

## 内部摩擦をもつ粘性土の地震時受働土圧の算定

CALCULATION OF PASSIVE EARTH PRESSURE DURING EARTHQUAKE  
FOR COHESIVE SOILS POSSESSING INTERNAL FRICTION

市原松平\*・中根進\*\*

By Matsuhei ICIHARA and Susumu NAKANE

## 1. まえがき

粘性土からなる基礎地盤の強さが粘着力と内部摩擦角であらわされるとき地震時受働土圧は常時の場合と同じように、簡便法<sup>1)</sup>で近似的に求められる。しかしながら地震力が大きくなると簡便法で求められない場合もある。この研究は擁壁の前面の傾角、基礎地盤の天端面の傾角を変えて、また地盤土に種々の大きさの地震力を作用させて、受働土圧を算定したものである。耐震設計に使用する地盤の土の強さとしては  $c_u, \phi_u$  を使用するが、ここでは便宜上これらをそれぞれ  $c, \phi$  と略記する。

一般に塑性論に基づいて、壁面の土圧を求めるときに、受働土圧では壁の前面の地表面（主働土圧では壁の背面の裏込め天端面）の境界条件と地盤に接した壁面の境界条件を結ぶ方法として、特異点の条件を使用する。ここではこれを特異点の解と略記する。しかしながら壁面と地表面とのなす角度が小さな場合、壁面と地表面にできた両すべり線網が交差するために、特異点の解を用いることができない。この場合は、不連続線による解を使用する。ここに示す受働土圧の一連の計算では上記の特異点の解と不連続線の解を用いた。

特異点を用いて、壁面土圧を算定する場合に、Sokolovski は地表面から壁面に向かって算定を進める方法を示した。しかしながら差分の計算法では、電子計算機の容量からいって、分割数をそれほど多くすることはできない。このために計算には誤差を生ずる。筆者らは Sokolovski<sup>1), 2)</sup> に従って計算を行ったが、より正確な値はどのようにしてえられるかを考究した。しかしながらこの Sokolovski の方法はすべり線網を描く点においては非常に便利であり、後述する厳密解によるものよりも安全側の結果が得られたので後述する表にはこの値を示し

た。

次に、後者の不連続線による解は、金属塑性論で Prager (1953)<sup>3)</sup> によって導入されたものである。土質力学への導入はまず Shield (1953)<sup>4)</sup> によって行われたが、彼は土が重量を有しない場合について解いた。不連続線を使用して本格的に土の問題を解いたのは Sokolovski (1957)<sup>5)</sup> であろう。彼はこれを用いて、限界応力状態における 2 つの問題を解いたが、これらの問題はいずれも地表面と原点における斜面の接線とがなす角度（または原点における擁壁の面とがなす角度）がきわめて小さな特殊な場合であって、筆者らの扱う擁壁に適用できない。筆者らはこれを解くのに Sokolovski にならって第 4 境界値問題<sup>6)</sup> を適用したが、原点近傍の解を求める方法としては、高木<sup>6)</sup> が以前斜面安定問題<sup>7)</sup> でとった後述する“べき級数に展開する方法”を用いた。

なお筆者らはこの計算結果を最近の Lee らの研究<sup>7)</sup> と比較した。Lee らは速度場を加味して、壁摩擦角が  $\delta = \phi$  と  $\tan \delta = \sin \phi$  で与えられる 2 つの場合に静的の受働土圧を計算している。筆者らの応力場では上記 2 つの壁摩擦角では一般に不連続線を生じない。したがって  $\delta = \phi$  の特異点の解を Lee らと比較したが、Lee らの値は筆者らの厳密解と一致した。さらに筆者らは、以前行った粘性土の受働土圧を求める簡便法<sup>1)</sup> による結果と比較したが、これは厳密解と等しいかまたは幾分小さめの値を与えていることがわかった。

筆者の一人は以前、土中の鉛直面に作用する地震時主働ならびに受働土圧をモールの円を用いて求めた<sup>11)</sup>。この方法は現在、鉄筋コンクリート擁壁背後の土中の鉛直面に作用する砂質土、粘性土 ( $c, \phi$ ) の地震時主働、受働土圧の算定に使用されている<sup>9)</sup>。次に土中の鉛直面ではなくて、壁面に直接に作用する地震時土圧のうち、受働土圧は曲線のすべり面に基づく結果がまず必要であったので、砂質土に適用される砂の地震時受働土圧係数をその後求めた<sup>10)</sup>。またこの土圧係数を用いて、内部摩擦

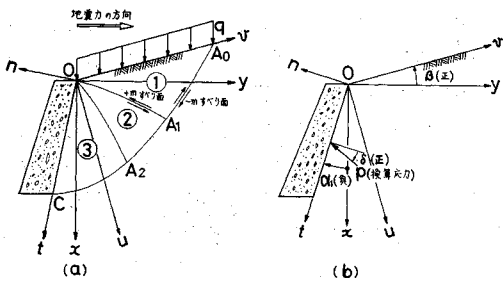
\* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部付属土圧研究施設

\*\* 正会員 中日本建設コンサルタント(株)

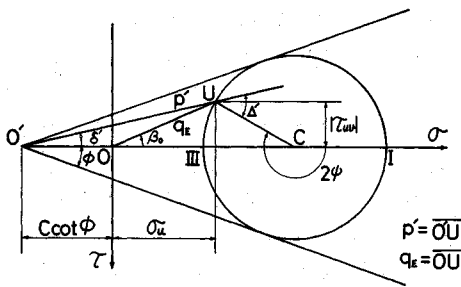
をもつ粘性土の受働土圧の算定に拡張した<sup>8)</sup>。この研究によって、このような粘性土の受働土圧の大きさをすみやかに見積ることはできるが、この簡便な方法では、すべり面が求められず、また水平震度  $\tan \theta_0$  が内部摩擦係数  $\tan \phi$  よりも大きな場合に、土圧を算定することができない。したがって、ここに示した今回の報文は、このような実用上の問題にも答えることができる。

2. 受働土圧算定法の説明

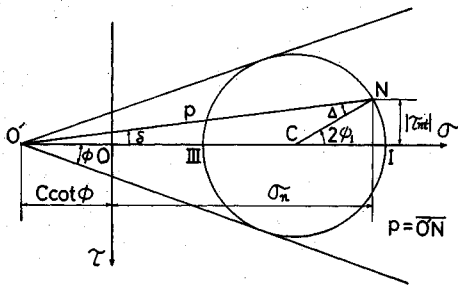
図一 (a) に示すように、壁頂に原点  $O$  をとり、 $u-v$  座標の  $v$  軸を地表面に、 $n-t$  座標の  $t$  軸を壁面に一致させる。壁面に作用する受働土圧を求める場合に、地震力は図に示すように、壁体から基礎地盤上に向かって水平に作用すると考える。



図一 (a), (b) 3つの領域と座標ならびに  $\alpha, \beta, \delta$  の符号



(c) 地表面



(d) 壁面

図一 (c), (d) 地表面および壁面の応力状態

壁に接した基礎地盤は、一般に図一 (a) に示すように3つの領域にわけられる。①は受働領域、②は遷移領域、③は主動領域である。

Sokolovski は、計算を地表面 ( $v$  軸) から始めて、領域①は Cauchy 問題、領域②は Goursat 問題、領域③は混合境界値問題をそれぞれ解くことによって、壁面に作用する土圧を求めた。以下 Sokolovski の方法を拡張して、地震時受働土圧を求めるための境界値と漸化式を示す。

(1) 地表面の条件

地表面では、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u &= q_E \cos \beta_0 \\ \tau_{uv} &= -q_E \sin \beta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ここに  $\beta_0 = \beta - \theta_0$  で  $\beta$  は地表面の傾角 (図一 (b))、 $q_E = q/\cos \theta_0$ 、 $q$  は等分布載荷重、 $\theta_0 = \tan^{-1} \alpha/g$  で  $\alpha$  は水平加速度、 $g$  は重力の加速度である。

また図一 (c) に示される地表面での換算荷重<sup>2)</sup>を  $p'$ 、換算荷重の地表面に対する傾角を  $\delta'$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} p' \cos \delta' &= \sigma_u + c \cot \phi = q_E \cos \beta_0 + c \cot \phi \\ -p' \sin \delta' &= \tau_{uv} = -q_E \sin \beta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

モールの円から、

$$\left. \begin{aligned} p' \cos \delta' &= \bar{\sigma} (1 + \sin \phi \cos 2\psi) \\ p' \sin \delta' &= \bar{\sigma} \sin \phi \sin 2\psi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

上式から  $\delta'$ 、 $\psi$ 、 $\bar{\sigma}$  を求めると、受働状態では、

$$\left. \begin{aligned} \tan \delta' &= \frac{q_E \sin \beta_0}{q_E \cos \beta_0 + c \cot \phi} \\ 2\psi &= \delta' - D' - \pi \\ \bar{\sigma} &= \frac{p' \sin \delta'}{\sin(D' - \delta')} \\ &= \frac{(q_E \cos \beta_0 + c \cot \phi)(\cos \delta' + \sqrt{\cos^2 \delta' - \cos^2 \phi})}{\cos \delta' \cos^2 \phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

ここに  $\sin D' = \sin \delta' / \sin \phi$ 、 $\pi/2 \geq |D'|$ 、また  $\psi$  は最大主応力面から計って  $u$  面までの角度で、 $\bar{\sigma}$  はクーロンの破壊包絡線の交点から計ったモールの円の中心までの距離である。

(2) 壁面の境界条件

図一 (b) のように壁面に作用する換算応力を  $p$ 、その壁摩擦角を  $\delta$  とする。実応力は  $\sigma_n$  と  $\tau_{nt}$  である。最大主応力面から計った  $n$  面までの角度を  $\psi_1$  とおくと次式が壁面で成立する。

$$\left. \begin{aligned} p \cos \delta &= \sigma_n + c \cot \phi = \bar{\sigma} (1 + \sin \phi \cos 2\psi_1) \\ p \sin \delta &= -\tau_{nt} = \bar{\sigma} \sin \phi \sin 2\psi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

これから  $\psi_1 = (D + \delta)/2$ 、 $\sin D = \sin \delta / \sin \phi$ 、 $\pi/2 \geq |D|$ 、 $\psi_1$  を  $u$  面に関連付けて  $\phi$  とかくと、 $n$  面と  $u$  面との関係から、 $\psi$  は次式で与えられる。 $\alpha_1$  は壁の背面の傾角である。

$$2\phi = \delta + \delta' + 2(\beta - \alpha_1) - \pi \dots\dots\dots(6)$$

また壁面での換算応力  $p$  は次式で与えられる (図-1 (d)).

$$p \cos \delta = \bar{\sigma} \cos \delta (\cos \delta + \sqrt{\sin^2 \phi - \sin^2 \delta}) \dots\dots\dots(7)$$

壁面における  $\bar{\sigma}$  さえわかれば、換算応力  $p$  が決定し、 $\sigma_n$  と  $\tau_{nt}$  は式 (5) より求められる。各記号は図-1 (c), (d) に示される。

(3) 漸化式

$r \neq 0$  の場合には Sokolovski の導入した関数  $\xi, \eta$  を座標にとり、 $+m$  すべり面<sup>(11),(13)</sup> ( $\eta$  特性線) は  $\xi$  のみによって変化し、 $-m$  すべり面<sup>(11),(13)</sup> ( $\xi$  特性線) は  $\eta$  のみによって変化することはできない。この場合、Sokolovski はもっと一般的な座標  $\lambda, \nu$  を用い、 $+m$  すべり面は  $\lambda$  のみによって変化し、 $-m$  すべり面は  $\nu$  のみによって変化するとした。図-2 は図-1 (a) を  $\lambda-\nu$  座標面に写像したものである。図-1 (a) の  $OA_0$  は図-2 の線分  $\overline{O_1A_0}$  となる。

