

橋梁の信頼性におよぼす荷重の作用点の効果 に関する一考察

THE EFFECT OF LOADING POINT ON THE RILIABILITY OF BRIDGES

小堀 為雄*・出村 禧典**

By Tameo KOBORI and Yoshinori DEMURA

1. まえがき

近年、構造物に作用する荷重や使用材料の強度のばらつき、また応力解析の際に生じる種々の誤差などを確率・統計学的に取り扱い、構造物の安全性を信頼性なる確率量で数量的に表現し、安全性を総合的かつ合理的に解析しようとする研究が進められてきている^{1)~6)}。

本研究は土木構造物の中でも特に橋梁の信頼性に注目したものである。静止荷重が作用する構造物の信頼性解析に関する研究は多くなされているが、橋梁は他の土木構造物と異なり荷重の作用点が移動するという特殊な条件があるために、信頼性は荷重の作用点の移動性を考慮して解析する必要があると考えられる。本論文は、荷重の作用点の移動の効果を検討した1つの解析法を示すものである。

本解析法は、通常われわれがよく取り扱っている時間の経過に伴って変化するシステムの数学的モデルである確率過程を、時間のかわりに荷重の移動経過をパラメータとして、橋梁をモデル化したシステムに適用することにより信頼性を解析するものである。そのとき、信頼性や破壊確率の計算に用いる橋梁システムの各要素のばらつきや誤差を示す確率分布は、荷重の移動経過に伴って逐次修正されるものとする。

本解析法は、構成する部材の数の多い構造物や単一の部材からなる構造物でも幾つかの破壊モード（引張、圧縮、曲げ、せん断、座屈など）を同時に考慮する必要のある構造物の移動荷重による信頼性の計算に

有用である。そして、荷重の移動経過による信頼性の変化を把握することも可能である。また、従来橋梁の信頼性を定義する場合荷重の位置によって信頼性が異なるという不都合があったが、本解析法により荷重を移動荷重として信頼性の解析を行えばこのような不都合は解消される。

また、本論文では桁橋やトラス橋の例について本解析法を用いて数値計算を行い、各種のばらつきや誤差が橋梁の安全性の評価にどのような影響を与えるかを考察している。

2. 本研究に用いた構造物のモデル

構造物の安全性解析のシステムは、構造物の使用目的、荷重の種類、部材の構成の仕方などによって異なるであろうが、一例を図-1に示す。図中の s_{ij} , r_{ij} は部材 i の j なる破壊モードに関する応力や強度を示し、 m は部材数、 u_i は部材 i における破壊モード数を示す。

このシステム図より明らかなように、橋梁の信頼性解析においては、荷重の大きさや材料の強度、部材の断面形状、境界条件など、ばらつきや誤差を考慮しなければ

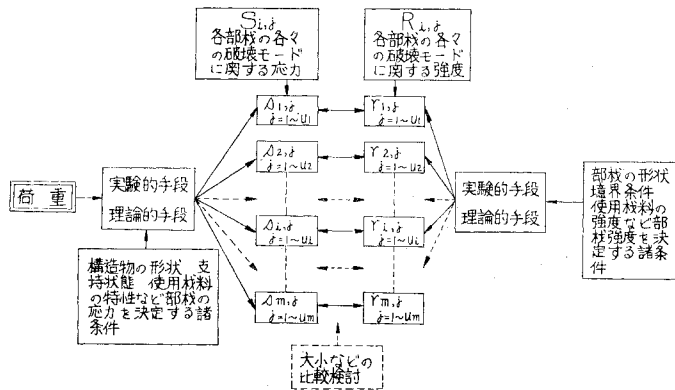


図-1 構造物の安全性解析のシステムの一例

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部建設
工学教室

** 正会員 工修 石川工業高等専門学校講師
土木工学教室

ならない要素は多くある。ところが、これらの誤差やばらつきは次の3種類に分類できると考えられる。第1は荷重自体のばらつき、第2は応力を決定する諸条件のばらつきや応力解析の際に生じる誤差で、これは荷重を部材の応力に変換するときの誤差と考えられる。第3は部材強度を決定する諸条件のばらつきや部材強度の解析上の誤差で、すなわち部材強度のばらつきである。本論文では、特に第2、第3の荷重を応力へ変換するときの誤差や部材強度のばらつきに注目して移動荷重の信頼性解析の理論展開や数値計算を進めることとし、次のような2つの具体的なモデルを設定する。

1) 図-2 に示す桁橋のモデルは、単一部材の構造物の1つの例で W_m なる大きさの単一の移動荷重が単純支持はりの支点 A から支点 B に向かって移動する。はりの断面は全スパン一定で、破壊モードとしては曲げ破壊のみを考えると、はりの強度は曲げ強度 r のみで定義することができる。また、はりに生じる応力は全スパンを通じての最大曲げ応力のみ注目すればよい。いま、荷重が支点 A から ζ なる位置にあるときの全スパンを通じての最大曲げモーメントを $M_m(\zeta)$ 、最大曲げ応力を $s_m(\zeta)$ とすれば、 $M_m(\zeta)$ と $s_m(\zeta)$ の関係は次式のように表わすことができる。

$$s_m(\zeta) = cM_m(\zeta) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 c は比例定数である。

