

コンクリート杭の打撃応力について ON THE DRIVING STRESS OF CONCRETE PILES

岡 田 清*・久 良 喜 代 彦**
By Kiyoshi OKADA and Kiyohiko KURŌ

1. まえがき

杭の打撃工法は最近公害の点で大都市では制限されてきているが、非打撃杭は支持力確保の点で不安が持たれていることもある。多くの杭は事情の許す範囲で打撃または（プレボーリング）と（打撃）の併用工法が行われている。最近では従来の R C 杭、P C 杭に続いて高強度杭が開発され、杭体の打撃耐力については以前より問題が少なくなってきた。しかし、打撃応力波の発生・伝播の状況、またはそれが杭体の破損におよぼす影響等については未知の点が数多く残されている。

杭打ち解析は元来、応力波の発生・伝播の問題であり、打撃応力の推定は当然応力波の理論によらなければならぬ。従来あったエネルギー一つり合いによる方法（エネルギー一つり合い式、および杭の動的支持力公式による方法）は一種の経験式である吉成誘導式を除いては適用性はよくないとされている。

応力波理論を実際の杭打ちに適用すると複雑になるので計算を簡単にするために多かれ少なかれ仮定をもうけて解法を単純化することが行われてきた。その中で Hirsch の解法および図式解法は応力波理論におおむね忠実なものである。一方、波動方程式は現在最も多く用いられているものであるが解法の著しい単純化の結果、むしろ一種の経験式と見做すべきものとなっている。

電子計算機の使用を前提として開発された Smith¹⁾ の弾性波理論による杭打ち解析法はその計算プログラムの中に数多くの変数を包含していて、打撃応力波の発生・伝播の状況、および杭の挙動を最も忠実に追跡することができる。そのために従来の打撃応力推定式、杭の動的支持力公式等の適用性について検討する場合のよりどころとなり得るものと思われる。

しかし、Smith 解法の中で用いられる変数の中には、打撃効率、クッションのばね定数、地盤抵抗のように評価の困難なものがあり検討の余地が残されている。

本研究の目的は次の通りである。

- i) 杭打ちの計測例および衝撃実験のデータと比較することにより杭頭応力推定上の諸問題について考察する。
- ii) Smith 解法の適用性について検討を加える。
- iii) 各種の打撃応力推定式について検討する。

2. Smith の解法

杭打ち解析法として Smith が提案した方法の概要是次のようにある。

(1) 記号

以下の解析に用いる記号は次の通りとする。

A_m : 断面積 (cm²)

$C_m(t)$: ばねの圧縮量 (cm)

$D_m(t)$: 変位量 (cm)

$D_m'(t)$: 土の塑性変位量 (cm)

e_1, e_2 : キャップブロックおよびクッションの反撃係数

e : 打撃効率

$F_m(t)$: ばねに作用する力 (kg)

g : 重力の加速度 (cm/sec²)

J_m : 減衰係数 (sec/cm)

K_m : ばね定数 (kg/cm)

K_m' : 土のばね定数 (kg/cm)

m : 系列の各部分を表わす一般の添字

t : 各時間間隔に付した番号

p : 杭先端部を表わす添字

Q : 土の最大弾性変位量 (cm)

R_m : 地盤の抵抗 (kg)

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 兵工業高等専門学校教授 土木工学科

R_{um} ：地盤の極限抵抗 (kg)

ΔT ：時間間隔の長さ (sec)

$V_m(t)$ ：速度 (cm/sec)

W_m ：重量 (kg)

$C_m(t), D_m(t), \dots$ の () は時間の関数であることを示す。

(2) 基本方程式

弾性理論によると弾性体を伝播する応力波の挙動は次の波动方程式で表わされる。

$$\frac{W}{g} \cdot \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K \cdot \frac{\partial D}{\partial x} \right) = -R \quad \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 W ：重量、 D ：変位量、 R ：外部抵抗、 K ：ばね定数

Smith は式 (1) を直接解く代りに、これと同値の関係にある次の方程式群 (2)～(5) を解く数値解析法を開発した。まず、ハンマー、クッション、杭、地盤の系列を図-1 に示すように、重量をばねで連ねた形に表現し、一方、衝撃が作用した時間を短い時間間隔 ΔT に分割する。この時、系列の任意の部分 m の時間間隔 ΔT の間の挙動は次の方程式群で表わされる。

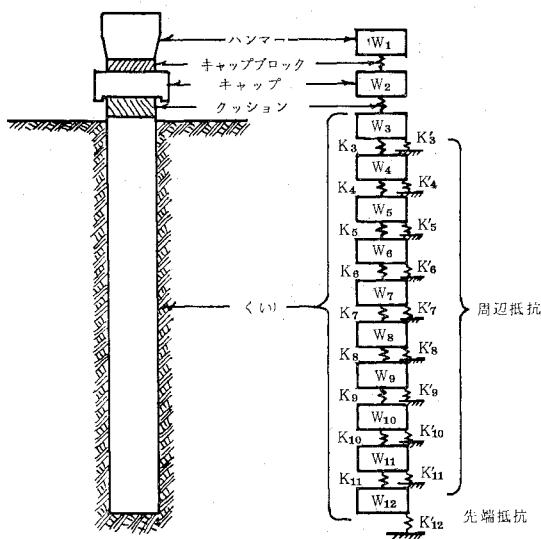
$$\left\{ \begin{array}{l} D_m(t) = D_m(t-1) + V_m(t-1) \cdot \Delta T \\ C_m(t) = D_m(t) - D_{m+1}(t) \end{array} \right. \dots \dots \dots (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_m(t) = C_m(t) \cdot K_m \\ V_m(t) = V_m(t-1) + \{F_{m-1}(t) - F_m(t)\} \end{array} \right. \dots \dots \dots (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_m(t) = V_m(t-1) + \{F_{m-1}(t) - F_m(t)\} \\ - R_m(t) \cdot \Delta T \cdot g / W_m \end{array} \right. \dots \dots \dots (4)$$

$$\left. \begin{array}{l} V_m(t) = V_m(t-1) + \{F_{m-1}(t) - F_m(t)\} \\ - R_m(t) \cdot \Delta T \cdot g / W_m \end{array} \right. \dots \dots \dots (5)$$

初期条件として衝撃速度 $V_1(0)$ を与え、地盤の極限抵抗 R_{um} を適当に仮定し、系列の各部分 m ごとに上記の基本方程式を上から順に解いてゆく。これらの演算