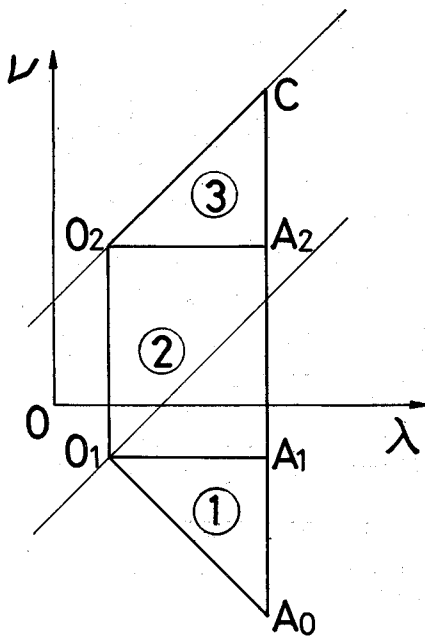


図-2 領域の写像

$\overline{O_1A_0}$  より計算をはじめ。図-2 の  $\overline{O_2A_2}$  上における  $u, v, \phi, \bar{\sigma}$  を決定するための漸化式、すなわち Cauchy 問題、Goursat 問題を解くための漸化式は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j} &= \frac{v_{i,j-1} - v_{i-1,j} + u_{i,j-1} \tan(\phi_{i,j-1} - \mu)}{\tan(\phi_{i,j-1} - \mu) - \tan(\phi_{i-1,j} + \mu)} \\ &\quad - u_{i-1,j} \tan(\phi_{i-1,j} + \mu) \\ v_{i,j} &= v_{i-1,j} - (u_{i,j} - u_{i-1,j}) \tan(\phi_{i-1,j} + \mu) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{i,j} &= \frac{\gamma(AC\bar{\sigma}_{i,j-1} + BD\bar{\sigma}_{i-1,j}) + 2\bar{\sigma}_{i,j-1}\bar{\sigma}_{i-1,j}}{\bar{\sigma}_{i,j-1} + \bar{\sigma}_{i-1,j}} \\ &\quad \times [1 - (\phi_{i,j-1} - \phi_{i-1,j}) \tan \phi] \\ \phi_{i,j} &= \frac{\bar{\sigma}_{i-1,j} - \bar{\sigma}_{i,j-1} + 2 \tan \phi [\bar{\sigma}_{i-1,j}\phi_{i-1,j}]}{2(\bar{\sigma}_{i,j-1} + \bar{\sigma}_{i-1,j}) \tan \phi} \\ &\quad + \bar{\sigma}_{i,j-1}\phi_{i,j-1} + \gamma(AC - BD) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

ここに、 $\mu = \pi/4 - \phi/2$

$$\left. \begin{aligned} A &= \cos(\beta_0 - \phi) / (\cos \phi \cos \theta_0) \\ B &= \cos(\beta_0 + \phi) / (\cos \phi \cos \theta_0) \\ C &= u_{i,j} - u_{i-1,j} - (v_{i,j} - v_{i-1,j}) \tan(\beta_0 - \phi) \\ D &= u_{i,j} - u_{i,j-1} - (v_{i,j} - v_{i,j-1}) \tan(\beta_0 + \phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

上式は既知の2つの節点  $(i-1, j)$ ,  $(i, j-1)$  から未知の節点  $(i, j)$  の  $u, v, \bar{\sigma}, \phi$  の値を決定する差分式である。また領域  $\Delta CO_2A_2$  で表される混合境界値問題を解くために、次の漸化式が用いられる。

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j} &= \frac{v_{i,j-1} + u_{i,j-1} \tan(\phi_{i,j-1} - \mu)}{\tan(\phi_{i,j-1} - \mu) - \tan(\beta - \alpha_1)} \\ v_{i,j} &= \frac{v_{i,j-1} + u_{i,j-1} \tan(\phi_{i,j-1} - \mu)}{-\tan(\phi_{i,j-1} - \mu) + \tan(\beta - \alpha_1)} \tan(\beta - \alpha_1) \\ \bar{\sigma}_{i,j} &= \bar{\sigma}_{i,j-1} + 2\bar{\sigma}_{i,j-1}(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) \tan \phi + \gamma BD \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

上述の漸化式に用いられる  $\phi$  の値は最大主応力面から計った  $u$  面までの角度で、反時計まわりを正にとっている。Sokolovski では  $u$  面から最大主応力面に向かって計り、同じく反時計まわりを正にとっているため、Sokolovski の漸化式と  $\phi$  の符号が異なることに注意を要する。

上述の漸化式における  $r$ , 境界条件における  $c$  と  $r$  は、それぞれ  $c=1 \text{ t/m}^2$ ,  $r=1 \text{ t/m}^3$  とおいて漸化式と境界値を無次元化しておく。したがって無次元化された漸化式では  $c=1$ ,  $r=1$  である。このような無次元化は、1つの計算結果を利用して、 $q=0$  の場合に種々の  $c, r$  に対応する値をうるためである。

(4) 特異点の解の成立条件

上述の解は原点を特異点と考へて、解が求められる。これは壁面と地表面とのなす角度、すなわち図-1 (a) の  $\angle A_0OC$  が比較的に大きい場合にこの解法が可能である。もしもこの角度が小になると、領域①と③が重なり合ってしまう。このような場合に、上述した特異点の解は使用できない。特異点の解が用いられる条件を次式に示す。

$$2\alpha_1 \leq \delta + \delta' + \delta'' + 2\beta \dots\dots\dots(11)$$

3. 不連続線による解

(1) 不連続線上で成立する条件

次式が成立する場合には、原点を通る不連続線によって土圧を求める。

$$2\alpha_* \geq 2\alpha_1 > \delta + \delta' - \delta'' + 2\beta \dots\dots\dots(12)$$

ここに

$$2\alpha_* = \pi + 2\beta - (\delta' - \delta'') - 2\mu$$

これは図-3 で壁頂から発生する領域 ① の最下端のすべり線が擁壁内に入らない条件から決定される。

いま不連続線に接した領域 ① の  $\phi$  と  $\bar{\sigma}$  を  $\phi'$ ,  $\bar{\sigma}'$  とおき、領域 ③ のそれらを  $\phi$ ,  $\bar{\sigma}$  とおくと、次式が成立することが容易に証明される。

$$\phi' > \phi \dots\dots\dots(13)$$

Shield<sup>4)</sup> や Sokolovski<sup>1)</sup> は不連続線上で成立する条件として次式を求めた。

$$\left. \begin{aligned} \cos(\phi + \phi' + 2\omega) &= \sin\phi \cos(\phi - \phi') \\ \bar{\sigma} \sin 2(\phi + \omega) &= \bar{\sigma}' \sin 2(\phi' + \omega) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

ここに示す  $\phi$ ,  $\bar{\sigma}$  は不連続線上の値であるが、以下の考察ではこの記号は壁面と不連続線との間における任意の点で使用する。また  $\omega$  は、不連続線上の接線が  $u$  軸となす角度である。式 (13), (14) は主働、受働に対して成立するが、主働土圧では  $\bar{\sigma} \geq \bar{\sigma}'$ 、受働土圧では  $\bar{\sigma} \leq \bar{\sigma}'$  となる。この関係を満足させる  $\omega$  は式 (14) より次式で与えられる。

$$2\omega = -(\phi + \phi') + k\left(D_1 - \frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots(15)$$

ここに

$$\sin D_1 = \sin\phi \cos(\phi - \phi') \dots\dots\dots(16)$$

$k$  の値は主働土圧で  $k = -1$ 、受働土圧で  $k = +1$  である。

受働土圧の場合に不連続線の勾配は、

$$\frac{dv}{du} = \tan\omega = \frac{-\sin(\phi + \phi') - \sqrt{1 - \sin^2\phi \cos^2(\phi - \phi')}}{\cos(\phi + \phi') + \sin\phi \cos(\phi - \phi')} \dots\dots\dots(17)$$

基礎地盤面が水平で、地震力がなく、等分布荷重が地表面に鉛直に作用するときには、 $\phi' = -\pi/2$ 、したがって上式から次式が得られる。

$$\frac{dv}{du} = \tan\omega = \frac{\cos\phi - \sqrt{1 - \sin^2\phi \sin^2\phi}}{(1 - \sin\phi)\sin\phi} \dots\dots\dots(18)$$

この式は Sokolovski が求めた式である。

(2) 不連続線による解法の概略

図-3 の線分 OR (不連続線), OC (壁面) を  $\lambda$ - $\nu$  面に図-4 のように写像し、特性線網を作る。OR, OC に沿って、それぞれ  $u, v$  と  $\bar{\sigma}, \phi$  の間に微分比ができる。+ $m, -m$  すべり面に沿う微分比を連立させて、OR, OC 線上の各節点の4値 ( $u, v, \bar{\sigma}, \phi$ ) を求めることができる。これらの4値を差分法で求めるときに、原点の4値と原点近傍の4値が明確であれば、その2点から出発して、第4境界値問題<sup>2)</sup>を解くことによって解がえられる。

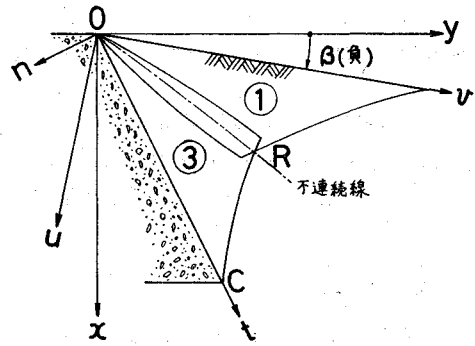


図-3 不連続線による解法の説明

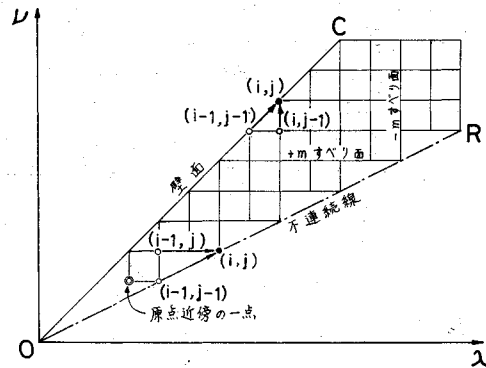


図-4 第4境界値問題の解法

(3) 不連続線上における  $d\bar{\sigma}/d\phi$  の決定

式 (14) の第1式と第2式の両辺をそれぞれ  $\phi$  で微分し、両式から  $d\omega/d\phi$  を消去し、さらにその式を全微分の形で表わすと、

$$d\bar{\sigma} = Md\phi + \frac{\sin 2(\phi' + \omega)}{\sin 2(\phi + \omega)} d\bar{\sigma}' - Md\phi' \dots\dots\dots(19)$$

ここに、

$$M = \frac{\bar{\sigma}' \cos 2(\phi' + \omega)(L-1) - \bar{\sigma} \cos 2(\phi + \omega)(L+1)}{\sin 2(\phi + \omega)}$$

$$L = \frac{\sin\phi \sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi' + 2\omega)} \dots\dots\dots(20)$$

また  $\bar{\sigma}'$  と  $\phi'$  は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} 2\phi' &= \delta' - \delta'' - \pi \\ \tan\delta' &= \frac{(q_E + \gamma_0 u) \sin\beta_0}{(q_E + \gamma_0 u) \cos\beta_0 + c \cot\phi} \\ \bar{\sigma}' &= \frac{[(q_E + \gamma_0 u) \cos\beta_0 + c \cot\phi]^*}{\cos\delta' \cos^2\phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

\*  $[\cos\delta' + \sqrt{\cos^2\delta' - \cos^2\phi}]$

(4) 原点における  $\phi, \bar{\sigma}, \phi', \bar{\sigma}', \omega$

原点におけるこれらの値をそれぞれ  $\bar{\sigma}_0, \phi_0, \bar{\sigma}'_0, \phi'_0, \omega_0$  で表わす。不連続線上の原点の値は壁面の条件を満足させなければならないので、 $\phi_0$  は式 (6) に与えられる。また  $\phi'_0, \bar{\sigma}'_0$  は受働時における  $v$  軸上の値で決定

されるから、式 (4) で与えられる。また  $\omega_0$  は式 (15)、(16) から次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_0 &= -(\phi_0 + \phi'_0) + \Delta_1 - \pi/2 \\ \sin \Delta_1 &= \sin \phi \cos(\phi_0 - \phi'_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

最後に残った  $\bar{\sigma}_0$  は、式 (14) の第 2 式から次式で与えられる。

$$\bar{\sigma}_0 = \bar{\sigma}'_0 \frac{\sin(2\phi'_0 + 2\omega_0)}{\sin(2\phi_0 + 2\omega_0)} \dots\dots\dots(23)$$

(5)  $\phi, \bar{\sigma}, v, \omega$  の原点近傍における近似解

不連続線と壁面で囲まれた領域内の  $\phi, \bar{\sigma}$  ならびに不連続線上の一点  $v$  と不連続線の接線の傾角  $\omega$  は原点近傍で、べき級数に展開が可能であるので次のようにおく。

ただし実際の計算では、 $u, v$  の一次または二次の項で打ち切る。

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_0 + a_1 u + a_2 v + \dots\dots\dots \\ \bar{\sigma} &= \bar{\sigma}_0 + b_1 u + b_2 v + \dots\dots\dots \\ v &= c_1 u + c_2 u^2 + \dots\dots\dots \\ \omega &= \omega_0 + \omega_1 u + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

