

# 中間主応力に注目した円形剛基礎の支持力に関する研究

## STUDIES ON THE BEARING CAPACITY OF CIRCULAR RIGID FOUNDATIONS REGARDING THE INTERMEDIATE PRINCIPAL STRESS

勝 見 雅\*  
By Tadashi KATSUMI

### 1. 緒 言

地盤の極限支持力を理論的または実験的に推定する問題に関しては、周知のように数多くの研究が積み重ねられ、現在ではかなり合理的な設計上の指針となりうる体系が整えられつつあるように思われる。しかしそれらのうちほとんどのものが2次元帯状基礎に関するものであり、最初から3次元軸対称として理論的に取り扱っているものは数少ない。そこでここでは特に著者の考え方の基本において関連あるいくつかの研究を紹介し、若干の問題点を述べるとともに本論文の概要について記述する。

基礎の地盤が破壊をする場合のすべり線としてあらかじめ円あるいは対数らせんのような曲線を仮定せずに、数学的に厳密なすべり線や塑性応力を最初に求めようとしたのはKötter<sup>1)</sup>である。すなわちKötterは土を剛塑性体とみなし、2次元塑性応力の問題として2つのつり合い方程式と、Mohrの破壊円に対する包絡線を破壊線と考え、土の場合には図-1(a)のようにこの破壊包絡線を直線とみなすことができるものとしてCoulombの線形式を用いた、いわゆるMohr-Coulombの破壊条件式から出発し、粘着力のない土に対して同図(b)にみる2つのすべり線 $S_1$ ,  $S_2$ に沿う微分方程式を次のように導いた。

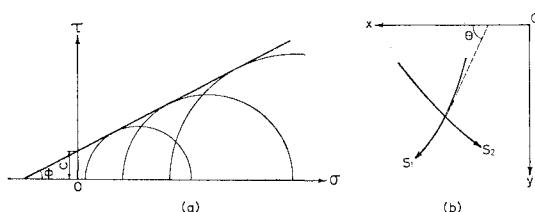


図-1 Mohr の破壊円と相交わる 2 つのすべり線

\* 正会員 工博 烏取大学助教授 工学部土木工学科

$$\left. \begin{aligned} \cos \phi \frac{d\sigma_m}{dS_1} - 2 \sigma_m \sin \phi \frac{d\theta}{dS_1} &= r \sin(\theta - \phi) \\ \cos \phi \frac{d\sigma_m}{dS_2} + 2 \sigma_m \sin \phi \frac{d\theta}{dS_2} &= r \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

さらに山口<sup>2)</sup>は式(1)のような本来のKötterの式を粘着力がある場合に拡張して次式を与えた。

$$\left. \begin{aligned} \cos \phi \frac{d\sigma_m}{dS_1} - 2(\sigma_m \sin \phi + c \cos \phi) \frac{d\theta}{dS_1} &= r \sin(\theta - \phi) \\ \cos \phi \frac{d\sigma_m}{dS_2} + 2(\sigma_m \sin \phi + c \cos \phi) \frac{d\theta}{dS_2} &= r \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

式(1), (2)において $c$ ,  $\phi$ ,  $r$ : それぞれ土の粘着力、せん断抵抗角、単位体積重量、 $\theta$ :  $S_1$  すべり線と $x$ 軸とのなす角、 $\sigma_m$ : 平均主応力。結局式(1)あるいは式(2)において未知なる値 $\sigma_m$ ,  $\theta$ を求めることができるが、具体的には差分化して数値計算を行うことによってもそれが可能である。

これに対して、3次元軸対称として取り扱っているものにはShield<sup>3), 4)</sup>, Cox・Eason・Hopkins<sup>5)</sup>, 山口・木村・寺崎<sup>6), 7)</sup>などの研究がある。Shieldは $\phi=0^\circ$ なる金属を対象としたpunchの押し込みの問題に関して、円筒座標による2つの力のつり合い方程式とTrescaの破壊条件式よりHaar・Kármánの仮定のもとに2つのすべり線に関する微分方程式を導き、punch底面が完全になめらかな場合とあらい場合の両者に対して数値計算を行い、 $r=0$ の場合のすべり線網目の形状、punch底面における接触圧などを求めている。CoxらはShieldの研究を基礎として3次元軸対称状態での土の塑性理論を広汎に展開している。すなわち $r=0$ としての2つのすべり線に関する微分方程式を数値計算を行うことにより解き、粘着力に対する支持力係数やすべり線形状などを明らかにしている。このようにShield, Coxらの研究はいずれも $r=0$ としており、土の支持力を論ずる場

合、当然その自重による影響は無視できるほど小さくなく、このような点に大きな問題が残されている。ついで山口らは Haar・Kármán の仮定以外に円周方向直応力が平均主応力に等しいと仮定した場合、ならびに  $r \neq 0$  に関しても詳細に計算を行い、多くの成果を得ている。しかし山口らは上記 2 者に関する計算結果の比較検討を行い、中間主応力の支持力係数に与える影響がきわめて大きいこと、ならびに基盤底面直下の接触圧分布が全く相反する傾向にあることなどを指摘しているのみで、このような場合の中間主応力の値に関する実験的な裏付けについてはまったく皆無である。

そこで著者は、上記した従来の研究における問題点を念頭におき、次章以降にまず 3 次元軸対称の場合の弾性つまり合い条件式と 2 次元としての Mohr-Coulomb の破壊規準式から相交わる 2 つのすべり線に関する基礎微分方程式を導き、その結果を差分方程式で表わすことにより地表面載荷の場合に関する境界条件のもとに数値計算を行い、支持力係数を求めた結果を特にすべり線網目の大ささ、差分方程式を解く場合の精度に注目して従来の研究結果との比較検討を行うことにより、上述のようにして導かれた基礎微分方程式、さらにその数値解法の妥当性について論述する<sup>8), 9)</sup>。ついで上記のように支持力係数にきわめて大きな影響を与える中間主応力の値を模型実験的に求めるためにポリエチレンラバー製の土圧計を試作し、これらを設置した乾燥砂地盤における載荷実験を行うことにより、上記理論計算結果との対応を試みるとともに得られた地盤内応力に関してはその結果を記述する<sup>10)</sup>。

## 2. 円形剛基礎の支持力に関する基礎理論

ここでは全般せん断破壊を対象とし、土の応力-ひずみ曲線がその極限として弾性の範囲が無視できるほど小さく、結局剛塑性体であるとの仮定に基づいて円形剛基礎、すなわち 3 次元軸対称としての極限支持力に関する基礎理論について論ずる。

図-2 に示す円筒座標において  $z$  軸に対称な応力成分は同図に記入したように  $\sigma_r$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_{\theta}$ ,  $\tau_{rz}$  の 4 者である。これらのうち  $\sigma_{\theta}$  は主応力であり、それを  $\sigma_2$  で表わす。さらに  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  を  $(r, z)$  平面における主応力とすると周知のように  $\sigma_1 \geq \sigma_3$  に関して次式が成立つ。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_z) + \left\{ \frac{1}{4}(\sigma_r - \sigma_z)^2 + \tau_{rz}^2 \right\}^{1/2} \\ \sigma_3 &= \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_z) - \left\{ \frac{1}{4}(\sigma_r - \sigma_z)^2 + \tau_{rz}^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

一方土中の微小要素に作用する 3 次元軸対称の場合の応

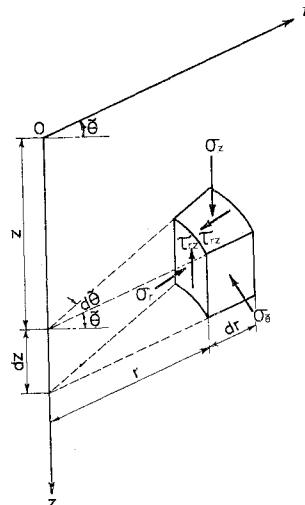


図-2 円筒座標  $(r, z, \theta)$  と応力成分

力成分は  $r$  を土の単位体積重量として次式に示す通り合  
い方程式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= r \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

さらに  $(r, z)$  平面に関する塑性破壊の条件式として Mohr-Coulomb の式

$$\tau_s = c + \sigma_s \tan \phi \quad (5)$$

を引用する。ここに  $\tau_s$  : 破壊面に沿うせん断強度、 $c$ 、  
 $\phi$  : それぞれ土の粘着力、せん断抵抗角、 $\sigma_s$  : 有効圧。  
なお式(5)は 2 次元状態における破壊条件式であり、こ  
こでは 3 次元の破壊条件式を採用すべきであるが、後述  
のように  $\sigma_2$  を結果的に  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$  との関係で表わして  
いるので式(5)を用いた。

いま、3 つの主応力の間に  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  なる大小関  
係があるものとし、 $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  を平均主応力  $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$   
で表わせば、次式が書ける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m (1 + \sin \phi) + c \cos \phi \\ \sigma_3 &= \sigma_m (1 - \sin \phi) - c \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで図-3 に示された応力状態とすべり線の関係よ  
り、 $S_1$  すべり線と  $r$  軸とのなす角を  $\theta$  とすれば、次  
の関係が得られる。

