掘、凸岸側の堆積を増々助長させることになる(図一1(b))。このように蛇行の発達、減衰には流れの空間的な構造が大きな役割を果たしていることが予想されるが、ここで後の便宜のためにこれまでに述べた二次的な流れを分類し、定義しておく。

(1) “平面内の二次流”は主流の横断方向の平均流速に乗って見た場合に現われるものであって、主流の流速が凹岸側で速くなったり、凸岸側で遅くなったりすることに対応しているものである。

(2) “横断面内の二次流”はすでに述べたように主流の持つ上下層間の遠心力差に基づくものであり、上層で凹岸側へ、下層で凸岸側への流れを持つ。

蛇行の移動は河道が漸次その位置を変えながら下流側へ移動するものであるが、実際の河川では地質や勾配などが均一でないためにその動きは一様ではなく、移動速度に差異が見られるが、これらの条件を均一にした室内実験では蛇行が見事に並進運動をすることが知られている¹⁾。このような蛇行の前進は、図一1(a)中の実線Cのように流れ(流心)と彎曲形状の間に位相差が存在すればうまく説明できるように思われる。すなわち、凹岸の少し下流で最も顕著な浸食があり、凸岸の頂部の少し下

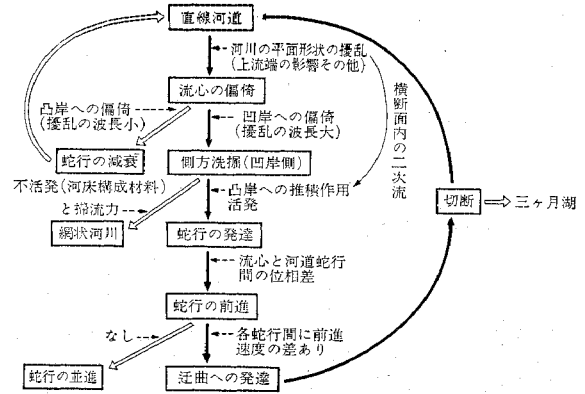


図一1 蛇行水路内の流れの模式図

流の陰で堆積があれば蛇行の前進が行われることとなる。このような現象は Friedkin¹⁾の実験においても確かめられている。

蛇行が極端にひどくなると、やがてその始まりと終りの部分がくびれるほど近くなり、蛇曲はいわゆる迂曲とよばれるものとなっていく。このようになると流水の流通能力が減じ、洪水時には頸部が切れて新水路が生まれ、旧水路には次第に土砂が堆積して、三ヶ月湖となる。Friedkinの50余例の大規模な実験では蛇行は並進し、このような迂曲から切断へ至った箇所は一つもなかったことが報告されており、他で行われた実験でもこのような現象が見られたという報告を聞かない。このことから迂曲の発生は実河川における不均一性、たとえば上、下流では河床勾配が変化すること、あるいは地質が上下流で一様でないことなどによるのではなからうかと思われる。このような不均一性によって前進速度が異なり、蛇行が一つ前の蛇行に追いついていくなれば迂曲に発達していく過程をうまく説明できるように思われる。

図一2はここで説明した現象、仮説を流れ図風に図示したものであり、河川の蛇行の過程を示している。以下の章ではこれらの定性的な議論を力学的に取り扱い、定



図一2 河川の蛇行の過程

表一1 蛇行に関する研究の概観

理論的研究

- (a) 摩擦熱による螺旋流説…藤芳(1949)
- (b) セイシュ説…Mattes(1941), Werner(1951), Anderson(1967)
- (c) 側壁に働くせん断力の不等説…Einstein・Shen(1964)
- (d) 流体力学的不安定説…足立(1967)
- (e) 確率統計論的研究…Langbein・Leopold(1966), Thakur・Scheidegger(1968), Surkan & Kan(1969)
- (f) 水理量間の位相差説…Hansen(1967), Callander(1969), 林・尾崎(1975, 1976)

実験のおよび実際河川の観察に基づく研究

- (g) 実験的研究…Friedkin(1945), 木下(1962)
- (h) 河川の観察に基づく研究…木下(1961), Leopold・Maddock(1953), Leopold・Wolman(1957), Chang・Toebes(1969), Speight(1965), 長谷川ほか(1974)

量化を行う。

なお、河川の蛇行に関する既往の研究の紹介は林⁴⁾によって詳しく述べられており、ここではその後の研究を付け加え、表一のようにまとめるに留めた。

2. 河川蛇行の理論

(1) 蛇行水路内の流れ

これまでに行われた定性的な議論を定式化するには蛇行水路内の流れがまず明らかにされねばならない。すなわち、蛇行が発達するか減衰するかを調べるにはある波長を持つ蛇行水路内の流れを解き、この流れが蛇行を発達させるかあるいは減衰させる方向にあるかを見ればよい。この時流れは応答の遅速性を考慮し、準定常的であるとしてよい。なぜなら、流れは河岸の変形に対して応答が非常に早く、また、河岸の変形速度は遅いからである。Langbein および Leopold⁵⁾によれば蛇行形状は偏角 θ が河道距離 s に対して sine 変化をするという、いわゆる sine generated curve に従うことが示されている。すなわち、

$$\theta = \theta_0 \sin \frac{2\pi s}{L} \dots\dots\dots(1)$$

である。ここに θ_0 は平均流下方向の直線となす最大偏角、 s は河道距離、 L は蛇行長である (図-3)。このとき、曲率は定義より

$$\frac{1}{r_0} = \frac{d\theta}{ds} = \theta_0 \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi s}{L} \dots\dots\dots(2)$$

となる。これから、上式で与えられる蛇行形状を平面形の擾乱として与えて流れを解き、この流れが蛇行を発達させるか減衰させる方向にあるかを見ることを考えるが、これはちょうど、安定、不安定問題で e^{ict} 型の擾

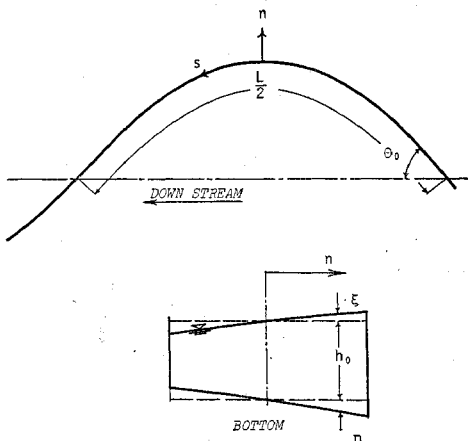


図-3 座標系の定義

乱を与えこの発達、減衰を調べることと対応している。

以下にこの蛇行水路内の流れを考察するに際して設ける仮定を示す。

1. 簡単のために主流の速度は深さ方向に一様とする。したがって流れを解くにあたって主流の上下層間の速度差に起因する横断面内の二次流は直接的には無視される (この横断面内の二次流の効果は河床の掘れ η を通じて間接的に考慮される。この効果については後述する)。