また第 1 の領域  $\phi'$  と  $\bar{\sigma}'$  に関して原点近傍で次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \phi' &= \phi'_0 + f u \\ \bar{\sigma}' &= \bar{\sigma}'_0 + g u \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

上記の  $a, c$  から  $g$  に至る 9 個の未定係数を決定するにあたり、 $dv/du = \tan \omega$  に式 (24) の第 3 式を代入して、

$$c_1 = \tan \omega_0 \dots\dots\dots(26.1)$$

また第 3, 4 式から

$$c_2 = 1/2 \cdot \omega_1 \cdot \sec^2 \omega_0 \dots\dots\dots(26.2)$$

壁の背面は  $v = u \tan(\alpha_1 - \beta)$  で与えられるから、壁の背面の  $\phi$  は  $\phi = \phi_0 + u \{a_1 + a_2 \tan(\alpha_1 - \beta)\}$ 、しかるにこの値は  $u$  に無関係であるから、

$$a_1/a_2 = -\tan(\alpha_1 - \beta) \dots\dots\dots(26.3)$$

したがって、式 (24) の第 1 式は次のようにかける。

$$\phi = \phi_0 + a_2 \{v - u \tan(\alpha_1 - \beta)\}$$

不連続線上で、 $v = c_1 u$  とおくと、

$$\phi = \phi_0 + a_2 u \{c_1 - \tan(\alpha_1 - \beta)\} \dots\dots\dots(26.4)$$

領域 ① の応力  $\sigma_u$  ならびに  $\tau_{uv}$  は、それぞれ次式で表現される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u + c \cot \phi &= (q_E + \gamma_0 u) \cos \beta_0 + c \cot \phi \\ &= \bar{\sigma}' (1 + \sin \phi \cos 2\phi') \\ \tau_{uv} &= -(q_E + \gamma_0 u) \sin \beta_0 = -\bar{\sigma}' \sin \phi \sin 2\phi' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.5)$$

上式から

$$\frac{(q_E + \gamma_0 u) \sin \beta_0}{(q_E + \gamma_0 u) \cos \beta_0 + c \cot \phi} = \frac{\sin \phi \sin 2\phi'}{1 + \sin \phi \cos 2\phi'} \dots\dots\dots(26.6)$$

また式 (25) の第 1 式から  $u$  が小なるとき、

$$\left. \begin{aligned} \sin 2\phi' &= \sin 2\phi'_0 + 2 f u \cos 2\phi'_0 \\ \cos 2\phi' &= \cos 2\phi'_0 - 2 f u \sin 2\phi'_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.7)$$

これらの値を式 (26.6) に代入すると、 $f$  の近似値として次式が得られる。

$$f = \frac{1}{2} \frac{\gamma_0 \{\sin \beta_0 + \sin \phi \sin(\beta_0 - 2\phi'_0)\}}{c \cos \phi \cos 2\phi'_0 + q_E \sin \phi \cos(\beta_0 - 2\phi'_0)} \dots\dots\dots(26.8)$$

次に式 (26.5) で  $\bar{\sigma}' = (q_E + \gamma_0 u) \sin \beta_0 / (\sin \phi \sin 2\phi')$  であるから、これに式 (25) の第 2 式の  $\bar{\sigma}'$  と式 (26.7) の  $\sin 2\phi'$  を代入することにより、次式をうる。

$$g = \frac{\gamma_0 \cos \beta_0 + 2 f \bar{\sigma}'_0 \sin \phi \sin 2\phi'_0}{1 + \sin \phi \cos 2\phi'_0} \dots\dots\dots(26.9)$$

残余の未定係数を求めるために、式 (26.4) の  $\phi$ 、式 (25) の  $\phi'$ 、式 (24) の  $\omega$  を式 (14) の第 1 式に代入すれば、 $u$  が小なるとき次の近似式がえられる。

$$a_2 = \omega_1 A_1 + B_1 \dots\dots\dots(26.10)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{2 \sin(\phi_0 + \phi'_0 + 2\omega_0)}{[(\sin \phi \sin(\phi_0 - \phi'_0) - \sin(\phi_0 + \phi'_0 + 2\omega_0))^* \\ &\quad * \{\tan \omega_0 - \tan(\alpha_1 - \beta)\}]} \\ B_1 &= \frac{f [\sin \phi \sin(\phi_0 - \phi'_0) + \sin(\phi_0 + \phi'_0 + 2\omega_0)]}{[\sin \phi \sin(\phi_0 - \phi'_0) - \sin(\phi_0 + \phi'_0 + 2\omega_0)]^* \\ &\quad * \{\tan \omega_0 - \tan(\alpha_1 - \beta)\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.11)$$

同様に  $\phi, \phi', \omega, \bar{\sigma}, \bar{\sigma}'$  は不連続線上で式 (14) の第 2 の式を満足させるので、 $v = c_1 u$  とおくと、 $b_1, b_2$  に関して次の近似式が得られる。

$$\begin{aligned} &(\bar{\sigma}_0 + b_1 u + c_1 b_2 u) \sin[2(\phi_0 + \omega_0)] \\ &\quad + 2 u \{a_2 c_1 + \omega_1 - a_2 \tan(\alpha_1 - \beta)\} \\ &= (\bar{\sigma}'_0 + g u) \sin[2(\phi'_0 + \omega_0) + 2(\omega_1 + f) u] \end{aligned}$$

上式で  $u$  が小なる場合の関係式と、かつ  $\bar{\sigma}_0 \sin 2(\phi_0 + \omega_0) = \bar{\sigma}'_0 \sin 2(\phi'_0 + \omega_0)$  なる関係を用いると、次式をうる。

$$b_1 + b_2 \tan \omega_0 = \omega_1 D + a_2 E_1 + F_1 \dots\dots\dots(26.12)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{2}{\sin 2(\phi_0 + \omega_0)} [\bar{\sigma}'_0 \cos 2(\phi'_0 + \omega_0) \\ &\quad - \bar{\sigma}_0 \cos 2(\phi_0 + \omega_0)] \\ E_1 &= -\frac{2}{\sin 2(\phi_0 + \omega_0)} [\bar{\sigma}'_0 \{\tan \omega_0 - \tan(\alpha_1 - \beta)\} \\ &\quad \cdot \cos 2(\phi_0 + \omega_0)] \\ F_1 &= \frac{2}{\sin 2(\phi_0 + \omega_0)} [2 f \bar{\sigma}'_0 \cos 2(\phi'_0 + \omega_0) \\ &\quad + g \sin 2(\phi'_0 + \omega_0)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.13)$$

最後に  $\phi, \bar{\sigma}$  は次のすべり面の方程式を満足させなければならない。

$$\frac{dv}{du} = -\tan(\phi \pm \mu)$$

ここに、 $\mu = \pi/4 - \phi/2$ 、また複号の上が  $+m$  すべり面、下が  $-m$  すべり面である。 $u, v$  がともに小なるとき式 (24) の第 1 式の  $\phi$  を上式に代入すると、

$$\frac{dv}{du} = -\tan(\phi_0 \pm \mu) \dots\dots\dots(26.14)$$

ここに複号の上が +m すべり面，下が -m すべり面である。

式 (24) に示した  $\phi$  と  $\sigma$  をそれぞれ  $u$  で微分し式 (26.14) を用いると次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} d\phi &= \{a_1 - a_2 \tan(\phi_0 \pm \mu)\} du \\ d\sigma &= \{b_1 - b_2 \tan(\phi_0 \pm \mu)\} du \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.15)$$

すべり面に沿う応力式は次式で与えられる。

$$d\sigma \pm 2\sigma \tan \phi d\phi = \frac{\gamma_0}{\cos \phi} [\cos(\beta_0 \mp \phi) du - \sin(\beta_0 \mp \phi) dv] \dots\dots\dots(26.16)$$

ここに，上号が +m すべり面，下号が -m すべり面である。式 (26.15) を式 (26.16) に代入し，+m すべり面，-m すべり面で整理し，式 (26.3) の関係を用い，かつすべり面は原点でも成立するので次式をうる。

+m すべり面は，

$$b_1 - b_2 \tan(\phi_0 + \mu) - a_2 G_1 = I_1 \dots\dots\dots(26.17)$$

-m すべり面は，

$$b_1 - b_2 \tan(\phi_0 - \mu) + a_2 J_1 = K_1 \dots\dots\dots(26.18)$$

ここに，

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= 2\sigma_0 \tan \phi \{ \tan(\alpha_1 - \beta) + \tan(\phi_0 + \mu) \} \\ J_1 &= 2\sigma_0 \tan \phi \{ \tan(\alpha_1 - \beta) + \tan(\phi_0 - \mu) \} \\ I_1 &= \frac{\gamma_0}{\cos \phi} [\cos(\beta_0 - \phi) + \sin(\beta_0 - \phi) \tan(\phi_0 + \mu)] \\ K_1 &= \frac{\gamma_0}{\cos \phi} [\cos(\beta_0 + \phi) + \sin(\beta_0 + \phi) \tan(\phi_0 - \mu)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26.19)$$

式 (26.10)，式 (26.12) より  $\omega_1$  を消去すると，次式をうる。

$$b_1 + b_2 \tan \omega_0 - a_2 \left( \frac{D_1}{A_1} + E_1 \right) = -\frac{B_1 D_1}{A_1} + F_1 \dots\dots\dots(26.20)$$

以上の式から， $b_1, b_2, a_2$  を求めると，

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{A_0} \begin{vmatrix} I_1 & -\tan(\phi_0 + \mu) & -G_1 \\ K_1 & -\tan(\phi_0 - \mu) & J_1 \\ -\frac{B_1 D_1}{A_1} + F_1 & \tan \omega_0 & -\left(\frac{D_1}{A_1} + E_1\right) \end{vmatrix} \\ b_2 &= \frac{1}{A_0} \begin{vmatrix} 1 & I_1 & -G_1 \\ 1 & K_1 & J_1 \\ 1 & -\frac{B_1 D_1}{A_1} + F_1 & -\left(\frac{D_1}{A_1} + E_1\right) \end{vmatrix} \\ a_2 &= \frac{1}{A_0} \begin{vmatrix} 1 & -\tan(\phi_0 + \mu) & I_1 \\ 1 & -\tan(\phi_0 - \mu) & K_1 \\ 1 & \tan \omega_0 & -\frac{B_1 D_1}{A_1} + F_1 \end{vmatrix} \end{aligned} \right\}$$

ここに，

$$A_0 = \begin{vmatrix} 1 & -\tan(\phi_0 + \mu) & -G_1 \\ 1 & -\tan(\phi_0 - \mu) & J_1 \\ 1 & \tan \omega_0 & -\left(\frac{D_1}{A_1} + E_1\right) \end{vmatrix} \dots\dots\dots(26.21)$$

第4境界値問題の解のために， $f, g$  を除く7つの係数が必要である。そのうち4つの係数は上述したように求められる。残りの  $\omega_1, a_1, c_2$  はそれぞれ式 (26.10)，式 (26.3)，式 (26.2) から求められる。

ここで注意すべきことは，式 (24) に示した4式それぞれの左辺，右辺はいずれも無次元化された値を使用することにある。したがって各係数はいずれも無次元量であり，このために式中の  $c$  と  $r$  は，前述したようにおいて計算を行い，また  $q_E$  は  $q_E/c$  とする。

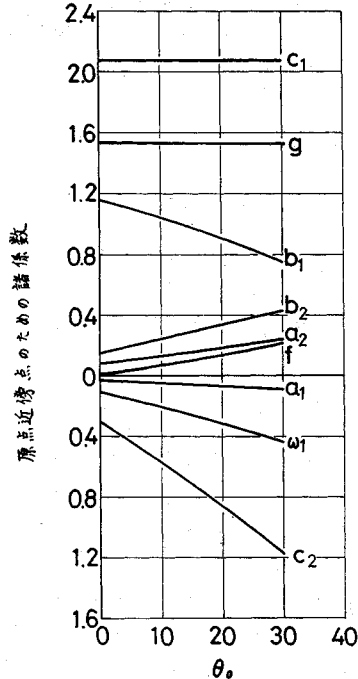


図-5 原点上傍の値を求めるための諸係数の一例

一例として， $\phi = 20^\circ, \delta = 0, c = 1 \text{ t/m}^2, r = 1 \text{ t/m}^3, q/c = 0, \alpha_1 = 20^\circ, \beta = 0^\circ$  の場合の原点上傍の近似値を与える各係数を，係数  $f, g$  と一緒に示すと図-5のようになる。これらの係数の値はいずれも壁面の値と不連続線上の値 {式 (14)} を満足させることによって正しいことがわかる。

