

任意荷重を受ける薄肉曲線桁橋のマトリックス構造解析*

MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS OF THIN-WALLED CURVED
GIRDER BRIDGES SUBJECTED TO ARBITRARY LOADS

中井 博**・事口 寿男***・谷 俊 寛****

By Hiroshi NAKAI, Hisao KOTOGUCHI and Toshihiro TANI

1. ま え が き

近代的な道路内の橋梁構造物は、交通流の円滑化をはかるために道路線形とできるだけ一致するように計画されるので、薄肉断面で構成される長大曲線桁橋が今後も多く建設されることが予想される。

鉛直荷重を受ける曲線桁橋の静力学的挙動は、これまでも数多くの研究者によって論じられ、それぞれ特徴のある実用計算法が提案されてきている^{1)~14)}。しかし、長大曲線橋の安全性を確保するためには、たとえば、Merrison report²⁵⁾ や AASHTO²⁶⁾ で採用されている荷重係数法による設計思想を導入し、耐荷性を検討してみる必要があるように思われる。そのためには曲線桁橋に主荷重はもちろん地震や風などの荷重が組み合わさって作用する際の合理的な構造解析法を確立しておくことは重要な課題であると考えられる。ところで、曲線桁橋の断面形状としては通常、非対称断面が採用されるので、図心とせん断中心とが一致しない。しかも、桁軸線が曲率を有するために、任意荷重を受ける際の厳密な基礎式を立てれば、曲率面外の変形と曲率面内の変形とが連成した複雑な微分方程式が得られることになる^{1)~5)}。

このような現象は深沢¹⁶⁾によっても指摘されているが、解析の際に連成作用を最初から無視しているため、数値的にその連成の度合いがどの程度になるか明らかにされていない。また、Becker¹⁵⁾は、一軸対称断面の曲線桁橋について、曲率面外の変形と面内の変形とが連成する場合の解析を行っている。しかし、著者らの知る範囲では数値的な評価は試みられていないようである。

本文は、長大曲線橋に対する上述のような不明確な点

を明らかにし、より忠実な解析方法を開発しようとするものである。すなわち、任意断面を有する曲線桁橋に任意の静的荷重が作用する場合を対象とするために、曲げねじり理論による厳密な基礎微分方程式を基礎とする。しかしながら、曲率面外の変形と曲率面内の変形とを連成させて厳密に解くと、Beckerの論文¹⁵⁾のように解式が複雑になるので、実用的な見地から、まず連成項を無視して曲率面外変形と面内変形とを個別に解く。次に、連成項の近似値を上で求めた非連成解を利用して数値的に求め、これを用いて曲率面外変形と面内変形の解を修正する。そして、解が収束するまで上述の計算を繰り返す逐次近似解法を提案するものである。

曲率面外変形と面内変形との解析は、近年構造解析法として汎用性があることで注目されている伝達マトリックス法を活用することにする。この方法によると、桁軸線の曲率がクロソイド曲線のように変化する場合や桁高が変化する変断面の場合はもちろんのこと、桁の支持条件がどのようなものであっても取り扱いが容易であるうえ、小型の電子計算機による演算が可能である。

しかしながら、その反面、曲率面外変形に関する格間行列には双曲線関数項が入ってくるために、いわゆる、ねじり定数比 κ が大ききとき、計算精度の劣化がおこる欠点がある。それで、この点に関しては、すでに著者らによって提示されている双曲線関数項を分離・単位化する手法²²⁾により高精度の解が得られるように配慮する。

最後に、二、三の数値計算例を示し、本文の方法による解の妥当性を文献15)による結果と比較・検討すると共に、曲率面外の変形と曲率面内の変形とを非連成、あるいは連成するものとして取り扱った場合の差異を明確にするものである。

2. 記号の定義

水平面内に曲率を有する薄肉曲線桁橋の座標系を図一

* 第30回土木学会年次学術講演会にて一部発表(1-147, 昭50)

** 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

**** 正会員 大阪市立大学助手 工学部土木工学科

表-2 作用荷重と断面力・変形量

記号		記号の定義
作用荷重	p_x p_y p_z	それぞれ (x, y, z) 軸方向に作用する等分布荷重
	m_x m_y m_z	それぞれ (x, y, z) 軸まわりに作用する等分布トルク荷重
	N_x Q_y Q_z	X 軸方向の軸方向力 y 軸方向のせん断力 z 軸方向のせん断力
断面力	M_y M_z	Y 軸まわりの曲げモーメント Z 軸まわりの曲げモーメント
	T_s T_w T_x M_w	純ねじりモーメント そりねじりモーメント 合ねじりモーメント (= $T_s + T_w$) そりモーメント
変位	u v w	O 点の橋軸方向変位 S 点の水平変位 S 点の鉛直変位
	β θ	S 点の断面回転角 S 点のねじり角 (= $\beta + w/R_s$)
	φ_y φ_z	y 軸まわりのたわみ角 z 軸まわりのたわみ角
ひずみ・曲率	ϵ	橋軸方向のひずみ
	K_x K_y K_z	ねじり率の変化 y 軸まわりの曲率の変化 z 軸まわりの曲率の変化

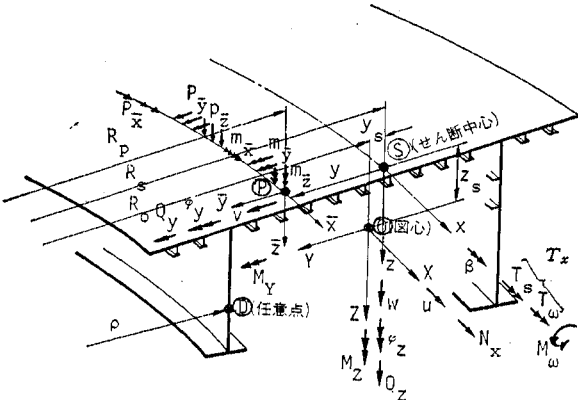


図-1 座標系

表-1 座標系

記号		記号の定義
座標点	S	せん断中心
	O	図心
	D	横断面上の任意点
	P	荷重載荷点
座標軸	x y z	S 点における橋軸接線方向座標 水平方向座標 鉛直方向座標 (右手系)
	X Y Z	O 点における橋軸接線方向座標 水平方向座標 鉛直方向座標 (右手系)
	x̄ ȳ z̄	P 点における橋軸接線方向座標 水平方向座標 鉛直方向座標 (右手系)
曲率半径	R_s R_0 R_p ρ	それぞれ曲率中心から, S, O, P, D 点までの曲率半径
	θ ϕ	曲線桁パネルの中心角 中心角を表わす角座標
	l s	曲線桁のスパン (= $R_s\phi$) せん断中心上での曲線座標 (= $R_s\phi$)
距離	y_s z_s	S 点と O 点との水平距離 (= $R_s - R_0$) S 点と O 点との鉛直距離
	y_p z_p	S 点と P 点との水平距離 (= $R_s - R_p$) S 点と P 点との鉛直距離

1 と表-1 に示す。表-2 に定義した荷重とそれによって生ずる断面力・変位量の符号は、図-1 に示すように座標の進む方向に増加する場合を正とする。このほか、本文で用いた断面諸量などを表-3 のように定義する。

3. 曲線桁橋の基礎微分方程式

(1) つり合い式

図-1 に示すように曲線桁橋に任意の荷重が作用する場合、断面力に関する力のつり合い式をせん断中心軸上でたてると、次のようになる⁵⁾。

表-3 断面諸定数

記号		記号の定義
断面定数	A_x	断面積
	I_y	Y 軸に関する断面2次モーメント
	I_z	Z 軸に関する断面2次モーメント
	I_{yz}	YZ 軸に関する相乗断面2次モーメント
	S_y	Y 軸に関する断面1次モーメント
	S_z	Z 軸に関する断面1次モーメント
	K I_w ω	純ねじり定数 そりねじり定数 そり関数
材料特性	E	ヤング率
	G	せん断弾性係数

曲率面外変形

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_z}{ds} + \frac{R_p}{R_s} p_z &= 0 \\ \frac{dM_y}{ds} - Q_z + \frac{T_x}{R_s} + z_s \frac{dN_x}{ds} + \frac{R_p}{R_s} \cdot (m_y + z_p p_x) &= 0 \\ \frac{dT_x}{ds} - \frac{1}{R_s} (M_y + z_s N_x) + \frac{R_p}{R_s} \cdot (m_x - z_p p_y + y_p p_z) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots(1.1)$$

曲率面内変形

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_x}{ds} - \frac{Q_y}{R_s} + \frac{R_p}{R_s} p_x &= 0 \\ \frac{dQ_y}{ds} + \frac{N_x}{R_s} + \frac{R_p}{R_s} p_y &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_z}{ds} + Q_y - y_s \frac{dN_x}{ds} + \frac{R_p}{R_s} \\ \cdot (m_z - y_p p_x) = 0 \end{aligned} \right\}$$

一般の曲線桁橋では、死荷重や、橋軸方向に作用する地震荷重等を除いた活荷重に対しては、橋軸方向の荷重 p_x や z 軸まわりのトルク荷重 m_z が作用しないと考えられるので、以下の解析において、

$$p_x = m_z = 0 \dots \dots \dots (2)$$

と置くことにする。したがって、式 (1.1, 2) を変形すると、次のようになる。

曲率面外変形

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_z}{ds} &= -\frac{R_p}{R_s} p_x \\ \frac{dM_y}{ds} - Q_z + \frac{T_x}{R_s} &= -\frac{R_p}{R_s} m_y \left[\frac{z_s}{R_s} Q_y \right] \\ \frac{dT_x}{ds} - \frac{1}{R_s} M_y &= -\frac{R_p}{R_s} \\ \cdot (m_x - z_p p_y + y_p p_x) &+ \left[\frac{z_s}{R_s} N_x \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.1)$$

曲率面内変形

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_x}{ds} - \frac{Q_y}{R_s} &= 0 \\ \frac{dQ_y}{ds} + \frac{N_x}{R_s} &= -\frac{R_p}{R_s} p_y \\ \frac{dM_z}{ds} + Q_y - y_s \frac{dN_x}{ds} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.2)$$

(2) 断面力と変形量との関係式

曲線桁橋断面内の任意点 $D(y, z)$ における変位量 $\{u_D, v_D, w_D, \beta\}$ とせん断中心における変位量 $\{u_s, v, w, \beta\}$ との関係は、図-2 より次式のように表わされる³⁾。

$$\left. \begin{aligned} u_D &= u_s - y(dv/ds + u_s/R_s) - zdw/ds - \omega d\theta/ds \\ v_D &= v - z\beta, \quad w_D = w + y\beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

