

ノモグラムによる変断面門型ラーメンの弾塑性解析

INELASTIC ANALYSIS BY NOMOGRAPHS FOR
TAPERED PORTAL FRAMES

西 田 進*・吉 田 博**

By Susumu NISHIDA and Hiroshi YOSHIDA

1. 緒 言

本研究では、跨線橋や跨道橋あるいは高架橋にしばしば橋脚として用いられる門型ラーメンの水平耐荷力のノモグラムによる解法について述べるものである。このような門型ラーメン橋脚は、一般にはりは等断面で柱脚が変断面、柱脚下端がピン構造のものが多い。はりおよび柱の断面はH形断面または箱形断面で、死荷重または活荷重等による鉛直荷重と地震荷重、風荷重等の水平荷重およびこれらの組合せに対して安全であるように設計されている。

このように、許容応力度法によって設計された構造物でも、比較的精度よく推定できる死荷重または活荷重との組合せに対して、比較的不明確な地震荷重あるいは風荷重等の水平荷重に対する非弾性挙動および最大耐荷力を知ることは有意義であり、真の安全性の検討に役立つものと思われる。

構造物の最も簡単な非弾性解析法として、部材の全塑性モーメントまでは弾性的に取り扱い、部材に沿う塑性領域の拡がりを無視して1点に集中させるいわゆる塑性ヒンジの概念に基づく単純塑性理論がある。単純塑性理論による構造物の非弾性解析においては、通常、つり合い式に変形の影響を考慮しない1次弾塑性解析が用いられているが、荷重状態および構造形式によっては変形の影響を無視できない場合も多く、そのような場合には変形の影響を考慮した2次弾塑性解析が用いられる¹⁾。さらに精度のよい非弾性挙動解析を行うためには、つり合い式に変形の影響を考慮するとともに、部材に沿う塑性領域の拡がりを考慮しなければならない。特に大きい軸力を受ける柱を有する構造においては、柱の塑性領域の拡がりが大きく、水平力による横変形の影響とともに不

安定現象を起こし易い^{1), 2)}。さらに、本研究で取り扱うような曲げモーメント分布にあわせて経済的断面となるよう設計された変断面柱脚を有する門型ラーメンにおいては、変断面柱の塑性領域の拡がりは等断面柱のものよりさらに大きく、塑性ヒンジ形成位置の決定も容易ではなく、単純塑性理論による2次弾塑性解析では十分な精度が得られず、部材に沿う塑性領域を考慮した非弾性解析が必要となってくる^{3), 4)}。

鉛直荷重と水平荷重の組合せ荷重を受ける等断面門型ラーメンの不安定性を考慮した非弾性挙動解析は数多くなされている。これらの中には、塑性領域の拡がりを考慮しないマトリックス剛性法による解法^{5), 6)}、塑性領域の拡がりを考慮した大変形有限要素法によるもの^{7), 8)}、単純塑性理論による2次弾塑性解析によるもの^{9), 10)}また、はりでは塑性領域の拡がりを無視し、柱では塑性領域の拡がりを考慮して、与えられた横変位に対し、はりと柱の節点でのつり合い条件および適合条件を満足するように水平荷重を決定する方法^{11), 12)}、およびはりおよび柱とも塑性領域の拡がりを考慮し、与えられた横変位につり合う水平荷重を求めているもの¹³⁾などがある。また、鉛直荷重のみが作用する門型ラーメンに対し、塑性領域の拡がりを考慮したはりおよび柱のそれぞれの材端モーメント・たわみ角図を用い、与えられた変形に対してはりと柱の節点でのつり合い条件および適合条件を満足する外力を決定する図式解法が示されている¹⁴⁾。

これらの解法において、マトリックス剛性法は構造物の最大耐荷力までの挙動を明らかにするには有効な方法と考えられるが、最大耐荷力到達後の不安定領域の解析には適当でないようと思われる^{5)~8)}。構造物の安全性の評価には、最大耐荷力とともに最大耐荷力到達後の挙動もきわめて重要であり、その意味で、与えられた変位につり合う外力を求める方法では、構造物の不安定領域での挙動が明らかにできる利点がある。

本研究では、変断面柱脚を有する門型ラーメンに対し

* 正会員 工修 金沢工業大学講師 土木工学科

** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木工学科

はりおよび柱の塑性領域の拡がりを考慮した非弾性挙動解析を不安定領域まで行えるノモグラムによる解析法を示すものである。解析においてはあらかじめ計算された等断面はりおよび変断面柱の端モーメント・たわみ角曲率を用いて、はり上の等分布荷重 w と柱頭に作用する鉛直集中荷重 W を一定に保ち、与えられた柱頭の横位変位に対して、はりと柱の節点でのつり合い条件および適合条件を満足する水平荷重 H を求めるものである。はりおよび柱はH形断面を対象とし、断面形状および柱の断面変化に関してはパラメーターを整理し³⁾、残留応力分布は溶接組立断面に対するものを対象とした。

2. 用いた仮定と条件

解析にあたって次の仮定を用いた。

- (1) 応力とひずみの関係は完全弾塑性体のものを用いる。
- (2) 軸圧縮力は断面の重心に作用し、断面および全長にわたって一様である。
- (3) 断面はH形断面で、断面内の残留応力分布は図-1に示すような溶接組立断面の残留応力分布を理想化したものと用いる。
- (4) はり部材は等断面とする。
- (5) ラーメンは鉛直荷重のみによる面内座屈および面外座屈、組合せ荷重のもとでの面外座屈は生じないものとする。
- (6) 柱部材の断面変化は断面の高さおよびフランジ幅とも直線的に変化するものとし、太い端と細い端での断面の高さの比を α 、フランジ幅の比を β とする。また、変断面部材の中点の断面を基準断面とする。
- (7) はり上に作用する等分布荷重 w と柱頭に作用する鉛直集中荷重 W は一定とし、柱頭に作用する水平集中荷重 H のみが漸増するものとする。

変断面門型ラーメンの解析においては断面形状、断面変化、非弾性域での曲げ剛性に関するパラメーター等の多くの変数を含んでいる。したがって、一般的な変断面門型ラーメンの強度解析を行うことは困難であり、以下の2つの条件を用いる。