(A) 実際のくい

(B) 理想化されたくい

図-1 計算目的のために理想化された杭

を各時間間隔 ΔT ごとに反覆繰り返すことにより系列各部の変位量 $D_m(t)$ 、力 $F_m(t)$ 、速度 $V_m(t)$ を求めることができる。

(3) 付加条件

クッション、地盤などの非弾性的性質に対しては上記の基本方程式に次に述べるような付加条件または補正を加えればよい。

a) クッションに対する補正

クッションの力-変位曲線を図-2 のように仮定し、クッションを表わすばね力 F_2 を上述の式 (4) の代りに次式で表わす。

$C_2(t) \geq C_{2\max}$ のとき

$$F_2(t) = K_2 \cdot C_2(t), \quad C_{2\max} = C_2(t)$$

$C_2(t) < C_{2\max}$ のとき

$$F_2(t) = K_2 \cdot (C_2(t) - C_{2\max}) / e_2^2 + K_2 \cdot C_{2\max}$$

ただし、 $F_2(t) < 0$ のとき $F_2(t) = 0$

.....(4)'

ここで、クッションのばね定数 K_2 は次式で与えられる。

$$K_2 = A_c \cdot E_c / l_c = A_c \cdot S_c \quad \dots \dots \dots (6)$$

A_c 、 l_c 、 E_c 、 S_c はそれぞれクッションの断面積 (cm^2)、厚さ (cm)、弾性係数 (kg/cm^2)、スチフネス係数 ($\text{kg}/\text{cm}^2/\text{cm}$) である。

キャップブロックの取り扱いもこれと同様にする。つまり式 (4)' で添字 2 を 1 で置き換えるべき。

b) 地盤に対する補正

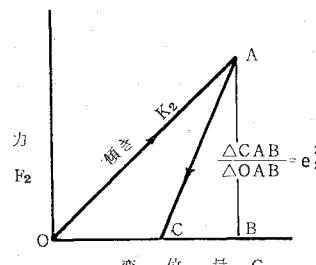


図-2 クッションの力-変位図

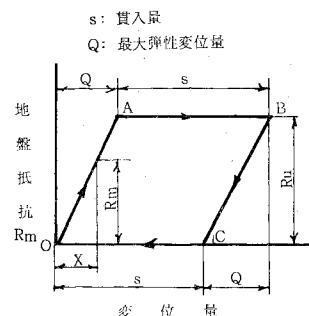


図-3 地盤抵抗-変位図

地盤の抵抗と変位との関係を図-3のように仮定すれば、地盤が弾性的に X だけ変位したときの地盤抵抗は

$$R_m(t) = K_{m'} \cdot X = K_{m'} \cdot \{D_m(t) - D_m'(t)\}$$

これに、時間的要素を考慮するために速度に比例する付加抵抗 $J_m \cdot V_m(t) \cdot R_m(t)$ を加算し、衝撃時の地盤抵抗を次式で表わす。

$$R_m(t) = K_{m'} \cdot \{D_m(t) - D_m'(t)\} \\ \cdot \{1 + J_m \cdot V_m(t)\} \quad \dots \dots \dots (7)$$

c) その他の補正

Smith は上記のほかに必要があれば次の項目についても補正することを推奨している。i) 重錐の弾性、ii) 杭の自重、iii) ディーゼル・ハンマーの爆発力、iv) 杭体の内部摩擦。

この中で i), ii), iii) の各項目の計算結果における効果は、普通の場合には無視できることが知られている。iv) の内部摩擦について考慮する必要がある場合には、上記の式(4)の代りに次式を用いる。

$$F_m(t) = K_m \cdot C_m(t) + B \cdot K_m \{C_m(t) \\ - C_m(t-1)\} / \Delta T \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 $m=3, 4, \dots, p-1$

B は杭体の内部摩擦係数(sec)

(4) 適用例

上記解法を杭打ち実験²⁾（建設省補助金）の一部に適用してみると次のようである。供試杭の概要は長さ 13 m、外径 350 mm、肉厚 60 mm、鉄筋量 $\phi 13 \text{ mm} \times 11$ 本、重量 1820 kg、コンクリートの弾性係数 $3.5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ 、コンクリートの圧縮強度 486 kg/cm^2 であり、この供試杭を図-4 に示す実験地盤にドロップハンマー

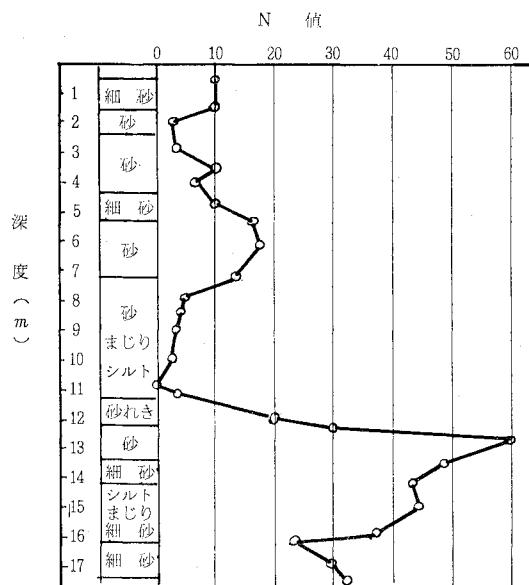


図-4 実験地盤の土質柱状図

$W_1=2 \text{ t}$, 落高 $h=2 \text{ m}$ で打ち込んだ場合を取り扱う。計算に次の諸定数を用いた。杭長を 10 分割し、1 分割長 $l=130 \text{ cm}$ 、ばね定数 $K_1=3.0 \times 10^5 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ (キャップロック), $K_2=A_c \cdot E_c/l_c=960 \times 1900/15=1.216 \times 10^5 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ (松板合板 15 cm 厚のクッション), $K_3=K_4=\dots=K_{11}=\frac{546 \times 3.5 \times 10^5}{130}=1.47 \times 10^6 \text{ kg}\cdot\text{cm}$ (杭コンクリート), 打撃効率は $e=0.8$ 、したがってドロップハンマーの初打撃速度は $v=\sqrt{2gh}= \sqrt{2 \times 980 \times 200} \times 0.8=560 \text{ cm/sec}$, 反撃係数は $e_1=0.8$ (キャップロック), $e_2=0.5$ (クッション) に仮定し、時間間隔 ΔT 、地盤の非弾性的性質を示す定数すなわち、土の最大弾性変位量 Q 、減衰係数 J_m , J_p については Smith の提案値をとり $\Delta T=0.00025 \text{ sec}$, $Q=0.25 \text{ cm}$, $J_m=0.0$ ($m=3, 4, \dots, p-1$), $J_p=0.005 \text{ sec/cm}$ とした。また、杭周辺地盤の極限抵抗分布は杭長さ方向に一様な長方形分布とし、周辺抵抗 $R_{us}=R_{u1}+R_{u2}+\dots+R_{up}$ と先端抵抗 R_{up} との割合および地盤の極限抵抗 $R_u=R_{us}+R_{up}$ の大きさを種々にかえて計算を行い、杭頭応力と地盤極限抵抗との関係を求めるところである。

本実験では打止め時（深さ 12 m）における杭の貫入量は $s=6 \text{ mm}$ 、応力伝達率（杭先端最大応力と杭頭最大応力との比）は $\alpha=0.52$ であった。地盤抵抗分布を種々に仮定して計算を行い、この s および α を与えるものを求めると、 $R_u=150 \text{ t}$, $k=R_{up}/R_u=1/3$ となり、この場合、杭頭応力は $\sigma_h=316 \text{ kg/cm}^2$ となる。一方、実測値は $\sigma_h=256 \text{ kg/cm}^2$ と理論値よりやや低かった。