(6) 漸化式

図-4 の壁面 OC 上の節点  $(i, j)$  をその近傍の節点  $(i, j-1)$  と壁面上の他の節点  $(i-1, j-1)$  より求めるための漸化式を以下に示す。

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j} &= \frac{1}{1-E} [v_{i,j-1} - v_{i-1,j-1} - E u_{i,j-1} + I u_{i-1,j-1}] \\ v_{i,j} &= v_{i-1,j-1} + I(u_{i,j} - u_{i-1,j-1}) \\ \tilde{\sigma}_{i,j} &= \tilde{\sigma}_{i,j-1} + 2\tilde{\sigma}_{i-1,j-1}(\psi_{i,j} - \psi_{i,j-1}) \tan \phi + \gamma BD \\ \psi_{i,j} &= \psi_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I &= \tan(\alpha_1 - \beta) \\ E &= -\tan(\phi_{i,j-1} - \mu) \\ B &= \frac{\cos(\beta_0 + \phi)}{\cos \phi \cos \theta_0} \\ D &= u_{i,j} - u_{i,j-1} - (v_{i,j} - v_{i,j-1}) \tan(\beta_0 + \phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(28)$$

次に不連続線 OR 上の節点 (i, j) をその近傍の節点 (i-1, j) と壁面上の節点 (i-1, j-1) から求めるための漸化式を示す。

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j} &= \frac{v_{i-1,j-1} - v_{i-1,j} + Fu_{i-1,j} - u_{i-1,j-1} \tan \omega_{i-1,j-1}}{F - \tan \omega_{i-1,j-1}} \\ v_{i,j} &= v_{i-1,j} + F(u_{i,j} - u_{i-1,j}) \\ \phi_{i,j} &= \frac{1}{2 \bar{\sigma}_{i-1,j} \tan \phi + M_{i-1,j-1}} [\bar{\sigma}'_{i-1,j} - \bar{\sigma}'_{i-1,j-1} \\ &\quad + 2 \tan \phi \bar{\sigma}'_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + \gamma AC \\ &\quad + M_{i-1,j-1} (\phi_{i-1,j-1} + \phi'_{i,j} - \phi'_{i-1,j-1}) \\ &\quad - N_{i-1,j-1} (\bar{\sigma}'_{i,j} - \bar{\sigma}'_{i-1,j-1})] \\ \bar{\sigma}'_{i,j} &= \bar{\sigma}'_{i-1,j} - 2 \bar{\sigma}'_{i-1,j} (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) \tan \phi + \gamma AC \end{aligned} \right\} \dots\dots(29)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} F &= -\tan(\phi_{i-1,j} + \mu) \\ N_{i-1,j-1} &= \frac{\sin 2(\phi'_{i-1,j-1} + \omega_{i-1,j-1})}{\sin 2(\phi_{i-1,j-1} + \omega_{i-1,j-1})} \\ A &= \frac{\cos(\beta_0 - \phi)}{\cos \phi \cos \theta_0} \\ C &= u_{i,j} - u_{i-1,j} - (v_{i,j} - v_{i-1,j}) \tan(\beta_0 - \phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

また  $\tan \omega_{i-1,j-1}$ ,  $M_{i-1,j-1}$  はそれぞれ式 (17), (20) の  $\phi$ ,  $\phi'$ ,  $\omega$  に下付き記号  $i-1, j-1$  を付して表わされる。

式 (27), (29) を用いて計算を行うに当って、下付き記号 (i-1, j-1) の最初の値として、原点の値 ( $u_0, v_0, \bar{\sigma}_0, \phi_0$ ) をとる。また壁面上の節点を求めるための下付き記号 (i, j-1) の最初の値、不連続線上の節点を求めるための下付き記号 (i-1, j) の最初の値はいずれも前述した原点近傍の近似値 ( $u_*, v_*, \phi_*, \bar{\sigma}_*, \omega_*$ ) を採用する。

### 4. 計算結果と考察

#### (1) 特異点による計算結果の一例

粘着力がなく、その強さを内部摩擦角のみに依存する砂地盤の受働土圧は、直線分布であるが<sup>10)</sup>、粘性土地盤の受働土圧は一般に曲線分布で与えられる。以下に示す計算では、基礎地盤面の傾角、あるいは壁面の傾角のいかんにかかわらず、壁の鉛直高さが 10 になるように計算し、すべて無次元の値で示した。この無次元化に当って、 $l$  (特性線長)、 $s$  (特性線応力) をそれぞれ  $l=c/r$ ,  $s=c$  とおき、 $u'=u/l$ ,  $v'=v/l$ ,  $\sigma'=s/\sigma$ ,  $\tau'=\tau/s$  で表わした。また  $c=1 \text{ t/m}^2$ ,  $r=1 \text{ t/m}^3$  とおいたので、無次元計算における漸化式は前述した漸化式をそのままの形で使用できる。この無次元量から、たとえば、 $c=2 \text{ t/m}^2$ ,

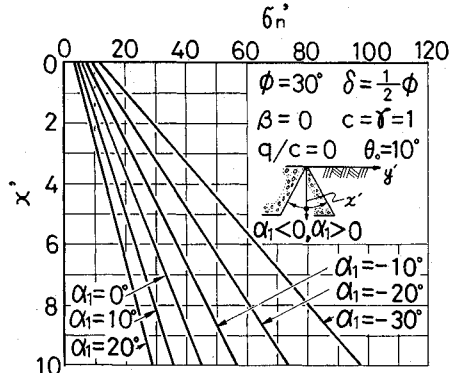


図-6  $\beta=0$  のとき、 $\alpha_1$  による  $\sigma'_n$  の変化 ( $\delta=0, \phi=30^\circ, \theta_0=10^\circ$ )

$r=1.6 \text{ t/m}^2$  の土圧を求める場合には、 $s=2 \text{ t/m}^2$ ,  $l=2/1.6=1.25 \text{ m}$  となるから、この  $s$  と  $l$  を用いて、 $\sigma=\sigma's$ ,  $\tau=\tau's$ ,  $u=u'l$ ,  $v=v'l$  として、応力と寸法を求めればよい。

図-6 は  $\phi=30^\circ$ ,  $\delta=1/2 \cdot \phi$ ,  $\beta=0$ ,  $q/c=0$ ,  $\theta_0=10^\circ$  のとき種々の傾角をもつ壁面に作用する垂直応力  $\sigma'_n$  の分布を示している。 $\alpha_1$  の値が小であるほど、 $\sigma'_n$  の値は大である。壁面に沿うせん断応力の分布は示してないが、 $\tau_{nt}' = -(\sigma'_n + \cot \phi) \cdot \tan \delta$  で求められる。なおこの場合のすべり線網の一例は  $\alpha_1 = -30^\circ$ ,  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_1 = 20^\circ$  について図-7 に示した。

図-8 は地表面傾角  $\beta$  が変化したときの土圧分布の比較を示す。 $\beta$  が大きいほど、 $\sigma'_n$  は大である。またすべり線網は図-9 のようになる。 $|\beta_0| > \phi$  のとき応力解

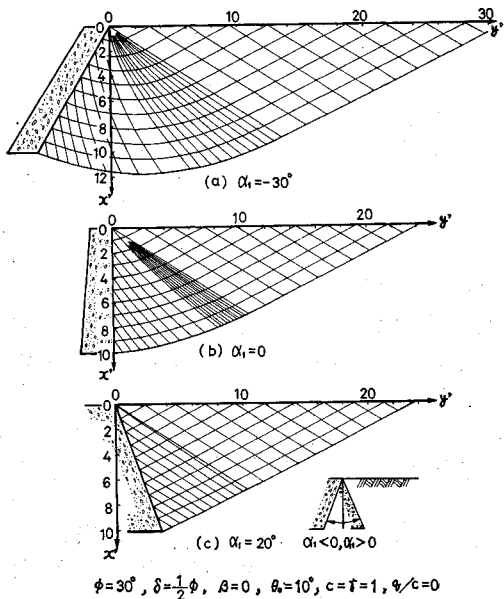


図-7  $\beta=0, \theta_0=10^\circ$  のときのすべり線網

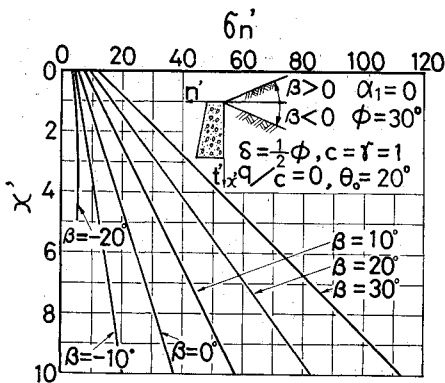


図-8  $\alpha_1=0$  のとき、 $\beta$  による  $\sigma'_n$  の変化  
( $\delta = \frac{1}{2}\phi$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\theta_0 = 20^\circ$ )

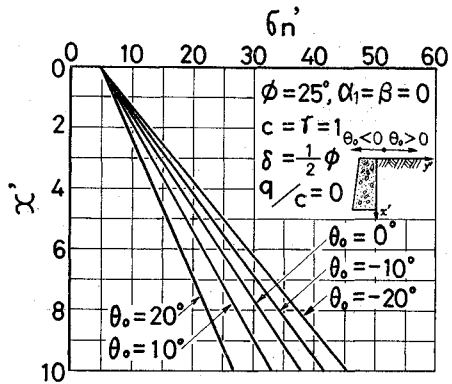


図-10  $\alpha_1=\beta=0$  のとき  $\theta_0$  による  $\sigma'_n$  の変化  
( $\delta = \frac{1}{2}\phi$ ,  $\phi = 25^\circ$ )

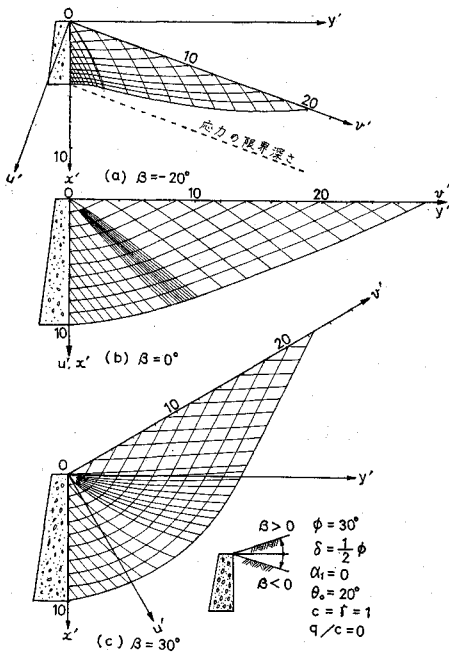


図-9  $\alpha_1=0$ ,  $\theta_0=20^\circ$  のときのすべり線網

析の限界線<sup>9)</sup>より深いところでは計算が不可能である。

図-10 は鉛直壁で地表面が水平な条件で、地震合成角  $\theta_0$  が変化した場合の土圧分布を比較したものである。設計には  $\theta_0 > 0$  の場合を考えればよい。この場合、すべり線網の一番外枠の形を 図-11 に示した。

図-12 は同じく鉛直壁、水平地盤で  $\delta$  が変化した場合の  $\sigma'_n$  の変化を示した。 $\delta$  が大きいほど  $\sigma'_n$  は大である。またその場合のすべり線網の外枠の形を 図-13 に示した。他の条件が同じで、内部摩擦角が変化した場合の  $\sigma'_n$  の変化は図示していないが、内部摩擦角が大きいほど  $\sigma'_n$  は大である。以上  $\sigma'_n$  の  $\alpha_1$ ,  $\beta$ ,  $\theta_0$ ,  $\delta$ ,  $\phi$  のそれぞれによる変化の様子は  $\phi$  のみによる土の受働土

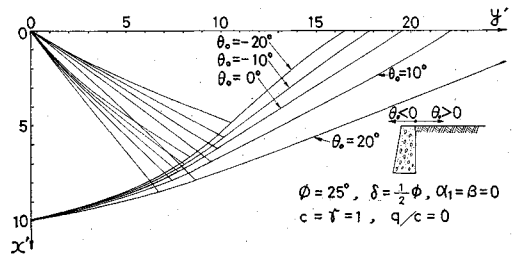


図-11  $\alpha_1=\beta=0$  のとき  $\theta_0$  によるすべり線網の外枠

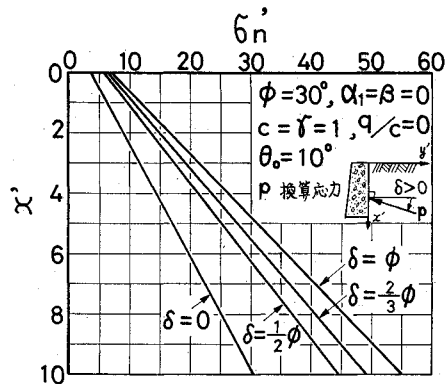


図-12  $\alpha_1=\beta=0$  のとき  $\delta$  による  $\sigma'_n$  の変化  
( $\phi = 30^\circ$ ,  $\theta_0 = 10^\circ$ )