- (1) 変断面柱部材の任意点での断面積 A および塑性断面係数 Z は基準断面での値 A_0 および Z_0 ^{注)}に補正

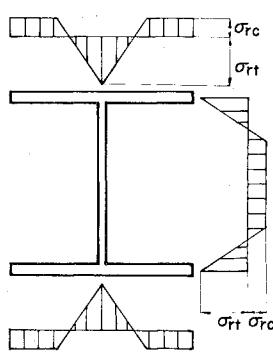


図-1 理想化した残留応力分布

係数を掛けて式(1)および(2)のように表わされるものとする。

$$A = A_0 \left(\frac{r_a}{r_{a0}} \right) \left(\frac{b}{b_0} \right) \left(\frac{d}{d_0} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$Z = Z_0 \left(\frac{r_z}{r_{z0}} \right) \left(\frac{b}{b_0} \right) \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $r_a = 0.991 + 0.313k$ および $r_z = 0.982 + 0.157k$ で与えられる係数であり、断面積および塑性断面係数のウェブの影響を無視したことによる補正係数である。 b および d は変断面部材の任意点でのフランジ幅および断面の高さであり、 k は $k = (d/b) \cdot (d/d_w)$ で与えられる無次元パラメーターで、 d_w はウェブ高さである。

H型断面は断面寸法に関する4つの変数を含んでいるが、特に断面定数における影響の大きいフランジ幅と断面の高さの2つの変数のみを考え、その他の変数の断面定数における影響を補正係数を用いて考慮した。補正係数はASTM規格のNon-Compact Sectionを除く116種の広幅H型鋼について文献3)と同様の方法で求め、その結果を図-2に示す。

(2) H型断面の非弾性域での曲げモーメント-軸圧縮力-曲率の関係はASTM規格の平均的な断面とされているW8×31(200×200×7×11mm)のものを用いる。

H型断面の曲げモーメント-軸圧縮力-曲率の関係は断面寸法によって異なるが、曲げモーメント M を全塑性

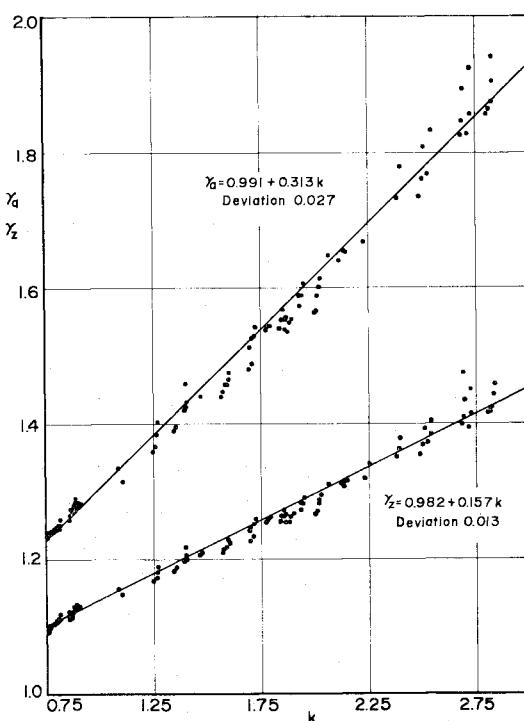


図-2 広幅H形鋼の r_a, r_z 分布

注) 基準断面の値にはサフィックスとして0を用いる。

モーメント M_p で、曲率 φ を降伏曲率 φ_y で無次元化表示すると、通常用いられるH型断面では一定の軸力比 P/P_y のもとでほぼ同一曲線で示され、W8×31の断面はその平均的な値となることが知られている¹⁵⁾。ここに、 P は断面の軸圧縮力であり、 P_y は降伏軸圧縮力である。

したがって、はりおよび柱部材の曲げモーメント-軸圧縮力-曲率の曲線はW8×31断面のものを用いることにする。なお、曲げモーメント-軸圧縮力-曲率の曲線の数値計算は文献16)の断面分割法により行い、断面内の残留応力は図-1において、圧縮残留応力として $\sigma_{rc}=0.3\sigma_y$ 、引張残留応力として $\sigma_{rt}=\sigma_y$ を用いた。

3. 解析方法

本研究では変断面門型ラーメンをはり部材と柱部材に分解し、あらかじめ弾性域および非弾性域での荷重と変形の関係を数値計算により求めてノモグラムを作成し、このノモグラムを用いて門型ラーメンの節点でのたわみ角の連続条件および曲げモーメントのつり合い条件を逐次満足させる方法を示す。

(1) はりおよび柱部材の荷重-変形関係

a) はり部材の荷重-材端たわみ角曲線

解析に用いたはりは図-3に示すようにスパン全長にわたって等分布荷重 w と材端曲げモーメント M_{AB} および M_{BA} が作用するものとする。

等分布荷重 w は単純ばかりに単独に作用したときにはり中央部が全塑性モーメントに達する値 $w_p=8(M_{pb})/L^2$ で無次元表示し、その係数を \bar{w} とする。ここに、 (M_{pb}) ははりの全塑性モーメントであり、 L はスパン長である。また、材端曲げモーメントははりに負の曲げモーメントが生ずるように作用するものを正とし、はりの全塑性モーメント (M_{pb}) で無次元表示したものを \bar{m}_A および \bar{m}_B とする。図に示すはりの材端たわみ角を求めるには種々の方法があるが、モールの定理を用いた数値積分法を用いる。

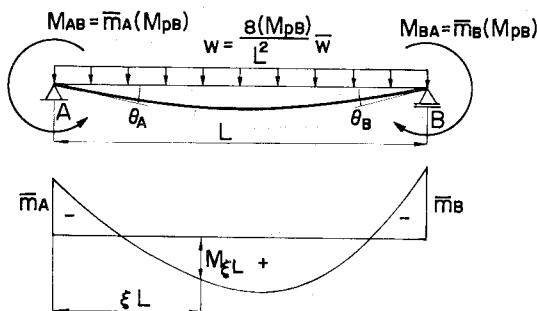


図-3 はりの解析モデル

点Aより $z=\xi L$ の点の曲げモーメントは、

$$\frac{M_{\xi L}}{(M_{pb})} = (4\bar{w}\xi - 4\bar{w}\xi^2 - \bar{m}_A + \bar{m}_A\xi - \bar{m}_B\xi) \quad \dots \dots \dots (3)$$

となる。曲げモーメント-曲率曲線より φ/φ_y を求めるものとすれば、点Aおよび点Bのたわみ角は、 $\varphi_y=M_y/EI_x=2\sigma_y f/Ed$ を考慮すると

$$\theta_A = \frac{1}{L} \int_0^L \left\{ \int_0^Z \varphi dZ \right\} dZ = \int_0^1 \left\{ \int_0^\xi \left(\frac{\varphi}{\varphi_y} \right) d\xi \right\} d\xi \\ \cdot 2f\left(\frac{r_x}{d}\right)\left(\frac{L}{r_x}\epsilon_y\right) \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\theta_B = \int_0^L \varphi dZ - \theta_A = \int_0^1 \left(\frac{\varphi}{\varphi_y} \right) d\xi \\ \cdot 2f\left(\frac{r_x}{d}\right)\left(\frac{L}{r_x}\epsilon_y\right) - \theta_A \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。ここに、 f は形状係数を、 r_x は x 軸まわりの断面2次半径を表わし、 ϵ_y は降伏ひずみである。弾性域では直接積分が可能である。

$$\theta_A = \frac{1}{6} (2\bar{w} - 2\bar{m}_A - \bar{m}_B) \cdot 2f\left(\frac{r_x}{d}\right)\left(\frac{L}{r_x}\epsilon_y\right) \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\theta_B = \frac{1}{6} (2\bar{w} - \bar{m}_A - 2\bar{m}_B) \cdot 2f\left(\frac{r_x}{d}\right)\left(\frac{L}{r_x}\epsilon_y\right) \quad \dots \dots \dots (7)$$