次に上述のような s や α の計測データがない場合において、杭頭応力を求めたいときは次のようにして抵抗分布を仮定することが考えられる。以下、杭打止め時に限定して考える。

i) R_{us} と R_{up} との割合 各方面の計測例を見ると、応力伝達率 α は大略 50~100% の範囲にあり、平均

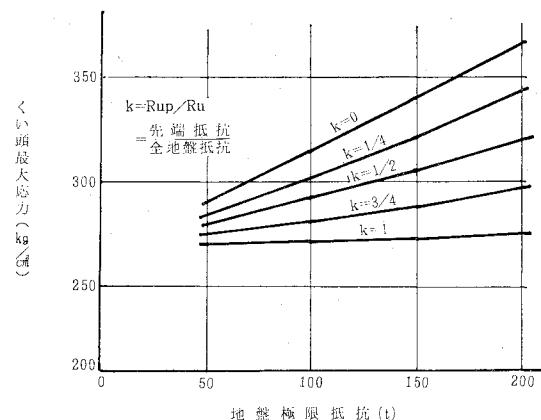


図-5 杭頭最大応力-地盤極限抵抗図

して 70% 程度である。一方、一様な周辺抵抗かつ $k=R_{up}/R_u=1/2$ としたときの応力伝達率 α の計算値は 75% 程度である。また後述するように、周辺抵抗の分布形は計算上ではあまり影響を与えない。したがって杭打ち止め時の抵抗分布としては、一様な周辺抵抗かつ $k=R_{up}/R_u=1/2$ と仮定して良いものと思われる。

ii) 全極限抵抗 R_u 上述の抵抗分布 $k=1/2$ を用い、打止め時の貫入量を $s=5 \text{ mm}$ と仮定すると、この s をもたらす極限抵抗 R_u を求めることができる。あるいは一つの目安としては

$$R_u = 40 \cdot N \cdot A_p (\text{ton}) \quad \dots \dots \dots (9)$$

(N: 杭先端地盤 N 値, A_p : 杭先端断面積(m^2)で $N=40$ と仮定することも考えられる。

式(9)を用いると本実験の場合、 $R_u=153.6 \text{ t}$ となり、さらに $k=R_{up}/R_u=1/2$ と仮定すると $\sigma_h=305 \text{ kg/cm}^2$ をうる。

3. 杭頭応力に対する検討

(1) 杭の破損

杭の打ち込み中に生ずる破損のおもなものは

- i) 杭頭部の圧縮破壊
- ii) 杭中間部の引張破壊、曲げ破壊
- iii) 杭先端部のシェーによる杭体の押抜きせん断、縦割れ

などである。

ここではこの中で最も多く生ずる杭頭部の圧壊についてのみ考えると、杭頭部の圧壊については偏打によるものと過大応力によるものがある。

普通の打撃の場合にも、杭頭面の各部分について打撃ひずみは一様ではなく、その最大ひずみ ϵ_{max} は平均ひずみ $\bar{\epsilon}$ の $1.1 \sim 1.2$ 倍になっていることが多い。特に杭の建込み不良、継手部の施工の不完全、地層の傾斜などによって杭が傾斜して打ち込まれる場合には杭頭面には部分的に著しく大きなひずみを生じ、 $\epsilon_{max}/\bar{\epsilon}$ は 1.5 倍にも達する。杭頭面には次節で述べるように、杭頭近傍（通常杭頭から $50 \text{ cm} \sim 1 \text{ m}$ ）で計測される応力よりも大きな応力が生じておらず、さらに偏打を考慮に入れるとき、杭頭面に局部的にせよコンクリートの圧縮強度に近い応力が生じているものと思われる。このように高い応力段階で反覆打撃が加えられると残留ひずみの累積によって静的圧縮強度より低い応力度で圧縮破壊が生ずることになる³⁾。この点から建築基礎構造設計規準の解説では打撃応力の許容限界は静的圧縮強度の 65% 程度にすべきであるとしている。また、これと同じ考え方から JIS A 7201 の遠心力コンクリート杭の施工標準の解説では打

撃応力は R C, P C, 高強度 P C 杭ではそれぞれ 280, 330, 540 kg/cm² を越えないようにするのがよいとしている。

(2) 杭頭近傍の打撃応力

杭打ちのとき、杭頭にはかなり大きな応力が生じており、この高い応力は杭頭近傍で急速に減衰するという報告がなされている^{4), 5)}。

次に述べる実験⁶⁾はこれを裏づけるものである。図-6 のように直径 20 mm, 長さ 100 cm のモルタル棒にガス圧式発射装置で直径 16.4 mm, 長さ 5 cm の鋼棒を発射させて衝撃を与え（衝撃速度 10~20 m/sec），棒頭から 10 cm, 70 cm (ゲージ A, B) のところの軸方向ひずみを観測し、同一打撃条件における測定値の平均値の分布を求めるところである。棒頭にはゲージ A におけるひずみよりもかなり大きなひずみが発生しているものと思われるので参考のために棒頭ひずみの理論値を図の中に記した。これを見ると、棒頭のひずみが大きい場合ほど、減衰の度合が大きくなっていることなどが推論される。「あるひずみ段階以上の応力波はその段階のひずみになるまで急速に（比較的短距離の間に）減衰するが、それより後は、ごくわずかな割合でしか減衰しない」。

打撃応力の計測の場合、杭頭付近の計測位置は通常杭頭から 50~100 cm のところにあり、また、一般に打撃

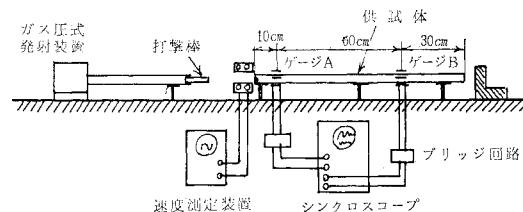


図-6 ガス圧式衝撃装置

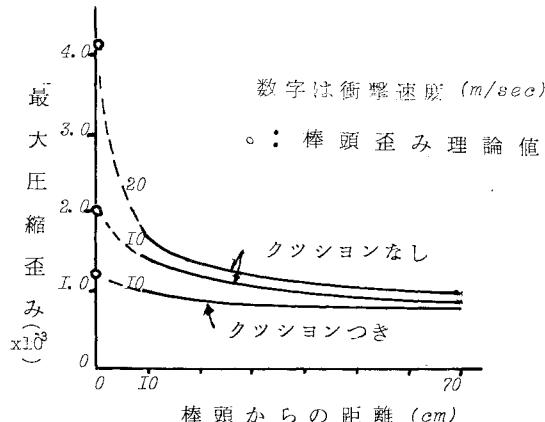


図-7 圧縮波の減衰状況

速度は上記実験の場合より小さいけれども応力波が杭頭からこの位置に至るまではやはり減衰のかなりの部分が終了していると考えられる。したがって杭頭に発生している応力は計測応力より上まわっているものと思われる。