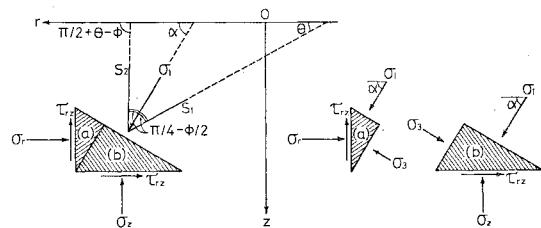


図-3 土中の応力状態とすべり線

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_m [1 - \sin \phi \sin(2\theta - \phi)] \\ &\quad - c \cos \phi \sin(2\theta - \phi) \\ \sigma_z &= \sigma_m [1 + \sin \phi \sin(2\theta - \phi)] \\ &\quad + c \cos \phi \sin(2\theta - \phi) \\ \tau_{rz} &= (\sigma_m \sin \phi + c \cos \phi) \cos(2\theta - \phi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

したがって式(7)をつり合い方程式(4)に代入し、 $S_1$ 、 $S_2$ すべり線に関する方向微分の関係を用いて整理することによって、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dS_1} - 2 \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \frac{d\theta}{dS_1} &= r \sin(\theta - \phi) + \frac{A}{r} \\ \frac{dp}{dS_2} + 2 \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \frac{d\theta}{dS_2} &= r \cos \phi + \frac{B}{r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

のような  $S_1$ 、 $S_2$  すべり線に関する基礎微分方程式が導かれる。ここで  $p$  はすべり線上の有効圧に基づくせん断抵抗合応力であり、 $\sigma_m = p/\cos \phi + c \tan \phi$  なる関係がある。また、式(8)において右辺の  $A, B$  を 0 とおけば、2次元帶状基礎の Kötter の式<sup>11)</sup>に帰着する。さらにこれら  $A, B$  は中間主応力  $\sigma_2$  の値が決定されれば、それぞれ  $p, \theta$  などの関数として求められる。ここでは中間主応力  $\sigma_2$  が最小主応力  $\sigma_3$  および最大主応力  $\sigma_1$  に等しい場合、またそれらの平均主応力  $\sigma_m$  に等しい場合と  $\sigma_2 = (\sigma_m + \sigma_3)/2$  の場合の合計 4 者について検討を行う。なお、3.(2)で後述するように数値計算の結果  $\sigma_2 = \sigma_3$  と  $\sigma_2 = \sigma_m$  に対し支持力係数が大きく異なり、しかも図-16 にみるように基礎底面に作用する接觸圧分布がまったく相反する傾向が得られた。さらに2次元帶状基礎の場合はこの両者の中間にあることを認められた。そこで中間主応力が支持力係数に与える影響をさらに詳しく調べるために中間主応力が上記 2 者の算術平均値すなわち  $\sigma_2 = (\sigma_m + \sigma_3)/2$  の場合をも対象に数値計算を行うことにした。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_2 (\equiv \sigma_{\bar{\theta}}) &= \sigma_3 : \\ A &= B = \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \{ \sin \theta - \cos(\theta - \phi) \} \\ \sigma_2 (\equiv \sigma_{\bar{\theta}}) &= \frac{\sigma_m + \sigma_3}{2} : \\ A &= \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \left\{ \sin \theta - \frac{\cos(\theta - \phi)}{2} \right\} \\ B &= \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \left\{ \frac{\sin \theta}{2} - \cos(\theta - \phi) \right\} \\ \sigma_2 (\equiv \sigma_{\bar{\theta}}) &= \sigma_m : \\ A &= \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \sin \theta \\ B &= - \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \cos(\theta - \phi) \\ \sigma_2 (\equiv \sigma_{\bar{\theta}}) &= \sigma_1 : \\ A &= -B = \left( p \tan \phi + \frac{c}{\cos \phi} \right) \{ \sin \theta + \cos(\theta - \phi) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

式(8)、(9)は破壊条件式として 2 次元の Mohr-Coulomb の式を仮定して導いたものであるが、同じ手法を用いて 3 次元の Mohr-Coulomb の破壊規準式から出発している  $\sigma_2 = \sigma_3$  でしかも  $r=0$  の場合の Cox ら<sup>5)</sup>、ならびに  $r \neq 0$  で  $\sigma_2 = \sigma_m$  の場合をも検討を試みている山口ら<sup>6)</sup>の式を変形することにより著者が導いた式、式(8)、(9)とまったく同じになる。なお Cox らは応力の符号として引張を正で表わしている。

### 3. 数値計算結果とその考察

2.においては、相交する 2 つのすべり線  $S_1, S_2$  に関する基礎微分方程式を式(8)、(9)のように誘導できることを述べた。さらにこの 3. ではそれらの結果を差分方程式で表わし、地表面載荷の場合の数値解法、ならびにその計算結果などについて記述する。

#### (1) 数値解法

図-4 は点 P, Q における  $(r, z)$  座標とそれらの点における  $S_1$  すべり線と  $r$  軸との傾き  $\theta$  (図-4において  $r$  軸に対して反時計方向の値を正とする) などが既知な場合、これらの値から点 R における  $r, z$  を求めるための図であり、点 P, Q における各値にそれぞれ添字 P, Q を付せば、同図より点 R における  $r, z$  の第 1 近似  $r_1, z_1$  は次式の関係より求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} z_P - z_1 &= (r_P - r_1) \tan \theta_P \\ z_1 - z_Q &= (r_Q - r_1) \tan(\pi/2 + \phi - \theta_Q) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

また図-4より次式の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta S_1 &= \frac{r_1 - r_P}{\cos \theta} = \frac{z_1 - z_P}{\sin \theta} \\ \Delta S_2 &= \frac{-(r_1 - r_Q)}{\sin(\theta - \phi)} = \frac{z_1 - z_Q}{\cos(\theta - \phi)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

この  $\Delta S_1, \Delta S_2$  をそれぞれ式(8)、(9)の  $dS_1, dS_2$  に入れ、差分方程式で表わせば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p_1 - p_P - \left\{ (p_1 + p_P) \tan \phi + 2 \frac{c}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_1 - \theta_P) + A_P\} - \{(z_1 - z_P) \cos \phi \} \end{aligned} \right\}$$

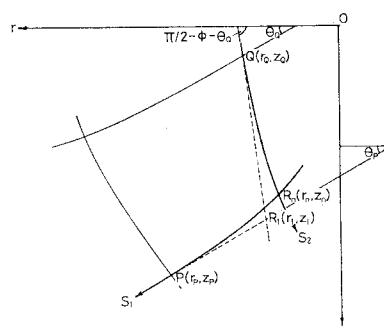


図-4 網目の交点 P, Q から点 R を求めるための説明図

$$\left. \begin{aligned} -(r_1 - r_P) \sin \phi \tau = 0 \\ p_1 - p_Q + \left\{ (p_1 + p_Q) \tan \phi + 2 \frac{c}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_1 - \theta_Q) + A_Q\} - \{(z_1 - z_Q) \cos \phi \right. \\ \left. + (r_1 - r_Q) \sin \phi\} \tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots(12)$$

ここに,  $A_P, A_Q$  は式 (8), (9) に対してそれぞれ次式を満足する.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_2 = \sigma_3 : \\ A_P = \frac{-(r_1 - r_P) \cos \phi + (z_1 - z_P) (1 - \sin \phi)}{r_1 + r_P} \\ A_Q = \frac{(r_1 - r_Q) \cos \phi + (z_1 - z_Q) (1 - \sin \phi)}{r_1 + r_Q} \\ \sigma_2 = \frac{\sigma_m + \sigma_3}{2} : \\ A_P = \frac{-(r_1 - r_P) \cos \phi + (z_1 - z_P) (2 - \sin \phi)}{2(r_1 + r_P)} \\ A_Q = \frac{(r_1 - r_Q) \cos \phi + (z_1 - z_Q) (2 - \sin \phi)}{2(r_1 + r_Q)} \\ \sigma_2 = \sigma_m : \\ A_P = \frac{z_1 - z_P}{r_1 + r_P}, \quad A_Q = \frac{z_1 - z_Q}{r_1 + r_Q} \\ \sigma_2 = \sigma_1 : \\ A_P = \frac{(r_1 - r_P) \cos \phi + (z_1 - z_P) (1 + \sin \phi)}{r_1 + r_P} \\ A_Q = \frac{-(r_1 - r_Q) \cos \phi + (z_1 - z_Q) (1 + \sin \phi)}{r_1 + r_Q} \end{aligned} \right\} \quad \dots(13)$$

結局式 (10), (12) の計 4 つの方程式より点 R における第 1 近似  $r_1, z_1, \theta_1, p_1$  を求めることができる. また第  $n$  近似は式 (10) の代りに,

$$\left. \begin{aligned} z_P - z_n = (r_P - r_n) \tan \left\{ \frac{1}{2} (\theta_P + \theta_{n-1}) \right\} \\ z_n - z_Q = (r_Q - r_n) \tan \left\{ \frac{\pi}{2} + \phi - \frac{1}{2} (\theta_Q + \theta_{n-1}) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots(14)$$

を用い, 式 (12), (13) における添字 1 を  $n$  に変えた式より  $r_n, z_n, \theta_n, p_n$  を算出することができる.