一方、任意点 D におけるひずみ ϵ_D は

$$\epsilon_D = \frac{du_D}{\rho d\phi} - \frac{1}{\rho} v_D \dots \dots \dots (5)$$

で与えられるから、上式に式 (4) を代入し、さらに図心

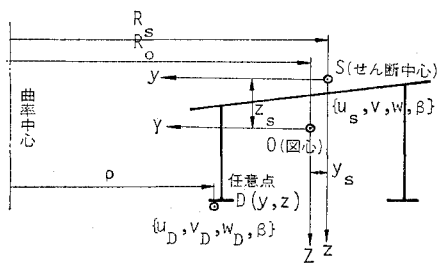


図-2 横断面

O(これを通る直交2軸に対する断面一次モーメント、 $S_y = R_0 \int Z/\rho dA$, $S_z = R_0 \int Y/\rho dA$ がそれぞれ0となる点¹⁾)における軸方向変位 u を用いて任意点 D におけるひずみ ϵ_D を定義すると、

$$\epsilon_D = \frac{R_0}{\rho} \epsilon_0 - \frac{R_s}{\rho} (YK_z + ZK_y + \omega K_x) \dots \dots \dots (6)$$

になる。

したがって、垂直応力度 σ_x は Hook の法則より

$$\sigma_x = \epsilon_D E = E \left\{ \frac{R_0}{\rho} \epsilon_0 - \frac{R_s}{\rho} (YK_z + ZK_y + \omega K_x) \right\} \dots \dots \dots (7)$$

で表わされる。

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{R_s}{R_0} \left(\frac{du}{ds} - \frac{v}{R_s} + \left[\frac{z_s}{R_s} \beta \right] \right) \\ K_z &= \frac{R_s}{R_0} \left(\frac{d^2v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} + \left[\frac{z_s}{R_s} \frac{d^2w}{ds^2} \right] \right) \\ K_y &= \frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \\ K_x &= \frac{d^2\beta}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{d^2w}{ds^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

とする。

次に、断面力 N_x, M_z, M_y, M_ω は、

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \int_A \sigma_x dA, \quad M_z = - \int_A \sigma_x Y dA \\ M_y &= \int_A \sigma_x Z dA, \quad M_\omega = - \int_A \sigma_x \omega dA \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

によって定義される。したがって、式 (7) と式 (9) より、断面力と変形量との関係式を整理すると、次のようになる。

曲率面外変形

$$\left. \begin{aligned} M_y &= -\frac{R_s}{R_0} (EI_y K_y + EI_{yz} K_z) \\ &= -\frac{R_s}{R_0} \left\{ EI_y \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{R_s}{R_0} EI_{yz} \left(\frac{d^2v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} + \frac{z_s}{R_s} \frac{d^2w}{ds^2} \right) \right\} \\ M_\omega &= EI_\omega K_x = EI_\omega \left(\frac{d^2\beta}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{d^2w}{ds^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10.1)$$

曲率面内変形

$$\left. \begin{aligned} N_x &= EA_x \epsilon_0 = \frac{R_s}{R_0} EA_x \left(\frac{du}{ds} - \frac{v}{R_s} + \left[\frac{z_s}{R_s} \beta \right] \right) \\ M_z &= \frac{R_s}{R_0} (EI_z K_z + EI_{yz} K_y) \\ &= \frac{R_s}{R_0} \left\{ \frac{R_s}{R_0} EI_z \left(\frac{d^2v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} + \left[\frac{z_s}{R_s} \frac{d^2w}{ds^2} \right] \right) \right. \\ &\quad \left. + EI_{yz} \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{1}{R_s} \beta \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (10.2)$$

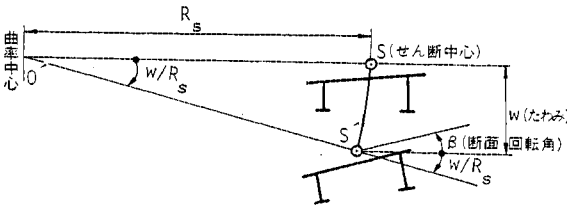


図-3 変形状態

ただし,

$$\left. \begin{aligned} A_x &= R_0 \int_A \frac{1}{\rho} dA, & I_z &= R_0 \int_A \frac{1}{\rho} Y^2 dA \\ I_y &= R_0 \int_A \frac{1}{\rho} Z^2 dA, & I_{yz} &= R_0 \int_A \frac{1}{\rho} YZ dA \\ I_\omega &= R_s \int_A \frac{1}{\rho} \omega^2 dA \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

なる断面定数を定義する。

さらに、図-3 は曲線桁橋の変形状態を示すものであるが、ねじり角 θ は次のように定義される。

$$\theta = \beta + \frac{w}{R_s} \dots\dots\dots (12)$$

したがって、純ねじりモーメント T_s 、および、そりねじりモーメント T_ω と変位量 θ との関係は

$$\left. \begin{aligned} T_s &= GK \frac{d\theta}{ds} = GK \left(\frac{d\beta}{ds} + \frac{1}{R_s} \frac{dw}{ds} \right) \\ T_\omega &= -EI_\omega \frac{d^3\theta}{ds^3} = -EI_\omega \left(\frac{d^3\beta}{ds^3} + \frac{1}{R_s} \frac{d^3w}{ds^3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となり、合ねじりモーメント T_x は次のようになる。

$$\begin{aligned} T_x &= T_s + T_\omega = GK \left(\frac{d\beta}{ds} + \frac{1}{R_s} \frac{dw}{ds} \right) \\ &\quad - EI_\omega \left(\frac{d^3\beta}{ds^3} + \frac{1}{R_s} \frac{d^3w}{ds^3} \right) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

以上の式 (3), (10), (13), (14) を用いると、曲線桁橋に任意の荷重が作用したときの断面力、変位量を解析することが可能になる。

(3) 曲率面外変形と曲率面内変形に関する基礎式の分離

力のつり合い式 (3.1) と断面力・変形量との関係式 (10.1~2) において、点線かっこ内の項は曲率面外変形と面内変形とが互いに連成する項を意味する。

これらは、いずれも曲線桁橋の断面主軸が水平・鉛直軸と平行でなく、かつ図心とせん断中心の偏倚 ($I_{yz} \neq 0, z_s \neq 0$) に起因するものであり、このままの形で解析するとかなり繁雑となる。そこで、基礎式を曲率面外変形と面内変形に分離することを考える。

いま、曲率面外変形と面内変形とが互いに連成する点線かっこ内の項を既知の荷重項と仮定すると、断面力・変形量の基礎式は次のように書くことができる。

曲率面外変形

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_z}{ds} &= -\frac{R_p}{R_s} p_z \\ \frac{dM_Y}{ds} - Q_z + \frac{T_x}{R_s} &= -\frac{R_p}{R_s} m_y \quad \left[-\Delta m_y \right] \\ \frac{dT_x}{ds} - \frac{M_Y}{R_s} &= -\frac{R_p}{R_s} \\ &\quad \cdot (m_x - z_p p_y + y_p p_x) \quad \left[-\Delta m_x \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15.1)$$

(力のつり合い式)

$$\left. \begin{aligned} EI_Y \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right) &= -\frac{R_0}{R_s} M_Y \quad \left[-\Delta M_Y \right] \\ GK \left(\frac{d\beta}{ds} + \frac{1}{R_s} \frac{dw}{ds} \right) \\ -EI_\omega \left(\frac{d^3\beta}{ds^3} + \frac{1}{R_s} \frac{d^3w}{ds^3} \right) &= T_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15.2)$$

(変形量と断面力の関係式)

曲率面内変形

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_X}{ds} - \frac{Q_y}{R_s} &= 0 \\ \frac{dQ_y}{ds} + \frac{N_X}{R_s} &= -\frac{R_p}{R_s} p_y \\ \frac{dM_Z}{ds} + Q_y - y_s \frac{dN_X}{ds} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15.3)$$

(力のつり合い式)

$$\left. \begin{aligned} EA_X \left(\frac{du}{ds} - \frac{v}{R_s} \right) &= \frac{R_0}{R_s} N_X \quad \left[+\Delta N_X \right] \\ EI_Z \left(\frac{d^2v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} \right) &= \left(\frac{R_0}{R_s} \right)^2 M_Z \quad \left[+\Delta M_Z \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15.4)$$

(変形量と断面力の関係式)

すなわち、上式中点線かっこ内の項、 $\Delta m_y, \Delta m_x, \Delta M_Y, \Delta N_X, \Delta M_Z$ は、次のように置いたものである。

曲率面外の付加荷重

$$\left. \begin{aligned} \Delta m_y &= \frac{z_s}{R_s} Q_y \\ \Delta m_x &= -\frac{z_s}{R_s} N_X \\ \Delta M_Y &= \frac{R_s}{R_0} EI_{YZ} \left(\frac{d^2v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} + \frac{z_s}{R_s} \frac{d^2w}{ds^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16.1)$$

曲率面内の付加荷重

$$\left. \begin{aligned} \Delta N_X &= -EA_X \frac{z_s}{R_s} \beta \\ \Delta M_Z &= -\left\{ \frac{z_s}{R_s} EI_Z \frac{d^2w}{ds^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{R_0}{R_s} EI_{YZ} \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{1}{R_s} \beta \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16.2)$$

したがって、これらの付加荷重項が何らかの方法(詳細については後述する)で近似できれば、曲率面外変形

(式 (15.1~2)) と曲率面内変形 (式 (15.3~4)) とは分離することができる。また、当然のことながら、 $z_s=0$, $I_{YZ}=0$ の場合には、付加荷重はすべて 0 となり、いずれの荷重状態に対しても曲率面外変形と面内変形とを独立して取り扱えることがわかる。

4. 伝達マトリックス法による非連成方程式の解析

(1) 曲率面外変形の解析

式 (15.1~2) の点線かっこ内の付加荷重をすべて 0 とすると、曲率面外変形に関する非連成微分方程式が次のように得られる。ただし、荷重としては鉛直分布荷重 p_z , トルク分布荷重 m_x, m_y のみを考え、いずれもせん断中心上に平行移動させて作用させるものとする。