となる。また、はりの中間に塑性ヒンジが生ずる場合の点Aより塑性ヒンジまでの距離は、

$$\xi = \frac{1}{2} - \frac{1}{8\bar{w}} (\bar{m}_B - \bar{m}_A) \quad \dots \dots \dots (8)$$

として求められる。

図-4ははりに無次元表示した等分布荷重 $\bar{w}=0.8$ が

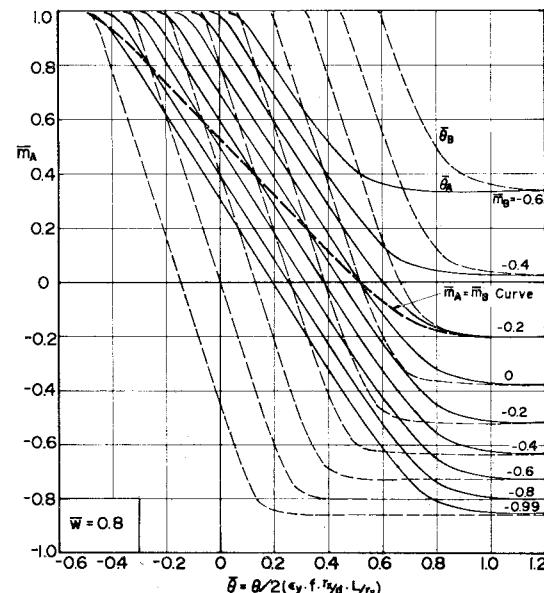


図-4 はりの材端モーメント-材端たわみ角曲線

作用する場合の材端曲げモーメントと材端たわみ角の関係を示したもので、縦軸は無次元表示した支点Aの曲げモーメント \bar{m}_A を示し、横軸は支点 A, B のたわみ角を $2f(r_x/d) \cdot (L/r_x \cdot \varepsilon_y)$ で除した値を示す。図中、実線は支点 A のたわみ角 θ_A に関するものであり、破線は支点 B のたわみ角 θ_B に関するもので、支点 B の無次元表示した材端曲げモーメント \bar{m}_B をパラメーターとして示している。以後、このようなはりの材端曲げモーメント-材端たわみ角曲線をはり曲線といふことにする。図の上部で曲線が左側に流れているのは左端 A に塑性ヒンジが生じたことを、下部で右側に流れているのは、はりのスパン中に塑性ヒンジが生じたことを示している。また、 \bar{m}_A と \bar{m}_B の等しい点を結んだ太い破線は、両端に等しい材端曲げモーメントが作用したときの材端モーメント-材端たわみ角曲線である。

b) 変断面柱部材の荷重-材端たわみ角曲線

曲げモーメントと軸圧縮力を受ける変断面柱の材端曲げモーメントと材端たわみ角の関係を最大曲げモーメント到達後をも求めようとするもので、種々の計算法が示されているが^{17), 18)}、本研究では変断面柱に適した数値積分法を用いた試行錯誤による方法^{3), 19)}を用いた。

本研究に用いた変断面柱は図-5に示すような両端が単純支持で、軸圧縮力と太い端のみに曲げモーメントが作用するものである。このH型断面のウェブ高さ d_w と断面の高さ d の比を一定 ($d_w/d = 1/1.1$) と仮定し、フランジ幅および断面の高さがそれぞれ直線的に変化する場合の材端曲げモーメント-材端たわみ角の挙動の解析を行った。

図-6は変断面柱の一定軸圧縮力 $P=0.2(P_y)_0$ での材端曲げモーメントと材端たわみ角の関係を示したものである。以後、この曲線を柱曲線といふことにする。図中、実線は $\alpha=\beta=1.6$ の変断面柱に対するものを、破線は等断面柱に対するものである。変断面柱の基準断面に対する細長比が小さい ($h/r_x)_0=20$ の場合、柱の最大材端曲げモーメントは等断面柱の約 1.85 倍であり、変断面柱とすることが有効であることがわかる。しかし、細長比が大きくなると最大材端曲げモーメント到達後の強度は急激に減少し、等断面柱に比して変断面柱の変形容量は小さくなる。