#### a) 粘着力による支持力係数 $N_c$ の計算

式 (12) において  $\tau = 0$  とおき, 両辺を  $c$  で除せば次式となる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{c} (p_1 - p_P) - \left\{ \frac{1}{c} (p_1 + p_P) \tan \phi + \frac{2}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_1 - \theta_P) + A_P\} = 0 \\ \frac{1}{c} (p_1 - p_Q) + \left\{ \frac{1}{c} (p_1 + p_Q) \tan \phi + \frac{2}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_1 - \theta_Q) + A_Q\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots(15)$$

一方, 基礎底面が完全になめらかな場合は 図-5 (a) に示すように基礎底面直下のすべり線からなる塑性くさびが半 サイズ状になるとを考え, 完全にあらい場合は ADO の部分が同図 (b) のようにくさび状となる. そ

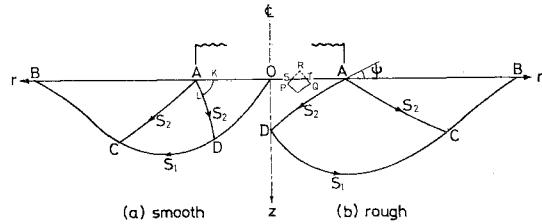


図-5 すべり線の概形

こであらい場合一般的に  $\angle OAD \approx \pi/4 + \phi/2$  と考えられるので,  $\angle CAD \approx \pi/2$  となり基礎の端点 A における  $\theta$  の値を求めるに際して, なめらかな場合と若干様子が異なる. すなわち  $N$  を点 A のまわりの分割の総数とすれば,

$$\left. \begin{aligned} \text{smooth} : \theta_i = -\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{i}{N} = \frac{\phi}{2} + \frac{2i-N}{4N}\pi \\ \text{rough} : \theta_i = -\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} + \left( \frac{3}{4}\pi - \psi + \frac{\phi}{2} \right) \frac{i}{N} \end{aligned} \right\} \quad \dots(16)$$

ここに,  $i=1, 2, \dots N$  で, 式 (16) に含まれる  $\psi$  は図-5 (b) における AD すべり線の点 A での接線と  $r$  軸とのなす角を表わす. また同点での  $p/c$  は両者とも次の式から求めることができる.

$$\left. \begin{aligned} \phi = 0 : \frac{p_i}{c} = 2\theta_i + \left( 1 + \frac{\pi}{2} \right) \\ \phi \neq 0 : \frac{p_i}{c} = \frac{1}{2 \tan \phi} \left[ \exp \{2(\theta_i - \alpha) \tan \phi\} - \frac{2}{\cos \phi} \right] \\ \text{ここに,} \\ \alpha = -\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} - \frac{1}{2 \tan \phi} \log \left\{ 2 \left( \frac{1}{\cos \phi} + \tan \phi \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots(17)$$

さらに AB 上は自由境界面なるゆえ, いわゆる境界条件として  $\theta = -(\pi/4 - \phi/2)$ ,  $p/c = 1$  を与えることができる. また基礎底面がなめらかな場合の基礎底面 OA 上では, たとえば 図-5 (a) の点 K に関しては次式からそれぞれの値を定めることができる.

$$\left. \begin{aligned} z_K = 0, \quad \theta_K = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \\ z_K - z_L = (r_K - r_L) \tan \left\{ \frac{1}{2} (\theta_K - \theta_L) \right\} \\ \frac{1}{c} (p_K - p_L) - \left\{ \frac{1}{c} (p_K + p_L) \tan \phi + \frac{2}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_K - \theta_L) + A_K\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots(18)$$

ここに,  $A_K$  は式 (13) における添字  $P$  を  $L$  に, 添字 1 を  $K$  に変えた式を表わす.

ついで基礎底面が完全にあらい場合における 図-5 (b) の点 D は対称軸上にあるから, 当然せん断応力  $\tau_{rz} = 0$  となり同点での  $\theta$  は  $\pi/4 + \phi/2$  とならなければならぬ. すなわち点 B の  $r$  座標と  $\psi$  を適当に定め

ることにより点 D が求められる<sup>9),10)</sup>。さらにこの場合の OA 上の値は図-5 (b) における点 P, Q から点 R を求め、同点における z 座標すなわち  $z_R$  が負になれば、PR と r 軸との交点 S, QR と r 軸との交点 T をそれぞれ次の式 (19), 式 (20) より近似的に求める方法を用いた。

$$\left. \begin{aligned} z_S = 0, \quad \theta_S - \theta_P = \frac{z_S - z_P}{z_R - z_P} (\theta_R - \theta_P), \\ z_S - z_P = (r_S - r_P) \tan \left\{ \frac{1}{2} (\theta_S + \theta_P) \right\} \\ \frac{1}{c} (p_S - p_P) - \left\{ \frac{1}{c} (p_S + p_P) \tan \phi + \frac{2}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_S - \theta_P) + A_S\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} z_T = 0, \quad \theta_T - \theta_Q = \frac{z_T - z_Q}{z_R - z_Q} (\theta_R - \theta_Q), \\ z_T - z_Q = -(r_T - r_Q) \tan \left\{ \frac{\pi}{2} + \phi - \frac{1}{2} (\theta_T + \theta_Q) \right\} \\ \frac{1}{c} (p_T - p_Q) + \left\{ \frac{1}{c} (p_T + p_Q) \tan \phi + \frac{2}{\cos \phi} \right\} \\ \cdot \{(\theta_T - \theta_Q) + A_T\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここに  $A_S, A_T$  はそれぞれ式 (13) における添字 1 を S, T に変えた式を表わす。このようにして式 (19), (20) を用いて計算された OA 上における  $\theta$  と  $p/c$  から図-5 における点 K, S, T などの拡大仮想図として示した図-6 の応力関係のもとに基礎底面直下における垂直応力  $\sigma_z$  ならびにせん断応力  $\tau_{rz}$  は次式より求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_z}{c} &= \frac{p}{c} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \{ \sin^2 \theta + \cos^2 (\theta - \phi) \} \\ &\quad + \frac{2}{\cos \phi} \sin \theta \cos (\theta - \phi) \\ \frac{\tau_{rz}}{c} &= \frac{p}{c} \cdot \frac{1}{2 \cos \phi} \{ \sin 2(\theta - \phi) - \sin 2\theta \} \\ &\quad - \frac{1}{\cos \phi} \cos (2\theta - \phi) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

当然のことながら式 (21) の第1式より得られた  $\sigma_z/c$  を基礎の底面積にわたって平均した値が粘着力による支

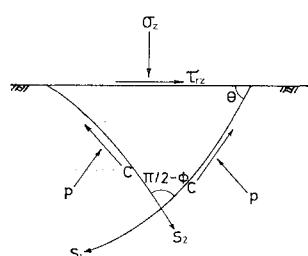


図-6 基礎底面直下における  $\sigma_z, \tau_{rz}$  を求めるための説明図(図-5 における点 K, S, T などの拡大仮想図)

持力係数  $N_c$  を与えることはいうまでもない。

### b) 自重による支持力係数 $N_t$ の計算

式 (12)において  $c=0$  とおき、両辺を  $B_r$  で除せば次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{B_r} (p_i - p_P) - \left\{ \frac{1}{B_r} (p_i + p_P) \tan \phi \right\} \\ \cdot \{(\theta_1 - \theta_P) + A_P\} - \frac{1}{B} \{(z_1 - z_P) \cos \phi \\ - (r_1 - r_P) \sin \phi\} = 0 \\ \frac{1}{B_r} (p_i - p_Q) + \left\{ \frac{1}{B_r} (p_i + p_Q) \tan \phi \right\} \\ \cdot \{(\theta_1 - \theta_Q) + A_Q\} - \frac{1}{B} \{(z_1 - z_Q) \cos \phi \\ + (r_1 - r_Q) \sin \phi\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ついで 図-5 に示した基礎の端点 A における  $\theta$  は式 (16) がそのまま用いられるが、同点における  $p/B_r$  は 0 となる。また AB 上でいわゆる境界条件は  $\theta = -(\pi/4 - \phi/2)$ ,  $p/B_r = 0$  であり、基礎底面があらい場合の点 D は a) と同様にして求めることができる。

一方 OA 上の値は式 (18)～(20) に相当する関係式において  $c$  の含まれている式だけをそれぞれ次の式 (23) の第1式～第3式とすることにより得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{B_r} (p_K - p_L) - \left\{ \frac{1}{B_r} (p_K + p_L) \tan \phi \right\} \\ \cdot \{(\theta_K - \theta_L) + A_K\} - \frac{1}{B} \{(z_K - z_L) \cos \phi \\ - (r_K - r_L) \sin \phi\} = 0 \\ \frac{1}{B_r} (p_S - p_P) - \left\{ \frac{1}{B_r} (p_S + p_P) \tan \phi \right\} \\ \cdot \{(\theta_S - \theta_P) + A_S\} - \frac{1}{B} \{(z_S - z_P) \cos \phi \\ - (r_S - r_P) \sin \phi\} = 0 \\ \frac{1}{B_r} (p_T - p_Q) + \left\{ \frac{1}{B_r} (p_T + p_Q) \tan \phi \right\} \\ \cdot \{(\theta_T - \theta_Q) + A_Q\} - \frac{1}{B} \{(z_T - z_Q) \cos \phi \\ + (r_T - r_Q) \sin \phi\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