2. 川幅は水深に比べて充分大きく、したがって流体に働く摩擦力は河床によって規定され、流体間の横断方向の相互摩擦は無視できる。

3. 蛇行水路の曲率半径は川幅に比べて大きい。

4. 序論で述べたように側方洗掘に伴って対岸では必ず堆積があること、また実際の河川の観察などから川幅は一定とする。

この時、流れの速度を決定する方程式は 図-3 に示されている、 s, n の直交曲線座標系を用いると次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} + \frac{\bar{u}\bar{v}}{r} \\ = -g \frac{\partial \xi}{\partial s} + gi - f \frac{\bar{u}^2}{2(h_0 + \xi + \eta)} \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial n} - \frac{\bar{v}^2}{r} = -g \frac{\partial \xi}{\partial n} \dots\dots\dots(4)$$

ここに \bar{u}, \bar{v} はそれぞれ深さ方向に平均された s, n 方向の流速、 i は河床の s 方向の勾配、 f は河床と流体間に働く摩擦力の摩擦係数、 h_0 は平均水深、 ξ は平均水面からの水面の上昇、 η は平坦河床からの掘れである (図-3)。 η の形状はここでは無視された横断面内の二次流によってほぼ決定され、従来の研究によれば河床が完全に横断方向に力学的なつり合いの状態にある安定形状に達した場合には次のように表わされる^{6), 7)}。

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{h_0} &= \left(\frac{r}{r_0}\right)^A - 1 \dots\dots\dots(5) \\ A &= -\left(\frac{3}{4} - \frac{\mu C_D}{1 + \mu \frac{C_L}{C_D}}\right)^{1/2} \\ &\cdot \frac{\lambda u_0}{\left\{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)gd\right\}^{1/2}} \frac{1}{\kappa} F(0) \end{aligned}$$

ただし、 r_0 は水路の中心曲率半径である。

\bar{u}, \bar{v} に関する連続の方程式は次のごとくである。

$$\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial s} + \frac{\rho \bar{v}}{r} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

いま

$$\bar{u} \gg \bar{v}, h_0 \gg \xi, \eta \dots\dots\dots(7)$$

とし、さらに \bar{u} を断面内の平均値 u_0 と偏倚量 u に次

のように分割する。

$$a = u_0 + u \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 $u_0 \gg u$ であり、 u が序論に述べた“平面内の二次流”に対応するものである。したがって、 u_0, h_0 は s, n 方向によらず一定の値を持つこととなり、この一次量 u_0, h_0 の間には式 (3) において等流の条件が成り立つ。すなわち、

$$gi - f \frac{u_0^2}{2h_0} = 0 \dots \dots \dots (9)$$

である。式 (9) で表わされる一次量間の関係を式 (3) から除き、さらに高次 (三次以上) の微小項を無視すると (3), (4) の両式は二次量 u, ξ, η についてそれぞれ次のように書くことができる。

$$u_0 \frac{\partial u}{\partial s} = -g \frac{\partial \xi}{\partial s} - f \frac{u_0^2}{2h_0} \left(2 \frac{u}{u_0} - \frac{\xi}{h_0} - \frac{\eta}{h_0} \right) \dots \dots \dots (10)$$

$$- \frac{u_0^2}{r} = -g \frac{\partial \xi}{\partial n} \dots \dots \dots (11)$$

線型化された方程式、式 (10), (11) は η が与えられれば解析的に解くことが可能である。仮定によって川幅は曲率半径に比べて充分小さいとしているので (5) は近似的に

$$\begin{aligned} \frac{\eta}{h_0} &= \left(\frac{r_0 + n}{r_0} \right)^A - 1 \\ &\simeq A \frac{n}{r_0} \\ &= nA \frac{2\pi\theta_0}{L} \cos \frac{2\pi s}{L} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

と表わされる。曲率に起因する水面上昇量 ξ は式 (11) から簡単に求まり、

$$\frac{\xi}{h_0} = n \frac{u_0^2}{gh_0} \frac{2\pi\theta_0}{L} \sin \frac{2\pi s}{L} \dots \dots \dots (13)$$

となる。

式 (12), (13) の両式を式 (10) に代入し u について解くと

$$u = n \left(a \sin \frac{2\pi s}{L} + b \cos \frac{2\pi s}{L} \right) \dots \dots \dots (14 \cdot a)$$

$$a = \frac{u_0}{2\pi \frac{h_0}{fL} + \frac{1}{2\pi} \frac{fL}{h_0}} \left(1 + \frac{A}{2} + \frac{u_0^2}{2gh_0} \right) \frac{2\pi\theta_0}{L} \dots \dots \dots (14 \cdot b)$$

$$b = u_0 \left\{ \frac{1 + \frac{A}{2} + \frac{u_0^2}{2gh_0}}{(2\pi)^2 \frac{h_0^2}{f^2 L^2} + 1} - 1 \right\} \frac{2\pi\theta_0}{L} \dots (14 \cdot c)$$

を得ることができる。

ここまでは Engelund の方法⁷⁾に従い平面内の二次流成分 u を一気に求めたが、この成分が蛇行を発達させるか、減衰させるかを定める重要な要素となるので、何らかの形で check を行っておく必要がある。式 (3) か