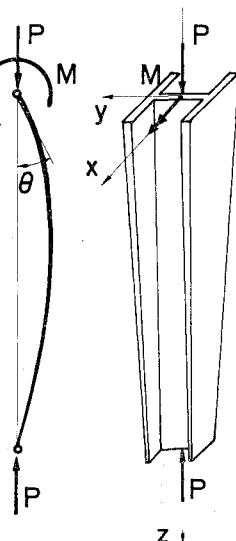


図-5 変断面柱の解析モデル

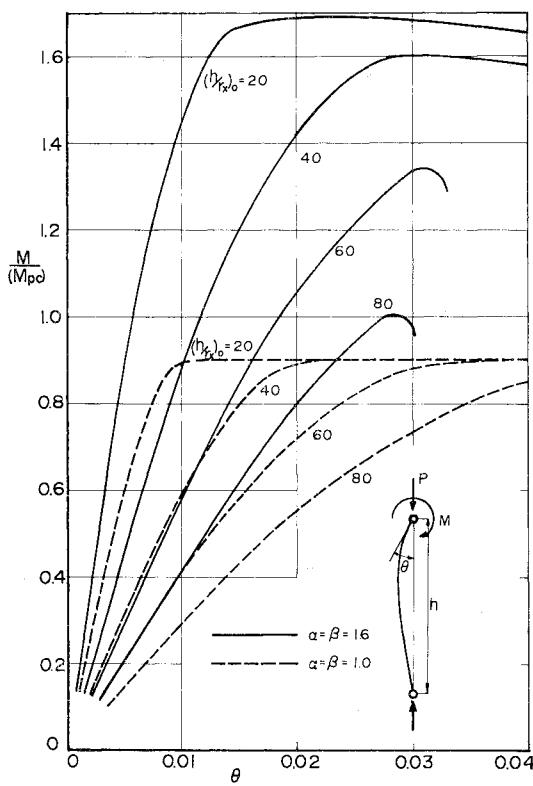


図-6 柱のモーメント-たわみ角曲線

(2) 変断面門型ラーメンの荷重-変形挙動

解析は図-7(a)に示すような柱下端がピン構造の一般性を有する不等脚門型ラーメンのはりに一定等分布荷重 w と両節点に一定鉛直集中荷重 W が作用し、節点 A に漸増水平集中荷重 H が作用するものについて行う。この水平荷重による柱 AC (柱 A) および柱 BD (柱 B) の軸圧縮力の減少および増加は無視できるものとする。図-7(a)に示す荷重により不等脚門型ラーメンは図-7(b)のように変形する。節点 A, B における曲げモーメントとたわみ角は、前節におけるはりおよび柱の個々の部材の強度と変形の解析における符号と一致するように、図-7(b)に示す曲げモーメントおよびたわみ角を正の方向とする。図より、節点 A および B での無次元表示した曲げモーメントのつり合い条件およびたわみ角の連続条件はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{AC}}{(M_{pc})_A} &= \frac{M_{AB}}{(M_{pb})} \frac{(M_{pb})}{(M_{pc})_A} \\ \frac{M_{BD}}{(M_{pc})_B} \cdot \frac{(M_{pc})_B}{(M_{pc})_A} &= \frac{M_{BA}}{(M_{pb})} \frac{(M_{pb})}{(M_{pc})_A} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad (9)$$

$$\theta_A = \theta_{AC} + \rho_A, \quad \theta_B = \theta_{BD} - \rho_B \quad \dots \quad (10)$$

となる。ここに、 $(M_{pc})_A, (M_{pc})_B$ は柱 A および B の基準断面での全塑性モーメントを、 (M_{pb}) ははりの

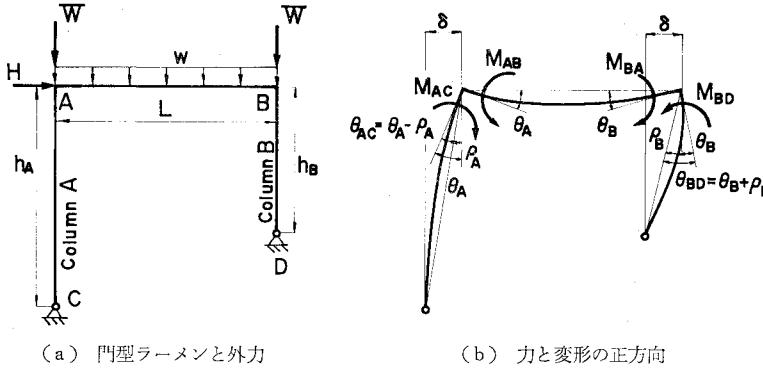


図-7 変断面門型ラーメン解析モデル

全塑性モーメントを示し、 θ_{AC} および θ_{BD} は柱 A および B の接線回転角であり、 ρ_A および ρ_B は柱 A および B の部材回転角で、はりの水平変位を δ とすると $\rho_A = \delta/h_A$, $\rho_B = \delta/h_B$ で与えられる。

一方、ラーメンの水平力のつり合い条件式は

$$\frac{M_{AC}}{h_A} - \frac{M_{BD}}{h_B} + H + P_A \rho_A + P_B \rho_B = 0 \quad \dots(11)$$

となる。ここに、 P_A および P_B は柱 A および B の軸圧縮力であり、近似的に $P_A = P_B = W + wL/2$ にて与えられる。これより、水平荷重は次式のように無次元表示して与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{h_A H}{(M_{pC})_A} &= \frac{M_{BD}}{(M_{pC})_B} \cdot \frac{(M_{pC})_B}{(M_{pC})_A} \cdot \frac{h_A}{h_B} \\ &- \frac{M_{AC}}{(M_{pC})_A} - \frac{P\delta}{(M_{pC})_A} \left(1 + \frac{h_A}{h_B}\right) \dots\dots(12) \end{aligned}$$

ここに、 $P = P_A = P_B$ である。

水平変位 δ とこれに対応する水平集中荷重 H をつり合い条件式(9)および適合条件式(10)を満足するよう求め解析手順をフローチャートで示したものが図-8である。解析手順を、 $M_{AC}/(M_{pC})_A$ および $M_{BC}/(M_{pC})_B \cdot (M_{pC})_B/(M_{pC})_A$ をそれぞれ m_A および m_B で表示して、図-8 に示すフローチャートおよび図-9 に示すノモグラムの番号に従って説明する。

① 作用軸圧縮力に対する $(M_{pC})_A$ で無次元表示した柱 A の柱曲線（実線）および $(M_{pC})_B$ で無次元表示した柱 B の柱曲線の縦軸を $(M_{pC})_B/(M_{pC})_A$ 倍した曲線（破線）を図-9 の右下に描き、図-4 で求めた等分荷重によるはり曲線を、横軸に $M_{AB}/(M_{pB})$ を、縦軸に材端たわみ角 θ を $2(\varepsilon_y \cdot f \cdot r_x / d \cdot L / r_x)$ で除した値 $\bar{\theta}$ をとて図-9 の左上に描く。

② 柱 A に微小部材回転角 ρ_A を与える。柱 A の柱曲線は ρ_A だけ右へ、柱 B の柱曲線は $\rho_A \cdot h_A / h_B$ だけ左に水平移動させる。

③ 移動させた柱曲線と図-4 における $\bar{m}_A = \bar{m}_B$ 曲線の縦距を $(M_{pB})/(M_{pC})_A$ 倍した曲線の交点は式(10)のたわみ角の連続条件を第1近似値として満足し、この

交点より節点 A, B での第1近似曲げモーメント m_{A1}, m_{B1} を得る。

④ m_{A1}, m_{B1} を $(M_{pC})_A / (M_{pB})$ 倍し、はり曲線より θ_{A1}, θ_{B1} を求めるために、図-9 の左下に勾配が $(M_{pC})_A / (M_{pB})$ の直線を引き、③ で得た値をこの直線を介して $(M_{pC})_A / (M_{pB})$ 倍させる。左上のはり曲線よりたわみ角を求めるには、はり曲線の横軸が m_{A1} を $(M_{pC})_A / (M_{pB})$ 倍した値 \bar{m}_{A1} で、はり曲線のパラメーターが m_{B1} を $(M_{pC})_A / (M_{pB})$ 倍した \bar{m}_{B1} の θ_A