(3) 杭頭応力の計測例

各方面で行われた杭打ち止め時の杭頭応力計測例^{2), 5), 7)~11)}をまとめて Smith 解と比較すると、図-8 のようになる。ここで各計測例では落高 $h(\text{cm})$ がまちまちなので落高 200 cm の場合に換算している。すなわち、計測応力 σ に $\sqrt{200/h}$ を乗じたものを換算応力とした。一方、計算値においては打撃効率を $e=0.8$ 、クッションのスチフネス係数 S を大きく 125, 250, 500 kg/cm²/cm の 3 段階に分け、それぞれ soft, medium, hard cushion として区別して求めてある。なおクッションの断面積は便宜上、杭直径を直徑とする円の面積に等しくとっている。これは杭断面積が大きい場合には実際のクッション断面積より大きく仮定することになり、したがって大きなスチフネス係数をもたらすことになる。図-8を見ると理論解は一般に実測値よりもかなり高い値を示している。この理由は一つには上述のように杭頭における高ひずみ圧縮波の減衰ということのほか、後述するようにハンマー、クッション、杭頭間の不連続面におけるエネルギー損失に基づくものと思われる。

4. 打撃エネルギーの損失および適正なハンマー容量について

(1) Enthru (杭頭伝達エネルギー)

打撃エネルギーの中で、杭頭に伝達されるエネルギーは Housel ら¹²⁾によって Enthru と名づけられている。Housel らは大がかりな杭打ち実験を行い各種ハンマー

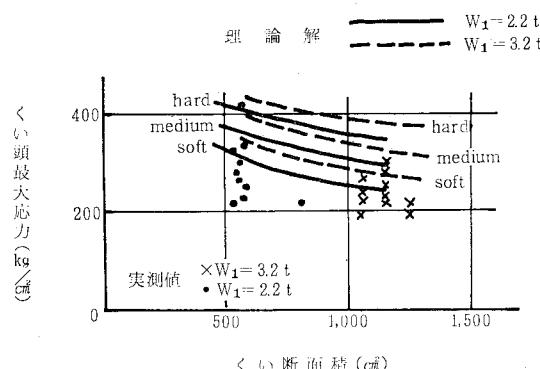


図-8 杭頭最大応力の実測値と理論解

の Enthru は公称打撃エネルギーの 25~60% の範囲にあったと報告しているが、このように大きな損失の原因の主なものは次の (i), (ii), (iii) のようなものが考えられる。

(i) ディーゼル・ハンマーにおける空気圧縮による損失

ディーゼル・ハンマーではラムはシリンダー内の空気を圧縮しながら落下するため、ラムがピストン上面に衝突するときの速度は自由落下を続けた場合に比して減少している。これにつき Hirsch ら¹³⁾は衝撃速度 V_1 は近似的に排気孔通過時の速度に等しいとしている。すなわち

$$V_1 = \sqrt{2g(h-d)} = \sqrt{2g \cdot h \cdot e}$$

ただし

$$e = (h-d)/h$$

ここに、 h : 落高, d : 排気孔とピストン上面との距離

Delmag 12 型, 22 型ディーゼル・ハンマーでは $h=200 \text{ cm}$ のとき、 e はおおよそ 0.8 程度である。実際に V_1 はこれより小さくなるものと思われるが、杭頭にはシリンダー内で圧縮された空気の圧力(約 30 気圧)も伝達されるので、これを加算すると、ディーゼル・ハンマーの打撃効率の上限を $e=0.8$ とするのは妥当と思われる。

(ii) 不連続面におけるエネルギーの損失

打撃力の低下について調査するために次のような実験を行った¹⁴⁾。直径 2 cm, 長さ 100 cm の鋼棒を応力棒とし、その上に断面積 1.58 cm², 長さ 10 cm の鋼管を置き、その上から直径 2 cm, 長さ 25 cm の鋼棒を落下させた。鋼管と応力棒の端面の間の接触が良好な場合には Enthru は打撃エネルギーの 84% であったが、良好でない場合には、52~56% であった。

さらに後述するクッションに関する模型実験の際にも不連続面におけるエネルギー損失が認められた。

(iii) クッションの効果

これについては次節 5. でのべる。

(2) ハンマー容量

杭頭応力はハンマー落高の平方根におおよそ比例する。一方、ハンマー重量を増加させても杭頭応力は大きくなる。打撃応力を許容限界内におさえながら、所要の貫入量を得るためにには、杭の大きさに応じてハンマー容量を変える必要がある。PC 杭 (JIS A 5335 のプレテーション杭) の大きさとそれに対して適正な容量を持つディーゼル・ハンマーとの関係を求める表-1 のようになる。これはハンマー落高 $h=200 \text{ cm}$, 打撃効率 $e=0.8$, クッションのスチフネス係数 $S_c=125 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$ (soft なクッションに相当する), 地盤極限抵抗 $R_u=40 \cdot N \cdot A_p(\text{ton})$, $R_{up}=1/2 \cdot R_u$ とし、次の 2 条件をみた

表-1 ハンマーの選定

杭外径 (mm)	杭厚さ (mm)	ハンマー重量 (kg)	地盤抵抗 (t)	杭頭応力 (kg/cm ²)	貫入量 (mm)
300	60	1 250	113	262	5.2
		2 200	113	320	12.0
350	65	1 250	154	243	2.9
		2 200	154	294	7.4
400	75	2 200	201	269	5.0
		3 200	201	313	8.6
450	80	2 200	255	255	3.3
		3 200	255	289	6.1
		4 000	255	309	8.5
500	90	3 200	314	268	4.4
		4 000	314	288	6.2
600	100	4 000	452	259	3.3

すように選んだものである。

i) 杭頭最大応力 $\sigma_{h\max} \leq 330 \text{ kg/cm}^2$

ii) 1打撃当たり貫入量 $s \geq 2.5 \text{ mm}$

この結果はこれまで経験的に決められていたものとおよそ一致する。

5. クッションの効果および動的特性

(1) クッションの効果

クッションは打撃応力を緩和して、杭およびハンマーを保護する役割を持つ。しかしクッションが軟らかすぎると Enthru は低下し杭の打ち込みは困難になる。クッションのばね定数が杭頭応力におよぼす影響はきわめて大きいが、その評価にはいくつかの困難な問題がある。クッションの劣化はその一つである。一般に打撃回数の増加につれてクッションは劣化して硬くなり、クッションのばね定数は増大する。**2.(4)** で述べた杭打ち実験の測定値の中で、クッションの取り換える前後の杭頭応力の変動を調べると表-2 のようになる。これは主として軟木のクッションの場合に見られることで、クッションを途中で交換しない場合には、打ち止め時にはばね定数は打ち初めの時の 2 倍にも達すると思われる。