ら一次量式 (9) を差し引き、式 (10) のように横断方向の相互摩擦を考えず、各流管ごとに力のつり合いを考えてよいのかどうかをまず検討しなければならない。慣性項および圧力項については力のつり合いは無条件に成立するので、問題は各流管に働く摩擦力が河床のみで規定され、しかも式 (3) で用いられたように深さ方向の平均流速 a を用いて各地点ごとに

$$\tau = f \frac{\rho}{2} a^2 \dots \dots \dots (15)$$

のように表現してよいかどうかにある。これについては著者らは中心角 306° の彎曲水路で実験を行い完全発達域で河床に働くせん断力をプレストン管で測定し式 (15) との比較を行った (詳細については文献 17) 参照)。その結果は 図-4 に示されているが、式 (15) は実験値をよく表わしている。また、Ippen & Drinker⁸⁾ は 図-5 に示されているような実験水路で流速分布と底面せん断力の分布を詳細に測定しているが、その結果は直線水路から彎曲水路への流入部では凸岸側で流速、せん断力が増大し、流下するにつれて最大流速、せん断力は次第に凹岸側へ移行していくことが示され、流速とせん断力の間に明らかな関係が存在することを示している。このように流れが彎曲部に流入し発達していく領域、あるいは流れが完全に発達した領域のすべての地点でせん断力 τ と深さ方向に平均された流速 a の間に式 (15) のような関係が存在することを認めてもよいと思われる。けれどもこの関係は一般の河川のように川幅が水深に比べて充分に大きい場合のみ成立し、側壁の効果が大きく横断方向の相互摩擦を無視できないような場合には適用できないことに注意しなければならない。水面上昇量 ξ についても Ippen & Drinker は測定を行い、式 (11) から求まる計算値との比較を行っているが、その一致は彎曲水路の全域で極めて良好で平均流速 u_0 を用いても水面上昇量 ξ を精度よく見ることが可能であることを示している。平面形の擾乱として与えられた sine generated curve については Langbein & Leopold⁵⁾ によって詳しく研究されており、実験水路での蛇行あるいは実河川の蛇行に対してよく適合することが明らかにされている

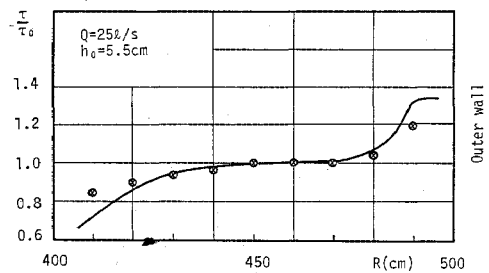


図-4 式 (15) から計算されるせん断力分布と実験値の比較 (実線は計算値)

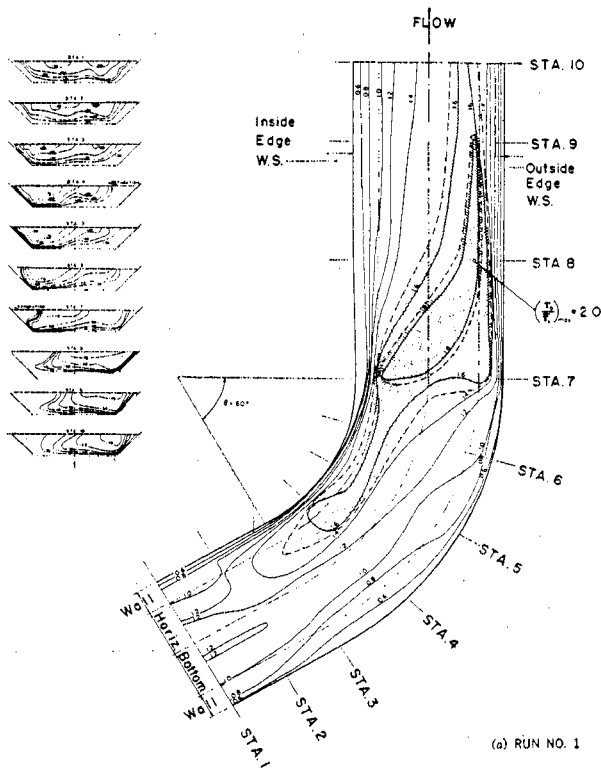


図-5 主流の横断面内流速分布と底面せん断力の分布 (Ippen, A.T. と P.A. Drinker による)

る。図-6(a)は Popo Agie 河における蛇行形状と sine generated curve との比較を行ったものであるが両者はよく一致していることがわかる。図-6(b)は式(1)において最大偏角 θ_0 を変えた場合の蛇行形状の変化を図示したものである。このように平面形の微小擾乱として与えられた sine generated curve は蛇行の振幅が発達した段階においてもそのまま蛇行の平面形を表わすことがわかる。すなわち、式(14)は蛇行の発達初期のみでなく、振幅が大きくなってそのまま流れを表わす解として用いることができる。以上から平面内の二

次流を表わす解、式(14)を導くうえでの仮定の妥当性を確かめることができた。

(2) 蛇行長

序論で議論したように、蛇行が発達するか否かは流心線(最大流速を結んだ線)が凹岸側に偏倚するか、あるいは凸岸側に偏倚するかによって決定される。この流心線の位置は式(14・a,b,c)によって与えられるが、ここでこの式の内容について若干の検討を行っておく。式(2)から水路の曲率は

$$\frac{1}{r_0} = \theta_0 \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi s}{L}$$

で与えられるので、式(14・a)中の係数 b を含む \cos の項と同位相であり、逆に a を含む項は \sin であるので流心線と流路の間に位相差を生み出す働きを持っていると考えられる。ところで式(2)で擾乱として与えられた微小な蛇行が発達しているか否かは蛇行の頂点(すなわち図-3で $s=0$)で判定すればよいから、 \sin の項は常に0となり結局蛇行の発達に関しては式(14・a)中の b を含む \cos の項が重要な寄与をすることになる。さらに蛇行の平面形状が与えられ、流心がどちらの河岸側を通るかを定める場合には河床の洗掘状況については安定形状に達した場合の河床形状(すなわち式(12)で与えられる)を考慮する必要はなく初期条件としては河床は平坦(すなわち、 $A=0$)であるとしてよいであろう。以上の考察から、蛇行の発達・減衰の条件は式(14・c)で $A=0$ とおき

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\pi\theta_0 u_0}{L} \left\{ \frac{1 + \frac{u_0^2}{2gh_0}}{(2\pi)^2 \frac{h_0^2}{f^2 L^2} + 1} - 1 \right\} > 0 : \text{発達} \\ = 0 : \text{中立} \\ < 0 : \text{減衰} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

となる。式(16)から蛇行が発達していく蛇行長の条件が求まる。すなわち

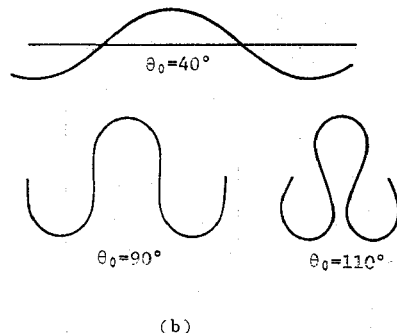
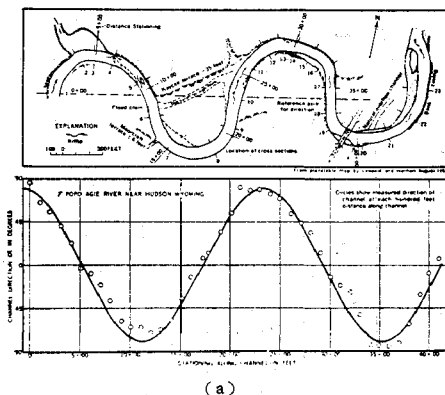