① 与えられた $(P/P_y)_0, (h/r_x)_0, w, (L/r_x)$ に対する柱曲線、はり曲線を描き、補助直線を引く

② 柱 A の柱曲線は ρ_A だけ右へ、柱 B の柱曲線は $\rho_A \cdot h_A / h_B$ だけ左へ平行移動する

③ 柱曲線と補助直線との交点より m_{A1}, m_{B1} を読む

④ はり曲線より θ_{A1}, θ_{B1} を読む

⑤ 柱曲線より θ_{A1}, θ_{B1} に対応する m_{A1}', m_{B1}' を読む

⑥ $m_{A1+1} = (m_{A1} + m_{A1}')/2$
 $m_{B1+1} = (m_{B1} + m_{B1}')/2$

⑦ $m_{A1+1} - m_{A1} = 0$
 $m_{B1+1} - m_{B1} = 0$

⑧ $\frac{Hh_A}{(M_{pC})_A} = m_B \frac{h_A}{h_B} - m_A - \frac{P\rho_A h_A}{(M_{pC})_A} \left(1 + \frac{h_A}{h_B}\right)$

⑨ 柱曲線上に m_A, m_B をとり、結んだ線を補助直線とする

⑩ $\delta \geq \delta_{max}$ No

Yes
STOP

図-8 門型ラーメン解析のフローチャート

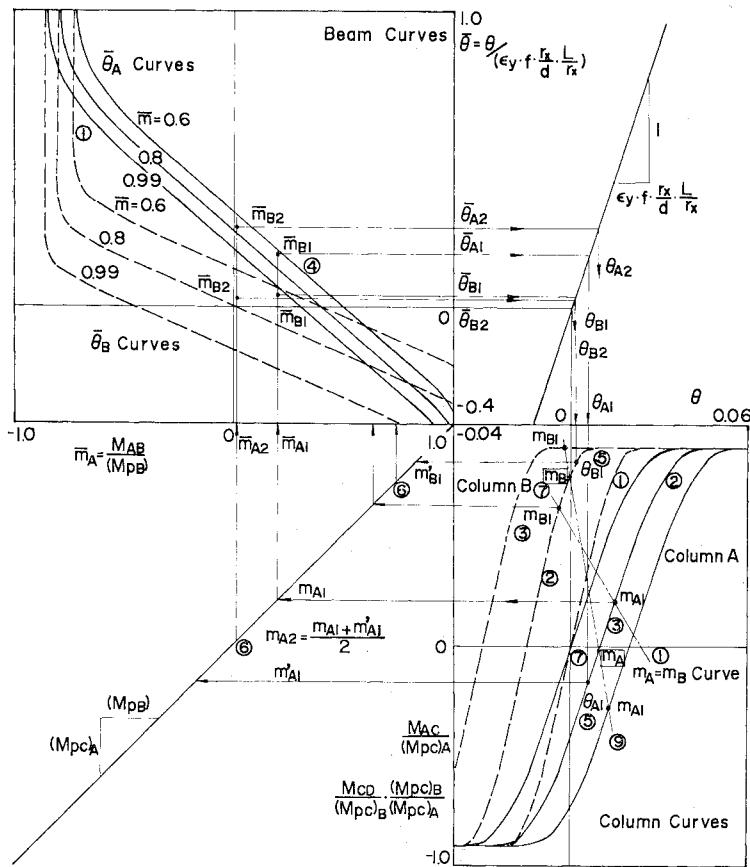
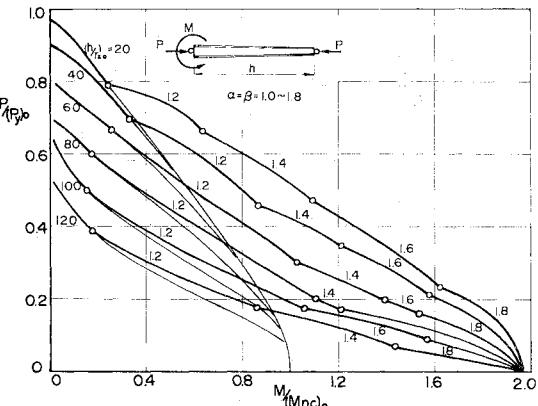


図-9 門型ラーメン解析のノモグラム

曲線（実線）および θ_B 曲線（破線）より $\bar{\theta}_{A1}$ および $\bar{\theta}_{B1}$ を求めることができ、 \bar{m}_B が実線および破線の m_B の値と一致しない場合は各曲線から補間法を用いて求めるものとする。この値を右上の勾配が $2 \cdot \epsilon_y \cdot f \cdot r_x / d \cdot L / r_x$ の直線を介して柱曲線の横軸に θ_{A1}, θ_{B1} を得ることができる。

⑤ θ_{A1}, θ_{B1} をそれぞれ先の柱 A, B の柱曲線上にプロットし、 m_{A1}', m_{B1}' を得る。

図-10 柱の最大強度曲線 ($\alpha=\beta$)

⑥ 第1近似値との平均値 $m_{A1} = (m_{A1} + m_{A1}')/2, m_{B1} = (m_{B1} + m_{B1}')/2$ を第2近似値とする。

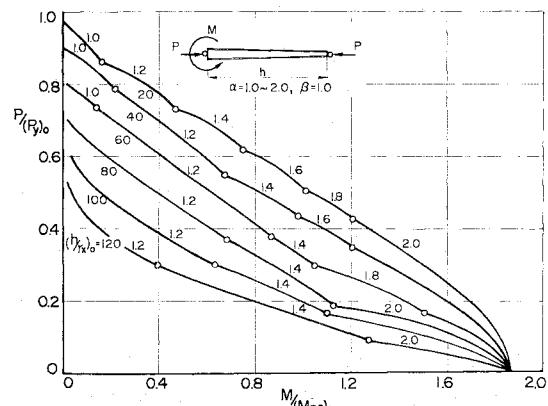
上記の方法により必要な精度まで④, ⑤および⑥を繰り返して収束値 m_A および m_B を得る。この収束値は節点 A および B での曲げモーメントのつり合い条件およびたわみ角の連続条件を満足している。これより、式(12)を用いて無次元表示された水平荷重 $Hh_A / (M_{pc})_A$ を求めることができる。与えられた微小部材回転角 ρ_A に対する水平荷重 H が得られると柱曲線をさらに微小部材回転角だけ水平移動させ、前段階での収束値 m_A および m_B を前段階での柱 A, B の柱曲線上にプロットした点を結んだ直線と新たな柱 A, B の柱曲線との交点を第1近似値として④～⑧を繰り返す。

この手順により、必要な水平荷重強度または部材回転角まで変断面不等脚門型ラーメンの水平荷重 H と部材回転角 ρ_A の関係を得ることができる。

4. 数値計算例

数値計算には降伏ひずみとして $\epsilon_y = 0.0012$ を用い、計算例はすべて無次元表示した。

(1) 最適変断面柱部材

図-11 柱の最大強度曲線 ($\beta=1.0$)