つり合い式

$$\frac{dQ_z}{ds} = -p_z$$

$$\begin{bmatrix} w(\phi) \\ \beta(\phi) \\ \varphi_y(\phi) \\ T_s(\phi) \\ M_\omega(\phi) \\ M_Y(\phi) \\ T_x(\phi) \\ Q_z(\phi) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_s(1-\cos\phi) & -R_s\sin\phi & f_{14} & f_{15} & f_{16} & f_{17} & f_{18} & f_{19} \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi & f_{24} & f_{25} & f_{26} & f_{27} & f_{28} & f_{29} \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi & f_{34} & f_{35} & f_{36} & f_{37} & f_{38} & f_{39} \\ 0 & 0 & 0 & \cosh\alpha\phi & f_{45} & f_{46} & f_{47} & f_{48} & f_{49} \\ 0 & 0 & 0 & f_{54} & \cosh\alpha\phi & f_{56} & f_{57} & f_{58} & f_{59} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\phi & -\sin\phi & R_s\sin\phi & f_{69} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\phi & \cos\phi & R_s(1-\cos\phi) & f_{79} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & f_{89} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w(0) \\ \beta(0) \\ \varphi_y(0) \\ T_s(0) \\ M_\omega(0) \\ M_Y(0) \\ T_x(0) \\ Q_z(0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

.....(20)

ここに、上式中の要素 f_{ij} は、すべて双曲線関数項を含む項となる (実際の計算ではこの f_{ij} は使用しないのでここではその詳細は省略する)。また、断面諸量によって決まる無次元パラメーター α, λ を次のように定義しておく。

$$\alpha = R_s \sqrt{\frac{GK}{EI_\omega}}, \quad \lambda = \frac{I_\omega}{R_s^2 I_y}$$

ここに、

$$I_y = \frac{R_s}{R_0} I_Y$$

.....(21)

a) 双曲線関数項の分離・単位化

式 (20) の第 1~5 行目までの要素には双曲線関数項が含まれているので、そのままの形で格間行列を定義すると、文献 22) で述べたようにねじり定数比 $\kappa (= \alpha\phi)$ が大きいとき、双曲線関数項は他の項に比して極端に大きくなり、計算精度上好ましくない。それで、次のように新たな変位量を導入して、双曲線関数項を分離する。

$$w_s = w - \frac{R_s}{EI_y \lambda \alpha^2 (1 + \alpha^2)} M_\omega = w - a M_\omega$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_Y}{ds} - Q_z + \frac{T_x}{R_s} &= -m_y \\ \frac{dT_x}{ds} - \frac{M_Y}{R_s} &= -m_x \\ T_x &= T_s + T_\omega \\ T_\omega &= -\frac{dM_\omega}{ds} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

変形量と断面力の関係式

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_s}{R_0} EI_Y \left(\frac{d^2 w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right) &= -M_Y \\ EI_\omega \left(\frac{d^2 \beta}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{d^2 w}{ds^2} \right) &= M_\omega \\ GK \left(\frac{d\beta}{ds} + \frac{1}{R_s} \frac{dw}{ds} \right) &= T_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

さらに、 y 軸まわりのたわみ角を φ_y とすれば、次式で与えられる。

$$\varphi_y = -\frac{dw}{ds} \dots\dots\dots(19)$$

すると、式 (17)~(19) を解き、断面力・変位量を伝達マトリックス法によって表示すれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \beta_s &= \beta - \frac{1}{EI_y \lambda (1 + \alpha^2)} M_\omega = \beta - b M_\omega \\ \varphi_{ys} &= \varphi_y + \frac{R_s}{EI_y \lambda \alpha^2 (1 + \alpha^2)} T_s = \varphi_y + a T_s \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

そして、式 (20) を書きかえると、 $T_s(\phi)$ と $M_\omega(\phi)$ の行要素のみが双曲線関数項を含むことになる。そこで、それらに次のような単位化をほどこしておく²²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{T}_s &= T_s / \cosh \alpha\phi \\ \tilde{M}_\omega &= M_\omega / \cosh \alpha\phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

すると、格点 $k-1$ と格点 k 間の格間長 $l_k (= R_s \phi_k)$ の曲線桁橋要素に対しては、次のように伝達マトリックス表示することができる。

$$\tilde{y}_{l,k} = \tilde{F}_k \cdot \tilde{y}_{0,k} \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 $\tilde{y}_{0,k}, \tilde{y}_{l,k}$ はそれぞれパネル k の左端 ($\phi=0$)、および右端 ($\phi=\phi_k$) の状態ベクトルである。また、 \tilde{F}_k はパネル k の格間行列であり、式 (25) のように書くことができ、9 列目の荷重項は表-4 に示すとおりである。

式 (25) において、点線内の項を無視し、さらに

$$\tilde{F}_k = \begin{matrix} \begin{matrix} 1 & R_s(1-\cos \phi) & -R_s \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \frac{R_s^2}{EI_y} \left[-\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi + \frac{1-\cos \phi}{\lambda \alpha^2} \right] \\ \frac{R_s}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi \right] \\ \frac{R_s}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\sin \phi + \phi \cos \phi) - \frac{\sin \phi}{\lambda(1+\alpha^2)} \right] \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{\alpha}{R_s} \tanh \alpha \phi \\ 0 & 0 & 0 & \frac{R_s}{\alpha} \tanh \alpha \phi & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \frac{(\alpha \sin \phi - \sinh \alpha \phi)}{\cosh \alpha \phi} \\ \frac{R_s}{1+\alpha^2} \frac{(\cos \phi - \cosh \alpha \phi)}{\cosh \alpha \phi} \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

表-4 荷 重 項 ($f_{is}, i=1\sim 8$)

(添字 k は省略する)

荷重項	p_z	m_x	m_y
f_{1s}	$\frac{R_s^4}{EI_y} \left[-\frac{\phi^2}{2\lambda\alpha^2} + \left\{ 1 + \frac{1+2\alpha^2}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha^2} \right\} \cdot (1-\cos \phi) - \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi \right]$	$\frac{R_s^3}{EI_y} \left[\left(1 + \frac{1}{\lambda\alpha^2} \right) (\cos \phi - 1) + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi \right]$	$\frac{R_s^3}{EI_y} \left[-\frac{1}{\lambda\alpha^2} \phi + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{3\alpha^2+2}{\lambda\alpha^2(1+\alpha^2)} \right\} \sin \phi - \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi \right]$
f_{2s}	$\frac{R_s^3}{EI_y} \left[\left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\cos \phi - 1) + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi \right]$	$\frac{R_s^2}{EI_y} \left[1 - \cos \phi - \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \sin \phi \right]$	$\frac{R_s^2}{2EI_y} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\phi \cos \phi - \sin \phi)$
f_{3s}	$-\frac{R_s^3}{EI_y} \left[-\frac{\phi}{\lambda(1+\alpha^2)} + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{3}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \cdot \sin \phi - \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \phi \cos \phi \right]$	$\frac{R_s^2}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \cdot (\sin \phi - \phi \cos \phi) \right]$	$-\frac{R_s^2}{EI_y \lambda(1+\alpha^2)} \cdot \left[\frac{1}{2} \{ \lambda(1+\alpha^2) + 1 \} \sin \phi + \cos \phi - 1 \right]$
\tilde{f}_{1s}	$R_s^2 \left[\frac{1}{\alpha(1+\alpha^2)} (\sinh \alpha \phi - \alpha(1+\alpha^2)\phi + \alpha^2 \sin \phi) / \cosh \alpha \phi \right]$	$R_s \left\{ \frac{\alpha}{1+\alpha^2} (\sinh \alpha \phi - \alpha \sin \phi) / \cosh \alpha \phi \right\}$	$\frac{R_s \alpha^2}{1+\alpha^2} \left\{ \frac{1}{\alpha^2} + \left(\cos \phi - \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2} \right) / \cosh \alpha \phi \right\}$
\tilde{f}_{2s}	$-R_s^2 \left\{ \frac{1}{\alpha^2(1+\alpha^2)} \cdot (1+\alpha^2 - \alpha^2 \cos \phi - \cosh \alpha \phi) / \cosh \alpha \phi \right\}$	$-R_s^2 \left\{ \frac{1}{1+\alpha^2} \cdot (-\cosh \alpha \phi + \cos \phi) / \cosh \alpha \phi \right\}$	$-\frac{R_s^2}{1+\alpha^2} \cdot \left\{ \left(-\frac{\sinh \alpha \phi}{\alpha} + \sin \phi \right) / \cosh \alpha \phi \right\}$
f_{6s}	$R_s^2(\cos \phi - 1)$	$R_s(1 - \cos \phi)$	$-R_s \sin \phi$
f_{7s}	$R_s^2(\sin \phi - \phi)$	$-R_s \sin \phi$	$R_s(\cos \phi - 1)$
f_{8s}	$-R_s \phi$	0	0

$$\lambda \alpha^2 = \frac{GK}{EI_y} \text{ としたのちに } \lambda = \frac{I_\omega}{R_s^2 I_y} = 0 \dots (26)$$

とすれば、曲線桁の単純ねじり理論による解、すなわち、式 (17) と式 (18) とを

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_z}{ds} &= -p_z, \quad \frac{dM_Y}{ds} - Q_z + \frac{T_s}{R_s} = -m_y \\ \frac{dT_s}{ds} - \frac{M_Y}{R_s} &= -m_x \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

$$\left. \begin{aligned} EI_y \left(\frac{d^2 w_s}{ds^2} - \frac{\beta_s}{R_s} \right) &= -M_Y \\ GK \left(\frac{d\beta_s}{ds} + \frac{1}{R_s} \frac{dw_s}{ds} \right) &= T_s \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

とした場合に一致する¹⁴⁾。したがって、 w_s, φ_s, β_s は単純ねじり理論による変位量とみなすことができる。

一方、格点 k における変位量の連続条件、および、断面力のつり合い式を立てると、格点が剛支点などの特異点を含めて (詳しくは後述する)、次のように表示できる。

$$\tilde{y}_{0,k+1} = \tilde{P}_k \cdot \tilde{y}_{1,k} \dots (29)$$

ただし、 $\tilde{y}_{0,k+1}$ はパネル $k+1$ の左端の状態ベクトルであり、 \tilde{P}_k は以下 (式 (30)) のような格点行列とする。

ここで、格点 $k-1$ と k との曲率半径が異なる場合の ϵ_{ij} 値は式 (22) を利用して示すと、式 (31) となる。なお、変断面¹⁶⁾の場合についても同様に解式を得た²²⁾。

また、 $P_k, T_{P,k}$ は格点 k に作用する鉛直集中荷重と集中トルク荷重を示す。格点 k に鉛直荷重 P_k のみが曲率中心から R_p 上に作用するときは