(2) クッションの静的弾性係数と動的弾性係数

クッション効果を検討するためのモデル試験として 5 × 5 × 100 cm のモルタル角柱に異なった 3 種のクッションを置き、その上から重錐を落下させて縦衝撃を加え、柱頭から 10 cm のところ（断面 A）の応力波形を観測

表-2 クッションの取り換えによる σ_h の変動

取り換え前の応力 $\sigma_1 (\text{kg/cm}^2)$	取り換え後の応力 $\sigma_2 (\text{kg/cm}^2)$	σ_1/σ_2	取り換え時までの打撃回数
216	189	1.14	372
352	260	1.34	958
368	240	1.53	1 248

表-3 使用クッションの特性

材 料	断面積 (cm ²)	厚 さ (cm)	弾性係数 (kg/cm ²)	
			静 的	動 的
ま つ	25	4	1 900	2 350
か し	25	4	4 300	4 400
ナ イ ロ ン	25	2	8 100	3 800

表-4 $\sigma_{A\max}$ の実測値と理論解との比較

落 高 (cm)	重錐重量 (kg)	クッショ ン	$\sigma_{A\max} (\text{kg/cm}^2)$	
			実測 値	理 論 解
10	2.418	か し	21.3 (0.32)	33.8 (0.44)
		ま つ	14.4 (0.52)	23.3 (0.59)
		か し	24.4 (0.58)	40.1 (0.50)
	4.357	ま つ	22.1 (0.58)	28.1 (0.73)
		か し	47.1 (0.41)	67.7 (0.44)
		ナ イ ロ ン	43.3 (0.37)	46.7 (0.59)
40	2.418	か し	50.8 (0.26)	117.4 (0.17)
		ま つ	55.9 (0.45)	80.1 (0.50)
		ナ イ ロ ン	53.3 (0.44)	56.1 (0.73)
	4.357	か し	80.0 (0.32)	137.7 (0.22)
		ま つ		
		ナ イ ロ ン		

()内は立上り時間(μs)

した¹⁵⁾。使用したクッションの特性を表-3 に示す。クッションの弾性係数として静的弾性係数を用い、Smith 解法で A 断面の最大圧縮応力 σ_A を求めて実測値と比較すると表-4 のようになる。これで見ると、クッションが硬い場合には σ_A の実測値は理論値を大幅に下まわっており、その差は重錐重量が小さいほど、落高が小さいほど著しくなっている。これはクッションと杭との間に空隙があり、クッションが硬い場合には打撃時においてもこの空隙が充分埋められないためと考えられる。

次に Smith 解法で杭系列からクッション部分を取り除き、柱頭に上記断面 A の実測応力 $\sigma_A(t)$ と角柱の断面積 A_p との積 $F(t) = \sigma_A(t) \cdot A_p$ を作用させ、この場合について杭系列の挙動を解きハンマー変位を求める、これと柱頭変位の差からクッションの圧縮量の時間的変化が求められる。さらに上記の $F(t)$ とクッションの圧縮量の時間的変化からクッションの動的応力-ひずみ曲線が得られる。この曲線から割線係数として求められる弾性係数をここでは動的弾性係数とよぶことにし、本実験におけるその結果を表-3 に示す。動的弾性係数は静的弾性係数より大きいが、クッションが硬い場合には対動的弾性係数の方が小さくなっている。これはクッションが硬い場合には上述のようにクッションと杭との間に空隙があり、打撃時においても埋まりにくく、打撃エネルギーの伝達が阻害されるためと思われる。このよう

表-5 計測例から得られた動的弾性係数

計測例	クッション	落 高 <i>h</i> (cm)	打撃効率 <i>e</i>	動 的 弾性係数 (kg/cm ²)	動的スチフ ネス係数 (kg/cm ² /cm)
1 ^①	松 15 cm 厚	160	0.8	1760	117
			0.64	2054	137
2 ^②	杉 10 cm 厚	120	0.8	1640	164
			0.64	1840	184
3 ^③	かし 5 cm 厚	120	0.8	500	100
			0.64	624	125
4 ^④	かし 7 cm 厚	110	0.8	1550	220
			0.64	1870	267
5 ^⑤	かし 7 cm 厚	260	0.8	1430	204
			0.64	1670	238

^① 日本鋼管福山製鉄所建設工事^② ポール・パイプ協会筑波実験 (1974)

に動的弾性係数はクッションの動的特性だけではなく打撃時における杭系列各部の接触状況によって影響を受けることになる。

実際の杭打ちの場合について各方面の杭打ち実験^{2), 7)}から得られた杭頭応力実測波形を用いて、そこで使用されたクッションの動的弾性係数およびスチフネス係数を求めるとき、表-5 のようになる。この中で *e*=0.64 は不連続面におけるエネルギー損失を 20% と仮定した場合のものである。いずれにせよ、スチフネス係数はおおよそ 125~250 kg/cm²/cm の間にあり、スチフネス係数はクッションが硬い場合でも 250 kg/cm²/cm 程度として良いものと思われる。

(3) クッションの力学的モデル

前述のように Smith はクッションの力-変位図を図-2 のように仮定しており、これについては他のいくつかの力学的モデルと比較検討^{13), 16)}もされているが、現在のところ若干の問題はあるにしきる。図-2 のモデルが最も妥当なものと考えられている。その問題点の一つは次のようなものである。いま、上記 a. の実験で得られた σ_A の実測波形の一つについて、これと、クッション(松 4 cm 厚)の弾性係数として静的および動的弾性係数を用いて得られる理論波形とを比較すると図-9 のようになる。これで見ると動的弾性係数を用いた理論波形 b.

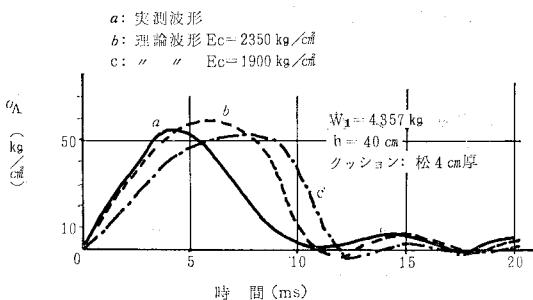


図-9 実測波形と理論波形との比較

は最大応力のところで overshoot している。一方、静的弾性係数を用いて得られた理論波形 c は立上り時間が長くなっている。これらを考えると打撃応力推定の立場からいえば、クッションが軟らかな場合には計算に用いる弾性係数としては、静的弾性係数を用いればよいと思われる。

6. 地盤抵抗の杭頭応力におよぼす影響

(1) 先端抵抗の影響

理論解では先に一例として示した図-5 にも見られるように、杭頭最大応力 σ_h は先端抵抗 R_{up} に無関係となっている¹⁷⁾。これは杭がある程度長い場合にいえることであって、杭頭を通過した応力波が杭先端まで伝播し、そこで反射して再び杭頭まで戻ってくる間に、応力波の立ち上がりの方は終了しているからである。