そこで応力変換の誤差やばらつきを式(1)における比例定数 c に集縮し、確率量とし、確率変数 C で表わす。また強度のばらつきや誤差を考慮するために、 r も確率量とし確率変数 R で表わす。そして、 C と R は、互いに独立であると仮定し、それぞれの密度関数を $f_R(r)$ 、 $f_C(c)$ とする。

また $s_m(\zeta)$ は C に完全に従属する確率変数となり、確率変数 S_m で表わし、密度関数を $f_{S_m}(s; \zeta)$ で表わすものとすれば次式の関係が成り立つ。

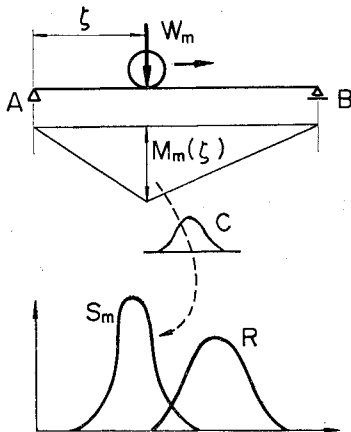


図-2 桁橋のモデル

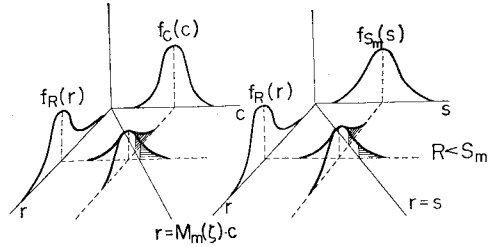


図-3 桁橋のモデルにおける変換係数 (C) と強度 (R) の分布と対応する応力 (S_m) と強度 (R) の分布

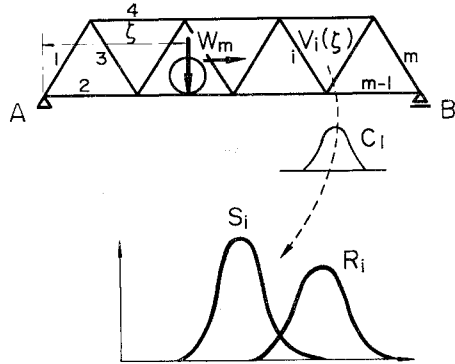


図-4 トラス橋のモデル

$$f_{S_m}(s; \zeta) = \frac{1}{M_m(\zeta)} f_C\left\{ \frac{s}{M_m(\zeta)} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

そこで $P_s(\zeta)$ を荷重が支点Aより ζ なる位置に載荷されたときのはりの破壊確率、 $R_s(\zeta)$ を同じくはりの信頼性とすれば次式で求められる (図-3 参照)。

$$P_s(\zeta) = \text{Prob} (S_m > R) \dots\dots\dots(3)$$

$$= \iint_{S_m > R} f_{S_m}(s; \zeta) f_R(r) ds dr \dots\dots\dots(4)$$

$$= \iint_{M_m(\zeta)C > R} f_C(c) f_R(r) dc dr \dots\dots\dots(5)$$

$$R_s(\zeta) = 1 - p_s(\zeta) \dots\dots\dots(6)$$

2) 図-4 に示すワーレントラスのモデルは多部材構造物の1つの例で、1) と同様に単一の移動荷重が支点 A から支点 B に向かって移動すると考える。静定構造物であるのでおのおのの部材を要素とした直列結合のシステムと考えることができる。各部材の破壊モードとしては軸力による破壊のみを考え、部材の強度を r_i (r_i は部材 i の強度を示し、引張、圧縮にかかわらず絶対値を問題にする) とする。さらに、それぞれの部材の軸力を $V_i(\zeta)$ 、応力を $s_i(\zeta)$ とし、次式の関係が成り立つものとする。

$$s_i(\zeta) = c_i V_i(\zeta) \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 c_i は軸力と応力の関係を示す比例定数である。

そこで、 c_i, r_i を互いに独立な確率量であると仮定し、 C_i, R_i なる確率変数で表わし、密度関数を $f_{C_i}(c_i)$ 、 $f_{R_i}(r_i)$ とする。 $s_i(\zeta)$ は C_i に従属する確率量となり、確

率変数を S_i , 密度関数 $f_{S_i}(s_i; \zeta)$ とすれば次式の関係が得られる。

$$f_{S_i}(s_i; \zeta) = \frac{1}{V_i(\zeta)} f_{C_i} \left\{ \frac{s_i}{V_i(\zeta)} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

そこで荷重を支点 A より ζ なる位置に載荷した場合の部材 i の破壊確率を $P_i(\zeta)$, 信頼性を $R_i(\zeta)$, トラス構造全体の破壊確率, 信頼性を $P_s(\zeta), R_s(\zeta)$ とすれば, これらの値は 図-3 において C を $C_i, M_m(\zeta)$ を $V_i(\zeta), S_m$ を S_i に置き換えることにより, 次式のように得ることができる。

$$P_i(\zeta) = \text{Prob}(S_i > R_i) \dots\dots\dots (9)$$

$$= \iint_{S_i > R_i} f_{S_i}(s_i; \zeta) f_{R_i}(r_i) ds_i dr_i \dots\dots\dots (10)$$