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \frac{R_s^2}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\sin \Phi - \Phi \cos \Phi) + \frac{\sin \Phi}{\lambda(1+\alpha^2)\alpha^2} \right] \\
 \frac{R_s}{EI_y} \left[-\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\sin \Phi - \Phi \cos \Phi) + \frac{\sin \Phi}{\lambda(1+\alpha^2)} \right] \\
 \frac{R_s}{EI_y} \left[-\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \Phi \sin \Phi \right] \\
 \frac{\alpha^2}{1+\alpha^2} \frac{(\cos \Phi - \cosh \alpha \Phi)}{\cosh \alpha \Phi} \\
 -R_s \frac{\sin \Phi + \alpha \sinh \alpha \Phi}{(1+\alpha^2)\cosh \alpha \Phi} \\
 -\sin \Phi \\
 \cos \Phi \\
 0 \\
 0
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \frac{R_s^2}{EI_y} \left[-\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\sin \Phi - \Phi \cos \Phi) + \frac{\Phi - \sin \Phi}{\lambda \alpha^2} \right] \\
 \frac{R_s^2}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} (\sin \Phi - \Phi \cos \Phi) \right] \\
 \frac{R_s^2}{EI_y} \left[\frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda(1+\alpha^2)} \right\} \Phi \sin \Phi - \frac{1 - \cos \Phi}{\lambda(1+\alpha^2)} \right] \\
 \frac{R_s}{1+\alpha^2} \frac{(1+\alpha^2 - \alpha^2 \cos \Phi - \cosh \alpha \Phi)}{\cosh \alpha \Phi} \\
 \frac{R_s^2}{1+\alpha^2} \frac{\sin \Phi - (1/\alpha) \sinh \alpha \Phi}{\cosh \alpha \Phi} \\
 R_s \sin \Phi \\
 R_s(1 - \cos \Phi) \\
 1 \\
 0
 \end{array} \begin{array}{l}
 f_{19} \\
 f_{29} \\
 f_{39} \\
 \tilde{f}_{49} \\
 \tilde{f}_{59} \\
 f_{69} \\
 f_{79} \\
 f_{89} \\
 1
 \end{array} \right\} \quad (25)
 \end{array}$$

$$\tilde{P}_k = \begin{array}{c}
 \begin{array}{cccccccccc}
 w_s & \beta_s & \varphi_s & \tilde{T}_s & \tilde{M}_s & M_Y & T_x & Q_z & 1 \\
 \hline
 1 & -(R_{s,k+1} - R_{s,k}) & 0 & 0 & \epsilon_{15,k} & \epsilon_{16,k} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & \epsilon_{25,k} & \epsilon_{26,k} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \epsilon_{34,k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \left(\frac{R_{s,k}}{R_{s,k+1}} \right)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} \right)^2 & \epsilon_{56,k} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & R_{s,k+1} - R_{s,k} & -T_{P,k} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_k \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{array} \\
 \dots \dots \dots (30)
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \epsilon_{15,k} = \left\{ a_k - a_k \left(\frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} \right)^2 - b_k (R_{s,k+1} - R_{s,k}) \right\} \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i \\
 \epsilon_{16,k} = -a_k \frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} (R_{s,k+1} - R_{s,k}) \\
 \epsilon_{25,k} = \left\{ b_k - b_k \left(\frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} \right)^2 \right\} \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i \\
 \epsilon_{26,k} = -b_k \frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} (R_{s,k+1} - R_{s,k}) \\
 \epsilon_{34,k} = \left\{ -a_k + a_k \left(\frac{R_{s,k}}{R_{s,k+1}} \right)^2 + \left(\frac{R_{s,k}}{R_{s,k+1}} \right) \cdot \frac{R_{s,k+1} - R_{s,k}}{GK} \right\} \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i \\
 \epsilon_{56,k} = \frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} (R_{s,k+1} - R_{s,k}) \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i
 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

$$T_{P,k} = P_k (R_{s,k} - R_p) \dots \dots \dots (32)$$

となる。

以上、等分布鉛直荷重 $p_{z,k}$ 、等分布トルク荷重 $m_{x,k}$ 、および、集中鉛直荷重 P_k 、集中トルク荷重 $T_{P,k}$ が曲線桁橋に作用する場合に対する格間行列や格点行列を示したが、設計計算の際、必要な死荷重や L 荷重に対する荷重項の決め方を表-5 に示す。

b) 計算方式

式 (24) と式 (29) を組み合わせると、 n 個のパネルで構成される曲線桁の左端の状態ベクトル $y_{0,1}$ を右端の格点 n まで伝達することができ、その点の状態ベクトル $\tilde{y}_{l,n}$ は次式によって求めることができる。

$$\tilde{y}_{l,n} = \tilde{F}_n \tilde{P}_{n-1} \tilde{F}_{n-1} \dots \tilde{P}_k \tilde{F}_k \dots \tilde{F}_2 \tilde{P}_1 \tilde{F}_1 y_{0,1} \dots (33)$$

しかしながら、格間行列の式 (25) の第 4, 5 行目は $\cosh \alpha_k \Phi_k$ で割って単位化してあるので式にしたがうマトリックス乗算を行う際、文献 22) に示したような操作が必要であることはいうまでもない。それによると、第 k パネルの右端、第 $k+1$ パネルの左端における状態ベクトル $\tilde{y}_{l,k}$ 、 $\tilde{y}_{0,k+1}$ は一般に次のように表わされる。

$$\left. \begin{array}{l}
 \tilde{y}_{l,k} = \tilde{Y}_{l,k} \mathbf{u}_{0,1} \\
 \tilde{y}_{0,k+1} = \tilde{Y}_{0,k+1} \mathbf{u}_{0,1}
 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

ここに、 $\tilde{Y}_{l,k}$ 、 $\tilde{Y}_{0,k+1}$ は状態マトリックスと定義されるものであるが、たとえば $\tilde{Y}_{0,k}$ に \tilde{F}_k を乗じて $\tilde{Y}_{l,k}$ を求める際、 $\tilde{Y}_{0,k}$ の第 6 行目から第 9 行目までは元の値とそれを $\prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i$ で割った 2 つのものを考える (その一例を後述する式 (36) に示す)。そして、 $\tilde{F}_k \tilde{Y}_{0,k}$ の第 1~3 行目、第 6~9 行目の要素を計算する際は元の値を用い、第 4, 5 行目を計算するときは元の値を

表一五 死荷重、L 荷重に対する荷重項 p_z, m_x, P, T_P のとり方

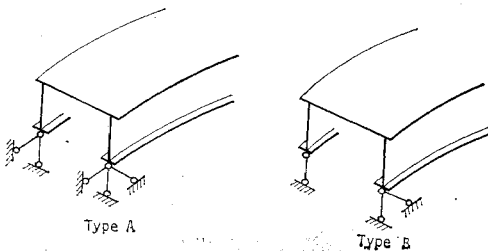
項目	部分等分布荷重 (p_o (t/m ²))	部分線荷重 (P_o (t/m))
荷重状態		
当価荷重状態		
当価荷重	$p_{z,k} = \frac{p_o}{2} \cdot \frac{R_{out}^2 - R_{in}^2}{R_s}$ $m_{x,k} = \frac{p_o}{2} \cdot (R_{out}^2 - R_{in}^2) \cdot \frac{R_s - R_p}{R_s}$ <p>ただし $R_p = \frac{2}{3} \cdot \frac{R_{out}^3 - R_{in}^3}{R_{out}^2 - R_{in}^2}$</p>	$P_k = P_o (R_{out} - R_{in})$ $T_{P,k} \text{ ただし } R_p = \frac{R_{out} + R_{in}}{2}$

$\prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i$ で割ったものを用いる。このような単位化が T_s と M_ω にほどこしてあるので、第 k パネルの右端の T_s と M_ω の最終的な値は次のようにして求めなければならない。

$$\left. \begin{aligned} T_{s,l,k} &= \tilde{T}_{s,l,k} \cdot \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i \\ M_{\omega,l,k} &= \tilde{M}_{\omega,l,k} \cdot \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

c) 境界条件

曲線桁橋の両端の支持条件としては、図一四に示すような2つの形式が一般的であり、いわゆる単純支持の曲線桁では、一端はタイプA、他端はタイプBで支持され



図一四 曲線桁橋の支持条件

ている。もちろん、この場合は $N_x=0, M_z=0$ となり、タイプAもタイプBも幾何学的境界条件としては両端で $w=\beta=0$ となる。

同様に連続曲線桁橋の初期条件と末端条件とは表一六に示すようになる(他の固定端、自由端などの境界条件については文献22)を参照)。

ところが、連続曲線桁橋の中間支点上では、不静定せん断力と不静定トルク、 $Q_{z,k}^s, T_{x,k}^s$ が生じる。これを求める条件式としては、原理的には $w_{l,k}=0 (w_{s,l,k} \neq 0), \beta_{l,k}=0 (\beta_{s,l,k} \neq 0)$ の2つだけでよい。しかし、本文のように双曲線関数項を分離・単位化している解法では、文献22)に示したように、拘束度を強め計算精度の向上をはかるために、表一六のような未知量とそれに応じた中間条件式を付加する。このような中間条件を設定した場合、式(30)の格点行列において、点線で囲んだ要素はすべて0とすることができる。このような操作を行ったとき中間支点を越えたパネル $k+1$ の左端では、 $w_{o,k+1} = \beta_{o,k+1} = 0$ なる条件を満たすように、状態マトリックス $\tilde{Y}_{o,k+1} = \tilde{P}_k \tilde{Y}_{l,k}$ において、式(36)(次頁参照)のように修正する必要があることはいうまでもない。

ここに、

$$\Pi_i^k = \prod_{i=1}^k \cosh \alpha_i \Phi_i \dots\dots\dots (37)$$

とする。

表一六 曲率面外変形に関する境界条件

支持条件	回転拘束単純支持				
初期条件 (格点0)	$w_{s,0,1}=0, \beta_{s,0,1}=0, M_{\omega,0,1}=0, M_{Y,0,1}=0$				
初期状態マトリックス	$\varphi_{s,0,1}$	$T_{s,0,1}$	$T_{x,0,1}$	$Q_{z,0,1}$	1
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0
	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0
	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	1
中間未知量とその条件式 (格点k)	未知量	条件式			
	$Q_{z,k}^s$	$w_{s,l,k} + a_k M_{\omega,k}^s = 0 (w_{l,k} = 0)$			
	$T_{x,k}^s$	$\beta_{s,l,k} + b_k M_{\omega,k}^s = 0 (\beta_{l,k} = 0)$			
	$M_{\omega,k}^s$	$\tilde{M}_{\omega,l,k} - M_{\omega,k}^s / \Pi_i^k \cosh \alpha_i \Phi_i = 0$			
$T_{s,k}^s$	$\tilde{T}_{s,l,k} - T_{s,k}^s / \Pi_i^k \cosh \alpha_i \Phi_i = 0$				
末端条件 (格点n)	$w_{s,l,n}=0, \beta_{s,l,n}=0, M_{Y,l,n}=0, \tilde{M}_{\omega,l,n}=0$				

$$\tilde{Y}_{0,k+1} = \begin{matrix} \text{初期条件} & T_{\theta,k}^S & M_{\omega,k}^S & T_{x,k}^S & Q_{z,k}^S & \dots\dots\dots \end{matrix} \left[\begin{array}{cccccc} 0 & -a_k \left(\frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} \right)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_k \left(\frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} \right)^2 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{R_{s,k}}{R_{s,k+1}} \right)^2 / \Pi_i^k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{R_{s,k+1}}{R_{s,k}} \right)^2 / \Pi_i^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{cases} 1 \\ 1/\Pi_i^k \end{cases} & \begin{cases} R_{s,k+1}-R_{s,k} \\ (R_{s,k+1}-R_{s,k})/\Pi_i^k \end{cases} & \\ 0 & 0 & 0 & \begin{cases} 1 \\ 1/\Pi_i^k \end{cases} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \end{array} \right] \dots\dots\dots(36)$$