これより基礎底面直下における垂直応力  $\sigma_z$  ならびにせん断応力  $\tau_{rz}$  は次式で得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_z}{B_r} &= \frac{p}{B_r} \cdot \frac{1}{\cos \phi} \{ \sin^2 \theta + \cos^2 (\theta - \phi) \} \\ \frac{\tau_{rz}}{B_r} &= \frac{p}{B_r} \cdot \frac{1}{2 \cos \phi} \{ \sin 2(\theta - \phi) - \sin 2\theta \} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式 (24) の第1式より計算される  $\sigma_z/B_r$  を基礎の底面積について平均した値が自重による支持力係数  $N_t$  を与える。

### (2) 数値計算結果とその考察

表-1 は基礎底面がなめらかな場合で  $r=0$  として数

値計算を行った結果を一括表示したものであり、ついで表-2は基礎底面が完全にあらい場合の結果を示し、さらに表-3は基礎底面がなめらかで $c=0$ すなわち $N_r$ を求めた結果を表示したものである。同表には2次元帶状基礎の場合のKötter, Terzaghiの結果以外に、 $\psi=\pi/4+\phi/2$ としたMeyerhofならびにあとで彼が $\psi=1.2\phi^{(12)}$ のように修正して求めた結果なども掲げた。周知のようにTerzaghi,<sup>(11)</sup> Meyerhof<sup>(13)</sup>などは基礎底面が完全にあらい場合の $N_r$ をまず提案し、なめらかな場合はその値の半分であることから、ここではあらい場合の結果に関する記入した。なお、表-1～3に掲示した2次元帶状基礎の場合のKötter, TerzaghiおよびMeyerhofなどの支持力係数はすべてTerzaghiの経験公式における形状係数、すなわち $N_c$ は1.3、 $N_r$ は0.6を乗ずることにより円形剛基礎の支持力係数とした値を示したもの

である。基礎底面がなめらかで $\sigma_2=\sigma_3$ の場合における予備計算を行ったところ、演算時間ならびに最終的な計算結果などを考慮して図-7に示したようにAB間を8等分して計算を行うことにした<sup>(8), (15)</sup>。その結果が表-1の最左欄に掲げたものであり、これらは全般的にみて山口ら<sup>(6)</sup>の結果とCoxら<sup>(5)</sup>の結果との中間的な値を示して

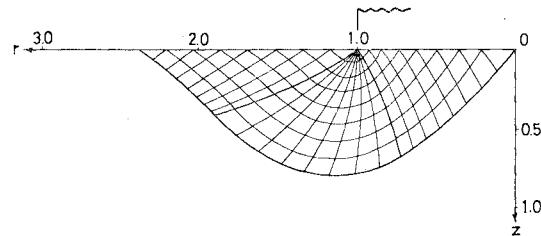


図-7 すべり線網目の形状の一例 (smooth,  $N_c, \phi=20^\circ, \sigma_2=\sigma_3$ )

表-1 基礎底面がなめらかな場合の支持力係数 $N_c$ の計算結果

$\phi$ (度)	著者 <sup>(8)</sup>								山口ら <sup>(6)</sup>			Coxら <sup>(5)</sup>			Kötter		Terzaghi	
	$\sigma_2=\sigma_3$		$\sigma_2=(\sigma_m+\sigma_3)/2$		$\sigma_2=\sigma_m$		$\sigma_2=\sigma_3$		$\sigma_2=\sigma_3$		$\sigma_2=\sigma_3$		$\sigma_2=\sigma_3$		$\sigma_2=\sigma_3$			
	$N_c$	$OB/OA$	$N_c$	$OB/OA$	$N_c$	$OB/OA$	$N_c$	$OB/OA$	$N_c$	$OB/OA$	$N_c$	$OB/OA$	$N_c^*$	$OB/OA$	$N_c^*$	$OB/OA$		
0	5.69	1.58	5.33	1.63	4.96	1.69	4.17	1.89	5.69	1.59	5.69	1.58	6.68	2.00	6.68	3.00		
5	7.44	1.71	—	—	6.17	1.84	4.97	2.08	7.45	1.73	7.44	1.71	8.43	2.26	8.44	3.52		
10	10.0	1.88	8.86	1.94	7.84	2.01	5.92	2.33	10.0	1.90	9.98	1.88	10.9	2.57	10.9	4.14		
15	13.9	2.09	11.8	2.17	10.0	2.26	7.13	2.64	14.0	2.13	13.9	2.09	14.3	2.98	14.3	4.96		
20	20.1	2.37	16.2	2.45	13.1	2.56	8.86	3.01	20.3	2.41	20.1	2.37	19.3	3.53	19.2	6.06		
25	30.7	2.73	23.0	2.82	17.6	2.94	10.9	3.47	30.9	2.78	30.5	2.73	26.9	4.27	26.9	7.54		
30	49.9	3.21	32.3	3.30	24.3	3.43	13.1	4.06	50.3	3.29	49.3	3.21	39.2	5.29	39.4	9.58		
35	87.8	3.88	52.9	3.96	34.6	4.09	16.5	4.82	88.8	3.96	85.8	3.89	61.0	6.71	59.9	14.42		
40	171	4.85	87.5	4.88	51.3	4.98	21.0	5.85	174	5.00	164	4.86	97.9	9.01	97.9	19.01		

\* 2次元帶状基礎に対して求めた支持力係数をTerzaghiの経験公式における形状係数を乗じて円形基礎の支持力係数とした値。

表-2 基礎底面があらい場合の支持力係数 $N_c$ の計算結果

$\phi$ (度)	著者								Kötter, Meyerhor			Terzaghi								
	$\sigma_2=\sigma_3$				$\sigma_2=\sigma_m$				2次元			2次元								
	$N_c$	$\tau/c$	$\mu_{max}$	$\psi$ (度)	$OB/OA$	$OD/OD$	$N_c$	$\tau/c$	$\mu_{max}$	$\psi$ (度)	$OB/OA$	$OD/OD$	$N_c^*$	$\psi$ (度)	$OB/OA$	$OD/OD$				
0	6.05	0.48	0.139	18.0	1.88	0.57	5.23	0.42	0.110	26.0	2.07	0.62	6.68	45.0	3.00	1.00	7.42	0	2.41	0
10	10.6	1.38	0.172	22.0	2.34	0.68	9.12	0.87	0.132	31.0	2.68	0.73	10.9	50.0	4.14	1.19	12.5	10.0	3.32	0.18
20	23.7	3.70	0.277	26.3	3.20	0.84	14.7	1.95	0.190	36.0	3.48	0.89	19.2	55.0	6.06	1.43	23.0	20.0	4.85	0.36
30	63.2	11.4	0.353	30.5	4.63	1.02	36.5	6.31	0.270	42.0	4.83	1.07	39.4	60.0	9.58	1.73	48.4	30.0	7.70	0.58
40	234	44.4	0.417	35.5	7.45	1.26	80.9	27.8	0.363	47.9	7.70	1.33	97.9	65.0	19.01	2.14	124	40.0	13.78	0.84