そこで, すべての C_i や R_i なる確率変数は独立であり, またトラス橋のモデルは静定構造物であるので直列システムと考えることができるから次式が成り立つ。

$$R_s(\zeta) = \prod_{i=1}^m R_i(\zeta) \\ = \prod_{i=1}^m \{1 - P_i(\zeta)\} \dots\dots\dots (11)$$

$$P_s(\zeta) = 1 - R_s(\zeta) \dots\dots\dots (12)$$

3. 移動荷重を受ける構造物の破壊確率

(1) 荷重の移動性の取り扱い

荷重の移動性の取り扱いをまず 図-2 の単純支持はりのモデルを例に説明する。

荷重の移動性を考慮するために荷重の支点 A からの位置 ζ をパラメーターとした変換係数 C と強度 R の 2 変数の分布を考える。いま Z_f をはりが破壊するときの荷重の位置の集合と考えれば, 移動荷重によるはりの破壊確率 $P_{m,s}$ は次式で表わされる。

$$P_{m,s} = \text{Prob}(Z_f < l) \dots\dots\dots (13)$$

ここに l はスパン長である。

そこで $\text{Prob}(Z_f < l)$ を求めるために 図-5 に示すようにスパンを n 等分したモデルを考える。 ζ_k は k 点の支点 A からの距離, $\Delta\zeta$ は n 等分された区間の長さであ

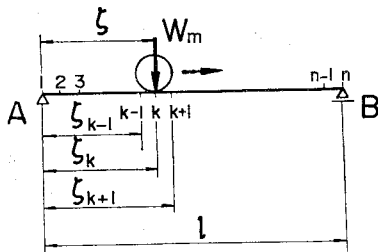


図-5 移動荷重による破壊確率の解析における橋のモデル

る。いま $L_Z(\zeta_k)$ を荷重が支点 A から移動し, k 点に達するまでに破壊しない確率とすれば,

$$L_Z(\zeta_k) = \text{Prob}(Z_f > \zeta_k) \dots\dots\dots (14)$$

また荷重が k 点に達するまでに破壊する確率を $F_Z(\zeta_k)$ とすれば,

$$F_Z(\zeta_k) = \text{Prob}(Z_f \leq \zeta_k) \dots\dots\dots (15)$$

$$= 1 - L_Z(\zeta_k) \dots\dots\dots (16)$$

荷重が $k-1$ 点より出発して k 点に達する間に破壊する確率を $f_Z(\zeta_k)$ とすれば,

$$f_Z(\zeta_k) = \text{Prob}(\zeta_{k-1} < Z \leq \zeta_k) \dots\dots\dots (17)$$

$$= F_Z(\zeta_k) - F_Z(\zeta_{k-1}) \dots\dots\dots (18)$$

また $h_Z(\zeta_k)$ を荷重が $k-1$ 点に達するまでは破壊しない条件のもとに, $k-1$ 点より k 点に達する間に破壊する確率, すなわちシステムの生存状態から破壊状態への推移確率とすれば,

$$h_Z(\zeta_k) = \text{Prob}(\zeta_{k-1} < Z_f \leq \zeta_k | Z_f > \zeta_{k-1}) \dots\dots\dots (19)$$

$$= \frac{\text{Prob}(\zeta_{k-1} < Z_f \leq \zeta_k \cap Z_f > \zeta_{k-1})}{\text{Prob}(Z_f > \zeta_{k-1})}$$

$$= \frac{f_Z(\zeta_k)}{L_Z(\zeta_{k-1})} \dots\dots\dots (20)$$

同時に以下の関係式も成り立つ。

$$f_Z(\zeta_k) = h_Z(\zeta_k) L_Z(\zeta_{k-1}) \dots\dots\dots (21)$$

$$F_Z(\zeta_k) = \sum_{j=1}^k f_Z(\zeta_j) \dots\dots\dots (22)$$

ところが, 式 (13) より破壊するときの荷重の位置が桁の上にある確率が桁の破壊確率となることから, $P_{m,s}$ は次のように表わすことができる。

$$P_{m,s} = F_Z(l) \dots\dots\dots (23)$$

$$= \sum_{j=1}^n f_Z(\zeta_j) \dots\dots\dots (24)$$

以上の関係から $h_Z(\zeta_k)$ (以後危険率とよぶ) が求まれば $P_{m,s}$ が得られる。

また次式で定義される $\lambda_Z(\zeta)$ が存在すれば, $L_Z(\zeta_k)$

$$\lambda_Z(\zeta) = \lim_{\Delta\zeta \rightarrow 0} \frac{h_Z(\zeta, \zeta + \Delta\zeta)}{\Delta\zeta} \dots\dots\dots (25)$$

$F_Z(\zeta), f_Z(\zeta)$ の連続な $\phi_Z(\zeta), \Phi_Z(\zeta), \psi_Z(\zeta)$ が求められ, 次の関係式が成り立つ。 $h_Z(\zeta, \zeta + \Delta\zeta)$ は荷重が ζ まで移動するまでは破壊しない条件のもとに ζ から $\zeta + \Delta\zeta$ に移動する間に破壊する確率を示す。

$$\psi_Z(\zeta) = \frac{d\Phi_Z(\zeta)}{d\zeta} = -\frac{d\phi_Z(\zeta)}{d\zeta} \dots\dots\dots (26)$$

$$\lambda_Z(\zeta) = \frac{\phi_Z(\zeta)}{\psi_Z(\zeta)} = -\frac{d\phi_Z(\zeta)}{\phi_Z(\zeta) d\zeta} \dots\dots\dots (27)$$

$$= -\frac{d \ln \phi_Z(\zeta)}{d\zeta} \dots\dots\dots (28)$$

$$\phi_Z(\zeta) = \exp \left\{ - \int_0^{\zeta} \lambda_Z(\zeta') d\zeta' \right\} \dots\dots\dots (29)$$

$$P_{m,s} = \Phi_Z(l) = 1 - \exp\left\{-\int_0^l \lambda_Z(\zeta') d\zeta'\right\} \dots\dots\dots (30)$$