図-6 Sine generated curve について (Langbein と Leopold による)

$$\frac{fL}{h_0} > 2\sqrt{2}\pi \frac{\sqrt{gh_0}}{u_0} = \frac{fL_l}{h_0} \dots (17\cdot a)$$

のとき、蛇行は発達していく。あるいは

$$f = 2 \frac{u_*^2}{u_0^2}, u_*^2 = gh_0 i$$

に注意して変形すると、

$$L > \sqrt{2}\pi \frac{h_0}{\sqrt{i}} \frac{u_0}{u_*} = L_l \dots (17\cdot b)$$

と表わされる。蛇行が発達していく下限の長さ L_l よりも大きな蛇行長に対しては蛇行の振幅は次第に増大していくこととなるが、この時最大の発達率を示す卓越蛇行長が存在するはずである。この条件は頂点 $s=0$ で流速の偏倚 u が最大となることであるから、式 (14・a) において \cos の係数

$$b = \frac{h_0}{fL} \left\{ \frac{1 + \frac{u_0^2}{2gh_0}}{(2\pi)^2 \frac{h_0^2}{f^2 L^2} + 1} - 1 \right\} \frac{2\pi\theta_0 f u_0}{h_0}$$

が最大になる場合を調べればよい。上の値が極値をとる条件は

$$(2\pi)^2 \frac{h_0^2}{f^2 L^2} = \frac{1}{2} \left\{ -3 - \frac{u_0^2}{2gh_0} + 3 \cdot \left(1 + \frac{5}{9} \frac{u_0^2}{gh_0} + \frac{1}{36} \frac{u_0^4}{g^2 h_0^2} \right)^{1/2} \right\} : \text{極大} \dots (18)$$

である。極大値をとる条件から卓越蛇行長が求まるが、このとき計算を簡略にするために次のような近似を行う。蛇行が生じる河川の中、下流では流れは一般に常流であるから

$$1 \gg \frac{1}{36} \frac{u_0^4}{g^2 h_0^2}$$

である ($F_r=0.5$ とするとこの右辺は 0.0017 となる)。したがって、この項は無視することができ、式 (18) を Taylor 展開すると結局、卓越蛇行長は

$$\frac{fL_p}{h_0} = 2\sqrt{6}\pi \frac{\sqrt{gh_0}}{u_0} \dots (19\cdot a)$$

または書き直して

$$L_p = \sqrt{6}\pi \frac{h_0}{\sqrt{i}} \frac{u_0}{u_*} \dots (19\cdot b)$$

となる。

図-7 には蛇行の振幅の発達率に関する指標である b と蛇行長 fL/h_0 の関係が示されている (ただし便宜上 $2\pi\theta_0 f u_0/h_0$ は 1 とした)。図中ではフルード数 0.5 の場合について示してあるがこの曲線の性質はフルード数に関係なく同様の傾向を持つので一般的と考えてよい。このようにして蛇行が一担発達の方に向くと、流下方向に渦度ベクトルを持つ横断面内の二次流の働きも加わって、凹岸側が洗掘され、凸岸側に堆積がおこる。また、その結果流心はますます凹岸側へ移行し蛇行の振幅は相乗的に増大させられていく。この振幅の増大は流路延長が長くなって掃流力が減じ、もはや河岸を洗掘できなくなるまで持続することとなる。式 (17) あるいは式 (19) において発達の下限長と卓越蛇行長は同じ形式で表現され、平均水深 h_0 と勾配 i の関数として表現されているが、これらの理論値が正しく蛇行長を表わしているかど

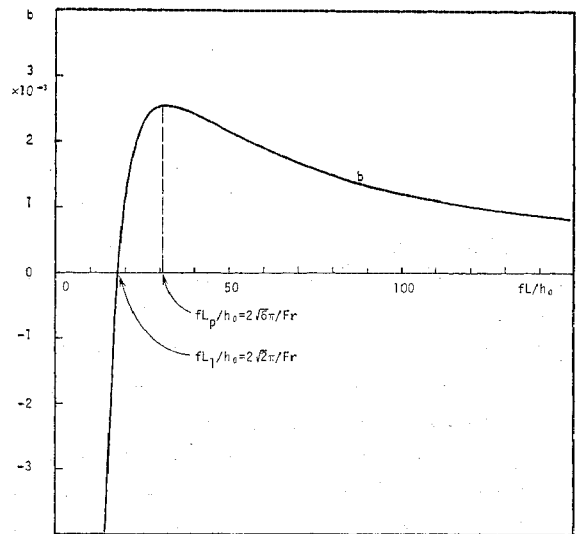


図-7 蛇行の振幅を表わす b と蛇行長の関係 ($F_r=0.5$)

表-2 蛇行のデータ

番号	河川名	Q	h_0	i_0	u_0/u_*	L_l 式(17)	L_p 式(19)	L(実測値)	備考
1	実験水路	0.1 cfs	0.04 f	0.0075	8.2	16.8 f	29.1 f	25.8 f	Friedkin 文献 1)
2	Popo Agie	—	3.36 f	1/530	10	3 430 f	5 950 f	2 500 f	
3	肝 属	11 m ³ /s	0.92 m	1/860	9.7	1 210 m	2 100 m	1 010 m	穿入蛇行, 文献 11), 12) 高山川合流点上流
4	雨 龍 (沼田~美葉牛)	—	1.50 m (沼田)	1/690	11	1 930 m	3 340 m	2 480 m (4 蛇行の平均)	文献 10), 15), h_0 は M41~45 の高水位-低水位の平均, 蛇行長は M32 の資料
5	石 狩 (深川~妹背牛)	—	1.28 m (深川)	1/890	11	1 860 m	3 230 m	3 300 m (4 蛇行の平均)	h_0 は M33~37 の高水位-低水位の平均, 他は同上
6	石 狩 (伏古~橋本)	—	1.96 m (橋本)	1/2 000	12	4 670 m	8 080 m	7 200 m (4 蛇行の平均)	同 上
7	石 狩 (奈井江~礼比内)	—	3.49 m (奈井江)	1/2 900	13	10 800 m	18 700 m	8 600 m (3 蛇行の平均)	同 上
8	Mississippi	—	9.4 m (泥濘水深)	1/3 680	15.5	39 000 m	60 000 m	36 000 m	文献 1) Greenville~Fittlerbend