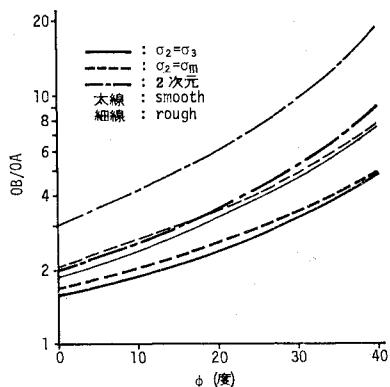
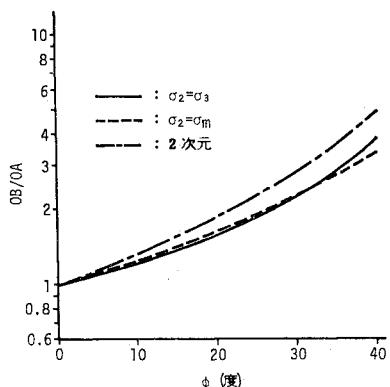
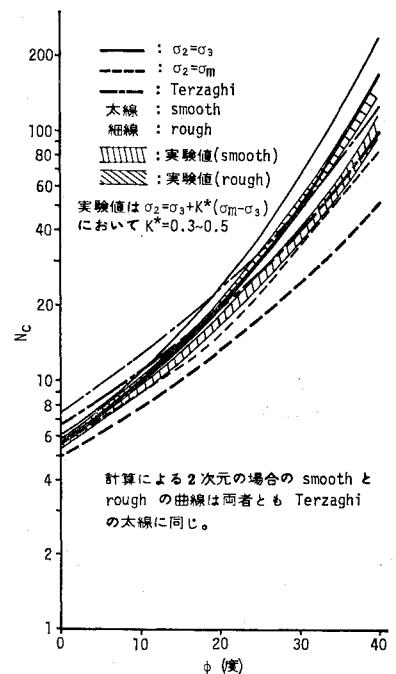
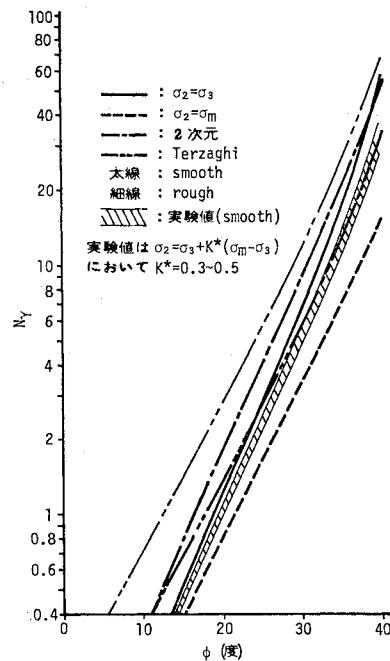
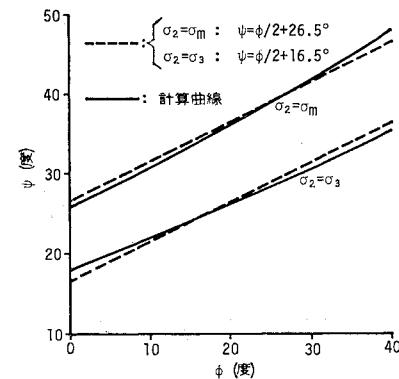
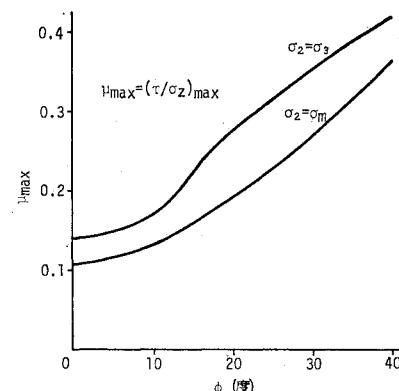
\* 2次元帶状基礎に対して求めた支持力係数をTerzaghiの経験公式における形状係数を乗じて円形基礎の支持力係数とした値。

表-3 支持力係数 $N_r$ の計算結果

$\phi$ (度)	著者				Kötter		Terzaghi		Meyerhof					
	$\sigma_2=\sigma_3$		$\sigma_2=\sigma_m$		2次元		2次元		2次元			2次元		
	$N_r$	$OB/OA$	$N_r$	$OB/OA$	$N_r^*$	$OB/OA$	$N_r^{**}$ (rough)	$N_r^{**}(\psi=\pi/4+\phi/2)$	$N_r^{**}(\psi=1.2\phi)$	$N_r^{**}(\psi=\pi/4+\phi/2, rough)$	$N_r^{**}(\psi=1.2\phi, rough)$			
0	0	—	0	—	0	—	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0.203	1.22	0.168	1.24	0.333	1.32	0.36	0.72	0.24	0	0.48	0	0	0
20	1.24	1.60	0.821	1.62	1.84	1.86	1.35	2.70	1.65	0.84	3.30	1.68	9.6	9.6
30	6.99	2.24	3.33	2.23	9.00	2.83	6.0	12.0	6.6	4.8	13.2	6.0	30.0	30.0
40	57.7	3.84	15.2	3.35	52.5	4.90	34.2	68.4	39	30	78	60	124	124

\* 2次元帶状基礎に対して求めた支持力係数をTerzaghiの経験公式における形状係数を乗じて円形基礎の支持力係数とした値。

\*\* 参考のためにTerzaghi( $\psi=\phi$ )およびMeyerhof( $\psi=\pi/4+\phi/2, \psi=1.2\phi$ )のrough baseの結果をも掲げた。

図-8  $\phi$  と  $OB/OA$  の関係 ( $N_c$ )図-9  $\phi$  と  $OB/OA$  の関係 ( $N_r$ )図-10 土の内部摩擦角  $\phi$  と支持力係数  $N_c$  の関係図-11 土の内部摩擦角  $\phi$  と支持力係数  $N_r$  の関係図-12  $\phi$  と  $\psi$  (図-5(b) 参照) の関係図-13  $\phi$  と  $\mu_{max}$  の関係

いるようであるが、ほとんど一致した値が得られている。以上のことと参考にして  $\sigma_2 = (\sigma_m + \sigma_3)/2$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3$ 、さらにあらい場合の  $N_c$ 、なめらかな場合の  $N_r$ などを計算した。

図-8～13は表-1～3のように得られたOB/OA,  $N_c$ あるいは  $N_r$ 、あらい場合における  $\psi$ ,  $\mu_{\max}$ などの値を  $\phi$ に対して図示したものである。さらに図-14, 15はそれぞれ図-8, 10におけるなめらかな場合に対するあらい場合の比率を示したものである。また中間主応力の影響ならびに2次元帶状基礎との比較に注目して基礎底面におけるすべり出す限界の接触圧分布の一例を図示したのが図-16である。図-8～11によると当然のことながら  $\phi$  が大きくなるにつれて塑性域の大きさ OB/OA, 支持力係数  $N_c$ ,  $N_r$ ともに増加する傾向がみられるが、2次元の場合の OB/OA は3次元として計算したものよりも大きくその傾向は特に  $N_c$  の計算において顕著に認められる。また  $\phi$  が 20 度以下の  $N_c$  ならびに  $N_r$

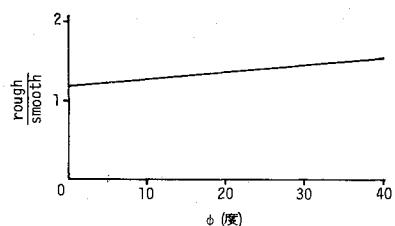


図-14 smooth に対する rough な場合の比率 (OB/OA)

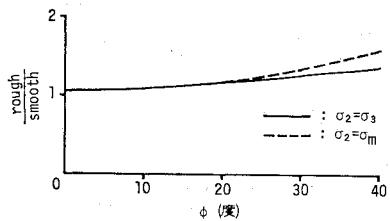


図-15 smooth に対する rough な場合の比率 (支持力係数  $N_c$ )

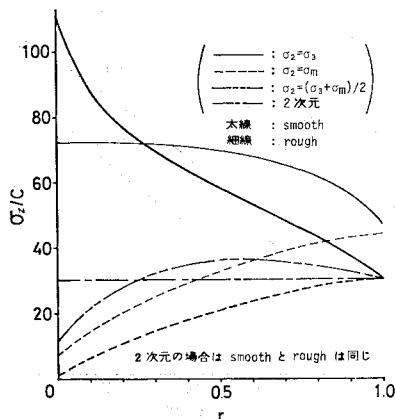


図-16 基礎底面における接触圧分布の一例 ( $N_c$ ,  $\phi=30^\circ$ )

に対しては従来より慣用的に用いられている2次元帶状基礎の結果に形状係数を乗することにより求めているものは3次元として得られたものよりも大きく、結局危険側の結果を与えることとなり、設計に際しては注意を要する。ついで  $\psi$  と  $\phi$  の関係を示した図-12によると  $\psi$  は  $\phi$  に対してほぼ直線的な増加を示しており、 $\sigma_2 = \sigma_3$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$  に対してそれぞれ  $\psi = \phi/2 + 16.5^\circ$ ,  $\psi = \phi/2 + 26.5^\circ$  なる直線関係を満足するものと考えられる。このことは2次元帶状基礎として Terzaghi が  $\psi = \phi^{11)}$ , Meyerhof が  $\psi = \pi/4 + \phi/2^{12)}$  と述べているものとは異なる。図-13に示した  $\mu_{\max}$  曲線は結局基礎底面と土との摩擦係数が同図に図示した曲線以上であれば、基礎底面が完全にあらいものとして計算した結果がそのまま使用でき、それ以下であればあらい場合となめらかな場合の中間的な値を示すところの基準曲線と考えられる。また、Meyerhof は周知のように  $r=0$  の場合  $N_c$  は基礎底面のあらしさに関係しない<sup>13)</sup> と述べているが、著者の結果によると図-15に示したように、なめらかな場合に対するあらい場合の比率は 1.0 ではなく、 $0^\circ \leq \phi \leq 40^\circ$  の範囲において 1.1～1.6 程度であることがわかる。基礎底面直下の接触圧分布を表わした図-16によると、 $\sigma_2 = \sigma_3$  では基礎端部から中心に近づくにつれて接触圧が増加するのに反し、 $\sigma_2 = \sigma_m$  では逆に減少する傾向が現われており、 $\sigma_2 = (\sigma_m + \sigma_3)/2$  の場合が最も2次元帶状基礎に近い結果が認められる。さらになめらかな場合とあらい場合とを比較すると、 $\sigma_2 = \sigma_3$ ,  $\sigma_2 = \sigma_m$  にかかわらず基礎底面があらい場合は基礎の中心近くでは、全般的になめらかな場合よりも接触圧は小さく、端部に近づくにつれて逆に大きな傾向を示している。また同図における2つの実線で表わした曲線は Eason と Shield が  $\phi = 0^\circ$  で求めている結果<sup>4)</sup> と類似の曲線関係を表わしている。