(2) 危険率 $h_Z(\zeta_k)$ の計算

いま $M_{m,\max}(\zeta_{k-1})$ を荷重が支点Aから $k-1$ 点に達するまでの最大曲げモーメントの最大値とする。 $h_Z(\zeta_k)$ は荷重が $k-1$ 点に達するまでは破壊しないということを条件にしているの、次式のように表わされる (図-6 の分布参照)。

$$h_Z(\zeta_k) = \text{Prob}\{S_m > R | R > M_{m,\max}(\zeta_{k-1})C\} \dots\dots\dots (31)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{Prob}\{S_m > R \cap R > M_{m,\max}(\zeta_{k-1})C\}}{\text{Prob}\{R > M_{m,\max}(\zeta_{k-1})C\}} \\ &= \frac{\iint_{S_m > R} f_{S_m}(s; \zeta_k) f_R(r) H\{r - M_{m,\max}(\zeta_{k-1})c\} ds dr}{\iint_{R > M_{m,\max}(\zeta_{k-1})C} f_{S_m}(s; \zeta_k) f_R(r) ds dr} \\ &= \frac{\iint_{M_m(\zeta_k)C > R} f_C(c) f_R(r) H\{r - M_{m,\max}(\zeta_{k-1})c\} dc dr}{\iint_{R > M_{m,\max}(\zeta_{k-1})C} f_C(c) f_R(r) dc dr} \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

ここに、 $H(x)$ は Heaviside step function である。

なお、図-6 は式 (32) の $h_Z(\zeta_k)$ の計算の確率分布を示している。 図-6(a), (b) は、荷重が ζ_{k-1} に移動するまでは破壊しない条件が加味された C と R の確率分布と、対応する S_m と R の分布である。 すなわち、荷重が ζ_{k-1} に達するまでは破壊しないということから、 $S_m > R$ なる事象は生じ得ない。 そこで、 $S_m \leq R$ なる事象を全事象とする確率分布を考えればよい。 そして、荷重が ζ_{k-1} の点から ζ_k の点に移動すれば、図-6(a) の C と R の分布に対応する分布は式 (2) より図-6(d) のような分布となり、斜線で示した $S_m > R$ なる破壊する事象が生じ、その確率が $h_Z(\zeta_k)$ となる (式 (32) 参照)。 さらに、図-6(c) は荷重が ζ_k まで移動するまでは破壊しない条件が加味された C と R の分布である。

トラス橋の場合は、図-6 において、 R を R_i 、 C を C_i 、 S_m を S_i 、 $M_{m,\max}(\zeta_k)$ を $V_{i,\max}(\zeta_k)$ (荷重が ζ_k に移動する間に部材 i に生じる最大の軸力である) に置

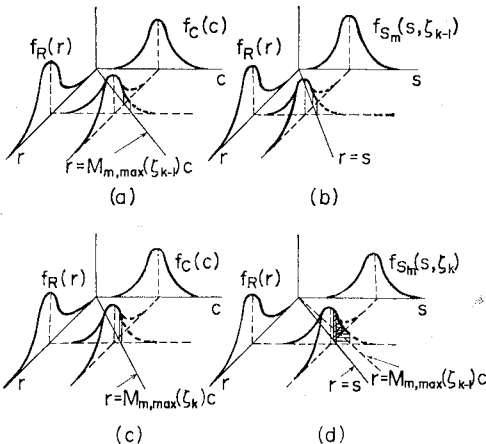


図-6 荷重の移動経過による分布の修正

き換えた分布より、部材 i の条件確率 $h_{Z,i}(\zeta_k)$ が求められる。そして、トラス全体の条件確率は次式より得られる。

$$h_Z(\zeta_k) = 1 - \prod_{i=1}^m \{1 - h_{Z,i}(\zeta_k)\} \dots\dots\dots (33)$$

4. 数値計算とその結果

以上、移動荷重による桁またはトラス橋の破壊確率の理論解析を行ってきた。ここでは桁橋やトラス橋のモデルを例に取り具体的にを行った数値計算結果より、移動荷重を受ける橋梁の破壊現象について考察を加えてみることにする。

数値計算の手順を簡単に説明すると、まず、橋をスパン方向にある短い区間に分割する。しかる後、式 (32) から荷重が $k-1$ 点まで移動したことを条件とした破壊確率 $h_Z(\zeta_k)$ を求め、次に式 (21)、(22) および式 (16) から順次 $f_Z(\zeta_k)$ 、 $F_Z(\zeta_k)$ および $L_Z(\zeta_k)$ を求め、荷重を1ステップ移動させる。このときの $L_Z(\zeta_k)$ が次のステップでの式 (21) の $L_Z(\zeta_{k-1})$ となる。したがって、最初のステップでの $L_Z(\zeta_1)$ はその構造物に移動荷重が載荷されないまへの生存確率であり、死荷重による破壊確率を考えない場合は1.0である。以下計算に用いたモデル橋について説明する。