(2) 周辺抵抗の影響

周辺抵抗の影響については図-5 にも示されるように周辺抵抗を増加させると、杭頭応力は大きくなる。一方杭先端応力は減少する¹⁷⁾。Ripperger の行った実験¹⁸⁾はこれを裏づけている。

杭が余り長くない範囲では周辺抵抗の分布形状を長方形、三角形のいずれに仮定しても杭頭応力、応力伝達率の計算結果にはほとんど差がない¹⁷⁾。

打ち込み深度の増加とともに、杭頭応力のみならず各

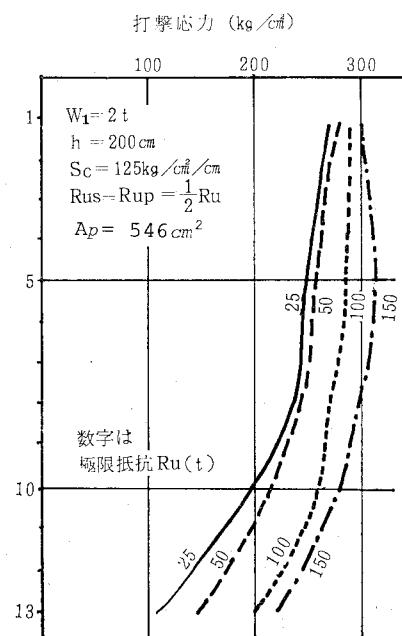


図-10 地盤抵抗と打撃応力との関係

断面の応力が増加することは一般に認められているところであるが、これは打撃回数の増加とともにクッションが劣化していくこともあるが、図-10 の解析例にも見られるように打ち込み深度の増加につれて周辺抵抗が大きくなることによるものと思われる。

7. 杭頭応力推定式

(1) 概要

本節では応力波理論による杭頭応力推定式、つまり図式解法、Hirsch の解法、波動方程式について検討することにする。なおここでは Hirsch、図式両解法をまとめて波動理論による解法とよぶことにする。

本節で共通に用いられる記号は次の通りである。

σ_p : 杭頭最大応力 (kg/cm^2), W_h : ハンマー重量 (kg), V : 衝撃速度 (cm/sec), h : ハンマー落高 (cm), e : 打撃効率, A_h , A_c , A_p : 断面積 (cm^2), l_k , t_c , l_p : 長さ (cm), E_h , E_c , E_p : 弾性係数 (kg/cm^2), r_h , r_c , r_p : 単位重量 (kg/cm^3), C_h , C_c , C_p : 応力波の伝播速度 (cm/sec)

ただし添字 h , c , p はそれぞれハンマー、クッション、杭を表わす。

(2) 波動理論による解法

a) 基本仮定

図式および Hirsch の解法を用いるにあたり次の仮定をもうける。

- i) クッションは弾性体である。
- ii) 杭は充分長く、杭頭応力は杭先端地盤の影響を受けない。
- iii) 杭周辺地盤抵抗の応力波におよぼす影響は無視できる。

b) 図式解法¹⁹⁾

図-11 で衝撃の瞬間に衝撃端面 I-I で発生し、ハンマーおよびクッション内部に伝播する応力波の大きさを

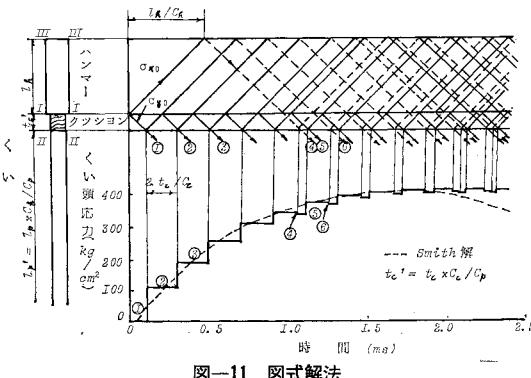


図-11 図式解法

それぞれ σ_{x_0} , σ_{y_0} とすると

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x_0} &= \frac{A_c \cdot \sqrt{E_c \cdot r_c}}{A_h \cdot \sqrt{E_h \cdot r_h} + A_c \cdot \sqrt{E_c \cdot r_c}} \cdot \sqrt{\frac{E_h \cdot r_h}{g}} \cdot V \\ \sigma_{y_0} &= \frac{A_h \cdot \sqrt{E_h \cdot r_h}}{A_h \cdot \sqrt{E_h \cdot r_h} + A_c \cdot \sqrt{E_c \cdot r_c}} \cdot \sqrt{\frac{E_c \cdot r_c}{g}} \cdot V \end{aligned} \right\}$$

ただし $V = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot e}$

$$\dots\dots\dots(10)$$

である。この 2 応力はそれぞれ $C_h = \sqrt{E_h \cdot r_h/g}$, $C_c = \sqrt{E_c \cdot r_c/g}$ の速度で進行し、自由端 III-III では反射して応力の符号が変わる。不連続面 I-I, II-II では応力波の一部は透過し他は反射する。このようにして不連続面 II-II を透過して杭に入射する応力を ①, ②, ③, … とすると、これらは次式で計算される。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= \sigma_{y_0} \cdot \beta, \quad \textcircled{2} = \sigma_{y_0} \cdot \beta \cdot \alpha \cdot \alpha', \quad \textcircled{3} = \sigma_{y_0} \cdot \beta \cdot (\alpha \cdot \alpha')^2, \\ \textcircled{4} &= -\sigma_{x_0} \cdot \beta \cdot \beta'' \cdot \alpha \cdot \alpha' - \sigma_{y_0} \cdot \beta \cdot (\alpha \cdot \alpha')^2, \quad \textcircled{5} = \sigma_{y_0} \cdot \beta \\ &\quad (\alpha \cdot \alpha')^6, \quad \textcircled{6} = -\sigma_{x_0} \cdot \beta \cdot \beta'' \cdot (\alpha \cdot \alpha')^2 - 2 \cdot \sigma_{y_0} \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta' \cdot \\ &\quad \beta'' \cdot \alpha^2 \cdot \alpha', \dots\dots \end{aligned}$$

ここで、 α , β : α' , β' : α'' , β'' はそれぞれ応力波がクッションから杭、クッションからハンマー、ハンマーからクッションへ向う場合の反射係数および透過係数で、たとえば α , β は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{A_p \cdot \sqrt{E_p \cdot r_p} - A_c \cdot \sqrt{E_c \cdot r_c}}{A_p \cdot \sqrt{E_p \cdot r_p} + A_c \cdot \sqrt{E_c \cdot r_c}} \\ \beta &= \frac{2 \cdot A_c \cdot \sqrt{E_p \cdot r_p}}{A_c \cdot \sqrt{E_c \cdot r_c} + A_p \cdot \sqrt{E_p \cdot r_p}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