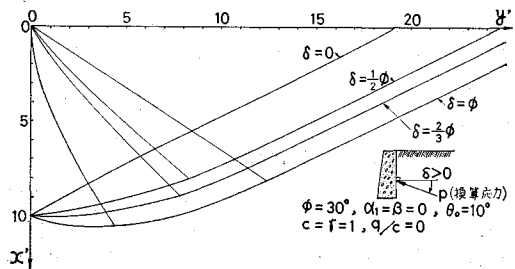


図-13  $\alpha_1=\beta=0$  のとき  $\delta$  によるすべり線網の外枠



圧<sup>8),10)</sup>の場合と同じである。

(2) 特異点による計算結果の考察

筆者らは実用のために、粘性土の受働土圧を容易に算定できるように、数表で表わした。前述したように  $|\beta_0| > \phi$  を除いては、土圧の分布は直線分布とみなしうる。したがって壁面に作用する垂直土圧  $\sigma_n$  を次式で表わした。

$$\sigma_n = c \cdot K_{Pc} + \gamma x K_{Pr} \dots (31)$$

上式で  $c = \gamma = 1$  と書くと次の無次元量で表わされる。

$$\sigma_n' = K_{Pc} + x' K_{Pr}$$

壁面に作用する垂直土圧合力  $Q$

は、

$$Q = \int_0^{H_1} \sigma_n dt = \frac{1}{\cos \alpha_1} \int_0^H \sigma_n dx$$

$$= \frac{1}{\cos \alpha_1} \left[ cH \cdot K_{Pc} + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_{Pr} \right] \dots (32)$$

ここに  $H_1 \cos \alpha_1 = H$  である。

壁面に沿うせん断力を  $T$  とすれば、

$$T = \int_0^{H_1} \tau_n dt = - \left( Q + c \frac{H}{\cos \alpha_1} \cot \phi \right) \tan \delta \dots (33)$$

このように地震時受働土圧合力は、 $K_{Pc}$  と  $K_{Pr}$  の値が明確であれば容易に算定できる。しかしながら実際に数値計算した土圧分布は、わずかながら曲っているので、この数値計算から求めた合力  $Q_R$  と直線分布として求めた合力  $Q$  との関係を Lee らにならって次に示す記号  $f$  で表わした。

$$Q_R = fQ = f \left[ \frac{1}{\cos \alpha_1} \left\{ \frac{1}{2} \gamma H^2 K_{Pr} + cHK_{Pc} \right\} \right] \dots (34)$$

$f$  の値は壁高  $H$  により変化し、また  $\alpha_1, \beta, \theta_0$  の各値が小であるほど大である。

$K_{Pc}$  は式 (31) より壁頂における垂直土圧  $\sigma_n$  を粘着力  $c$  で除して求められる。 $K_{Pr}$  は次式で求められる。

$$K_{Pr} = [\sigma_n'(x') - \sigma_n'(x'=0)]/x' \dots (35)$$

ここに、 $\sigma_n'(x')$  は壁面の深さ  $x'$  の位置における  $\sigma_n'$  をあらわす。 $K_{Pr}$  は  $x'$  により多少変化するが、筆者らは  $x' = H' = 10$  として  $K_{Pr}$  を求めた。 $K_{Pc}, K_{Pr}$  の値は一例として  $\alpha_1 = 0$  の場合に表-1 に、 $\beta = 0$  の場合に表-2 に示した。この表-1 には不連続線による値も示されている。表-1 からわかるが、 $\alpha_1 = \beta = 0, \delta = 0, \theta_0 = 0$  の場合のみ  $K_{Pc}, K_{Pr}$  は Rankine 土圧による値と一致する。この表に対応する  $f$  の値として  $\delta = 1/2 \cdot \phi, \phi = 25^\circ, \theta_0 = 10^\circ$  の場合についてのみ 図-14 に示した。この図によると、 $\beta = -20^\circ$  を除いて、 $H' = 10$  の場合

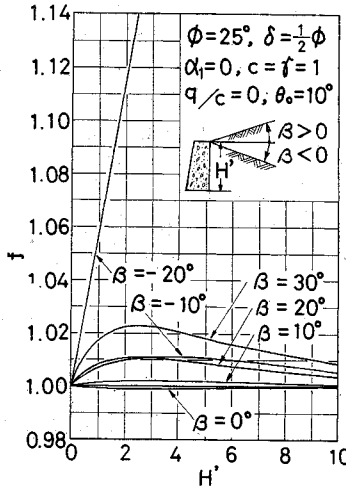


図-14  $f$  の一例

( $\alpha_1 = 0, \delta = \frac{1}{2}\phi, \phi = 25^\circ, \theta_0 = 10^\circ$ )

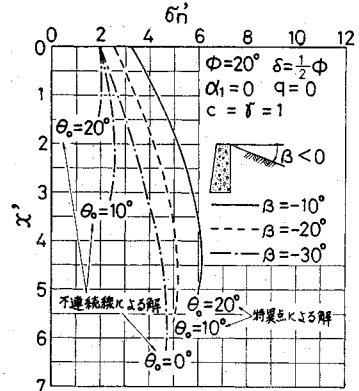


図-15  $|\beta_0| > \phi$  の場合の土圧分布の一例

( $\delta = \frac{1}{2}\phi, \phi = 20^\circ$ )

に、土圧分布を直線とみなした場合の誤差は、1.0% 以下であることがわかる。 $\beta = -20^\circ$  は  $|\beta_0| > \phi$  の場合に相当し、この条件では受働土圧分布を直線としてあらわすことができないことがわかる。したがって  $|\beta_0| > \phi$  の場合には、 $\sigma_n$  の分布の一例を 図-15 に示した。なおこの図には、次章に示す不連続線の解による土圧分布も併記されている。

(3) 不連続線による解法の結果と考察

以下に示す不連続線による解法で、原点近傍の解を求める場合に、式 (24) に関連する  $u_*'$  は  $(\phi_0' - \phi_0)$  の値に応じて次の値をとった。

- $\phi_0' - \phi_0 = 10^\circ \sim 30^\circ, u_*' = 0.01$
- $\phi_0' - \phi_0 = 40^\circ \sim 60^\circ, u_*' = 0.1$
- $\phi_0' - \phi_0 = 70^\circ \sim 80^\circ, u_*' = 0.5$

ただし精度をあげるために、主として  $u_*' = 0.01$  で計算を行った場合が多い。 $u_*'$  が小であるほど、精確な特性線が得られるが、計算に時間を要することになる。

不連続線の一例を 図-16 に示した。図に示した不連続線と地表面との間のすべり線網はモールの円を用いて描いた<sup>11)</sup>。

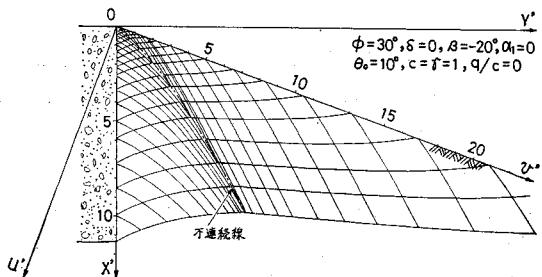


図-16 不連続線の一例 ( $\delta = 0, \phi = 30^\circ, \theta_0 = 10^\circ$ )

表一1  $\alpha_1=0, \beta$  を変化させたときの  $K_{Po}, K_{Pr}$  (\* 不連続線の解法, \*\* 特異点で  $|\beta_0| > \phi$ , \*\*\* 不連続線  $|\beta_0| > \phi$ )

$\phi$	$\theta_0$	$\beta$			$-30^\circ$			$-20^\circ$			$-10^\circ$			$0^\circ$			$10^\circ$			$20^\circ$			$30^\circ$		
		$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$	$K_{Po}$	$K_{Pr}$	$\delta$
20°	0°	**	**	$\delta=0$	**	1.624	*	1.004	*	2.191	*	1.528	*	2.856	*	2.040	*	3.616	*	4.478	*	3.020	**	**	**
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	2.531	*	1.079	*	3.246	*	1.798	*	4.058	*	3.504	*	3.199	*	6.027	*	3.925	**	**	**
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	2.756	*	1.131	*	3.501	*	1.889	*	4.348	*	2.655	*	3.440	*	6.400	*	4.209	**	**	**
	10°	**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=17$	*	2.191	*	1.152	*	2.856	*	1.756	*	2.327	*	4.478	*	2.885	5.456	3.451	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	$\delta=15$	*	3.246	*	1.269	*	4.058	*	2.108	*	2.905	*	6.027	*	3.678	7.216	4.404	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	3.501	*	1.343	*	4.348	*	2.227	*	3.109	*	6.400	*	3.996	7.640	4.859	
		**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=17$	*	**	*	$\delta=17$	*	2.856	*	1.335	*	2.039	*	4.478	*	2.696	5.456	3.290	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	**	*	$\delta=15$	*	4.058	*	1.501	*	2.500	*	6.027	*	3.418	7.216	4.297	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	4.348	*	**	*	4.348	*	1.589	*	2.665	*	6.400	*	3.697	7.640	4.723	
25°	0°	**	**	$\delta=0$	**	1.702	*	1.218	*	2.350	*	1.796	*	3.139	*	2.464	*	4.073	*	5.173	*	3.902	**	**	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	2.844	*	1.445	*	3.726	*	2.313	*	4.764	*	3.297	*	5.985	*	7.422	*	5.552	**	**	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	3.141	*	1.511	*	4.075	*	2.464	*	5.174	*	3.550	*	6.468	*	7.991	*	6.171	**	**	
	10°	**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=18$	*	2.350	*	1.483	*	3.139	*	2.161	*	2.916	*	5.173	*	3.745	6.466	4.622	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	3.726	*	1.782	*	4.764	*	2.835	*	4.012	*	7.422	*	5.308	9.114	6.688	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	4.075	*	1.882	*	5.174	*	3.043	*	4.391	*	7.991	*	5.886	9.782	7.510	
		**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=18$	*	**	*	$\delta=18$	*	3.139	*	1.753	*	2.607	*	5.173	*	3.533	6.466	4.494	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	4.764	*	**	*	4.764	*	2.223	*	3.532	*	7.422	*	4.976	9.114	6.556	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	5.174	*	**	*	5.174	*	2.369	*	4.468	*	7.991	*	5.423	9.782	7.182	
30°	0°	**	**	$\delta=0$	**	1.208	*	0.863	*	1.778	*	1.446	*	2.521	*	3.464	*	3.000	*	6.044	*	5.049	7.780	6.245	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	2.327	*	0.969	*	1.881	*	4.339	*	3.019	*	5.694	*	4.429	*	9.381	*	8.086	11.862	10.254	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	2.652	*	1.002	*	2.017	*	4.828	*	3.297	*	6.292	*	4.893	*	10.275	*	9.057	12.956	11.517	
	10°	**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=19$	*	1.778	*	1.031	*	1.795	*	3.464	*	2.673	*	6.044	*	4.883	7.780	6.235	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	3.231	*	1.242	*	2.428	*	5.694	*	3.877	*	9.381	*	7.787	11.862	10.248	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	3.630	*	1.305	*	2.635	*	6.292	*	4.273	*	10.275	*	8.724	12.956	11.526	
		**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=19$	*	**	*	$\delta=19$	*	3.464	*	2.260	*	3.360	*	6.044	*	4.660	7.780	6.174	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	4.339	*	1.604	*	5.694	*	3.185	*	5.077	*	9.381	*	7.385	11.862	10.136	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	4.828	*	1.708	*	6.292	*	3.494	*	8.084	*	10.275	*	8.273	12.956	11.409	
35°	0°	**	**	$\delta=0$	**	1.224	*	1.019	*	1.851	*	1.711	*	2.707	*	3.842	*	3.690	*	7.164	*	6.708	9.543	8.681	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	2.606	*	1.326	*	2.468	*	5.147	*	6.968	*	6.151	*	9.292	*	12.260	*	12.318	16.051	16.421	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	3.038	*	1.421	*	2.728	*	5.853	*	4.553	*	7.869	*	7.018	*	13.731	*	14.253	17.928	19.049	
	10°	**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=20$	*	1.851	*	1.310	*	2.707	*	3.842	*	3.331	*	7.164	*	6.531	9.543	8.722	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	3.721	*	1.800	*	5.147	*	6.968	*	5.468	*	12.201	*	11.955	16.051	16.524	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	4.274	*	1.965	*	5.853	*	3.768	*	6.228	*	13.731	*	13.841	17.928	19.196	
		**	**	$\delta=0$	**	**	*	$\delta=20$	*	**	*	$\delta=20$	*	3.842	*	2.892	*	4.384	*	7.164	*	6.294	9.543	8.707	
		**	**	$\delta=\frac{1}{2}\phi$	**	**	*	**	*	5.147	*	**	*	5.147	*	4.643	*	9.292	*	12.260	*	11.467	16.051	16.492	
		**	**	$\delta=\frac{3}{4}\phi$	**	**	*	**	*	5.853	*	**	*	5.853	*	5.274	*	10.444	*	13.731	*	13.280	17.928	19.176	