うかを調べるためにすでに得られている実験値および筆者が入手できた実際河川の資料との比較を行った。そのデータは表-2にまとめられている。その際に最も注意を払ったのは水深 h_0 の選択であって、河川の蛇行現象がどの程度の流量によって支配されているかということを決めるのはなかなか困難であるが、蛇行河川の航空写真⁹⁾を見ると凸岸側の堆積があたかも年輪のごとくに間歇的に増大していること、また河川弯曲部の横断形状は洪水時に決定されることなどから、かなり大きな流量が支配しているように思われる。ここで用いられた資料は大部分が石狩川のものであるが、この河川は4月から5月にかけての融雪出水が支配的であるのでこの期間の5日程度持続する流量（高水位に対応する流量）を採用し、これから水深を決定した。表-2中の肝属川は大隅半島のシラス台地を流れる小河川であり、桜島の排出した火山灰の堆積によって穿入蛇行を呈するようになったと考えられる。穿入蛇行河川の特徴は高い兩岸を持ち洪水時にも流路が容易に変化しないことであるが、この河川も古来河道がほぼ一定し、出水によっても流路がほとんど変更していないことが知られている^{11), 12)}。このような河川では普通の最も出現確率の高い流量（最多流量）によって河岸の浸食、堆積、したがって蛇行が決定されるであろうと思われる。したがってここでは最多水位を採用することとし、この水位時の掃流力の check を行い平水時にも常に土砂の移動があることを確かめた。蛇行長については河川がその上を流れている地面の最大勾配線を決め、この線を蛇行が横切の場合を蛇行として認め、横切らないものについては陪振動として取り扱い蛇行数の勘定に入れなかった。図-8はこのような考察の結果得られた理論値と実測値の比較を示したものである。

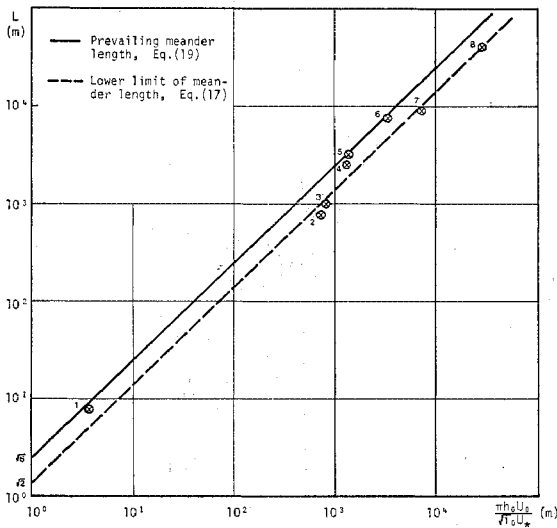


図-8 蛇行長の理論値と測定値の比較

り、両者の一致はかなりよいが、検証を完全なものとするにはさらに多くの実測値と比較しなければならないと思われる。

野満²⁾は、経験的に弯曲の大きさは水量および勾配によって支配され、水量の多い大河川は大曲線を水量の少ない小川は小曲線を描くことを述べている。また、実験的にも Inglis³⁾ や Friedkin¹⁾ は蛇行長が流量の影響を強く受けることを見出ししている。ここでは式(19)が流量とどのような関係にあるかを調べてみる。Manningの公式を用いて変形すると

$$\begin{aligned} L_p &= \sqrt{6} \pi \frac{h_0}{\sqrt{t}} \frac{u_0}{u_*} \\ &= \frac{\sqrt{6} \pi}{n \sqrt{g t}} h_0^{7/6} \\ &= \frac{\sqrt{6} \pi}{n^{0.3} g^{0.5} t^{0.55}} \frac{Q^{0.7}}{B^{0.7}} \end{aligned}$$

となる。川幅 B も一般に流量 Q の関数となることが知られており^{13), 14)}、ほぼ

$$B \propto Q^{0.5}$$

である。これから

$$\begin{cases} L \propto Q^{0.35} (B \propto Q^{0.5} \text{とした場合}) \\ \propto Q^{0.7} (B \text{が} Q \text{によらず一定とした場合}) \end{cases}$$

を得る。Inglisによれば実験水路においても、あるいは実際河川においても蛇行波長は $Q^{0.45 \sim 0.5}$ に比例することが知られている。上式は蛇行長について求められたものであり、直接比較はできないが、蛇行の長さが流量によることを示すものとして興味深い。

(3) 蛇行の前進

蛇行河川はその岸を浸食し、他方では土砂を堆積させて弯曲を増大させながら、かつその弯曲を下流に移動させる。ここではその前進の機構について考察を行う。序論において蛇行の前進は河道の蛇行と流心の蛇行の位相差に起因することを述べたが、この定性的な議論を定量的に取り扱うために式(14)を次のように変形する。

$$\begin{aligned} u &= n \left(a \sin \frac{2\pi s}{L} + b \cos \frac{2\pi s}{L} \right) \\ &= n (a^2 + b^2)^{1/2} \cos \left(\frac{2\pi s}{L} - \epsilon \right) \end{aligned} \quad (20)$$

ただし

$$\epsilon = \tan^{-1} \frac{a}{b} \quad (21)$$

である。 a/b の性質について調べると

$$\frac{a}{b} = \frac{2\pi \left(1 + \frac{u_0^2}{2gh_0} \right)}{\frac{fL}{h_0} \left\{ \frac{u_0^2}{2gh_0} - (2\pi)^2 \frac{h_0^2}{f^2 L^2} \right\}}$$

であり、

$$\frac{fL_1}{h_0} = 2\sqrt{2} \pi \frac{\sqrt{gh_0}}{u_0}$$

の時、すなわち式 (17) で表わされる蛇行の発生下限長 L_l を境として位相が逆転する。すなわち 図-9 の実線で示されるように $L > L_l$ では常に蛇行は前進し、 $L < L_l$ では蛇行は後退する。この意味からも $L < L_l$ では蛇行の発生はない。蛇行の前進にはこの位相のずれはもちろんであるが、速度分布の偏倚 u の大きさを表わす $(a^2+b^2)^{1/2}$ の値も大きな役割りを果たす。これは

$$(a^2+b^2)^{1/2} = \frac{2\pi\theta_0}{L} u_0 \left[\frac{\left(1 + \frac{u_0^2}{2gh_0}\right)^2}{\left(2\pi \frac{h_0}{fL} + \frac{1}{2\pi} \frac{fL}{h_0}\right)^2} + \left\{ \frac{1 + \frac{u_0^2}{2gh_0}}{(2\pi)^2 \frac{h_0^2}{f^2 L^2} + 1} - 1 \right\}^{1/2} \right]$$