#### 4. 中間主応力を求める室内模型実験と試作の土圧計

2.においては円形剛基礎の支持力に関する基礎理論、ついで3.ではそれらの数値計算結果などに関して述べてきたが、その成果の1つとして特に中間主応力の支持力係数に与える影響がきわめて大きいことを見いだした。そこでこの4.ではこの中間主応力の値を実験的に求めるためにポリエチレンラバー製の土圧計を試作し、これらを設置した乾燥砂地盤における載荷実験を行ったので、それらの概要について記述する。

載荷試験に用いた試料は比重  $G_S = 2.67$ , 均等係数  $U_c = 1.7$  なる鳥取砂丘砂を自然乾燥させたもので、図-17に示すように  $600 \times 600 \times 300 \text{ mm}$  の土槽に乾燥密度  $r_d$

$=1.69 \text{ gr/cm}^3$  になるように各層 5 cm ごとに詰めたものを用いた。この際、載荷時における地盤内応力をも測定するために上記したような試作の土圧計を 図-17 に示した各位置に設置した。

試作の土圧計は  $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}$  のポリエスチルラバー

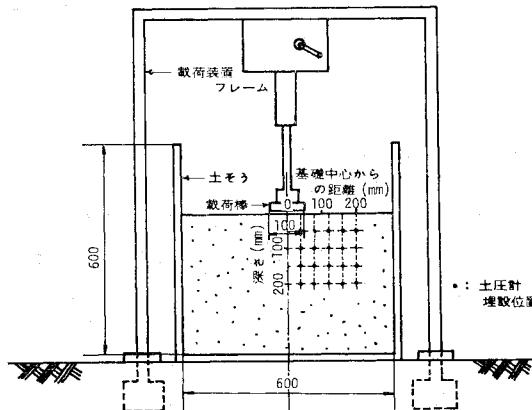


図-17 載荷装置の概略図とポリエスチルラバー製土圧計の埋設位置

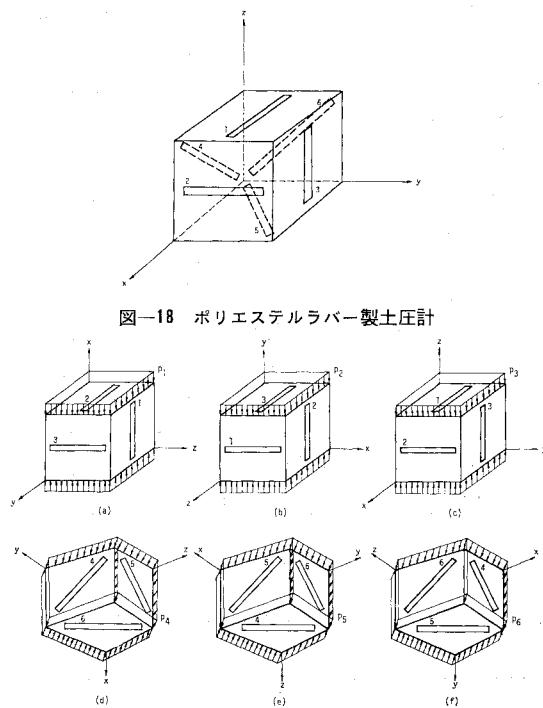


図-18 ポリエスチルラバー製土圧計

（ボアソン比  $\nu=0.3$ ）の各面（合計 6 面）に、図-18 に示す方向に抵抗線ひずみ計（KFC-5 型、共和電業 K.K. 製）を貼付し、電気絶縁度を確保するためにシリンドローラーを塗布したものである。図-19 は検定時の上記土圧計に作用する等分布荷重の方向を画いたものであり、このポリエスチルラバーを弾性体と考えると同図より周知のごとき次式が書ける。

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= b_{11}\varepsilon_1 + b_{12}\varepsilon_2 + \cdots + b_{16}\varepsilon_6 \\ p_2 &= b_{21}\varepsilon_1 + b_{22}\varepsilon_2 + \cdots + b_{26}\varepsilon_6 \\ &\dots \\ p_6 &= b_{61}\varepsilon_1 + b_{62}\varepsilon_2 + \cdots + b_{66}\varepsilon_6 \end{aligned} \right\} \quad (25.1)$$

すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= a_{11}p_1 + a_{12}p_2 + \cdots + a_{16}p_6 \\ \varepsilon_2 &= a_{21}p_1 + a_{22}p_2 + \cdots + a_{26}p_6 \\ &\dots \\ \varepsilon_6 &= a_{61}p_1 + a_{62}p_2 + \cdots + a_{66}p_6 \end{aligned} \right\} \quad (25.2)$$

ここに、  $p_i (i=1, 2, \dots, 6)$  : 図-19 (a)~(f) に示したそれぞれの方向から作用する等分布荷重、  $\varepsilon_i (i=1, 2, \dots, 6)$  : この場合に 図-18 に示した位置ならびに方向に生じた測定ひずみ量。また  $p_1 \sim p_3$  は直応力成分に、  $p_4 \sim p_6$  はせん断応力成分に関係する載荷方向荷重であり、  $a_{ij} (i, j=1, 2, \dots, 6)$  は弾性係数の逆数を表わしているものと考えられる係数で、後述のような検定実験を行うことによってこの  $a_{ij}$  を求めた。またポリエスチルラバーを均一等方性材料とみなせば、

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= a_{22} = a_{33} = a_{44} = a_{55} = a_{66} (\equiv A) \\ a_{12} &= a_{13} = a_{21} = a_{23} = a_{31} = a_{32} (\equiv B) \\ a_{41} &= a_{52} = a_{63} (\equiv C) \\ a_{42} &= a_{43} = a_{51} = a_{53} = a_{61} = a_{62} (\equiv D) \\ a_{14} &= a_{25} = a_{36} (\equiv E) \\ a_{16} &= a_{24} = a_{35} (\equiv F) \\ a_{15} &= a_{26} = a_{34} (\equiv G) \\ a_{45} &= a_{46} = a_{54} = a_{55} = a_{64} = a_{66} (\equiv H) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

と書くことができる。さらに  $p_i$  を用いて 6 つの応力成分を表わせば、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= p_1 + (p_5 + p_6)/\sqrt{2} \\ \sigma_y &= p_2 + (p_6 + p_4)/\sqrt{2} \\ \sigma_z &= p_3 + (p_4 + p_5)/\sqrt{2} \\ \tau_{xy} &= p_5/\sqrt{2}, \quad \tau_{yz} = p_4/\sqrt{2}, \quad \tau_{zx} = p_6/\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

となる。ついで式 (26), (27) の関係を式 (25.2) に用いて整理すると次式が得られる。

$$\left[ \begin{array}{cccccc} A & B & B & \sqrt{2}F-A-B & \sqrt{2}E-2B & \sqrt{2}G-A-B \\ B & A & B & \sqrt{2}G-A-B & \sqrt{2}F-A-B & \sqrt{2}E-2B \\ B & B & A & \sqrt{2}E-2B & \sqrt{2}G-A-B & \sqrt{2}F-A-B \\ C & D & D & \sqrt{2}H-C-D & \sqrt{2}A-2D & \sqrt{2}H-C-D \\ D & D & C & \sqrt{2}A-2D & \sqrt{2}H-C-D & \sqrt{2}H-C-D \\ D & C & D & \sqrt{2}H-C-D & \sqrt{2}H-C-D & \sqrt{2}A-2D \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{array} \right] \quad (28)$$

ここで載荷実験によって得られた $[\epsilon]$ を入力 data として、消去法を用いて連立一次方程式を解くことによって 6 つの応力成分  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$  を算出した。このようにして求められた各応力成分をさらに固有方程式に代入してその固有値を求めれば主応力  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  を算出することができる。以上は試作の土圧計の各面に作用したひずみ量  $[\epsilon]$  から応力を算出する方法について述べてきたが、式(28)に含まれる検定実験によって求められる各係数は次のような方法によって求めた。

すなわち、 $28 \times 28 \times 26 \text{ cm}$  の小形砂槽に詰められた乾燥砂地盤内に側壁の影響を避けるために上記ポリエスチルラバーを表層の近くに埋設し、それに並列して市販の土圧計(BE-C 型、共和電業 K.K. 製)を設置した。この土圧計はポリエスチルラバーの検定時に用いた基準応力の値  $p_i$  とするために使用した。さらにこの地盤に生ずる基礎底面直下の応力分布をできるだけ等分布に近づけるために、厚さ 10 cm 程度のスポンジを介して鉛直方向荷重を作成させ、土圧計の値  $p_i$  と測定ひずみ量  $\epsilon_i$  の関係から式(25.2)に含まれる各係数  $a_{ij}$  を決定した。図-20 はこのようにして得られた検定直線の一例である。同図中 図-19 に示した  $p_1 \sim p_3$  のいずれか 1 つの荷重方向に相当するものを(a)の直応力載荷時、 $p_4 \sim p_6$  に相当するものを(b)せん断応力載荷時とよぶこ