最後に、なお一層高精度の演算を行うために、本文では以下のように無次元化をすべての式にほどこす。

$$\left. \begin{array}{l} \text{変位量: } w_s = w_s^* \frac{P_c R_c^3}{EI_c}, \beta_s = \beta_s^* \frac{P_c R_c^2}{EI_c}, \varphi_s = \varphi_s^* \frac{P_c R_c^2}{EI_c} \\ \text{断面力: } T_s = T_s^* P_c R_c, M_{\omega} = M_{\omega}^* P_c R_c^2, M_Y = M_Y^* P_c R_c, T_x = T_x^* P_c R_c, Q_z = Q_z^* P_c \\ \text{荷重: } P = P^* P_c, p_z = p_z^* \frac{P_c}{R_c}, T_P = T_P^* P_c R_c, m_{x(y)} = m_{x(y)}^* P_c \end{array} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

ここに、 P_c ; 基準荷重, R_c ; 基準曲率半径, I_c ; 基準断面2次モーメントである。

$$\left. \frac{dM_Z}{ds} + \frac{R_0}{R_s} Q_y = 0 \right\}$$

(2) 曲率面内変形の解析

式(15.3, 4)中の点線かっこ内の付加荷重項を無視し、水平方向荷重 p_y のみがせん断中心軸上に作用するものとする、曲率面内変形に関する次の非連成微分方程式が得られる。

つり合い式

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dN_X}{ds} - \frac{Q_y}{R_s} = 0 \\ \frac{dQ_y}{ds} + \frac{N_X}{R_s} = -p_y \end{array} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

変形量と断面力の関係式

$$\left. \begin{array}{l} EA_X \left(\frac{du}{ds} - \frac{v}{R_s} \right) = \frac{R_0}{R_s} N_X \\ EI_Z \left(\frac{d^2v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} \right) = \left(\frac{R_0}{R_s} \right)^2 M_Z \end{array} \right\} \dots\dots(40)$$

また、 z 軸まわりのたわみ角 φ_z を次のように定義する。

$$\varphi_z = \frac{dv}{ds} + \frac{u}{R_s} \dots\dots\dots(41)$$

式(39)~(41)を解き、伝達マトリックス法によってパネル k に着目して表示すると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} u(\Phi_k) \\ v(\Phi_k) \\ \varphi_z(\Phi_k) \\ M_Z(\Phi_k) \\ Q_y(\Phi_k) \\ N_X(\Phi_k) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Phi_k & \sin \Phi_k & R_{s,k}(1-\cos \Phi_k) & f_{14} & f_{15} & f_{16} & f_{17} \\ -\sin \Phi_k & \cos \Phi_k & R_{s,k} \sin \Phi_k & f_{24} & f_{25} & f_{26} & f_{27} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{R_{0,k}}{R_{s,k}} \cdot \frac{R_{0,k}}{EI_{Z,k}} \Phi_k & f_{35} & f_{36} & f_{37} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -R_{0,k} \sin \Phi_k & f_{46} & f_{47} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \Phi_k & -\sin \Phi_k & f_{57} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \Phi_k & \cos \Phi_k & f_{67} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ v(0) \\ \varphi_z(0) \\ M_Z(0) \\ Q_y(0) \\ N_X(0) \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(42)$$

ここに、式(42)中の要素 f_{ij} と荷重項 f_{i7} とをそれぞれ表-7, 8に示す。

この表から明らかなように f_{ij} は曲率面外変形の場合のように双曲線関数項を含むものではなく三角関数であるので、前述のような処理をほどこさなくても、このままの形で高精度の数値計算を行うことができる。

すると、同様に伝達マトリックス表示すれば、

$$Y_{1,k} = F_k \cdot Y_{0,k} \dots\dots\dots(43)$$

となる。一方、式(42)で $\Phi_k = 0$ とすれば、格点 k に

おける格点行列が次式のように求められる。

$$P_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & Q_{y,k}^S \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & N_{X,k}^S \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(44)$$

上式中の $Q_{y,k}^S, N_{X,k}^S$ は、連続曲線桁橋の場合に生ずる不静定せん断力と不静定軸方向力であり、これにつ

表-7 式 (42) の要素 f_{ij} (一般項)

f_{14}	$\frac{R_{0,k}^2}{EI_{Z,k}} (\phi_k - \sin \phi_k)$
f_{15} ($= -f_{25}$)	$\frac{R_{0,k}^2}{2EI_{Z,k}} (\phi_k \sin \phi_k + 2 \cos \phi_k - 2) + \frac{R_{0,k}}{2EA_{X,k}} \phi_k \sin \phi_k$
f_{16}	$\frac{R_{0,k}^2}{2EI_{Z,k}} (\phi_k \cos \phi_k - 3 \sin \phi_k + 2 \phi_k)$ $+ \frac{R_{0,k}}{2EA_{X,k}} (\sin \phi_k + \phi_k \cos \phi_k)$
f_{24}	$\frac{R_{0,k}^2}{EI_{Z,k}} (1 - \cos \phi_k)$
f_{25}	$-\frac{R_{0,k}(I_{Z,k} + A_{X,k}R_{0,k}^2)}{2EA_{X,k}I_{Z,k}} (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k)$
f_{35}	$\frac{R_{0,k}}{R_{s,k}} \cdot \frac{R_{0,k}^2}{EI_{Z,k}} (\cos \phi_k - 1)$
f_{36}	$\frac{R_{0,k}}{R_{s,k}} \cdot \frac{R_{0,k}^2}{EI_{Z,k}} (\phi_k - \sin \phi_k)$
f_{46}	$R_{0,k}(1 - \cos \phi_k)$

表-8 式 (42) の要素 f_{it} (荷重項)

f_{17}	$\left\{ \frac{R_{0,k}^2 R_{s,k}}{2EI_{Z,k}} (\phi_k \cos \phi_k - 3 \sin \phi_k + 2 \phi_k) - \frac{R_{0,k} R_{s,k}}{2EA_{X,k}} (\sin \phi_k - \phi_k \cos \phi_k) \right\} p_{y,k}$
f_{27}	$\frac{R_{0,k} R_{s,k} (I_{Z,k} + A_{X,k} R_{0,k}^2)}{2EA_{X,k} I_{Z,k}} \cdot (\phi_k \sin \phi_k + 2 \cos \phi_k - 2) p_{y,k}$
f_{37}	$\frac{R_{0,k}^2}{EI_{Z,k}} (\phi_k - \sin \phi_k) p_{y,k}$
f_{47}	$R_{0,k} R_{s,k} (1 - \cos \phi_k) p_{y,k}$
f_{57}	$-R_{s,k} \sin \phi_k \cdot p_{y,k}$
f_{67}	$-R_{s,k} (1 - \cos \phi_k) p_{y,k}$

いての取り扱いには特別な処理をせず、一般的な方法で容易に行うことができるので、ここでは省略する。

すると、格点 k の右端と格点 $k+1$ の左端の關係式を伝達マトリックス表示すると次のようになる。

$$y_{0,k+1} = P_k \cdot y_{1,k} \dots \dots (45)$$

全体の計算方式についても 4.(1) で述べた方法と同様に行うことができるので、ここでは省略する。

表-9 は曲率面内変形に関する初期条件、中間条件、末端条件を示したものである。

また、変位量・断面力は次のように無次元化して解析する。

$$\left. \begin{aligned} u &= u^* \cdot P_c R_c^2 / EI_c \\ v &= v^* \cdot P_c R_c^2 / EI_c \\ \varphi_z &= \varphi_z^* \cdot P_c R_c^2 / EI_c \\ M_Z &= M_Z^* \cdot P_c R_c \\ Q_y &= Q_y^* \cdot P_c \\ N_X &= N_X^* \cdot P_c \\ p_y &= p_y^* \cdot P_c / R_c \end{aligned} \right\} \dots (46)$$

表-9 曲率面内変形に関する境界条件

	橋軸方向の移動拘束	橋軸方向の移動自由										
桁の支持条件												
初期マトリックス (格点0)	$\begin{bmatrix} \varphi_{z,0,1} & Q_{y,0,1} & N_{x,0,1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} u_{0,1} & \varphi_{z,0,1} & Q_{y,0,1} & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$										
中間未知量とその条件式 (格点k)	<table border="1"> <tr> <td>未知量</td> <td>条件式</td> </tr> <tr> <td>$N_{X,k}^s$</td> <td>$u_{1,k} = 0$</td> </tr> <tr> <td>$Q_{y,k}^s$</td> <td>$v_{1,k} = 0$</td> </tr> </table>	未知量	条件式	$N_{X,k}^s$	$u_{1,k} = 0$	$Q_{y,k}^s$	$v_{1,k} = 0$	<table border="1"> <tr> <td>未知量</td> <td>条件式</td> </tr> <tr> <td>$Q_{y,k}^s$</td> <td>$v_{1,k} = 0$</td> </tr> </table>	未知量	条件式	$Q_{y,k}^s$	$v_{1,k} = 0$
未知量	条件式											
$N_{X,k}^s$	$u_{1,k} = 0$											
$Q_{y,k}^s$	$v_{1,k} = 0$											
未知量	条件式											
$Q_{y,k}^s$	$v_{1,k} = 0$											
末端条件式 (格点n)	$u_{1,n} = 0, v_{1,n} = 0, M_{Z,1,n} = 0$	$v_{1,n} = 0, M_{Z,1,n} = 0, N_{X,1,n} = 0$										

5. 連成方程式の逐次近似解法

(1) 連成項の取り扱い

4.(1) と (2) においては、曲率面外変形と曲率面内変形とが連成しないときの基礎式を伝達マトリックスで解く方法を示したが、これを利用して連成方程式 (15.1~4) を逐次近似する方法について述べる。