であるが、この値は $L \rightarrow 0$ の時無限大、 $L \rightarrow \infty$ の時 0 に漸近し、図-9 に示されているような関数形を持つ。したがって $(a^2+b^2)^{1/2}$ から見ても ϵ から見ても蛇行の発生領域にある限り蛇行長の小さい方が移動が活発であることが予想される。

図-10 は式 (20) で表わされる平面内の流線を代表的な位相差について示したものである。(a) は蛇行に発達する限界長 L_l の場合に対応するものであり蛇行の頂点

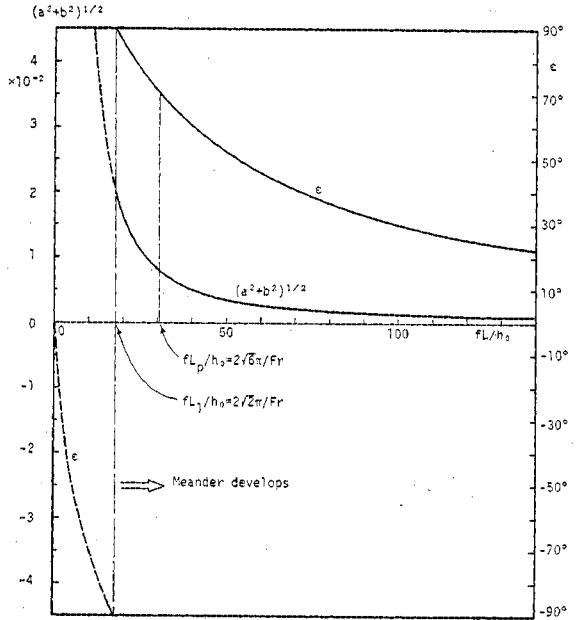


図-9 流速分布の偏倚の大きさを表わす $(a^2+b^2)^{1/2}$ および流心の位相遅れ ϵ と蛇行長の関係 ($F_r=0.5$)

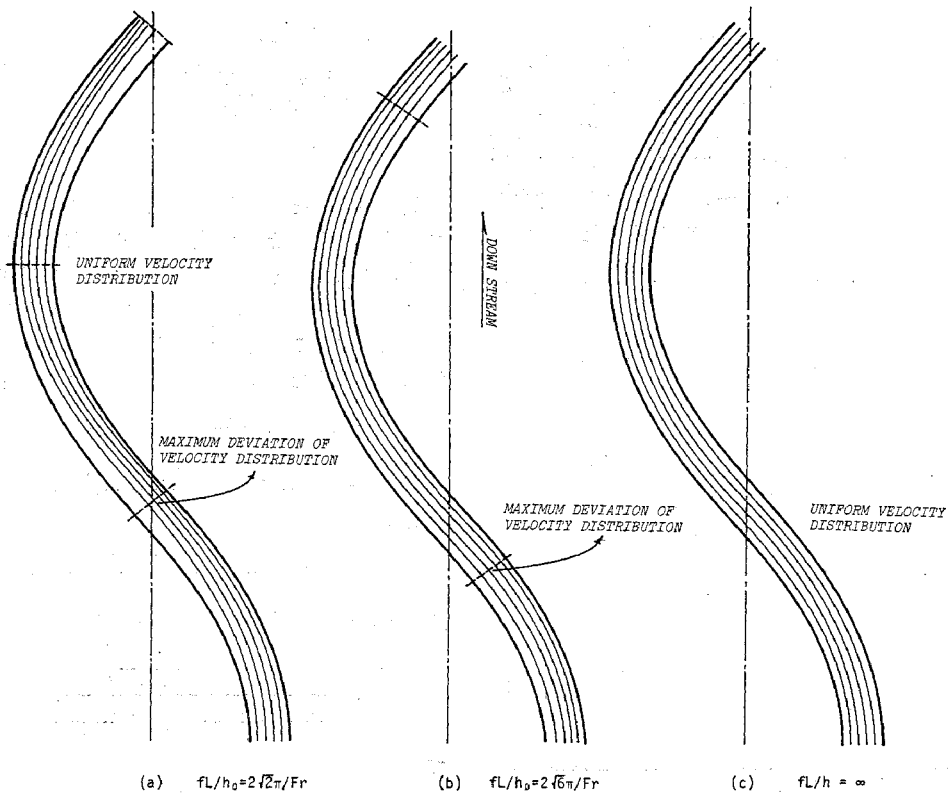


図-10 各蛇行長に対応する流線図

において二次流成分がなく、かつ位相差が最大であることから振幅の増大よりもむしろ活発な前進を予想させる。(b)は最大の発達率を示す蛇行長 L_p に対応する流れであり、蛇行振幅の増大と前進が同時に存在することがわかる。(c)は L が非常に大きい場合に対応する流れで、この時は二次流自身の大きさも小さく、また位相差のずれがほとんどなく蛇行の動きも不活発であることをうかがわせる。すなわち、蛇行長が大きいほど前進速度が小さいであろうことが予想される。

いまここで調べてきたことが実際の河川とどのようなかかわり合いを持っているかを次に考察する。卓越蛇行長は式 (19) より

$$\begin{aligned} \frac{fL}{h_0} &= 2\sqrt{6}\pi \frac{\sqrt{gh_0}}{u_0} \\ &= 2\sqrt{6}\pi \frac{1}{F_r} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

によって表わされるが、一般に河川では勾配が下流にいくに従い減少するので上中流ではフルード数が大きく、下流にいくにしたがって小さくなる。いま、蛇行をしている上下流すべての地点で式 (22) で示される卓越蛇行長をとるとすると、このことは下流にいくほど fL/h_0 が大きくなることを意味しているが、これはとりも直さず、図-9 からも明らかなように下流にいくに従い蛇行の動きが不活発となることを意味している。木下によってこれと同等の記述が現象論的に石狩川河道変遷調査¹⁵⁾ に述べられている。