変断面門型ラーメンの変断面柱の断面決定には、変断面柱を基準断面を有する等断面柱に換算して各断面力を求め、得られた断面力より断面決定を行い、変断面部材としての応力の検討を行う例がしばしば見受けられる。このように断面力と基準断面が与えられて、小さな鋼重で大きい強度を得るような断面変化を決定する場合に以下に示す図-10および11を用いるのが有効である。

図は同一長さの柱に対して鋼重がほぼ等しくなるように基準断面として部材中点の断面を用いている。与えられた基準断面に対する細長比を有し、 α および β が一定の変断面柱について前節で述べた計算法により最大材端曲げモーメントの値を求めることができる。同様に他の軸圧縮力に対しても、同一の細長比、同一の α および β に対して最大材端曲げモーメントを求め、無次元化された軸圧縮力を縦軸に、無次元化された最大材端曲げモーメントを横軸にとってプロットすると一定の α および β に対する最大強度の相関曲線を得ることができる。同一の細長比に対して他の α および β に対しても同様の相関曲線を得ることができ、この相関曲線群の包絡線が与えられた基準断面に対する細長比の最適断面形状を決定する軸圧縮力と最大材端曲げモーメントの相関曲線である。

図-10は断面変化に対する定数 α と β が等しい場合の最適断面変化の相関曲線を示したもので、縦軸は基準断面の降伏軸力で無次元化表示した軸力比を、横軸は基準断面の全塑性モーメントで無次元化表示した曲げモーメント比を示す。基準断面に対する細長比(h/r_x)₀を20, 40, 60, 80, 100および120の6種類に対して、 $\alpha=\beta=1.0, 1.2, 1.4, 1.6$ および1.8の5種類の断面変化の相関曲線が示されている。なお細い実線は等断面柱の最大強度曲線を示す。図より、基準断面の降伏軸力に対する軸力比(または全塑性モーメントに対する曲げモーメント比)と基準断面の細長比が与えられると、最も大きい曲げモーメント(または軸圧縮力)を得る断面変化に対する定数 α および β を得ることができる。

図-11はフランジ幅が一定($\beta=1.0$)で、断面の高さのみが変化する場合の最適断面に対する相関曲線を示し、基準断面に対する細長比を20, 40, 60, 80, 100および120の6種類に対して、 $\alpha=1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$ および2.0の6種類の断面変化の相関曲線を示している。

図-10および11より、軸力比の大きい場合は断面変化の小さい変断面柱に、軸力比の小さい場合は断面変化の大きい変断面柱を用いた方が大きい強度が得られることを示している。

(2) 変断面門型ラーメンの解析例

図-7に示すような変断面不等脚門型ラーメンに、一

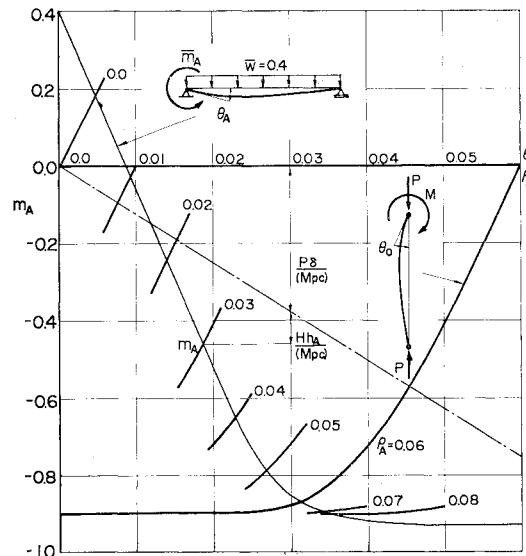


図-12 肘掛ラーメンの解析ノモグラム

定等分布荷重 w と両節点に一定の鉛直集中荷重 W が作用し、節点Aに漸増水平集中荷重 H が作用する場合の水平荷重 H と節点Aの水平変位 δ の関係を求める。

以下に示す解析例はすべてはりの全塑性モーメントと柱の基準断面の全塑性モーメントが等しく、柱に作用する軸圧縮力は基準断面の降伏軸圧縮力の0.2倍とし、柱Aとはりの細長比を60とした。また、荷重-変形曲線の縦軸は無次元表示した水平荷重 $hAH/(M_{pc})_A$ を、横軸は無次元表示した水平変位 δ/h_A を示し、図中の細い実線は2次弾塑性解析および2次剛塑性解析による値を、太い実線は $\alpha=\beta=1.6$ 注)の変断面柱を有する場合の、破線は等断面柱を有する場合のノモグラムによる解析結果を示している。

柱Bの長さ h_B を無限大にすると門型ラーメンは肘掛ラーメンとなる。この場合の解析法を図-12に示す。図中、細い実線は等分布荷重強度が $\bar{w}=0.4$ で点Bがヒンジの場合はり曲線を、太い実線は柱曲線を0.01の間隔で水平移動させたものを示す。この2つの曲線の交点は柱の各部材回転角に対する節点Aにおける曲げモーメントのつり合い条件およびたわみ角の連続条件を満足する。したがって、この交点の曲げモーメントを m_A とすれば、せん断力のつり合い条件より、無次元化表示した水平荷重は $hAH(M_{pc})_A=m_A-P\delta/M_{pc}$ として与えられる。図中的一点鎖線は横軸に柱の部材回転角 $\rho=\delta/h_A$ をとった場合の $P\rho/(M_{pc})_A$ の値を示している。

図-13はこのようにして得られた等分布荷重強度 \bar{w}

注) $(P/P_y)_0=0.2$ および $(h/r_x)_0=60$ の場合の最適断面変化の定数は図-11より $\alpha=\beta=1.6$ を得る。

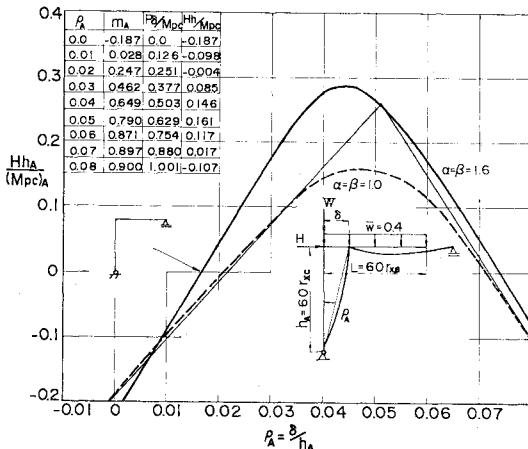


図-13 変断面肘掛ラーメンの荷重・変形曲線

=0.4 に対する変断面肘掛ラーメンの荷重-変形曲線を示す。図中、左上の表は図-12 のノモグラムにより得られた柱の部材回転角 ρ_A に対する m_A , $P\delta/(M_{pc})_A$ および $hH/(M_{pc})_A$ の値を示す。また、荷重-変形曲線と $hAH/(M_{pc})_A=0$ と交わる点の水平変位は鉛直荷重のみによるつり合い点を、 $\delta/h_A=0$ と交わる点の水平荷重は点Bの水平変位が拘束されたピン支持の場合のつり合い点と一致し、この場合の $hAH/(M_{pc})_A$ の値はピン支持点の水平反力を一致する。