(1) モデル橋と荷重および部材強度の設定

モデル橋としては、スパン長10mの桁橋 (図-7) とスパン長70mのトラス橋 (図-8) を考える。桁橋は床版や横桁などの床組は省略し、単に等断面単純支持ばりと考え、20tの単一の移動荷重を載荷する。なお桁のI形断面は、単一荷重が通過するとき桁に生じる最大曲

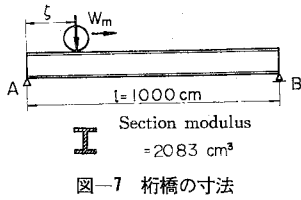


図-7 桁橋の寸法

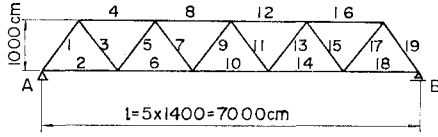


図-8 トラス橋の寸法

表-1 トラス橋の各部材の断面積

(cm ²)			
member	section	member	section
1	8.138	6	10.500
2	4.666	7	6.103
3	8.138	8	14.000
4	9.333	9	4.069
5	6.403	10	11.666

げ応力度が上下フランジにおいて 2400 kg/cm² となるように決定されている (具体的には断面係数が 2083 cm³)。

トラス橋については、桁と同様床組、横構関係は省略し、各部材の断面寸法は、20 t の単一移動荷重がトラス橋を通過するとき各部材の最大応力がそれぞれ 2400 kg/cm² となるように定められている (図-8 参照。部材断面は表-1 参照)。

いずれの橋のモデルにおいても荷重は確定量とし、荷

重を応力に変換する係数 C および C_i を確率量とし、計算された値を平均値とみなし、変動係数 (v_c, v_{c_i}) が 0.1~0.4 の範囲の正規分布に従うとする。変換係数 c および c_i のばらつきは、図-1 のシステムから明らかなように他のいろいろな要素のばらつきや誤差を総合したものと考えられるので、確率量 C および C_i は正規分布に従うとした。

また解析に用いた部材の強度のばらつきは、鋼材の強度のばらつきのみを考慮し、図-1 における部材強度の解析上の誤差、その他の諸条件の誤差とばらつきは無視するものとし、文献 8) の鋼材の強度に関する実験報告を参考に、平均値 2400 kg/cm²、変動係数 0.1 の正規分布に従うものとする。鋼材の強度のばらつきの分布は対数正規分布として取扱われることもあるが、ここでは簡単のため正規分布と考える。

(2) 数値計算結果とその考察

上記のモデル橋について解析された数値計算結果を図-9~12 に示す。

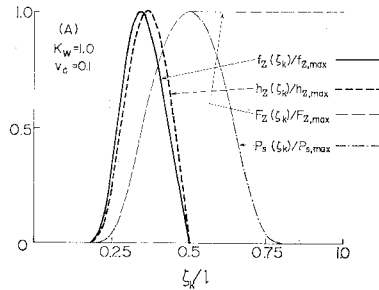


図-9 桁橋の移動荷重による破壊確率

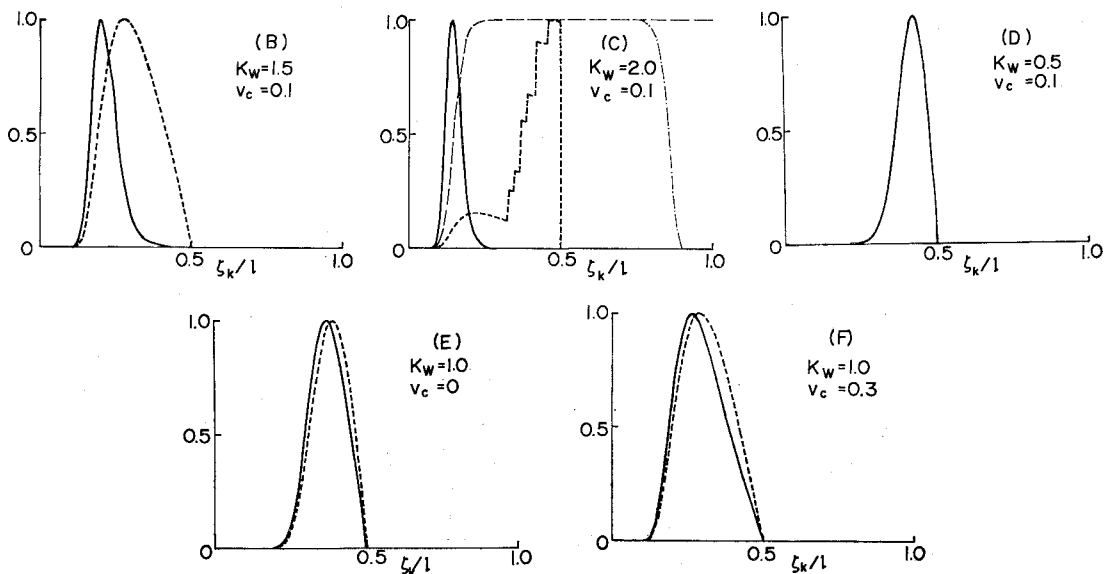


図-10 その他のケースの移動荷重による破壊確率 (桁橋)