(4) 蛇曲から迂曲への発達

蛇行の激しい河川では蛇曲が極端に発達し、始まりと終りの部分がくびれるほど近くなっている流路が見られる。このような形状は迂曲とよばれ、いずれは頸部が切れて直進する新流路が生まれ、旧流路は三ヶ月湖として取り残される。ところが、実験水路でこのような迂曲を作り出すことはなかなか困難である。Friedkin¹⁾ の大規模な実験においても 50 余の実験例の内、迂曲、切断へと発達した箇所は一つもなかったことが報告されている。このような現象も前節で考察したように蛇行の前進速度が蛇行長によって異なることを用いればうまく説明できるように思われる。実際の河川では相隣の蛇行の長さが完全に等しくなることはありえないから、いま図-11 に示されているように、上流側の蛇行長が短く、下流側が長い場合について考えてみると、上流側の方が fL/h_0 の値が小さいからこれまで述べてきたことから明らかなように蛇行の進行

速度は上流側の蛇行の方が大きいはずである。そうすると図-11 のように次第においつき迂曲へ発達していくであろう。この議論は局部的な蛇行長の差が存在する場合についてであるが、河川は全体としてこのような迂曲へと進行する傾向にあることを次に示す。式 (20) から fL/h_0 はフルード数の関数となるが、この関係からフルード数の大きい上、中流では蛇行の進行速度が大きく、下流では小さいこととなる。したがって蛇行する河川では常に迂曲、短絡へと進行する傾向にあるといえる。

いま、式 (22) を Manning の式を用いて書き直すと

$$\frac{fL}{h_0} = \frac{n\sqrt{g}2\sqrt{6}\pi}{h_0^{1/6}} i^{-1/2}$$

となる。この式は迂曲の発達あるいは言葉を変えれば流路の安定性が勾配と非常に密接に結びついていることを示唆している。すなわち、勾配 i が大きい所から小さい所へ移る場合(地盤は下に凸、実河川では上流から下流へいくに従い縦断勾配が減少するのでこの場合に相当する)には fL/h_0 が増大するために、これまでに述べた議論によって迂曲、切断が激しく、逆に地盤が上に凸の場合は流路は安定しているはずである。図-

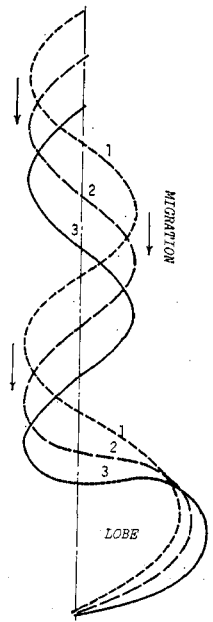


図-11 蛇行長が異なる場合の移動速度差に基づく迂曲の発達

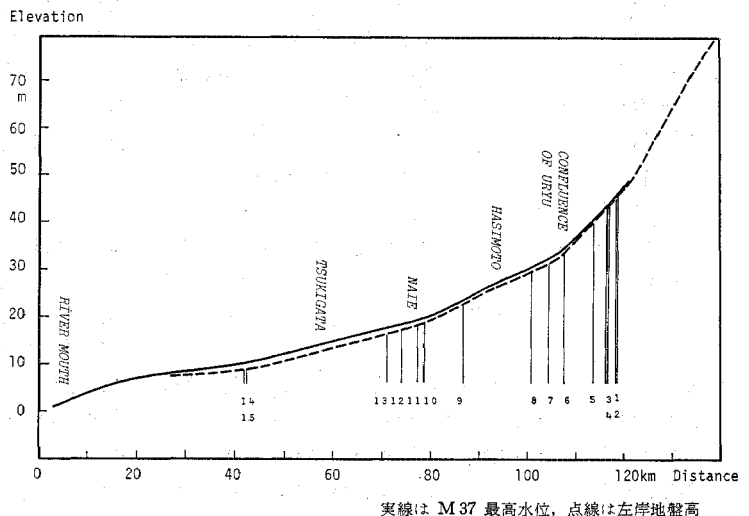


図-12 石狩川における M 32~S 34 間の自然短絡の発生箇所と地盤勾配の関係 (資料は木下による)

生箇所分布を示したものである。地質の影響を全く無視することはできないが、自然短絡が発生した箇所は勾配が急から緩へと急変する地点に集中しており、橋本、月形付近の流路の安定、雨竜合流点、奈井江、袋達布付近の不安定は以上の議論によって現象をよく説明できることを示している。Friedkin の実験で迂曲、切断へと発達する現象が見られなかったのは水路の勾配が一様であるためにおおの蛇行の進行速度が相等しく並進運動を行ったからであろう。また、流入口で給砂が充分になされなかったため、流入口付近の上流の河床が洗掘され、上に凸の河床縦断形が形成されたためにますます安定化の方向へ向かったものと思われる。

以上の一連の考察によって蛇行の発生、発達、短絡の基本的な全過程を力学的に一貫して説明できたが、以下ではこれらの基本的な現象のほかに、蛇行に付随して見られる特徴的な現象について説明を加えることとする。

Friedkin¹⁾によれば、流送土砂が多い程急速に蛇行が発達し、かつその規模が大きいことが知られている。また、上流端の流入部で給砂を行わない場合には蛇行の振幅が下流にいくに従って増大していくことが明らかにされている。この2つの現象は実は力学的には同一のものであって、流入部で給砂が行われない場合には流砂量が少ないために凸岸への堆積が少なく、したがって対岸の浸食も盛んではない。ところが、下流へいくに従い流砂量が増大してくると、凸岸側への堆積が盛んとなり、またこれとともに流心は強く凹岸側へ偏倚し、側岸の浸食も激しくなり、蛇行振幅の下流への増大は流砂量が完全に平衡に達するまで続けられることとなる。このように蛇行現象は流砂と密接に結びついており、この現象もこれまで述べてきた機構によって矛盾なく説明できることとなる。

従来、河川の蛇行は（特に日本では）砂礫堆との関連性において多く論じられてきた。木下¹⁶⁾は河川の調査を行い砂礫堆の関連性において蛇行の形態を4種類に分類している。すなわち

- a) 直線流路で水流が蛇行するもの
- b) 砂礫堆2つごとに流路が蛇行するもの
- c) 前者 b) とともにさらに長い波長で流路が蛇行するもの
- d) c) の波長の蛇行が強く、b) の蛇行が消滅するもの

であって、この内 d) は砂礫堆の数にして4~7個に相当していて、前の3つとは区別する必要があるとしている。この結果からは一蛇行内に何個の砂礫堆が存在するかは決定論的に決められないように思われる。これらのことから筆者は砂礫堆の役割を次のように考える。すなわち、砂礫堆はいわゆる中規模河床波の一種であって