上述の ①, ②, ③,

…を加算して図-11

のような杭頭応力-

時間曲線が得られ

る。なお図の中の

Smith 解は周辺地盤

抵抗を無視した場合

のもので、最大応力

に到達するまでのと

ころでは両者はおお

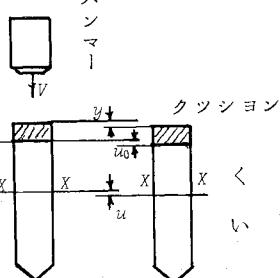


図-12

よそ一致している。図式解法は実用的ではないが、その解法の原理の簡明さのために他の解法について検討する場合のよりどころとなるものである。

c) Hirsch の解法²⁰⁾

図-12 でハンマーおよび杭頭の変位量を y , u_0 とすると、クッションに生ずる圧縮力は

$$P = K_c \cdot (y - u_0) \dots\dots\dots(12)$$

杭頭における圧縮力は

$$-A_p \cdot E_p \cdot (\partial u / \partial x)_{x=0} = P \dots\dots\dots(13)$$

この力はまた、ハンマー速度を減じさせるので

$$-\frac{W_h}{g} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = P \dots\dots\dots(14)$$

一方、杭を伝播する応力波については $\partial^2 u / \partial t^2 = C_p^2 \cdot \partial^2 u / \partial x^2$ が成り立つ。この方程式は次のような一般解を持つ。

$$u = f(t - x/C_p) + F(t + x/C_p)$$

ここで、(2) a) の基本仮定 ii), iii) により $F(t + x/C_p) = 0$ とすることができる。

$$\therefore u = f(t - x/C_p) \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

式 (12)～(15) から次の微分方程式が得られる。

$$d^3 y / dt^3 + 2n \cdot d^2 y / dt^2 + p^2 \cdot dy / dt = 0 \\ \text{ただし } 2n = \frac{K_c}{A_p} \cdot \sqrt{\frac{g}{E_p \cdot \gamma_p}}, \quad p = \sqrt{\frac{K_c \cdot g}{W_h}} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

初期条件として $t=0$ のとき $y=0, dy/dt=V, t=0, x>0$ のとき $u=0, \partial u / \partial x=0$ とすると、式 (16) から杭頭応力 $\sigma_p = (W_h / (g \cdot A_p)) \cdot d^2 y / dt^2$ は次のようになる。

i) $p > n$ のとき

$$\sigma_p = K_c \cdot V \cdot e^{-nt} \cdot \sin(t \cdot \sqrt{p^2 - n^2}) / (A_p \cdot \sqrt{p^2 - n^2}) \\ \text{ただし } t = \tan^{-1}(\sqrt{p^2 - n^2} / n) / \sqrt{p^2 - n^2} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

ii) $p < n$ のとき

$$\sigma_p = K_c \cdot V \cdot e^{-nt} \cdot \sinh(t \cdot \sqrt{n^2 - p^2}) / (A_p \cdot \sqrt{n^2 - p^2}) \\ \text{ただし } t = \tanh^{-1}(\sqrt{n^2 - p^2} / n) / \sqrt{n^2 - p^2} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

d) 計算例

$W_h = 2200 \text{ kg}, h = 200 \text{ cm}, e = 0.8, A_c = A_p = 582 \text{ cm}^2$ の場合について波動理論による解法および Smith の解法を用いて杭頭応力を求めると表-6 のようになる。これで見ると地盤抵抗の影響を無視できる場合には 3 解法は事実上同一の杭頭応力計算値を与えるが²¹⁾その値は地盤抵抗を考慮した場合の Smith 解よりやや小さくなっている。

(3) 波動方程式

次の 2 式をここでは波動方程式とよぶことにする。

① 日本建築学会式

$$\sigma_p = \frac{\alpha \cdot \sqrt{2} e \cdot E_p \cdot \gamma_p \cdot h}{\left(1 + \frac{A_c}{A_h} \cdot \sqrt{\frac{E_c \cdot \gamma_c}{E_h \cdot \gamma_h}}\right) \cdot \left(1 + \frac{A_p}{A_c} \cdot \sqrt{\frac{E_p \cdot \gamma_p}{E_c \cdot \gamma_c}}\right)} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

ただしディーゼル・ハンマーのとき $\alpha=2^{24)}, e=0.8$ (建

表-6 波動理論解と Smith 解との比較

クッショング スチフェス 係 数 (kg/cm ² /cm)	杭頭最大応力 σ_p (kg/cm ²)			
	波動理論による解法		Smith 解法*	
	図式解	Hirsch 解	$R_{us}=0$	$R_{us}=75 \text{ t}$
500	365.2	360.3	357.9	373.4
200	294.1	286.3	285.3	304.8
100	239.1	231.5	231.1	267.8

* $R_{us}=150 \text{ t}$

築基礎構造設計基準の解説では $\alpha=\sqrt{2}$ としている)

② 道路橋下部構造式

$$\sigma_p = \frac{e_f \cdot \sqrt{2 \cdot E_p \cdot \gamma_p \cdot h}}{1 + \frac{A_p}{A_h} \cdot \sqrt{\frac{E_c \cdot \gamma_p}{E_h \cdot \gamma_h}}}, \quad e_f = 0.6 \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

式 (19) は杭頭にクッションを置かずにハンマーが直接杭に衝突する場合に発生する打撃応力に補正係数 e_f を乗じたもので、 e_f については 0.45 が適当であるという報告²²⁾がなされている。

式 (18) は波動理論に基づいているが、この式の誘導は正確ではない。つまり、式 (18) の $\sigma_{p\max}$ は $\alpha=2$ のとき図-11 の入射応力 ① = $\sigma_{y0} \cdot \beta$ に等しい。また、その適用にあたっては、 E_c は使用クッションの如何にかかわらず 100000 kg/cm^2 という数値が用いられており、この意味ではこの式はクッションに関するパラメーターを含んでいないと同じことになる。式 (18) の α については $\alpha=1.3 \sim 1.4$ が適当であるという報告²²⁾があり、また別の報告²³⁾では $\alpha=1.75$ が適当であるとしている。

杭頭応力の波動方程式による解を実測値ならびに Smith 解と比較すると図-13 のようになる。これを見るとすでに報告²³⁾されているように、波動方程式による解は A_h/A_p の大きいところ、つまり杭断面積 A_p の小さいところではやや過小な計算値を与えていた。