各図は無次元表示を用い、各モデルを単一荷重が移動することによる各点での $h_z(\zeta_k)$, $f_z(\zeta_k)$, $F_z(\zeta_k)$ および $P_s(\zeta_k)$ の値をスパンを通してのそれぞれの最大値 $h_{z,max}$, $f_{z,max}$, $F_{z,max}(=F_z(l))$, $P_{s,max}$ (実際の値は表-2 に示されている) で除した値がプロットされている。したがって縦軸はそれぞれこの最大値との比を示し、確率ではないことに注意されたい。ここに $P_s(\zeta_k)$ は式 (5), (12) より計算される確率、すなわち荷重の移動経過を考慮しないで、支点 A から ζ_k なる位置に荷重が載荷されたときの構造物の破壊確率である(以後この確率を静止荷重による破壊確率とよぶこととする)。横軸は支点Aからの荷重の位置をスパンで割った値である。 K_W は標準的な荷重の大きさ $W_m=20t$ に対する比である。図-9, 10 は桁橋、図-11, 12 はトラス橋に対する結果である。以下、それぞれの結果について簡単な解説を加える。

a) 桁橋の結果について

1) 図-9 の A ケースは荷重 $W_m=20t$, $v_c=0.1$ の場合で、危険率 $h_z(\zeta_k)$ は荷重の移動につれて次第に大

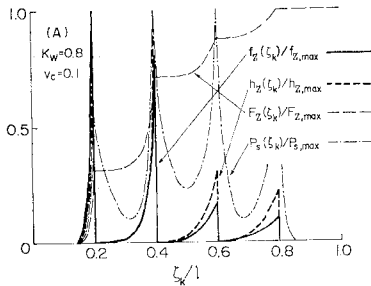


図-11 トラス橋の移動荷重による破壊確率

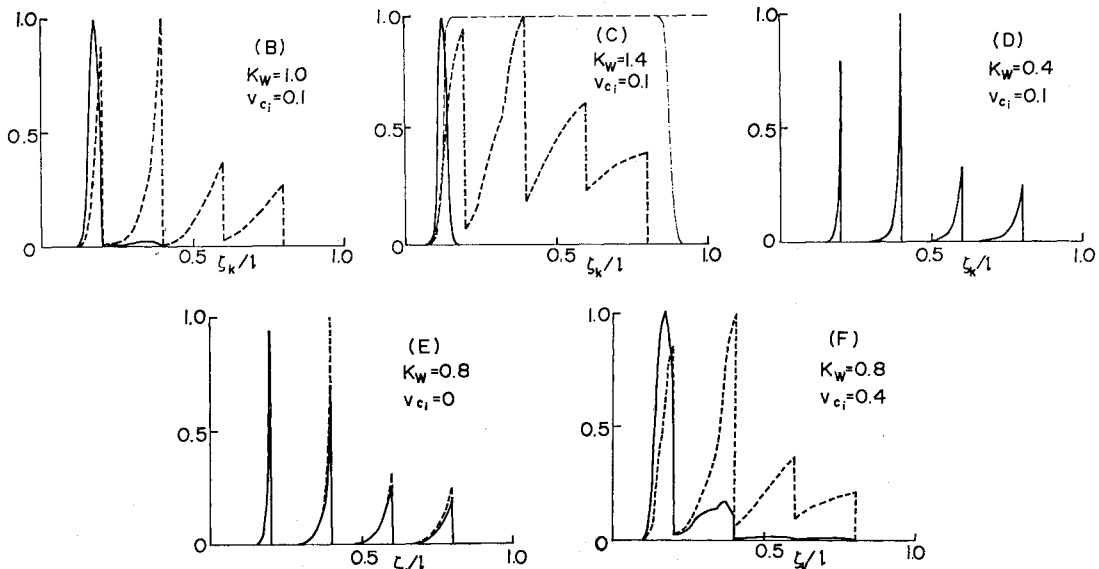


図-12 その他のケースの移動荷重による破壊確率(トラス橋)

きくなり、 $\zeta_k/l=0.365$ 付近で最大となり、それ以後は減少し、0.5 を越すと 0 となる。これは荷重の移動距離 ζ_k の小さいうちは、荷重の移動による応力の増加量は大きい、その絶対値が小さいために破壊する確率が小さい。しかし、 ζ_k が大きくなると、すなわち荷重がスパンの中央に近づくと応力の増加量も絶対値も大きくなり、危険率も大きくなる。そして、さらに荷重が中央に進むと応力の絶対値が大きくなって荷重の移動によって新たに付加される応力が小さくなり、したがって破壊の可能性も小さくなると考えられる。荷重が中央点を過ぎると、すでに生じている最大曲げ応力の最大値よりさらに大きな最大曲げ応力が生じる可能性がないため、もはや新たな破壊確率は生じない。

2) また同ケースの $f_z(\zeta_k)$ は、荷重が ζ_{k-1} より ζ_k に移動するときの破壊確率で、 $h_z(\zeta_k)$ より ζ_k の小さい箇所ではピークが表われている。これは、 ζ_k が大きくなるほど、荷重がその位置に達するまでに破壊してしまう確率が大きくなるためである。

3) $F_z(\zeta_k)$, すなわち荷重が ζ_k 点に達するまでのいずれかの点で破壊する確率は ζ_k が大きくなるに従い大きくなり、危険率 0 であるところでは一定となる。そして、 $F_z(l)$, すなわち荷重が橋を通過するまでのいずれかの点で破壊する確率が荷重の作用点の移動の効果を考えた橋の破壊確率となる。