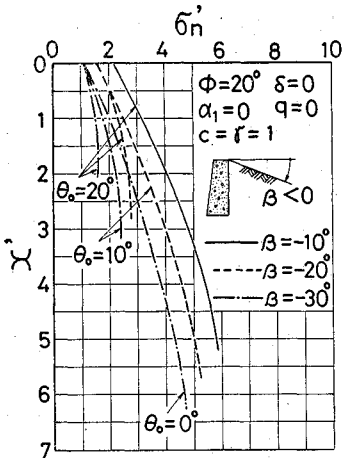


図-17  $|\beta_0| > \phi$  における不連続線で求めた  $\sigma'_n$  の一例 (その 1,  $\delta=0, \phi=20^\circ$ )

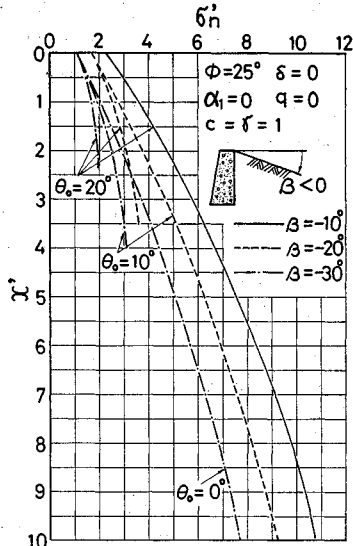


図-18  $|\beta_0| > \phi$  における不連続線で求めた  $\sigma'_n$  の一例 (その 2,  $\delta=0, \phi=25^\circ$ )

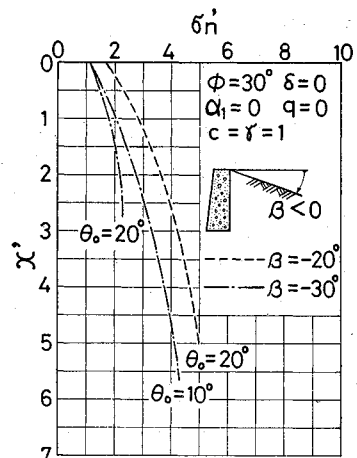


図-19  $|\beta_0| > \phi$  における不連続線で求めた  $\sigma'_n$  の一例 (その 3,  $\delta=0, \phi=30^\circ$ )

図-17, 18, 19, 20 は,  $\delta=0$  で  $\phi$  をそれぞれ  $20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$  に変化させた場合, 不連続線を用いて求めた  $\sigma'_n$  の分布を示す。これらは表-1 に示した  $K_{Pc}, K_{Pr}$  に分解できない場合の一例である。

不連続線の解法が可能な条件は式 (13) に示される。原点近傍の点から出発して, 次第に深いところへすべり線を描くときに,  $\phi$  の値は  $\phi'$  の値に接近してくる。

$\phi = \phi'$  になると, 図-4 に示した +m すべり面と不連続線の交点が求められないか, あるいは所定の深さの位置よりもはるかに深い位置でのみ

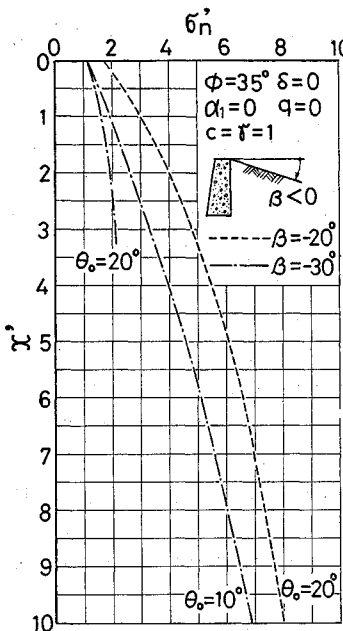


図-20  $|\beta_0| > \phi$  における不連続線で求めた  $\sigma'_n$  の一例 (その 4,  $\delta=0, \phi=35^\circ$ )

表-2  $\beta=0, \alpha_1$  を変化させたときの  $K_{Pc}, K_{Pr}$  ( $\delta = \frac{1}{2}\phi$ )

$\phi$	$\theta_0$	$\alpha_1 = -20^\circ$		$\alpha_1 = -10^\circ$		$\alpha_1 = 10^\circ$		$\alpha_1 = 20^\circ$	
		$K_{Pc}$	$K_{Pr}$	$K_{Pc}$	$K_{Pr}$	$K_{Pc}$	$K_{Pr}$	$K_{Pc}$	$K_{Pr}$
$20^\circ$	$0^\circ$	6.027	3.418	4.980	2.905	3.246	2.183	2.531	1.921
	$10^\circ$	6.027	2.823	4.980	2.423	3.246	1.853	2.531	1.643
	$20^\circ$	6.027	1.919	4.980	1.690	3.246	1.342	2.531	1.205
$25^\circ$	$0^\circ$	7.422	4.976	5.985	4.012	3.726	2.751	2.844	2.326
	$10^\circ$	7.422	4.212	5.985	3.423	3.726	2.385	2.844	2.032
	$20^\circ$	7.422	3.211	5.985	2.647	3.726	1.893	2.844	1.630
$30^\circ$	$0^\circ$	9.381	7.385	7.353	5.657	4.339	3.533	3.231	2.864
	$10^\circ$	9.381	6.389	7.353	4.921	4.339	3.113	3.231	2.540
	$20^\circ$	9.381	5.153	7.353	4.005	4.339	2.582	3.231	2.126
$35^\circ$	$0^\circ$	12.260	11.467	9.292	8.295	5.147	4.663	3.721	3.606
	$10^\circ$	12.260	10.112	9.292	7.341	5.147	4.167	3.721	3.240
	$20^\circ$	12.260	8.484	9.292	6.192	5.147	3.564	3.721	2.793

求められることになる。したがって, 原点における  $\phi_0$

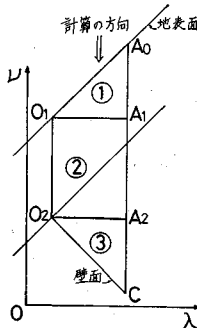


図-21 (a) 特異点の解を強行する場合の計算の説明

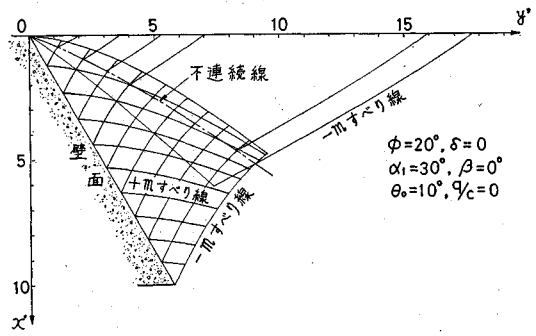


図-21 (b) 不連続線の条件に対して, 特異点の解を強行した場合のすべり線網 ( $\alpha_1=30^\circ, \beta=0, \delta=0, \phi=20^\circ, \theta_0=10^\circ$ )

の値と  $\phi_0'$  の値が接近していると、任意の壁長の土圧を正確に求めることができない。そこで筆者らは、式(13)を満足させるにもかかわらず、領域が 図-21 (a) のように写像されるものと仮定して、地表面から壁面に向かって、逐次 Cauchy, Goursat, 混合境界値問題を解くことにした。

図-21 (b) はこのように 特異点の解を強行して求めたすべり線網である。この図から領域 ①と ③が重なっていることがわかる。重複した部分の一点鎖線は、不連続線の解法から求めた不連続線を描いたものである。この不連続線は詳細に検討すると、領域 ①と領域 ③のそれぞれの  $-m$  すべり線の交点を原点から逐次結んだ曲線に一致する。このことから、不連続線上の応力は

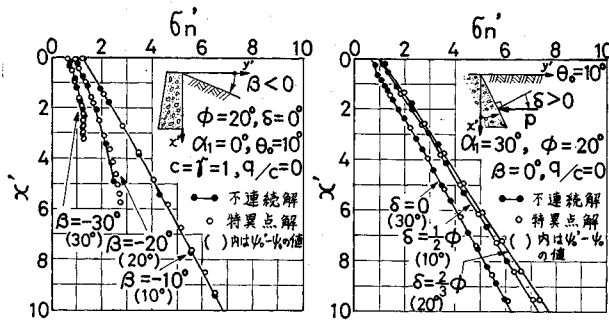


図-22 不連続線と特異点の解法による  $\sigma_n'$  の比較 (その1)

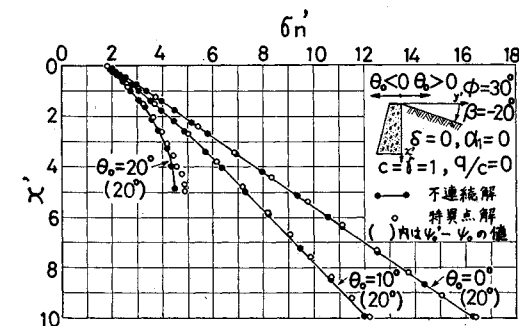


図-23 不連続線と特異点の解法による  $\sigma_n'$  の比較 (その2)

は簡単には算定できないが、不連続線を有する場合のすべり線網の概略は特異点の解法を強行しても知ることができる。地盤面の傾角  $\beta$ , 壁摩擦角  $\delta$ , 地震合成角  $\theta_0$  を変化させた場合の、上述した両計算法による  $\sigma_n$  の比較を 図-22, 23 に示した。また各図に  $\phi_0' - \phi_0$  の値を括弧内に示した。これらの図面によると、両方法から求めた受働土圧の分布はよく一致している。以上のすべり線網と土圧分布の比較から不連続線による解法が不可能なときはもちろん、 $\phi_0' - \phi_0$  がかなり大きな値でも、実用の範囲内で特異点の解を用いることが許される。

従来行ってきた不連続線の解法は、Lee ら<sup>7)</sup>が行ったように、原点近傍では  $r=0$  とし、すべり線ならびに不連続線は直線として、不連続線上の原点に近い第1点を求めた。この点より深くなると  $r \neq 0$  と考え、すべり線に沿って数値積分を行い、逐次深いところの不連続上の値を決定した。しかしながら、この方法では不連続線を試行法で求めることになり、筆者らの行った第4境界値問題を解くことよりもはるかに計算がやっかいとなる。Lee らの上述の解法の結果は壁面条件が異なるために、筆者らの結果と比較することはできなかった。

5. 厳密解

(1) 壁面から地表面に向かって逐次計算して土圧を求める方法

Sokolovski の特異点の解による土圧の算定では、地表面から壁面に向かって計算を進め、また計算の精度をあげる手段として、差分法における分割数を増した。しかしながら電子計算機の容量から、それほど数多くの分割数を採用することはできない。そのために筆者らは計算の精度をあげるために、壁面から地表面に向かって計算を進める方法を開発し、これから得た土圧と、前述した地表面から逐次計算して求めた土圧の平均値をもって、5.(2) に述べるようにより正しい土圧とした。ここでは筆者らが開発した壁面から地表面に向かって計算して壁面土圧を求める方法を、 $\delta = \phi$  の場合について示す。 $\delta = \phi$  では擁壁の土圧は、ほとんど特異点の解で求められる。

まず Sokolovski が示したように、壁面に沿って  $u$  軸を、図-24 のようにとる。受働土圧で  $\delta = \phi$  の場合には壁面 ( $u$  軸) は  $+m$  すべり面の包絡線となり、モールの円からわかるように、 $\phi = -\mu$  となる。

この新しい座標で表わした塑性基本式に含まれる  $+m$  すべり面の式に対して、壁の近傍で  $\cos(\phi + \mu) = 1$ ,  $\sin(\phi + \mu) = \phi + \mu$  とおき、さらに  $\bar{\sigma}$  と  $\phi$  の  $u$  軸に沿う