図-15 は等分布荷重強度 $w=0.8$ が作用する場合の変断面等脚門型ラーメンの荷重-変形曲線を示したもので、2次弾塑性解析において生じた塑性ヒンジの位置を図中の黒丸で示した。図より、柱を変断面とすれば門型ラーメンの最大強度は等断面の場合に比して大きく増加することがわかる。また、この計算例では変断面とすることにより、柱に塑性ヒンジが生じなくなるが、柱を変

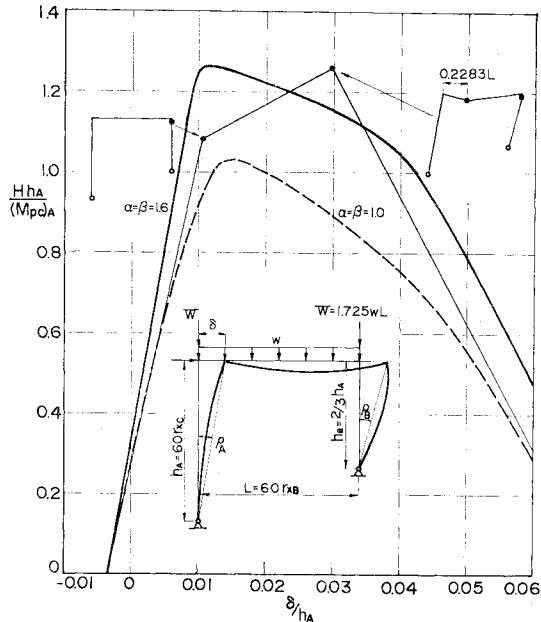


図-15 変断面不等脚門型ラーメンの荷重・変形曲線

表-1 変断面不等脚門型ラーメンの m 値の収束例
($P/P_y)_0=0.2$, $(M_{pc})_A=(M_{pc})_B$

No.	m_A	m_B	θ_A	θ_B	$m_{A'}$	$m_{B'}$	$Hh_A/(M_{pc})_A$ $=1.5m_B$ $-m_A-\alpha\rho_A$
1	0.389	0.330	0.0053	0.0059	0.425	0.273	$\rho_A=-0.002$
2	0.407	0.302	0.0052	0.0062	0.413	0.300	
3	0.413	0.301	0.0051	0.0061	0.413	0.290	0.444-0.413 +0.063 =0.094
4	0.413	0.296					
1	0.260	0.597	0.0052	0.0015	0.185	0.413	$\rho_A=0.002$
2	0.223	0.505	0.0068	0.0037	0.278	0.613	
3	0.251	0.559	0.0057	0.0025	0.213	0.506	
4	0.232	0.533	0.0064	0.0032	0.253	0.567	
5	0.243	0.550	0.0059	0.0028	0.230	0.533	$0.822-0.240$
6	0.237	0.542	0.0062	0.0030	0.243	0.553	-0.063 =0.519
7	0.240	0.548					
1	0.093	0.827	0.0064	-0.0016	0.023	0.693	$\rho_A=0.006$

$$\alpha\rho_A = 31.432 \frac{P\delta}{(M_{pc})_A}$$

断面としてもラーメンの変形容量は等断面の場合とかわらないことがわかる。

図-15 は等分布荷重強度 $w=0.8$ の場合の変断面不等脚門型ラーメンの柱Bの長さを柱Aの長さの $2/3$ とした場合の荷重変形曲線を示す。破線で示される等断面柱を有する場合の荷重-変形曲線は柱Bに塑性ヒンジが生じた後、水平変位の増加とともにスパン中間に塑性ヒンジが生ずるが、このとき、柱Aにも塑性領域が広がっているため、最大荷重到達後水平変位の増加とともに

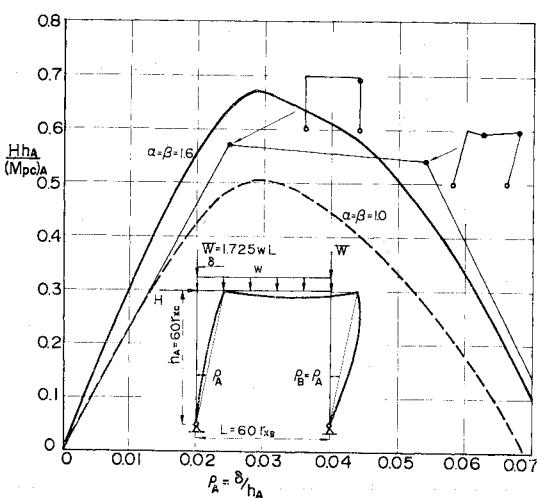


図-14 変断面等脚門型ラーメンの荷重・変形曲線

に水平荷重はなめらかに減少してゆく。変断面柱を用いた実線の場合は、はりの節点Bに塑性ヒンジが生じ、その後水平変位の増加とともにはりのスパン中間に塑性ヒンジが生ずるが、柱AおよびBともにまた弾性領域内にある。崩壊機構が生じた後、水平変位の増加とともに水平荷重は減少する。なお、表-1は図-15において実線で示した変断面門型ラーメンのノモグラムによる解析の収束例を示す。

5. 結 語

本研究においては、変断面柱脚を有する門型ラーメンの弾塑性挙動をノモグラムを用いて解析する方法を示した。変断面柱脚下端がピン構造の門型ラーメンを対象にはり上の等分布荷重と柱頭に作用する鉛直集中荷重を一定に保ち、柱頭に作用する集中水平荷重が漸増する場合の塑性領域の拡がりおよびPI効果を考慮したラーメンの変形挙動をラーメンのはりおよび柱の個々の変形挙動より、つり合い条件および適合条件を満足するように、ノモグラムを用いて求める方法を示した。合わせて変断面の経済的断面変化について述べ、2, 3の変断面柱脚を有するラーメンのノモグラムを用いた解析例を示した。