4) 静止荷重による破壊確率 $P_s(\zeta_k)$ は、桁の中央で最大となり左右対称となっている。また、桁橋では、 C_m と R のただ一組の分布を考えているため、静止荷重による破壊確率の最大値 $P_{s,max}$ と移動荷重による破壊確率は一致する(表-2 の $F_{z,max}$ と $P_{s,max}$ の値を参照)。

表-2 各ケースのそれぞれの確率の最大値

	$f_{Z,max}$	$h_{Z,max}$	$F_{Z,max}$	$P_{s,max}$	
simple beam	(A)	0.7465910E-02	0.1003367E-01	0.5000000E 00	0.5000000E 00
	(B)	0.2530044E-01	0.6567258E-01	0.9972442E 00	0.9972442E 01
	(C)	0.4055864E-01	0.8236351E 00	0.1000000E 01	0.1000000E 01
	(D)	0.8488701E-07	0.8488723E-07	0.3872242E-05	0.3872242E-05
	(E)	0.8258160E-02	0.1132052E-01	0.5000000E 00	0.5000000E 00
	(F)	0.6269556E-02	0.7985748E-02	0.5000000E 00	0.5000000E 00
truss	(A)	0.6132957E-01	0.8856897E-01	0.6864480E 00	0.3485147E 00
	(B)	0.1156543E 00	0.4824062E 00	0.1000000E 01	0.1000000E 01
	(C)	0.1694532E 00	0.8910160E 00	0.1000000E 01	0.1000000E 01
	(D)	0.2895966E 07	0.2895967E-07	0.2244083E-06	0.8269353E-07
	(E)	0.3351628E-01	0.4578970E-01	0.3542703E 00	0.1489090E 00
	(F)	0.5928278E-01	0.1558341E 00	0.9969816E 00	0.9994117E 00

5) 図-10 の B ケースは、図-9 の A ケースに比べて変換係数や部材強度のばらつきは同じであるが、荷重が大きいための結果である。 $f_Z(\zeta_k)$ や $h_Z(\zeta_k)$ のピークは A ケースより ζ_k の小さい箇所が生じており、このことは、荷重が大きくなったために荷重があまり進まないうちに破壊する可能性が大きくなることを意味している。図-10 の C ケースはさらに荷重が大きくなった場合の結果であり、B ケースの結果より前述の傾向がさらに強くなっている。また $F_Z(l)$ の値は B ケースの場合、ほとんど 1.0 に近い値となっている。すなわち荷重が 0.35 ぐらいに達すると橋が破壊する可能性が非常に大きいことを示している。C ケースでは破壊確率は 1.0 に達している。

6) 図-10 の D ケースは A ケースより荷重が小さい場合の結果である。このケースでは、B、C とは逆の傾向を示している。そして、破壊確率が小さいため $h_Z(\zeta_k)$ と $f_Z(\zeta_k)$ はほとんど一致し、そのピークも ζ_k の大きい箇所に移動している。

7) 図-10 の E ケースは、荷重の大きさは A ケースと同様であるが、応力への変換係数のばらつきを無視した場合であり、F ケースは逆に変換係数のばらつきが大きいときの結果である。E ケースの $h_Z(\zeta_k)$ や $f_Z(\zeta_k)$ の傾向は D ケースに似た傾向を示している。また F ケースでは $f_Z(\zeta_k)$ は A ケースに比べ、そのピークは前に位置しているが、その広がりは大きくなっている。

8) なお、図-9, 10 の計算結果は、応力変換係数の誤差と部材強度のばらつきを考慮した結果であるが、この結果は同時に、応力変換係数の誤差を無視し、荷重のばらつきと部材強度のばらつきを考慮した結果であるとも考えることができる。3. に示されている桁橋の理論において、 $f_c(c)$ を $f_W(w)$ (荷重のばらつきを示す密度関数) に置き換えれば明らかになる。

b) トラス橋の結果について

おのおののケースは桁橋の場合と同様に分類されている。

1) トラス橋に $W_m=16t$ なる単一荷重が移動した

場合の計算結果を図-11 (A ケース) に示す。A ケースでは、 $h_Z(\zeta_k)$ 、 $f_Z(\zeta_k)$ は 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 の点でピークを持ち、鋸状に変化している。これはトラスの応力状態から明らかかなように、0.2, 0.4, 0.6, 0.8 の箇所を荷重が通過するとき、幾つかの部材の応力が大きくなり、その部材の破壊確率が大きくなり、構造物全体の破壊確率も大きくなる。そして、 ζ_k が 0.8 以上になるとすべ

ての部材は荷重の移動にともない応力が減少するため、破壊確率は生じなくなる。なお、 $h_Z(\zeta_k)$ は、0.4 でピークになっているが、 $f_Z(\zeta_k)$ はその前の 0.2 でピークとなっている。これは桁橋の場合と同様に、 ζ_k が大きくなるほど、その点に達するまでに破壊する確率が大きくなるためである。また、図-12 の D ケースのように、荷重の小さい場合には両方の値はほとんど一致しているが (表-2 参照) B, C ケースのように荷重が大きくなると、 $f_Z(\zeta_k)$ は ζ_k の小さい箇所に集中している。