式 (16) によると、付加荷重 $\Delta m_x, \Delta m_y, \Delta M_Y, \Delta M_Z, \Delta N_X$ として定義された連成項は非連成時の既知の断面

表-10 付加荷重

曲率面外変形の荷重	Δm_x	$-z_s / R_s \cdot N_X$
	Δm_y	$z_s / R_s \cdot Q_y$
曲率面内変形の荷重	ΔM_Y	$\frac{R_0}{R_s} \cdot \frac{I_{YZ}}{I_Z(1 - I_{YZ}^2 / I_Y I_Z)} (M_Z + \frac{I_{YZ}}{I_Y} M_Y)$
	ΔN_X	$-EA_X \frac{z_s}{R_s} \cdot \beta$
	ΔM_Z	$\left\{ \left(\frac{R_0}{R_s} \right)^2 \frac{I_{YZ}}{I_Y} + \frac{R_0}{R_s} \cdot \frac{z_s}{R_s} \cdot \frac{I_Z}{I_Y} \right\} (M_Y + M_Z \frac{I_{YZ}}{I_Z}) / \left(1 - \frac{I_{YZ}^2}{I_Y I_Z} \right) - EI_{Zs} / R_s^2 \cdot \beta$

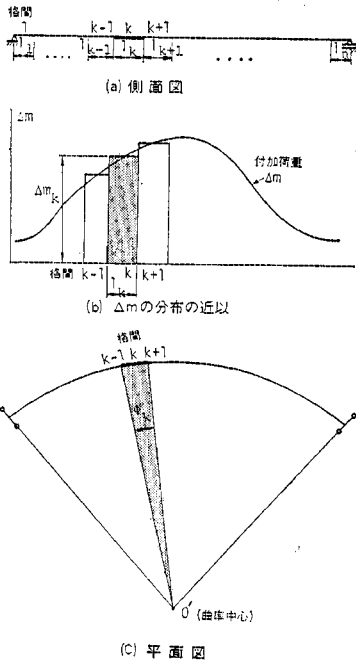


図-5 付加荷重項の作成

力・変位量を用いて、表-10 のように近似することができる。このうち付加荷重 $\Delta m_x, \Delta m_y$ はそれぞれ作用荷重 m_x, m_y と同種の荷重として取り扱うことができるが、 $\Delta M_Y, \Delta M_Z, \Delta N_X$ は式 (15.2~4) より明らかのように、変形量の適合条件式に付加される荷重項である。

① $\Delta m_x, \Delta m_y$ に対する格間行列の荷重項 (要素 f_{i9})
 一般に付加荷重 Δm_x や Δm_y は 図-5 中に示すようにスパン方向にわたり連続的に分布するものであるが、桁を適切なパネルに分割し、図示のように第 k パネルにおいて一定であると仮定する。すると第 k パネルにおける格間行列の荷重項 $f_{i9,k} (i=1\sim 8)$ は表-4 で m_x, m_y をそれぞれ $\Delta m_x, \Delta m_y$ とおいたものになる。

② ΔM_Y に対する格間行列の荷重項 (要素 f_{i9})
 付加モーメント ΔM_Y による格間行列 F_k の荷重項 $f_{i9,k}$ を求めるには、式 (15.2) より変形量 w, β に関する次の連立微分方程式の特解を求めればよい。

$$\left. \begin{aligned} EI_Y \left(\frac{d^2 w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right) &= -\Delta M_Y \\ GK \left(\frac{d\beta}{ds} + \frac{1}{R_s} \frac{dw}{ds} \right) & \\ -EI_\omega \left(\frac{d^3 \beta}{ds^3} + \frac{1}{R_s} \frac{d^3 w}{ds^3} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (47)$$

付加モーメント ΔM_Y はスパン方向に連続的に分布するものであるが、前述のように桁を適当に分割し、そのパネル内で一定値 $\Delta M_{Y,k} (k=1, 2, \dots)$ に近似すると、第 k パネルの w と β に対する荷重項 $f_{19,k}, f_{29,k}$ は

それぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} f_{19,k} &= w_0(\phi_k) = \Delta M_{Y,k} \cdot \frac{R_{s,k}^2}{EI_{Y,k}} (\cos \phi_k - 1) \\ f_{29,k} &= \beta_0(\phi_k) = \Delta M_{Y,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EI_{Y,k}} (1 - \cos \phi_k) \end{aligned} \right\} \dots\dots (48)$$

すると、まずこれらの荷重項よりたわみ角の荷重項 $f_{39,k}$ は式 (19) から次のように求めることができる。ただし、以下 $w_0(\phi_k), \beta_0(\phi_k)$ などは簡略化して $w_{0,k}, \beta_{0,k}$ とする。

$$f_{39,k} = \varphi_{y,9,k} = -\frac{dw_{0,k}}{ds} = \Delta M_{Y,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EI_{Y,k}} \sin \phi_k \dots\dots (49)$$

次に、各種の断面力の荷重項は式 (48) を式 (10.1), (12), (13), (14) の変形適合条件式に代入することにより、次のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} f_{49,k} &= \tilde{T}_{s,9,k} = GK_k \left(\frac{d\beta_{0,k}}{ds} + \frac{1}{R_{s,k}} w_{0,k} \right) = 0 \\ f_{59,k} &= \tilde{M}_{\omega,9,k} = EI_{\omega,k} \left(\frac{d^2 \beta_{0,k}}{ds^2} + \frac{1}{R_{s,k}} \frac{d^2 w_{0,k}}{ds^2} \right) = 0 \\ f_{69,k} &= M_{Y,9,k} = -\frac{R_{s,k}}{R_{0,k}} \cdot \left\{ \left(\frac{d^2 w_{0,k}}{ds^2} - \frac{\beta_{0,k}}{R_{s,k}} \right) + \Delta M_{Y,k} \right\} = 0 \\ f_{79,k} &= T_{x,9,k} = GK_k \left(\frac{d\beta_{0,k}}{ds} + \frac{1}{R_{s,k}} \frac{dw_{0,k}}{ds} \right) \\ &\quad - EI_{\omega,k} \left(\frac{d^3 \beta_{0,k}}{ds^3} + \frac{1}{R_{s,k}} \frac{d^3 w_{0,k}}{ds^3} \right) = 0 \\ f_{89,k} &= Q_{z,9,k} = \frac{dM_{Y,k}}{ds} + \frac{T_{x,9,k}}{R_{s,k}} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (50)$$

表-11 に ΔM_Y によるこれらの荷重項をまとめて示す。

表-11 ΔM_Y による格間行列の荷重項 (曲率面外)

$f_{19,k}$	$\Delta M_{Y,k} \cdot \frac{R_{s,k}^2}{EI_{Y,k}} (\cos \phi_k - 1)$
$f_{29,k}$	$\Delta M_{Y,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EI_{Y,k}} (1 - \cos \phi_k)$
$f_{39,k}$	$\Delta M_{Y,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EI_{Y,k}} \sin \phi_k$
$f_{49,k} = f_{59,k} = f_{69,k} = f_{79,k} = f_{89,k} = 0$	

③ $\Delta N_X, \Delta M_Z$ による格間行列の荷重項 (要素 f_{i7})
 ΔN_X と ΔM_Z による曲率面内変形の格間行列の荷重項を作成するには、式 (15.4) より、まず次式の連立微分方程式を解けばよい。

$$\left. \begin{aligned} EA_X \left(\frac{du}{ds} - \frac{v}{R_s} \right) &= \Delta N_X \\ EI_Z \left(\frac{d^2 v}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \frac{du}{ds} \right) &= \Delta M_Z \end{aligned} \right\} \dots\dots (51)$$

ここでも以前と同様に、第 k パネルの $\Delta N_X, \Delta M_Z$ を一定値 $\Delta N_{X,k}, \Delta M_{Z,k}$ に近似して、第 k パネルの u, v に関する特解すなわち格間行列の荷重項 $f_{17,k}, f_{27,k}$

を求めると、

$$\left. \begin{aligned} f_{17,k} &= u_{7,k} = \Delta N_{X,k} \frac{R_{s,k}}{EA_{X,k}} \sin \phi_k \\ &+ \Delta M_{Z,k} \frac{R_{s,k}^2}{EI_{Z,k}} (\phi_k - \sin \phi_k) \\ f_{27,k} &= v_{7,k} = \Delta N_{X,k} \frac{R_{s,k}}{EA_{X,k}} (\cos \phi_k - 1) \\ &- \Delta M_{Z,k} \frac{R_{s,k}^2}{EI_{Z,k}} (\cos \phi_k - 1) \end{aligned} \right\} \dots (52)$$

となる。次にたわみ角の荷重項は式 (41) を考慮すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} f_{37,k} &= \varphi_{2,7,k} = \frac{dv_{7,k}}{ds} + \frac{1}{R_{s,k}} u_{7,k} \\ &= \Delta M_{Z,k} \frac{R_{s,k}}{EI_{Z,k}} \phi_k \dots \dots \dots (53) \end{aligned}$$

また、断面力の荷重項は式 (10.2) より次のように得られる。

$$f_{i7,k} = 0 \quad (i=4 \sim 6) \dots \dots \dots (54)$$

表-12 はこれらの荷重項を一括して示したものである。

表-12 $\Delta N_X, \Delta M_Z$ による格間行列の荷重項 (曲率面内)

$f_{17,k}$	$\Delta N_{X,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EA_{X,k}} \sin \phi_k + \Delta M_{Z,k} \cdot \frac{R_{s,k}^2}{EI_{Z,k}} (\phi_k - \sin \phi_k)$
$f_{27,k}$	$\Delta N_{X,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EA_{X,k}} (\cos \phi_k - 1) - \Delta M_{Z,k} \cdot \frac{R_{s,k}^2}{EI_{Z,k}} (\cos \phi_k - 1)$
$f_{37,k}$	$\Delta M_{Z,k} \cdot \frac{R_{s,k}}{EI_{Z,k}} \phi_k$
$f_{47,k} = f_{57,k} = f_{67,k} = 0$	

(2) 計算手順とフローチャート

曲線桁橋の任意の荷重が作用したときの断面力・変位量は次のようなステップにより逐次近似して解析できる。

① 式 (15.1~2) より、まず点線かっこ内の付加荷重を 0 とし、曲率面外変形に関する変位量・断面力 $\{w, \beta, \varphi_y, T_s, M_o, M_Y, Q_z, T_x\}$ を伝達マトリックス法で求める。

② 式 (15.3~4) より、点線かっこ内の付加荷重を 0 として、曲率面内変形に関する変位量・断面力 $\{u, v, \varphi_z, M_Z, Q_y, N_X\}$ を同様にして伝達マトリックス法で解析する。