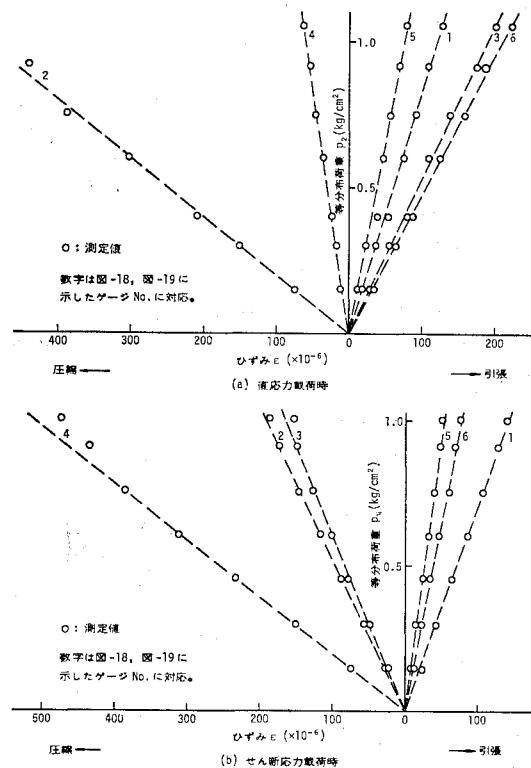


図-20 検定直線の一例(深さ 50 mm(図-17 参照)  
に埋設したポリエスチルラバー)

とにした。さらに、次章に述べる載荷実験時にこの試作の土圧計に生じた最大の応力は  $0.8 \text{ kg/cm}^2$  であったことから、本実験に採用した載荷荷重の範囲内ではポリエスチルラバーに貼付したひずみ計によるひずみと応力との間に線形関係が十分認められているものと思われる。なお  $\sqrt{2}(p_4 + q_4) = p_2 + p_3$  ( $q_4 : p_4$  の載荷荷重方向を  $90^\circ$  回転させた場合の分布荷重) の関係を用いて検定の照査も行った。

## 5. 模型実験結果とその考察

4. でも述べたように 3.(2)において特に中間主応力の支持力係数に与える影響がきわめて大きいことなどを見いだした。そこでこの 5. では中間主応力  $\sigma_2 = \sigma_3 + K^*(\sigma_m - \sigma_1)$  ( $\sigma_m$ : 平均主応力) なる形で表わすことにして、終局的にはこの  $K^*$  を模型実験的に求めようとするものである。ここに  $K^*$  は  $\sigma_2$  を決定する  $0 \leq K^* \leq 1$  なる範囲にある定数と考えられ、以後  $K^*$  を中間主応力係数とよぶことにする。すなわち中間主応力係数  $K^*$  を用いれば、Haar・Kármán の仮定では  $K^*=0$ 、山口らの研究においては  $K^*=0, 1$  の 2 者、本論文 3. に関しては  $K^*=0, 0.5, 1$  の 3 者に対して数値計算を行ったことになる。

図-21 は破壊時(破壊に非常に近い状態)に得られた地盤内の主応力  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$  の大きさと方向を図示したものである。ついで図-22 は破壊時に地盤内に生じた鉛直方向の直応力成分  $\sigma_z$  を単位面積当たりの極限支持力  $q_u$  で除した値  $\sigma_z/q_u$  の等応力線を示したものである。同図に一括図示した理論曲線は著者が以前大径鋼管杭の沈下に関して行った研究のうち理論的なもの<sup>14)</sup>を適用拡張することにより、鳥取大学工学部電子計算機 TOSBAC-3040/MODEL-21 を用いて数値計算を行った結果である。すなわち、図-23 のように半径  $a$  なる等分布円荷重  $q$  が地表面に作用した場合、地盤内の任

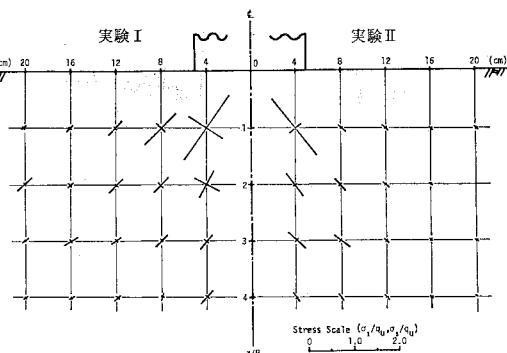
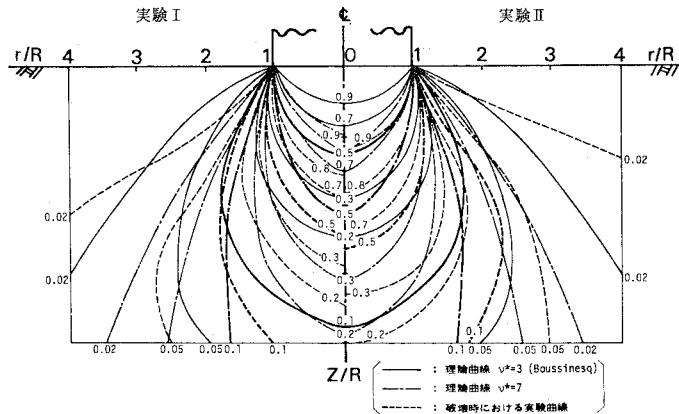


図-21 破壊における最大主応力  $\sigma_1$  と最小主応力  $\sigma_3$  の大きさと方向

図-22 等鉛直応力線 ( $\sigma_z/q_u$ )

意の点  $M'$  に生ずる鉛直方向の直応力成分  $\sigma_z$  は  $\nu^*$  を Fröhlich の応力集中係数とすれば次式のように導かれる。

$$d\sigma_z = \frac{\nu^*}{2\pi} \cdot \frac{z^{\nu^*} r}{(\sqrt{r^2 + z^2})^{\nu^*+2}} dr d\psi \quad \dots \dots \dots (29)$$

$$\therefore \left( \int_A d\sigma_z dA \equiv \right)$$

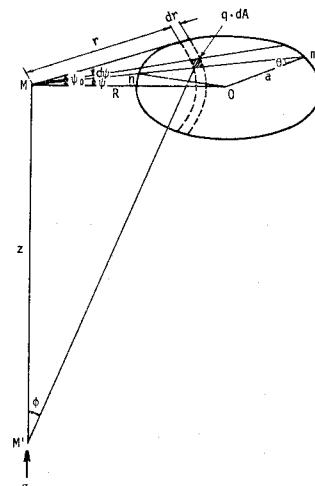
$$\sigma_z = \frac{\nu^*}{\pi} \int_0^{\psi_0} \int_{Mm}^{Mm} \frac{z^{\nu^*} r}{(\sqrt{r^2 + z^2})^{\nu^*+2}} dr d\psi \quad \dots \dots \dots (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} Mm &= R \cos \psi + a \left( 1 - \frac{R^2}{a^2} \sin^2 \psi \right)^{1/2} \\ Mn &= R \cos \psi - a \left( 1 - \frac{R^2}{a^2} \sin^2 \psi \right)^{1/2} \\ \cos \phi &= \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \quad \psi_0 = \sin^{-1} \frac{a}{R} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (30)'$$

式 (30)において  $\nu^*=3$  とすれば、周知のごとき Boussinesq の式になる。さて図-22 の実験曲線をみれば Kögler<sup>15)</sup> らの実験結果とも類似の曲線関係を表わしており、また理論曲線と比較すれば応力集中係数  $\nu^*=7$  に近い分布を示しているものと考えられる。

以上のようにして求めてきた中間主応力の全測定点の平均値は実験 I では中間主応力係数  $K^* \approx 0.45$ 、実験 II :  $K^* \approx 0.35$  が得られ、結局本実験においては一応  $0.3 \leq K^* \leq 0.5$  の範囲にあるものと考えてよさそうである。そしてこの実験結果として得られた範囲を 3. で述べてきた理論計算結果と比較検討するために図-10, 11 中に斜線にて一括図示した。これらの図によると、基礎底面が smooth な場合に関しては  $N_c, N_t$  とともに  $\phi \geq 30^\circ$  に対しては Terzaghi の結果にほとんど一致しており、一方  $\phi$  が小さくなるほど実験結果は Terzaghi のものより小さくなり、その差は大きくなる傾向を示している。前者に関しては  $\phi=30^\circ$  に対する接触圧分布を

図-23 等分布円荷重  $q$  が地表面に作用した場合における地盤内の任意の点に生ずる鉛直方向の直応力成分  $\sigma_z$  を求めるための説明図

示した図-16 をみても是認されるところである。これらのこととは、 $\phi$  が小さい値に対しては支持力係数  $N_c, N_t$  ともに Terzaghi の結果を用いることは結局危険側の結果を与えることになり設計計算上注意を要するものと考えられる。