蛇行となり得る場合もあるが、一般的には自由蛇行そのものではなく、一段スケールの小さいものである。砂礫堆は蛇行の開始にとって擾乱となりうるが、その何波をもって蛇行へ進展していくかは明らかではない。このような観点から見ると、実際の河川において蛇行が式(1)で示されるような滑らかな曲線ではなく、主たる蛇行の上に陪振動がのっているように見える場合があるのは恐らく砂礫堆の影響によって側岸が浸食、堆積されたためではないかと考えられる。事実、筆者¹⁷⁾が行った弯曲水路の移動床実験においても固定壁を持つにもかかわらず弯曲水路内で水流は蛇行し、それとともに明瞭な河床波の発生が見られた。

3. 今後の課題と結論

ここでは流れと流路の変形との間で応答の時間差が大きいことを利用し、蛇行水路内の流れを解くことによって逆に蛇行の増幅、移動あるいは迂曲への発達の機構を論じた。しかし、この理論が正しいことを証明するには多くの実験と実河川の観測に基づく資料の蓄積が行われなければならない。また、蛇行の増幅の発達速度、移動速度を正しく知るには側岸の浸食、堆積を支配する流砂力学が明らかにされねばならない。特に河岸と流線が平行でなく、水衝部や死水域をなす場合の河岸をも含めた流砂の機構を知る必要がある。さらに砂礫堆と蛇行の関連性についてもここで行われたような推論でなく、さらに明確な議論がなされねばならないであろう。

最後にここで行われたさまざまな議論の結果明らかとなった諸点を次に列記する。

(1) 蛇行水路内の流れは第一次的には横断方向には遠心力と水面による圧力勾配がつり合い、流下方向には加速度(convective acceleration)、水面による圧力勾配および摩擦力が局所的につり合った流れであって、これから生ずる流線の偏倚、河岸に対する位相遅れが蛇行の発達、移動を支配する。このとき卓越蛇行長は理論上は

$$L_p = \sqrt{6} \pi \frac{h_0}{\sqrt{t}} \frac{u_0}{u_*}$$

によって表わされ、実測値ともほぼ一致する。

(2) 流れと河岸の位相差が蛇行の移動を支配するが、この位相差は蛇行長の関数であり、式(22)と図-9の関係からフルード数が大きい程前進速度は大きくなる。したがって一般の河川では下流よりも中流域の方が蛇行の移動が激しく、迂曲へと進展していくこととなる。

(3) 迂曲から切断へ至る過程は地盤勾配と密接に結びついている。

4. 謝 辞

この研究をすすめるに際し、多くの方々から有意義な議論、教示をいただいた。特に東京工業大学工学研究室の椎貝博美助教授には文献の所在をお教えいただき、また、示唆に富む批判をたまわった。さらに北海道開発局の佐々木庸介氏には貴重な文献をお送りいただいた。ここに深く謝意を表わします。

記 法

- A : 定 数
 a, b : 係数, 式 (14・b) および式 (14・c)
 C_D : 抗力係数 (=0.4)
 C_L : 揚力係数 ($C_L/C_D=0.85$)
 f : 摩擦係数
 $F(0)$: 定 数
 F_r : フルード数
 g : 重力の加速度
 h_0 : 平均水深
 i : 河床勾配
 i_0 : 地盤勾配
 L : 蛇行長
 L_l, L_p : 蛇行の下限長および卓越蛇行長
 n : 水路中心から外向き法線方向にとった座標
 (= $r - r_0$)
 Q : 流 量
 r_0 : 水路中心における曲率半径
 s : 河道方向の座標
 u : 平面内の二次流成分 (= $\bar{u} - u_0$)
 u_0 : s 方向の断面平均流速
 u_* : 摩擦速度
 \bar{u}, \bar{v} : 深さ方向に平均された s, n 方向の流速
 ϵ : 位 相 差
 η : 平均河床からの掘れ

θ : 河道と平均流下方向の直線とのなす偏角

θ_0 : その最大偏角

κ : カルマン定数

λ : シャヘイ係数 (=0.592)

μ : 運動している砂粒子と河床に働く摩擦係数

ϵ : 平均水面からの上昇量 (遠心力による)

τ : 流体と河床底間に働く摩擦力

参 考 文 献

- 1) Friedkin, J.F. : A Laboratory Study of the Meandering of Alluvial Rivers, U.S. Waterways Experiment Station, 1945.
- 2) 野満隆治 : 新河川学, 地人書館, 1964.
- 3) 木下良作 : 石狩川河道変遷調査—参考編一, 科学技術庁資源局資料 36 号, 1962.
- 4) 林 泰造 : 蛇行論, 工学学シリーズ B, 土木学会水理委員会, 1970.
- 5) Langbein, W.B. and L.B. Leopold : River meanders—Theory of Minimum Variance, U.S. Geological Survey Prof. Paper 422 H, 1966.
- 6) 池田駿介 : 移動床河川の 弯曲部における二次流と動的横断平衡河床について, 土木学会論文報告集, 229 号, 1974.
- 7) Englund, F. : Flow and Bed Topography in Channel Bends, Jour. of Hy. Div. Hy 11, ASCE, 1974.
- 8) Ippen, A.T. and P.A. Drinker : Boundary Shear Stresses in Curved Trapezoidal Channels, Jour. of Hy. Div., HY 5, ASCE, 1962.
- 9) Easterbrook, D.J. : Principles of Geomorphology, McGraw-Hill, 1969.
- 10) 北海道開発局石狩川開発建設部 : 石狩川水系水位区別表, 明治 32~昭和 41 年, 昭和 42 年 12 月.
- 11) 荒木正夫 : 肝属川の河床平衡に関する考察, 建設省直轄工事第 6 回技術研究報告, 1953.
- 12) 藤芳義男 : 河川の蛇行と災害 (河川蛇行論), 佐々木図書出版 (株), 1949.
- 13) Inglis, C.C. : Meandering and Their Bearing on River Training, Maritime and Waterways Paper No. 7, The Institution of Civil Engineers, 1947.
- 14) 吉川秀夫 : 河川工学, 朝倉書店, 1971.
- 15) 木下良作 : 石狩川河道変遷調査, 科学技術庁資源局資料 36 号. 1961.
- 16) 木下良作 : 河床における砂礫堆の形成について, 土木学会論文集, 42 号, 1957.
- 17) 吉川秀夫・池田駿介・北川 明 : 弯曲水路の河床変化について, 土木学会論文報告集, 251 号, 1976.
(1976.3.15・受付)