③ これら非連成時の変位量・断面力を利用して、付加荷重 $\Delta m_x, \Delta m_y, \Delta M_Y$ と $\Delta M_Z, \Delta N_X$ 値を表-10 で計算する。

④ 表-4, 11, 12 より得られる格間行列の付加荷重項の影響を考慮して曲率面外変形と面内変形が連成したときの断面力・変位量を解析する。

⑤ 変位量・断面力のすべてが所要の解に収束するまで、③~④ を繰り返して演算を行う。

これらの計算手順を図-6 のフローチャートに示す。

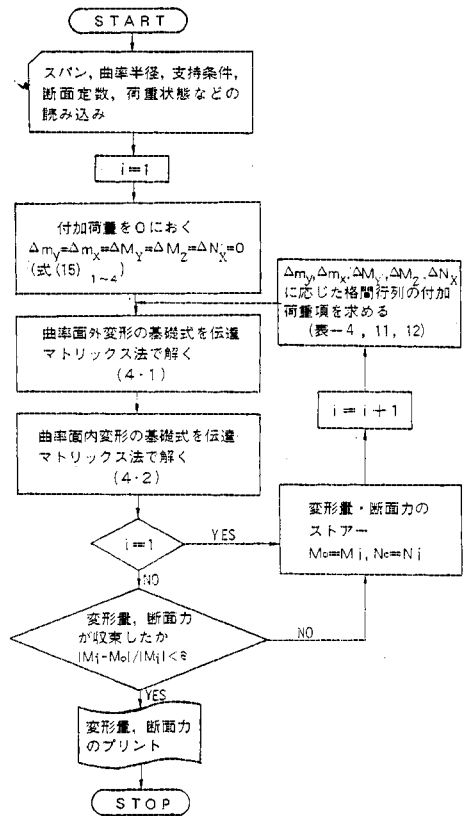


図-6 フローチャート

6. 数値計算例

(1) 本解析結果と連成解¹⁵⁾、および非連成解との比較

連続曲線桁橋に任意荷重が作用したときの曲率面外の

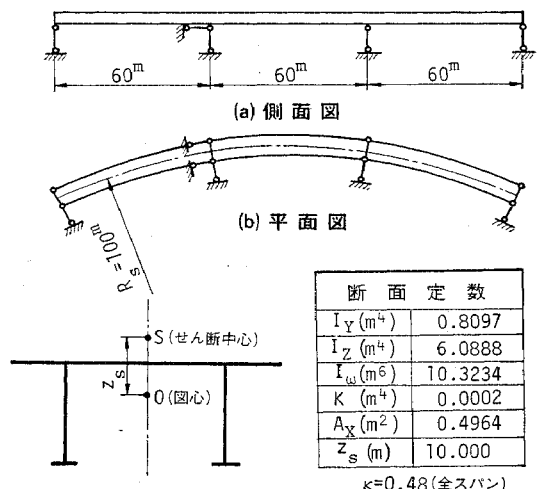


図-7 3 径間連続曲線橋

変形と面内の変形が連成する解を本文で述べた逐次近似法によって求める。

解析に用いた一軸対称断面の3径間連続曲線桁橋の側面図・平面図、および断面定数を図-7に示す。ただし、曲率面外変形と面内変形との連成の度合いを大きくみつめるために、せん断中心と図心との偏倚 e_s を実際よりも大きくしている。荷重状態は等分布鉛直荷重 p_z と等分布水平荷重 p_y のみを考え、それぞれせん断中心軸上に作用するものとする。

本文で述べた逐次近似解法の計算精度は図-5などから明らかなように桁の分割数によって大きく左右される。それで、分割数によって計算精度を比較した一例を示すと表-13のようになる。ただし、表中の誤差は文献15)によって求めた値と比較して示したものである。

この表からわかるように、桁の分割数は工学的には1スパン8分割程度(最大誤差5%)で十分であることがわかる。

一方、5.(3)で述べた繰り返し回数による計算精度を調べると、繰り返し回数は3回で十分であることがわかった。それで、表-13の計算結果はいずれも、3回繰り返し近似的値で示している。

表-14は $p_y=1\text{ t/m}$, $p_z=1\text{ t/m}$ が全載したときの断面力・変位量を本解析法によって求めたものである。さらに、文献15)によって得た値、および非連成解も併記している。

この表から明らかなように、本解析法による値と文献15)との誤差は最大1~2%程度であり、本文で述べた逐次近似解法によって任意荷重を受ける曲線桁橋の静

的挙動を十分精度よく解析できるものと思われる。

一方、非連成解によると表-14中点線で囲んであるように互いに連成する断面力・変位量は求められない。しかし、この例題の場合、その他の断面力・変位量は連成解と非連成解との間にほとんど差異がないことがわかる。

(2) 任意荷重を受ける長大曲線桁橋の解析

まえがきにも述べたように、荷重係数設計法的考え方を導入して曲線桁橋を設計する場合には各種の設計荷重に対して厳密な解析結果が必要となる。

そこで、図-8に示すような任意断面を有する3径間長大曲線桁橋を対象にして、実際の設計荷重による断面力・変位量を求めてみる。L荷重は着目断面に最大応力が生じるように載荷する。図-9は1本の棒として解析するためにその一例として中央スパン中央の M_Y , M_ω , および中間支点上の T_s の影響面を示す。また、死荷重、風荷重、曲率半径方向の地震荷重の荷重強度とその作用位置は表-15のように仮定した(図心と重心は一致するものと仮定している)。

このような設計荷重を受けるとき、代表断面における断面力・変位量を本文の解析法によって求めたものを

表-15 荷重強度と作用位置

荷重	作用位置	荷重強度
死荷重	重心(Sから $y_p (=28.9\text{ cm})$)	7.120 t/m
風荷重*	投影面の重心(Sから $z_p (=468\text{ cm})$)	3.800 t/m
地震荷重*	重心(Sから $e_p (=490\text{ cm})$)	1.565 t/m ($K_h=0.22$)

* 曲率中心方向に作用する水平荷重

表-13 分割数による計算精度の比較 ($p_z=1\text{ t/m}$)

変位量・断面力	着目点	4分割		8分割		16分割		文献 ¹⁵⁾
		値	誤差(%)	値	誤差(%)	値	誤差(%)	
$w(\text{cm})$	中央径間中央	-0.3075	0.0	-0.3074	0.0	-0.3072	0.0	-0.3072
$M_Y(\text{t}\cdot\text{m})$	中央径間中央	59.5675	0.4	59.4700	0.2	59.3459	0.0	59.3310
$u(\text{cm})$	端支点	0.4232	4.5	0.4304	2.9	0.4420	0.3	0.4430
$N_X(\text{t})$	中央径間中央	-0.3449	83.7	-0.1976	5.3	-0.1906	1.5	-0.1877

(繰り返し回数3回)

表-14 本解析結果と文献¹⁵⁾, および非連成解との比較

荷重状態	変位量・断面力	着目点	①本解析法による解	②文献による解 ¹⁵⁾	③非連成解	①/②	①/③
p_z (1 t/m)	$w(\text{cm})$	側径間中央	9.394×10^{-1}	9.394×10^{-1}	9.396×10^{-1}	1.000	1.000
	$\beta(\text{rad.})$	側径間中央	-1.233×10^{-8}	-1.233×10^{-8}	-1.234×10^{-8}	1.000	1.000
	$M_Y(\text{t}\cdot\text{m})$	中間支点	-3.889×10^2	-3.889×10^2	-3.900×10^2	1.000	1.000
	$M_\omega(\text{t}\cdot\text{m}^2)$	側径間中央	7.220×10^2	7.221×10^2	7.235×10^2	1.000	0.998
全載	$u(\text{cm})$	桁左端の支点	-4.420×10^{-1}	-4.433×10^{-1}	0.000	0.997	—
	$N_X(\text{t})$	中央径間中央	-1.976×10^{-1}	-2.024×10^{-1}	0.000	0.976	—
p_y (1 t/m)	$v(\text{cm})$	側径間中央	7.187×10^{-2}	7.188×10^{-2}	7.275×10^{-2}	1.000	0.988
	$M_Z(\text{t}\cdot\text{m})$	中間支点	3.660×10^2	3.661×10^2	3.661×10^2	1.000	1.000
	$N_X(\text{t})$	中間支点	-3.660×10^2	-3.661×10^2	-3.661×10^2	1.000	1.000
全載	$w(\text{cm})$	側径間中央	-5.466×10^{-2}	-5.464×10^{-2}	0.000	1.000	—
	$M_Y(\text{t}\cdot\text{m})$	中間支点	3.651×10	3.661×10	0.000	0.997	—

表-16 に示す。

この表中には非連成解も () 内に示してあるが、本解析例のように任意断面 ($I_{YZ} \neq 0, z_0 \neq 0$) を有する場合

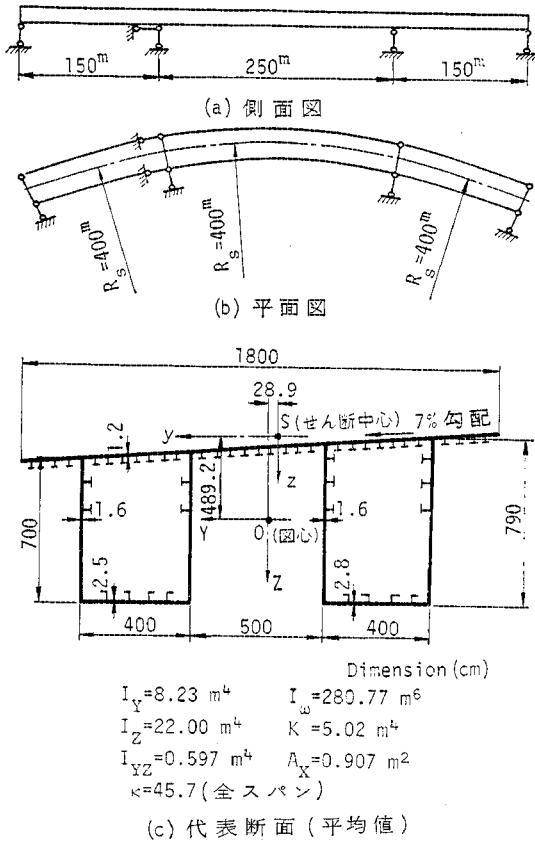


図-8 長大曲線桁橋

は、6.(1) で考察した一軸対称断面の場合よりも、曲率面外の変形と面内の変形との連成度が大きくなる。しかし、非対称断面でも、活荷重および死荷重などの鉛直荷重を受ける場合、曲率面外の変形に関する断面力・変位量は連成解と非連成解との間にはあまり差異がないことがわかる²³⁾。