同一の荷重条件のもとで許容応力度設計法により設計された構造物でも、それらの非弾性挙動および終局耐荷力は個々に異なることは当然予想されることである。より合理的とされる終局強度設計法を土木構造物に適用するにあたっては、これまで許容応力度設計された構造物の非弾性挙動を知るとともに、これから許容応力度設計される構造物についてもその非弾性挙動の検討をするなどの地道な資料の集積が必要であると思われる。この意味において、これまでほとんど検討されたことのない変断面門型ラーメンの非弾性挙動をノモグラムにより誰でも容易に求められる方法を提案した。本解法は、はり曲線および柱曲線が求められておれば、任意の変断面はり、柱および境界条件を有する門型ラーメンに適用が可能である。さらに、1層多スパンラーメンおよび多層多スパンラーメンへの適用も目下検討中である。

本研究の数値計算にあたっては金沢工業大学計算機センターの電子計算機 IBM 370-158 を用いた。

用いた記号

- A, A_0 : H形断面の断面積、基準断面の断面積
- b, b_0 : H形断面のフランジ幅、基準断面のフランジ幅
- d, d_0 : H形断面の部材高さ、基準断面の部材高さ
- d_w : H形断面のウェブ高さ
- f : 断面の形状係数
- H : 水平集中荷重

- h, h_A, h_B : 柱の長さ、柱 A, B の長さ
- k : $(d/b) \cdot (d/d_w)$
- L : はりの長さ
- M : 曲げモーメント
- M_p : 全塑性モーメント
- $(M_{pb}), (M_{pc})_A, (M_{pc})_B$: はりの全塑性モーメント、柱 A, B の基準断面での全塑性モーメント
- m_A, m_B : 柱 A の基準断面での全塑性モーメントで無次元化した点 A および B の曲げモーメント
- \bar{m}_A, \bar{m}_B : はりの全塑性モーメントで無次元化した点 A および B の曲げモーメント
- P, P_A, P_B : 軸方向圧縮力、柱 A, B の軸方向圧縮力
- P_y : 降伏軸圧縮力
- r_x : 強軸まわりの断面 2 次半径
- W : 節点 A, B に作用する鉛直集中荷重
- w, \bar{w} : 等分布荷重強度、無次元化した等分布荷重強度
- Z, Z_0 : 塑性断面係数、基準断面での塑性断面係数
- α, β : 変断面柱の太い端と細い端の断面の高さの比、フランジ幅の比
- γ_a, γ_z : 断面積、塑性断面係数の補正係数
- γ_{a0}, γ_{z0} : 基準断面における断面積、塑性断面係数の補正係数
- δ : ラーメン頂部の水平方向変位
- ϵ_y : 降伏ひずみ
- ξL : はり部材の z 座標
- θ_A, θ_B : 節点 A, B での節点回転角
- $\bar{\theta}_A, \bar{\theta}_B$: $\theta_A/(2\epsilon_y \cdot f \cdot r_x/d \cdot L/r_x)$, $\theta_B/(2\epsilon_y \cdot f \cdot r_x/d \cdot L/r_x)$
- θ_{AC}, θ_{BD} : 節点 A, B における柱 A, B の接線回転角
- ρ_A, ρ_B : 柱 A, B の部材回転角
- σ_{rc}, σ_{rt} : 圧縮、引張残留応力の大きさ
- σ_y : 降伏応力度
- φ : 曲率
- φ_y : 降伏曲率

参考文献

- 1) 福本勝士・西野文雄訳：鋼構造部材と骨組-強度と設計、第6章、丸善、1970年。
- 2) Levi, V., Driscoll, G.C. Jr. and Lu, L.W.: Analysis of Restrained Columns Permitted to Sway, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST 1, Feb., 1967, pp. 87~108.
- 3) 吉田博・西田進：変断面 H 形鋼柱の強度と変形、土木学会論文報告集、No. 220, pp. 17~27, 1973年12月。
- 4) 福本勝士・大森和実：吊橋タワーの静的挙動に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、No. 224, pp. 13~21, 1974年4月。
- 5) 上田幸雄・赤松毅人・近江義夫：マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析（その2）、日本造船学会論文報告集、No. 126, pp. 253~262, 1969年。

- 6) 児島弘行・平尾 潔：平面剛滑節構造物の一自動極限解析，土木学会論文報告集，No. 218, pp. 19~30, 1973年10月。
- 7) 藤田 讓・大坪英臣・湯原哲夫：構造物の極限設計（その10）—高軸力を受ける平面フレーム構造の大撓み弾塑性問題の一解法，日本造船学会論文報告集，No. 126, pp. 275~283, 1969年。
- 8) 堀井健一郎・川原睦人：有限変形を考慮した平面骨組構造の弾塑性解析法，土木学会論文報告集，No. 169, pp. 21~29, 1969年9月。
- 9) 牧野 稔：水平力を受ける鉄骨ラーメンの変形性状に関する一考察，日本建築学会論文報告集，No. 86, pp. 24~27, 1963年6月。
- 10) 坂本 順・宮村篤典：鋼構造骨組の弾塑性域における変形と安定性に関する考察（第I報），（第II報），日本建築学会論文報告集，No. 110, pp. 1~7, No. 113, 1965年4月, pp. 7~11, 1965年7月。
- 11) Chu, K.H. and Pabarcius, A. : Elastic and Inelastic Buckling of Portal Frames, Proc. of ASCE, Vol. 90, No. EM 5, Oct., 1964, pp. 221~249.
- 12) Yura, J. and Galambos, T.V. : Strength of Single-Story Steel Frames, Proc. of ASCE, Vol. 91, No. ST 5, Oct., 1965, pp. 81~101.
- 13) 岩林 実・松井千秋：鉄骨ラーメンの弾塑性安定に関する実験的研究（その1）—矩形断面部材より成る門形ラーメン，日本建築学会論文報告集，No. 192, pp. 11~22, 1972年2月。
- 14) Ojalvo, M. and Lu, L.W. : Analysis of Frames Loaded into Plastic Range, Proc. of ASCE, Vol. 87, No. EM 4, Aug., 1961, pp. 35~48.
- 15) Lehigh Univ. : Plastic Design of Multi-Story Frames, Lecture Notes, Fritz Engineering Laboratory Report, No. 273.20, 1965.
- 16) Yoshida, H. and Nishida, S. : Lateral Torsional Properties of Wide-Flange Sections with Residual Stresses, Mem. Fac. Tec., Kanazawa Univ., Vol. 6, No. 3, 1971.
- 17) Ojalvo, M. and Fukumoto, Y. : Nomographs for Solution of Beam-Column Problems, WRC Bulletin, No. 78, June, 1962.
- 18) 草間孝志：偏心軸圧縮柱の荷重・変形性状に与えるひずみ硬化の影響，土木学会論文報告集，No. 184, pp. 1~10, 1970年12月。

(1975.12.12・受付)