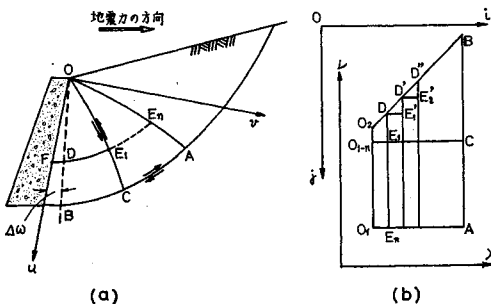


図-24  $\delta = \phi$  の場合、壁面から地表面に向かって計算を進める方法

変化は、壁面上の変化とみなして、次のようにおく、 $\partial\phi/\partial u=0, \bar{\sigma}=\bar{\sigma}(u), \partial\bar{\sigma}/\partial u=\bar{\sigma}'(u)$ , ここに  $\bar{\sigma}(u)$  は壁面に沿う  $\bar{\sigma}$  を表わす。そのようにおくと、 $+m$  すべり面は壁の近傍で次式で表わされる。

$$\left[ \frac{\partial\bar{\sigma}}{\partial v} + 2\bar{\sigma}(u)\tan\phi \frac{\partial\phi}{\partial v} \right] (\phi + \mu) + \gamma_0 \frac{\cos(\alpha_0 - \phi)}{\cos\phi} - \bar{\sigma}'(u) = 0 \dots\dots\dots(36)$$

ここに受働土圧の場合に  $\alpha_0 = \alpha_1 - \theta_0$  である。また  $-m$  すべり面に関して、壁の近傍で、

$$\cos(\phi - \mu) = \sin\phi, \sin(\phi - \mu) = -\cos\phi$$

とおくと、次のように積分される。

$$\bar{\sigma} - 2 \tan\phi \bar{\sigma}(u)\phi + f(u) = 0$$

$$v=0 \text{ では } \phi = -\mu, \bar{\sigma} = \bar{\sigma}(u) \text{ であるから}$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(u)[1 + 2(\phi + \mu)\tan\phi] \dots\dots\dots(37)$$

式 (36), (37) を連立させて求めた次式は壁の近傍の  $\phi$  を表わすことになる。

$$(\phi + \mu)^2 = \frac{\cot\phi}{2\bar{\sigma}'(u)} \left[ \bar{\sigma}'(u) - \gamma_0 \frac{\cos(\alpha_0 - \phi)}{\cos\phi} \right] v \dots\dots(38)$$

壁の近傍で  $+m, -m$  すべり面は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{du} &= -(\phi + \mu) \\ \frac{dv}{du} &= \cot\phi - \frac{\phi + \mu}{\sin^2\phi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

計算の方法を説明するために、まず 図-24 (a) の原点を通り、壁面に微小な角度  $\Delta\omega$  だけ傾く直線  $OB$  を引く。壁面上に任意の点  $F$  をとり、この点を通る  $-m$  すべり面の  $OB$  線ならびに  $OC$  線との交点をそれぞれ  $D, E_1$  とする。図-24 (a) を  $\lambda-v$  面に写像したものが (b) 図である。いま漸化式 (8) を使用するために、 $E_1$  点の4値の下付き記号を  $(i, j)$  とおくと、 $O_{1-n}$  点,  $D$  点の4値の下付き記号はそれぞれ  $(i-1, j), (i, j-1)$  で表わされる。節点  $O_{1-n}$  の  $\bar{\sigma}$  と  $\phi$  との関係は、新しい座標に関連して次式で表わされるから、この4値は容易に決定される。

$$\bar{\sigma} = p' \frac{\cos\delta' + \sqrt{\cos^2\delta' - \cos^2\phi}}{\cos^2\phi} \times \exp\{-\delta' + D' + 2(\beta - \alpha_1) + \pi + 2\phi\} \tan\phi \dots\dots(40)$$

$p'$  は裏込め天端面の等分布載荷重を換算荷重で表わしたもので、 $\phi$  は  $O_2$  の  $\phi$  に接近させた値をとる。したがっていま節点  $D$  の4値が決定されれば、節点  $E_1$  の4値は式 (8) で  $\beta_0$  の代わりに  $\alpha_0$  とおいた漸化式から求められる。

節点  $D$  の4値に関して、次のように求められる。まず式 (39) で  $\phi = -\mu$  とおくと、 $-m$  すべり面  $FD$  は、

$$u_{i,j-1} = u_0 + v_{i,j-1} \tan\phi$$

これと直線  $OB$  の条件から、 $F$  点の座標を  $(u_w, 0)$  とすれば、 $D$  点の座標は、

$$\left. \begin{aligned} u_{i,j-1} &= \frac{u_w}{1 - \tan\phi \tan\Delta\omega} \\ v_{i,j-1} &= \frac{u_w \tan\Delta\omega}{1 - \tan\phi \tan\Delta\omega} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

次に式 (41) の  $v_{i,j-1}$  を式 (38) に代入し、かつ壁面上の  $u_w$  点における  $\bar{\sigma}(u)$  を仮定すると、 $D$  点の  $\phi_{i,j-1}$  は式 (38) より、 $D$  点の  $\bar{\sigma}_{i,j-1}$  は式 (37) から求められる。

このようにして、 $-m$  すべり面  $FDE_1$  の延長に沿って、式 (8) と同形の漸化式を用いて、各節点の4値が逐次決定される。

ここで、 $OA$  線上の  $E_n$  が次に示す新しい座標  $(u, v)$  に関する  $\phi, \bar{\sigma}$  と一致するまで、 $\bar{\sigma}(u)$  を変えて、計算を繰り返して、正しい  $\bar{\sigma}(u)$  を求める。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u \cos(\beta - \alpha_1) + v \sin(\beta - \alpha_1) \\ \tan\delta' &= \frac{(q_E + \gamma_0 u_1) \sin\beta_0}{(q_E + \gamma_0 u_1) \cos\beta_0 + c \cot\phi} \\ 2\phi &= -\pi + \delta' - D' - 2(\beta - \alpha_1) \\ \sin D' &= \sin\delta' / \sin\phi, \beta_0 = \beta - \theta_0 \\ \bar{\sigma} &= \frac{[(q_E + \gamma_0 u_1) \cos\beta_0 + c \cot\phi]}{\cos\delta' \cos^2\phi} \\ &\quad \times [\cos\delta' + \sqrt{\cos^2\delta' - \cos^2\phi}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

この場合  $OA$  線上で  $\phi$  だけ一致させれば  $\bar{\sigma}$  も一致する。なお、 $\delta \neq \phi$  を壁面側から計算するときは、前章までに述べた  $u-v$  座標によって壁面の  $\bar{\sigma}(u)$  を求めればよい。

(2) 厳密な  $K_{Pr}$  と  $f$

図-25 は分割数の増加に伴って、 $K_{Pr}$  の値がどんな

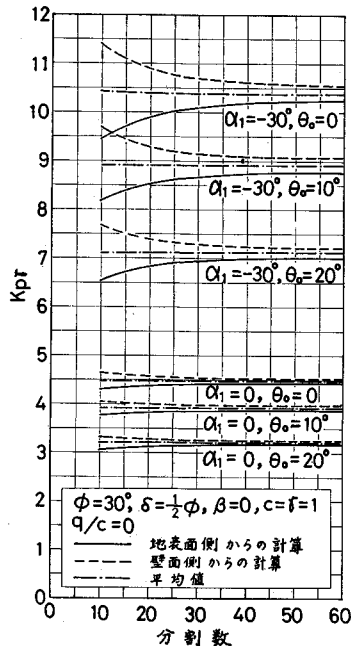


図-25 差分法の分割数による  $K_{Pr}$  の比較 ( $\delta = \frac{1}{2}\phi, \phi = 30^\circ, \beta = 0$ )

変化をするかを実線と点線で示した。

図より地表面側からの計算法(実線)では, 分割数が増加すると, 土圧が大きくなる。この増加の割合は, 10 分割から 20 分割にかけて急に大きくなり, 20 分割以上の分割では大きさの変化がゆるくなっている。筆者らの計算では, 通常 20 分割で地表面から行った。その理由は分割数をこれ以下(たとえば 10 分割)にすると, 後述する厳密なる計算から得られた土圧分布と異なった分布が得られるためである。

次に壁面側からの計算結果について考察すると, 図-25 に点線で示すように, 分割数の増加によって,  $K_{Pr}$  すなわち土圧は小さくなる。土圧の減少の割合は, やはり 10 分割ないし 20 分割が急である。したがって, 図-25 から, 地表面側と壁面側から行って得たそれぞれの  $K_{Pr}$  は, 分割を多くすると等しくなってくるのが予想される。しかしながら筆者らの数値計算では, 最大 60 分割までしか, 分割することができない。そのために壁面と地表面からそれぞれ求めた  $K_{Pr}$  を一致させることはできない。いま各分割数ごとに, 両方法による  $K_{Pr}$  の平均値を求めて図示すると, 図-25 に示した一点鎖線で表わされる。すなわちこの平均値は分割数によらないで, ほぼ一定の値をとることがわかる。分割数を 60 分割よりもさらに増加させれば, 両方法による  $K_{Pr}$  は, この平均値に収束するように考えられるので, この平均値を厳密解とした。なおすべり線も図-26 に示すように, それぞれの計算値の平均値に収束する。

数値計算で得られる土圧合力と, 土圧を直線分布としたときの土圧合力の比  $f$  が, 分割数によってどのように変化するかを図-27 に示した。実線で示した地表面から計算した  $f$  の値は, 分割数が増すにしたがって大きくなる。点線で示した壁面側から計算した  $f$  の値は, 分割数が増加するにしたがい次第に小さくなる。このように  $f$  の値も  $K_{Pr}$  と同様な傾向があることから, この  $f$  の値も分割数ごとに壁面からの値と地表面からの

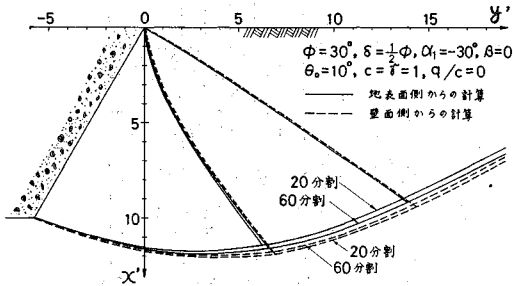


図-26 地表面ならびに壁面からそれぞれ計算した場合のすべり線の比較  
 $(\delta = \frac{1}{2}\phi, \phi = 30^\circ, \alpha_1 = -30^\circ, \beta = 0)$

値を平均した。この  $f$  の平均値は図に示したように分割数によらず, 一点鎖線で代表されるということは特筆すべきことである。厳密なる  $f$  の値はこの場合, 地表面から計算した場合の 20 分割に対して,  $H'=2$  で最大 3% も大きい。以下厳密なる計算値を基本にして, それとの比較を行う。

a) 厳密なる  $K_{Pr}$  と地表面 20 分割の  $K_{Pr}$  の比較

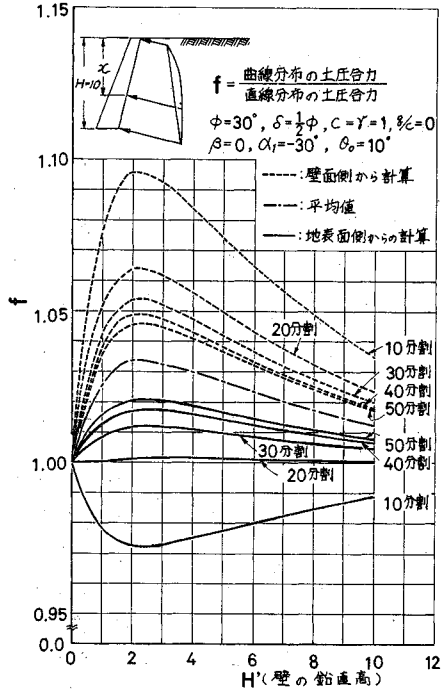


図-27 差分法の分割数による  $f$  の比較 (点線: 地表面からの計算, 実線: 壁面からの計算, 鎖線: 平均値)

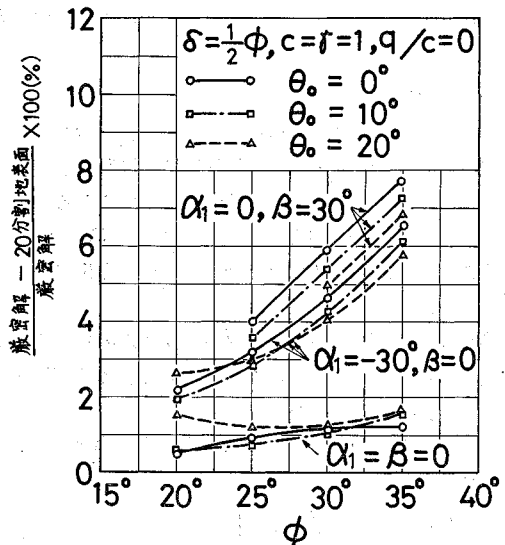


図-28 地表面 20 分割で求めた  $K_{Pr}$  の厳密解に対する誤差

上述したことから、地表面側から計算した結果は、厳密な値よりも小さくなるのが明らかになったが、諸条件で、どの程度の差を生ずるかを明確にする。

図-28 は  $\delta=1/2\phi$ ,  $q/c=0$  において、厳密なる  $K_{P_T}$  に対する地表面側 20 分割の差を百分率で示した。