したがって、死荷重や L 荷重などの鉛直荷重による曲線桁橋の設計に対しては、従来どおり曲率面外変形の

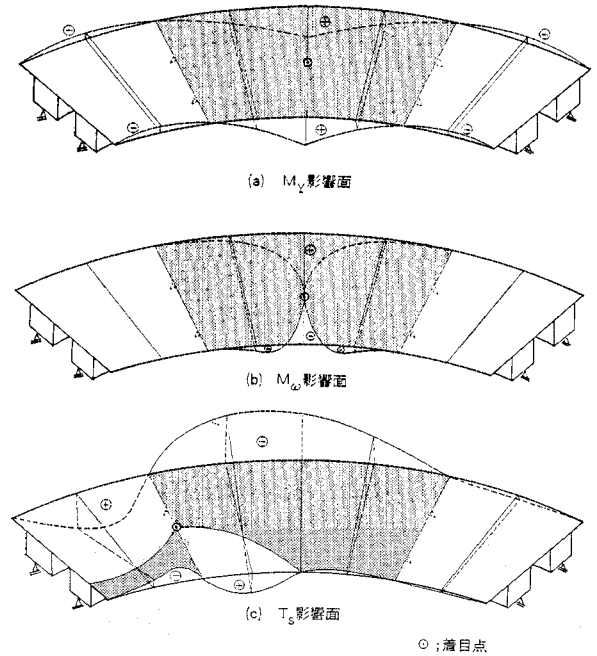


図-9 影響面 (荷重の載荷法)

表-16 設計荷重による長大曲線桁橋の変位量・断面力

荷重 変位断面力	死荷重		活荷重		風荷重		地震荷重	
	中央径間中央	中間支点	中央径間中央	中間支点	中央径間中央	中間支点	中央径間中央	中間支点
w (cm)	7.091×10 (7.085×10)	0.000	5.722×10 (5.717×10)	0.000	0.123×10 (0.208×10)	0.000	0.053×10 (0.090×10)	0.000
β (rad.)	-0.746×10^{-2} (-0.747×10^{-2})	0.000	-0.714×10^{-2} (-0.715×10^{-2})	0.000	-0.272×10^{-2} (-0.270×10^{-2})	0.000	-0.117×10^{-2} (-0.116×10^{-2})	0.000
M_y (t·m)	2.254×10^4 (2.254×10^4)	-3.369×10^4 (-3.369×10^4)	1.608×10^4 (1.608×10^4)	-1.970×10^4 (-1.969×10^4)	-0.063×10^4 (-0.047×10^4)	-0.044×10^4 (-0.079×10^4)	-0.027×10^4 (-0.020×10^4)	-0.020×10^4 (-0.034×10^4)
M_w (t·m ²)	0.755×10^4 (0.756×10^4)	-0.416×10^4 (-0.416×10^4)	0.670×10^4 (0.670×10^4)	-1.446×10^4 (-1.446×10^4)	0.246×10^4 (0.241×10^4)	-1.823×10^4 (-1.824×10^4)	0.106×10^4 (0.104×10^4)	-0.786×10^4 (-0.787×10^4)
T_s (t)	0.000	-1.352×10^3 (-1.361×10^3)	0.981×10^3 (0.985×10^3)	-1.990×10^3 (-1.996×10^3)	0.000	-0.407×10^3 (-0.336×10^3)	0.000	-0.174×10^3 (0.145×10^3)
支点反力トルク (t·m)	—	-0.840×10^3 (-0.840×10^3)	—	0.758×10^3 (0.758×10^3)	—	3.408×10^3 (3.414×10^3)	—	1.470×10^3 (1.474×10^3)
支点反力 (t)	—	1.202×10^3 (1.202×10^3)	—	0.908×10^3 (0.908×10^3)	—	0.008×10^3 (0.005×10^3)	—	0.004×10^3 (0.002×10^3)
u (cm)	0.356^* (0.100)	0.000	0.470^* (0.000)	0.000	5.385^* (5.373)	0.000	2.230^* (2.225)	0.000
M_z (t·m)	1.371×10^2 (0.000)	1.300×10^2 (0.000)	1.106×10^2 (0.000)	1.043×10^2 (0.000)	-1.250×10^4 (-1.250×10^4)	1.755×10^4 (1.755×10^4)	-0.515×10^4 (-0.515×10^4)	0.723×10^4 (0.723×10^4)
N_x (t)	-3.426×10^{-1} (0.000)	-3.250×10^{-1} (0.000)	-2.765×10^{-1} (0.000)	-2.607×10^{-1} (0.000)	3.124×10 (3.124×10)	-4.389×10 (-4.389×10)	1.286×10 (1.286×10)	-1.808×10 (-1.808×10)

(()) 値: 非連成解, *: 端支点 (桁右端), 支点反力は上向きが正, 支点反力トルクは橋軸方向に向って右まわりが正

みに着目して解析してもよいように考えられる。

また、6.(1)で述べたと同様に、非連成解では表—16中の点線かっこでかこんである互いに連成する断面力・変位量を求めることはできないことが指摘できたように思われる。

7. 結 語

曲線桁橋に任意荷重が作用すると曲率面外変形と面内変形とが連成する挙動を示すが、本文はこれらの挙動を解析するために種々考察したものである。主な結論を要約すれば次のとおりである。

(1) 曲線桁橋の基礎方程式を厳密に解析する場合の複雑さを避けるため、曲率面外変形と面内変形とが互いに連成する項を荷重項とみなし、基礎式を非連成方程式に分離して独立に解き、次に、得られた断面力・変位量から付加荷重項を修正し、解が収束するまで繰り返して計算を行う逐次近似法で解析する手法を明示した。

(2) 非連成方程式は伝達マトリックス法で解くが、ねじり定数比 κ が著しく大きくなっても高精度の演算ができる方法を示した。

(3) 数値計算より、まず曲線桁橋に任意荷重が作用したときの曲率面外変形と面内変形とが連成した挙動を本文の解析法によって十分精度よく解析できることを確かめ、実際の荷重を受ける長大曲線桁橋の数値解析を試みた。

(4) 鉛直荷重をうける場合、曲率面外変形と面内変形との連成度はきわめて小さく、したがって死荷重や L 荷重などの鉛直荷重による曲線桁橋の設計に対しては、従来どおり曲率面外変形のみに着目して解析してもよいように思われる。

(5) 荷重係数設計法に基づいて曲線桁橋を設計する場合、本解析法は各種の組み合わせ荷重に対して容易でしかも厳密解に近い解が求められるので有効な解析手法であると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎・小松定夫：薄肉曲線桁の基礎理論，土木学会論文集，No. 87，pp. 35~46，1962. 11.
- 2) 深沢泰晴：薄肉曲線材の静力学的解析に関する基礎理論，土木学会論文集，No. 110，pp. 30~51，1964. 10.
- 3) 倉西 茂：一般薄肉断面の曲りばりの解析，土木学会論文集，No. 108，pp. 7~12，1964. 8.
- 4) Komatsu, S. and Nakai, H. : Study on Free Vibration of Curved Girder Bridges, Trans. of JSCE, No. 136, pp. 35~60, 1966. 12.
- 5) Dabrowski, R. : Gekrümmte dünnwandige Träger, Springer-Verlag, 1968.

- 6) 島田静雄：薄肉部材の大きなねじれ，土木学会論文集，No. 94，pp. 1~5，1963. 6.
- 7) 小西一郎・小松定夫：単純曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集，No. 90，pp. 11~28，1963. 2.
- 8) 小松定夫：曲線並列げた橋の実用計算式，土木学会論文集，No. 93，pp. 1~9，1963. 5.
- 9) 小西一郎・小松定夫：薄肉連続曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集，No. 91，pp. 13~23，1963. 3.
- 10) 渡辺 昇：曲線桁橋の理論と計算，技報堂，昭 42.5.
- 11) 島田静雄・倉西 茂：曲りばりの計算式，技報堂，昭 41.
- 12) 渡辺 昇・稼農知徳・藤井裕司：曲げねじれ剛性をもった曲線桁の剛性マトリックス法による解析，土木学会論文報告集，No. 218，pp. 1~8，1973. 10.
- 13) 薄木征三・稼農知徳：薄肉断面曲線材の変形法による解析，土木学会論文報告集，No. 235，pp. 29~40，1975. 3.
- 14) 小松定夫・中井 博・中西正昭：斜支持曲線桁橋の静的特性の解析，土木学会論文報告集，No. 193，pp. 1~12，1971. 9.
- 15) Becker, G. : Ein Beitrag zur statischen Berechnung beliebig gelagerter ebener gekrümmter Stäbe mit einfach symmetrischen dünnwandigen offenen Profilen von in Stabachse veränderlichem Querschnitt unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion, Der Stahlbau 34, S. 334 und S. 369, 1965. 11.
- 16) 深沢泰晴・小林 潔：薄肉曲線桁の伝達行列とその変断面連続曲線桁橋解析への応用，土木学会論文報告集，No. 244，pp. 47~55，1975. 12.
- 17) 遠田良喜：伝達マトリックス法による薄肉開断面曲線ばりの有限変位理論の解析，土木学会論文報告集，No. 199，pp. 11~20，1972. 3.
- 18) 鷹羽信勝・成岡昌夫：変形法による任意形状の薄肉断面格子桁の解析，土木学会論文報告集，No. 178，pp. 1~9，1970. 6.
- 19) 稼農知徳：曲線格子桁の実用解析法，土木学会論文報告集，No. 189，pp. 1~12，1971. 5.
- 20) 小松定夫・中井 博・北田俊行：曲線桁橋の shear lag と有効幅に関する研究，土木学会論文報告集，No. 191，pp. 1~14，1971. 7.
- 21) 小松定夫・中井 博・田井戸米好：ねじり定数比とねじり曲げ剛比から考察した曲線桁橋設計計算法への一提言，土木学会論文報告集，No. 224，pp. 55~66，1974. 4.
- 22) 中井 博・事口寿男：伝達マトリックス法による曲げねじりを受ける薄肉直線桁橋の解析と断面力・変形量に関する研究，土木学会論文報告集，No. 233，pp. 55~70，1975. 1.
- 23) 稼農知徳・薄木征三・滝内健二：連続曲線桁における曲率面内変位の影響，土木学会第30回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp. 308~309，1975.
- 24) 西野文雄・深沢泰晴：ひずみ場の仮定に基づく薄肉曲がりばりの静的挙動の定式化，土木学会論文報告集，No. 247，pp. 9~20，1976. 3.
- 25) Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, Interium design and workmanship rules, Part I and II, London, Her Majesty's Stationary Office, 1973.
- 26) Standard Specifications for Highway Bridges, 11th ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, 1973.

(1976.4.12・受付)