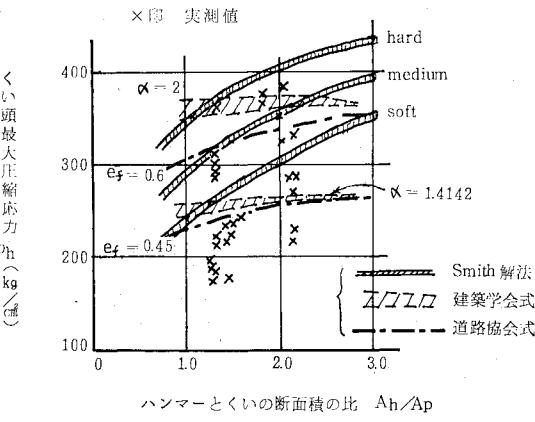


図-13 波動方程式解と Smith 解との比較

波動方程式は事実上、クッションの硬軟に対応することができず、また、地盤抵抗に関する項を含んでいない欠点がある。

8. あとがき

本研究の結論を次に要約する。

(1) 杭頭応力推定上の諸問題について考察した結果は次の通りである。

① あるひずみ段階以上の衝撃圧縮応力波はその段階のひずみになるまで急速に（比較的短距離の間に）減衰

するが、それより後はごくわずかな割合でしか減衰しない。

(2) ディーゼル・ハンマーの打撃効率は 0.8 を越えない。

(3) クッションの硬軟が杭頭応力におよぼす影響は大きい。しかしクッションが硬い場合には不連続面における打撃エネルギーの損失は大きくなる。

(4) 杭周辺地盤抵抗の杭頭応力におよぼす影響は明らかではないが、打込み深度の増加とともに杭頭応力が増加するのは周辺地盤抵抗の増加によるものと思われる。

(2) Smith の解法の適用性について検討した結果は次の通りである。

(1) 本解法は杭打ち条件の変化に対応することができるが、杭頭応力の計算値は一般に実測値より大きい。しかし(1)の(1)で述べた杭頭近傍における高ひずみ圧縮波の減衰および偏打を考慮に入れるとこの計算値は杭頭部端面に生ずる圧縮応力の上限を与えるとしてよいものと思われる。

(2) 本解法で用いられる諸定数および諸仮定についての Smith の提案は一応妥当なものと思われる。評価が困難な打撃効率、クッション、地盤については次のように考えられる。

- a. ディーゼル・ハンマーの打撃効率は $e=0.8$ とする。
- b. 計算に用いるクッションの弾性係数 E_c' は原則として静的弾性係数 E_c を用いるが、 E_c の値の大きいところでは次のように遞減された値を用いる。

$E_c \leq 1250 (\text{kg/cm}^2)$ のときは $E_c' = E_c$

$E_c > 1250$ のときは E_c' の値を直線的に減少させて

$E_c = 4000$ のときは $E_c' = 2000$

$E_c \geq 8000$ のときは $E_c' = 2500$ とする。

c. 杭打ち止め時の周辺抵抗 R_{us} と先端抵抗 R_{up} の割合は $R_{us}/R_{up}=1$ ($k=R_{up}/R_u=1/2$) とする。

全極限抵抗 R_u は貫入量 s の計算値が $s=5 \text{ mm}$ となるものを用いる。または一つの目安としては $R_u=40 \cdot N \cdot A_p$ とする。

(3) 杭頭応力推定式について検討した結果は次の通りである。

(1) 地盤抵抗の杭頭応力におよぼす影響を無視できる場合には Hirsch の解法および図式解法は Smith の解法と事実上同一の計算値を与える。

(2) 波動方程式は一種の経験式であるが A_h/A_p の大きいところ、すなわち杭断面積 A_p の小さいところではやや過小な計算値を与える。波動方程式は事実上クッションの硬軟に対応することができず地盤抵抗に関する項を含んでいない欠点をもっている。

本研究においてコンクリートポールパイル協会が昭和 49 年秋に筑波研究学園都市で行った杭施工実験の結果

の一部を用いた。ここに協会に対して厚く感謝の意を表する。

参考文献

- 1) Smith, E.A.L.: Pile Driving Analysis by the Wave Equation, ASCE, SM 4, pp. 35~61, 1960-8.
- 2) 岡田 清：既製コンクリートくいの打ち込み工法の基準化に関する研究（建設省補助金），1967-3.
- 3) 尾崎省二・明石外世樹・竹内正喜・桂木正雄：コンクリートの衝撃疲労強度に関する研究，土木学会論文報告集 No. 217, pp. 77~86, 1973-6.
- 4) 吉成元伸：P C くいの施工上の諸問題，P C くいの使用，日本材料学会，pp. 167~200, 1968.
- 5) 東 正久・坂本 功・山本英壹：P C くいの打込み時の計測例から見た打撃応力推定式の適用性，土と基礎 No. 628, pp. 3~14, 1971.
- 6) 岡田 清・久良喜代彦・児島孝之：コンクリート棒を伝ばす高歪圧縮波の減衰について，土木学会第 26 回年次講演会概要集，1971.
- 7) 山肩邦男：森の宮市街地住宅建設現場における P C くいの総合的実験（抄録），1968-2.
- 8) 山肩邦男：関西電力株式会社海南火力発電所第 2 期工事における P C くいくい頭部の打撃応力の計測結果に関する考察，1968-4.
- 9) コンクリートポールパイル協会：コンクリートパイルハンドブック，山海堂，pp. 74~75, 1966.
- 10) 田治米辰雄ほか：RC 基礎グイによる 2, 3 の試験結果について，日本建築学会論文報告集号外，1966-10.
- 11) 小野哲章・藤原幸実・中山紀男：実物大くい供試体の打撃試験装置，セメント・コンクリート No. 285, pp. 26~30, 1970.
- 12) Housel, W.S. : Michigan Study of the Pile Driving Hammers, ASCE, SM 5, pp. 37~65, 1965-6.
- 13) Lowery, L.L. and T.J. Hirsch and C.H. Samson : Pile Driving Analysis-Simulation of Hammers, Piles, and Soil, Texas Transportation Institute, 1967-8.
- 14) 久良喜代彦・丸上晴朗：くいの打撃力についての実験的研究，興高専研究報告 9 卷 1 号，1974-2.
- 15) 岡田 清・久良喜代彦：コンクリートくいの内部摩擦に関する実験的研究，土木学会第 30 回年次学術講演会集，1975.
- 16) 岡田 清・久良喜代彦・児島孝之：コンクリート管の打撃応力，土木学会第 25 回年次学術講演会集，1970.
- 17) 岡田 清・久良喜代彦・児島孝之：コンクリートくいの打撃応力について，セメント・コンクリート，No. 265, 1969.
- 18) Ripperger, E.A. : Longitudinal Impact of Cylindrical Bars, Proc. SESA, 10-1, 1952.
- 19) 松本浩之ほか：縦衝撃を受けた丸棒に生ずる応力およびその伝ば，機械学会論文報告集，29 卷，197 号。
- 20) Hirsch, T.J. : Fundamental Design and Driving Consideration for Concrete Piles, Highway Research, 1966.
- 21) 久良喜代彦：コンクリートくいの打撃応力について，興高専研究報告，8 卷 1 号，1972-11.
- 22) 山肩邦男ほか：くい打込み時における打撃応力計算式の係数値，建築学会講演概要集，1971.
- 23) 藤田圭一・古賀哲次：波動方程式をもとにしたくい頭打撃応力の算定式，土木学会第 28 回年次学術講演会集，1973.
- 24) 日本建築学会編，建築鋼ぐい基礎設計施工規準・同解説，日本建築学会，1963-6.

(1975.9.9・受付)