この差は  $(\alpha_2-\alpha_1)$  が大になるほど大きい。ここに  $\alpha_2-\alpha_1$  は、壁頂における OA 線の接線と壁面とのなす角度であり、 $\alpha_2$  は次式で与えられる。

$$2\alpha_2 = \pi + 2\beta - (\delta' - 4') - 2\mu \dots\dots\dots(43)$$

それゆえ、この図では  $\beta=30^\circ$ ,  $\alpha_1=0$ ,  $\phi=35^\circ$  の場合にその差が最も大となり、7.8% に達する。

原点における  $(\alpha_2-\alpha_1)$  の値は、内部摩擦角  $\phi$ , 地表面傾角  $\beta$  が大なるほど、また壁面傾角  $\alpha_1$  が小なるほど大である。また他の条件が同じ場合に、地震合成角  $\theta_0$  が小であるほど差は大になっている。 $\alpha_1=\beta=0$  では差は最大 1.5% 程度であり、その差はほとんど無視できる。また  $\alpha_1>0$  では、この差はさらに小なることが予想されるが、これは不連続線の解法を用いる領域になり、この差は考慮されない。

**b) 厳密な  $K_{P_T}$  と砂質土の地震時受働土圧係数  $K_{PE}$  の比較**

粘性土の地震時受働土圧を直線分布におきかえて、 $K_{P_C}$ ,  $K_{P_T}$  で表わしうることがわかり、いままた  $K_{P_T}$  に厳密な値が求まった。しかしながら筆者らは、粘性土の受働土圧算定の簡便法として、 $K_{P_T}$  に砂質土の地震時受働土圧係数  $K_{PE}$ <sup>9)</sup> を用いることができることを示したので、ここで  $K_{PE}$  を  $K_{P_T}$  と比較する。 $K_{PE}$  は厳密な  $K_{P_T}$  と比較して、内部摩擦角  $\phi$  の値のいかんにかかわらず、 $\beta=0$ ,  $\alpha_1=-30^\circ$  のとき<sup>12)</sup>、1.0~3.0% 程度小さい。また  $\beta=30^\circ$ ,  $\alpha_1=0$  では 3.0~4.0% 程度小である。 $\alpha_1=\beta=0$  のときはその差は 1% 未満となり、 $\alpha_1=\beta=0$  で、さらに  $\delta=0$ ,  $\theta_0=0$  では両者は全く一致する。

次に筆者らが表として提示した地表面 20 分割の  $K_{P_T}$  を含めて大小関係を示すと、厳密なる  $K_{P_T} \geq K_{PE} >$  地表面 20 分割の  $K_{P_T}$  となる。したがって、 $K_{PE}$  または地表面 20 分割の  $K_{P_T}$  は安全な値を与えることになる。しかしながら  $K_{PE}$  を使用する簡便法ではすべり面も描けず、また  $|\beta| > \phi$  の場合に、土圧が算定できない欠点がある。

いま上述の 3 つの土圧係数間にわずかな差があっても、土圧合力は  $K_{P_C}$  によっても支配されるから、合力の差は上述したほど大ではない。要するに  $K_{PE}$  はわずかに安全側の値を与え、また地表面 20 分割の  $K_{P_T}$  も安全側の値を与え、ともに実用に供される。

**c) Lee らの計算値との比較**

Lee らは速度場を加味して、静的受働土圧を算定し

た。土圧合力を水平成分  $P_{PH}$  と鉛直成分  $P_{PV}$  に分け、それぞれを次式で表わし、係数  $N_{QP}(\beta)$ ,  $N_{rP}(\beta)$  を求めて表に示した。

$$P_P(\beta) = c \cdot H \cdot N_{QP}(\beta) + \frac{1}{2} \gamma H^2 N_{rP}(\beta)$$

上式右辺の第 1, 第 2 項はそれぞれ受働土圧のうち、 $\gamma$  によらない成分と  $c$  によらない成分を表わす。

いまこれらの算定された係数を筆者らの  $K_{P_C}$ ,  $K_{P_T}$  と比較するために、次式で与えられる換算を行った。

$$K_{P_C} = (N_{QP_H} \cos \alpha_1 - N_{QP_V} \sin \alpha_1) \cos \alpha_1$$

$$K_{P_T} = (N_{rPH} \cos \alpha_1 - N_{rPV} \sin \alpha_1) \cos \alpha_1$$

比較の一例は図-29 に示した。左の図は  $K_{P_C}$  の比較である。この  $K_{P_C}$  は  $r=0$  とすれば、地表面と壁面の条件のみで電算を使用せずに決定<sup>9)</sup>されるので、筆者らの行った地表面 20 分割ならびに厳密解は、ともに Lee らの結果と完全に一致している。

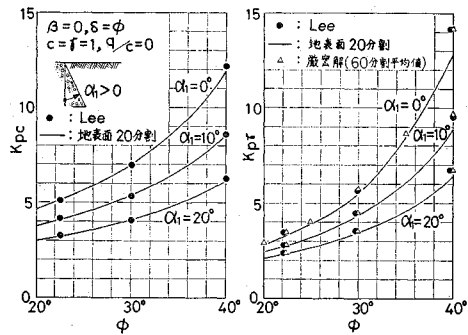


図-29 Lee の計算結果と筆者らの行った二つの計算法の比較 ( $\beta=0$ ,  $\delta=\phi$ ,  $\theta_0=0$ )

図-29 の右の図の  $K_{P_T}$  は  $K_{P_C}$  と同じく  $\delta=\phi$ ,  $\beta=0$ ,  $\theta_0=0$  の場合で、筆者らも、Lee らもいずれも特異点の解から得られた値である。筆者らの地表面から行った 20 分割による結果を実線で示している。筆者らの厳密解は Lee らの結果と一致している。このように Lee らが筆者らの厳密解と一致している理由は、Lee らの計算が繰り返し計算である一定値に収束してはじめて、次の計算段階へ進むようなプロセスをとっているためと考えられる。筆者らの厳密解は一度の計算で得られるわけなので、厳密解としてのすべり線網を描けないのが欠点である。

しかし、厳密解の  $K_{P_T}$  を求めたのと同様な解析法で、同一分割数の 2 者の計算結果から節点の座標の平均値を求めれば、厳密なすべり線網を推定できる。すべり線網についても Lee らの結果と比較することが望ましいが、Lee らはすべり線網の詳細な報告をしていないので、比較することができない。筆者らは既述のように、単に分割数を増加させたり、あるいは  $\phi$  の平均値をとる方法 (Sokolovski の方法) を併用して精度をあげることに

とめたが、あまりよい結果をうることができなかった。ここに示した地表面、壁面からそれぞれ計算を行って求めた値の平均値を採用する方法は前述のように精度もよく、かつそれほどの複雑な手段をとらずに計算を進めることができる利点がある。

## 6. 結 語

粘性土の地震時受働土圧を算定するにあたって、地震合成角度  $\theta_0$  をパラメーターとして、Sokolovski の静的土圧の算定法を一般的に拡大させることができた。特に不連続解においては、高木の方法を擁壁土圧に適用して、原点近傍の値を合理的に求めることを可能にした。またより厳密な解として、地表面から壁面に向かって計算を進めて求めた土圧の値と、壁面から地表面に向かって計算を進めて求めた土圧の平均の値を採用することにした。そのために、壁面から地表面に向かって計算を進める方法を開発した。得られた結果の要旨を示すところになる。

(1) 壁体前面の傾角  $\alpha_1$ 、基礎地盤の傾角  $\beta$ 、地震合成角  $\theta_0$ 、内部摩擦角  $\phi$ 、壁摩擦角  $\delta$  をそれぞれ変化させたとき、 $|\beta_0| \leq \phi$  における粘性土の受働土圧の大きさ、ならびにすべり線の形状の変化の様相は、 $c=0$  の砂質土の場合と同じであった。

(2) 地震力の作用下において、一般的に地震時の土圧の分布は曲線で与えられる。しかしながら設計の便を考えて、これを直線で表示し、 $K_{Pe}$ 、 $K_{Pr}$  の表を示した。このうち  $K_{Pr}$  は曲線分布に対して小さな値を与えている。直線分布にしたときの土圧合力の曲線分布に対する誤差は  $H'=10$  では 1% 以下であった。

(3) 地盤中に、地表面に平行な応力の限界線が存在する場合には、得たる土圧  $\sigma_n$  の分布を直線でおきかえることができない場合が多い。このような場合は土圧の分布を図面で示した。地表面が水平な場合でも地震力が大になるとこのような状態になる。

(4) 不連続線の解を使用して求める場合に、 $\phi_0 = \phi_0'$  では第 4 境界値問題の適用が困難になる。このような場合に特異点の解を強行しても、土圧は近似的に決定される。 $\phi_0'$  と  $\phi_0$  の間に  $30^\circ$  の差がある場合でも、特異点の解を強行して土圧だけは近似的に求められる。

(5) 表-1, 2 に示した地表面 20 分割による  $K_{Pr}$  を、筆者らの厳密解と比較したら、 $\alpha_1$  が小さな場合、ま

たは  $\beta$  が大きい場合に、8% 程度小なる結果を与えた。このような誤差は  $\alpha_2 - \alpha_1$  が大きくなるほど大である。しかしながら、土圧合力としては  $K_{Pe}$  の値も大きく影響するので、土圧合力の誤差は半減されるものと考えられる。またすでに筆者らが求めた砂質土の  $K_{Pe}$  を厳密解と比較すると、厳密解よりもわずかに小で、地表面 20 分割の上述の  $K_{Pr}$  よりは大であった。地表面 20 分割の  $K_{Pr}$  は  $|\beta_0| > \phi$  でも土圧が算定でき、かつすべり面が一度の計算で容易に求められるから、この算定法もこれによる  $K_{Pr}$  の値もともに実用に供される。

(6) Lee らの粘性土の静的受働土圧係数は筆者らの厳密解と一致した。

この研究の図面のトレースは、名大大学院生 千田正孝君と文部教官 伊藤文隆君によった。筆者らは両君の労に感謝する。なお数値計算は名大大型計算機センターの FACOM 230-60 によった。

## 参 考 文 献

- 1) Sokolovski, V.V.: Statics of soil media, 1954.
- 2) 星 楚 和・佐藤建吉共訳, ソコロフスキー著: 土のような粒状体の力学, 1964, オーム社.
- 3) 安部浩二・宮本 博訳, プラガー, ホッジ著: 塑性学, 丸善, p. 134, 1951 (訳は 1954).
- 4) Shield, R.T.: Mixed boundary value problems in soil mechanics., Quart. Appl. math. Vol. 11, No. 1, pp. 61~75, 1953.
- 5) Sokolovski, V.V.: Some problems of soil pressure, Proc. of the 4th Inter. Conf. on SM & FE 5/10, pp. 239~242, 1957.
- 6) 高木俊介: 土質力学の考え方 (8), 農業土木研究第 27 巻第 6 号, p. 422, 1960.
- 7) Lee, I.K. & Herington, J.R.: A theoretical study of the pressures acting on a rigid wall by a sloping earth or rock fill, Géotechnique 22, No. 1, pp. 1~26, 1972.
- 8) Ichihara M., Mori N., Nakane S., Hirano I.: Passive earth pressure coefficient during earthquake, Memoirs of the Faculty of Engineering, Nagoya University, Vol. 25, No. 2, November, 1973, pp. 129~179.
- 9) 市原松平: 3.3 土圧 p. 41 「土留め構造物の設計法」, 土質基礎工学ライブラリー 11, 土質工学会, 1975.
- 10) 市原松平・森信夫: 地震時受働土圧係数, 土木学会論文報告集, No. 215, 1973.
- 11) 市原松平: 地震時モールの円とその擁壁土圧への適用について, 土木学会論文集, No. 136, pp. 25~34, 1966.
- 12) 市原松平・中根 進: 粘性土の地震時受働土圧の厳密解, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, 昭和 50 年 1 月, pp. 165~166.
- 13) 最上武雄編著: 土質力学 (土木工学叢書), p. 627.

(1976.1.19・受付)