## 6. 結 語

本文では以上のように、円形剛基礎の極限支持力に関し、3次元軸対称の問題として基礎理論を進め、しかるのち数値計算を行うことにより主として支持力係数  $N_c, N_t$  に注目して、中間主応力の影響ならびに2次元帯状基礎として求められた値にいわゆる形状係数を乗じて円形基礎とした結果との比較検討などを行った。

さらに1箇所において6つの応力成分を同時に直接測定できる土圧計を試作し、これらを設置した乾燥砂地盤における載荷実験を行うことにより、特に中間主応力を注目して上記理論計算結果との比較検討を行った。それらの成果を要約すると次のようである。

(1) 3次元軸対称としての弾性つまり合いの条件式と2次元状態における Mohr-Coulomb の破壊条件式から導いた相交わる2つのすべり線に関する基礎微分方程式式 (8) は、同じ手法を用いて3次元の Mohr-Coulomb の破壊規準式から出発している山口ら<sup>6)</sup> の式を変形したものとまったく同じである。

(2) Haar・Kármán の仮定すなわち  $\sigma_2 = \sigma_3$  の場合の数値計算より求められた支持力係数  $N_c, N_t$  は  $\sigma_2 = \sigma_m$  として得られたものよりもあらゆる場合において例外なく大きいことより、円周方向直応力  $\sigma_\theta$  が中間主応

力  $\sigma_z$  であると考えるならば、設計計算を行うに際し Haar・Kármán の条件のもとに得られた値は危険側の結果を与えることになる。

(3)  $r=0$  の場合について基礎底面が完全にあらい場合はなめらかな場合よりも支持力係数は大きいことから、なめらかな場合として求めた  $N_r$  は安全側の値を与えるものと考えられ、なめらかな場合として計算した結果は十分意義があるものと思われる。

(4) 2次元帶状基礎の結果に形状係数を乗ることにより円形基礎とした値は  $\phi$  が  $20^\circ$  以下の  $N_c, N_r$  に対しては3次元として得られたものよりも大きく、結局危険側の結果を与えることとなる。

(5) 基礎底面が完全にあらい場合の  $N_c$  の計算に際し、図-5(b)にみた AD すべり線の点 A での接線と  $r$  軸とのなす角  $\psi$  は  $\sigma_z = \sigma_3, \sigma_r = \sigma_m$  に対してそれぞれ  $\psi = \phi/2 + 16.5^\circ, \psi = \phi/2 + 26.5^\circ$  なる関係が求められている。このことは2次元帶状基礎として Terzaghi が  $\psi = \phi^{(1)}$ 、Meyerhof が  $\psi = \phi/2 + \pi/4^{(12)}$  と述べているものと異なっている。また Meyerhof は  $N_c$  は基礎底面のあらさには関係しない<sup>(12)</sup>と述べているが著者の結果によると(3)に記したようにあらい場合の方が大きい。

(6) 地盤内の1箇所において6つの応力成分を同時に直接測定できる超小型のサイロ状の試作の土圧計は、十分土圧計の役目を果たしうるものと大いに期待されるものと思われる。

(7) (6)に記した土圧計の記録から得られた破壊時に乾燥砂地盤内に生じた  $\sigma_z$  の等応力線図をみれば Kögler<sup>(15)</sup> らの実験結果とも類似の曲線関係を表わしており、また理論曲線と比較すれば Fröhlich の応力集中係数  $\nu^* = 7$  に近い分布を示しているものと考えられる。

(8) (6)に記した土圧計の記録から求めてきた中間主応力  $\sigma_z$  の値は  $K^*$  を中間主応力係数と定義し、 $\sigma_z = \sigma_3 + K^*(\sigma_m - \sigma_3)$  とおくことにより、 $0.3 \leq K^* \leq 0.5$  なる範囲にあるものと考えてよさそうである。

上述のようにして得られた中間主応力に関するこのような値は、本研究においてはある限られた乾燥砂地盤を対象とし、しかも実験資料も数少ないけれども、この種の値を実験的に把握された資料がまったくない現状において、土質・基礎工学上非常に有意義なものと確信する次第である。なお試作の土圧計の材料は乾燥砂地盤を対象としてポリエチレンラバーを選定したが、この場合でしかも本実験に採用した載荷荷重の範囲内ではポリエチレンラバーに貼付したひずみ計によるひずみと応力との間に線形関係がみられたが、比較的強固な粘性土地盤に対してはこれらの間にあまりよい対応がみられないようである。またポリエチレンラバーの温度による弾性係数の変化については実験中地盤内の温度を測定したがほと

んど一定であったことから得られた実験資料を考察する段階では考慮に入れなかった。したがってこれらのことも含めて現在材料の選定に立ち返って注意深く検討中である。

謝 辞：本論文における理論的研究の主なるものは著者が京都大学提出博士学位論文の一部<sup>(16)</sup>としてとりまとめたものであり、京都大学工学部教授 後藤尚男先生ならびに 京都大学防災研究所教授 柴田 徹先生に少なからずご高配をいただいたことを記するとともに、その後の実験の実施に際しては鳥取大学工学部助手 藤村 尚氏、同大学院工学研究科修士課程土木工学専攻学生 横山 斤氏ならびに当時の同工学部土木工学科学生 吉川茂樹<sup>(17)</sup>氏（現在セントラルコンサルサント勤務）に多大なご協力を賜わった。あわせて深甚なる謝意を表する次である。

#### 参考文献

- 1) Kötter, P. : Über das Problem der Erddruckbestimmung, Verhandl. Phys. Ges. Berline, 1888.
- 2) 山口柏樹：拡張せる Kötter の方程式に関する二、三の考察、土木学会論文集、第 60 号、pp. 11~19、昭.34.1.
- 3) Shield, R.T. : On the Plastic Flow of Metals under Conditions of Axial Symmetry, Proc. Roy. Soc. A, 233, July, 1955, pp. 267~287.
- 4) Eason, G. and Shield, R.T. : The Plastic Indentation of a Semi-Infinite Solid by Perfectly Rough Circular Punch, ZAMP, Vol. 11, 1960, pp. 33~43.
- 5) Cox, A.D., Eason, G. and Hopkins, H.G. : Axially Symmetric Plastic Deformations in Soils, Phil. Trans. Roy. Soc. of London A, Vol. 254, No. 1036, Aug., 1961, pp. 1~45.
- 6) 山口柏樹・木村 益・寺師昌明：円筒座標に関する Kötter の方程式と支持力論への適用、第 2 回土質工学研究発表会講演集、I-21, pp. 117~122, 昭.42.11.
- 7) 山口柏樹・木村 益・寺師昌明：極限支持力の精密解について、第 3 回土質工学研究発表会講演集、II-15, pp. 333~338, 昭.43.6.
- 8) 勝見 雅：3次元軸対称問題としての支持力理論、第 4 回土質工学研究発表会講演集、IV-25, pp. 555~560, 昭.44.6.
- 9) 勝見 雅・神野広己：基礎底面があらい場合における3次元軸対称としての支持力に関する研究、土木学会第 24 回年次学術講演会講演概要集、III-23, pp. 71~74, 昭.44.9.
- 10) 久保田敬一・勝見 雅・横山 斤：中間主応力に注目した円形剛基礎の支持力に関する研究、土木学会第 30 回年次学術講演会講演概要集、III-90, pp. 173~174, 昭.50.10.
- 11) Terzaghi, K. : Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, 1943, pp. 118~143.
- 12) Meyerhof, G.G. : Influence of Roughness of Base and Ground-Water Conditions on the Ultimate Bearing Capacity of Foundations, Géotechnique, III, 1955, pp. 227~242.
- 13) Meyerhof, G.G. : The Ultimate Bearing Capacity of Foundations, Géotechnique, II, 1950 and 1951, pp. 301~332.
- 14) 後藤尚男・勝見 雅：大径鋼管ぐいの沈下に関する基礎

- 的研究, 土木学会論文集, 第138号, pp. 2~5, 昭.42.2.
- 15) Kögler, F. : Opening Discussion at Section E. Stress Distribution in Soils, Proc. 1st I.C.S.M.F.E., III, 1936, pp. 66~70.
- 16) 勝見 雅: 杭基礎の水平抵抗ならびに鉛直支持力に関する研究, 京都大学提出博士学位論文, pp. 163~203. 昭.47.6.
- 17) 吉川茂樹: 砂地盤の支持力に関する実験的研究, 鳥取大学工学部土木工学科卒業論文, 昭.50.3, pp. 1~29.
- 18) Lundgren, H. and Mortensen, K. : Determination by the Theory of Plasticity of the Bearing Capacity of Continuous Footings on Sand, Proc. 3rd I.C.S.M.F.E., I, 1953, pp. 409~412.
- 19) Ko, H.Y. and Scott, R.F. : Bearing Capacities by Plasticity Theory, Proc. A.S.C.E., Vol. 99, SM 1, January, 1973, pp. 25~43.

(1975.11.20・受付)