2) 表-2 の値より明らかなように、 $F_{Z,max}$ すなわち、 $F_Z(l)$ と $P_{s,max}$ とは一致しない。これは、トラスのような多部材構造物では、おのおのの部材によってそれぞれ応力の増加、減少の傾向がまちまちであり、すべての部材において応力が最大となる荷重位置が普通存在しないため、静止荷重による破壊確率の最大値と、移動荷重による破壊確率 $F_Z(l)$ は一致しなくなり、 $F_Z(l)$ の方が大きくなる。このことから多部材構造物や単一部材からなる構造物でも幾つかの種類の破壊モードを考慮する必要のある構造物では、本解析法によって破壊確率を求める必要が生じてくる。

3) 表-3 は、 $v_{c_i}=1.0$ と $v_{c_i}=0$ の場合の、荷重の大きさを変化させた場合の移動荷重による破壊確率 $F_Z(l)$ と静止荷重による破壊確率の最大値 $P_{s,max}$ の両者の比を示したものである。この結果から、荷重が小さいときは、 $F_Z(l)$ と $P_{s,max}$ の比は約 2.7 で、一定値となっているが、荷重が大きくなるとその比はだんだん小さくなり、次第に 1.0 に近づいていく。これは、荷重の大きいところでは静止荷重による P_s によっても正しく破壊確率が得られることを示している。ただし、具体的な値、2.7 は構造によって異なってくると考えられる。

4) その他の傾向は、ほとんど桁橋の結果と類似している。

表一 移動荷重による破壊確率と静止荷重による破壊確率の比較

K_W	$v_{CL}=0.1$			$v_{CL}=0.0$		
	(1) $F_z(1)$	(2) $P_{s,max}$	(1)/(2)	(1) $F_z(1)$	(2) $P_{s,max}$	(1)/(2)
0.3	0.16116E-09	0.59446E-10	2.7110	0.24319E-10	0.89808E-11	2.7079
0.4	0.22441E-06	0.82694E-07	2.7137	0.18752E-07	0.69126E-08	2.7127
0.6	0.56657E-02	0.20919E-02	2.7084	0.60181E-03	0.22179E-03	2.7134
0.7	0.12510E 00	0.48089E-01	2.6014	0.25347E-01	0.94162E-02	2.6919
0.8	0.68645E 00	0.34851E 00	1.9697	0.35427E 00	0.14891E 00	2.3790
0.9	0.99279E 00	0.83997E 00	1.1819	0.96249E 00	0.70234E 00	1.3704
1.0	0.10000E 01	0.99295E 00	1.0071	0.10000E 01	0.99239E 00	1.0077
1.2	0.10000E 01	0.10000E 01	1.0000	0.10000E 01	0.10000E 01	1.0000
1.4	0.10000E 01	0.10000E 01	1.0000	0.10000E 01	0.10000E 01	1.0000

5. む す び

本論文は、荷重の作用点の移動の効果を考慮した橋梁の信頼性を求める1つの解析方法を示し、さらに、単一移動荷重が載荷される桁橋やトラス橋の信頼性や破壊確率の数値計算結果より、応力解析上の誤差や材料の強度のばらつきなどの各種の誤差やばらつきが橋梁の安全性や信頼性にどのような影響を与えるか考慮したものである。その結果次のような事柄が明らかとなった。

(1) 本解析法は、移動荷重を受ける構造物で、多部材構造物や単一部材からなる構造物でも幾つかの種類の破壊モードを考慮しなければならない構造物の信頼性解析に有効である。

(2) また、本手法によれば、荷重の移動経過による構造物の信頼性や破壊確率の変化を取らえることもできる。

(3) 単一の部材からなる橋でも、多くの部材から構成されている橋でも、荷重が移動し始め中央に達するまでに破壊する可能性が最も大きい箇所がある。

(4) 単一部材からなる構造物では、移動荷重として解析した破壊確率と静止荷重とした破壊確率の最大値と等しくなるが、多部材構造物では移動荷重による破壊確率はすべての部材のばらつきや誤差の影響が集約されるので、静止荷重による破壊確率の最大値より大きくなる。

(5) 多部材構造物では、一部の大きな応力が生じる部材の破壊確率が構造物全体の破壊確率に大きな影響を与える。

しかし本論文では、解析法においては、構造物の信頼

性に大きな比重の占める荷重のばらつきについての具体的な取り扱いが示されていない。数値計算結果においては、考慮されているばらつきや誤差の確率分布の十分な吟味がなされていないなどの問題点がある。今後さらにこのような点を改良し、さらに一般的なケースへの本手法の拡張を進めていきたい。

なお計算にあたっては、東京大学、京都大学に設置されている全国共同利用計算機センターおよび金沢大学計算機センターの計算機を用いたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Freudenthal, A.M., Garrelts, J.M. and Shinozuka, M.: The Analysis of Structural Safety, Journal of the Structural Division, Proc., ASCE, Vol. 92, No. ST 1, Feb., 1968, pp. 267-325.
- 2) Shinozuka, M. and Yang, J.N.: Optimum Structural Design Based on Reliability and Proof Load Testing, Technical Report 32-1402, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, California, June, 1969.
- 3) Ang, A.H-S. and Amin, M.: Reliability of Structural Systems, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 94, April, 1968, pp. 671-691.
- 4) Ang, A.H-S. and Amin, M.: Safety Factors and Probability in Structural Design, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 7, July, 1969, pp. 1389-1405.
- 5) Moses, F. and Kinser D. E.: Analysis of Structural Reliability, Journal of Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 93, No. ST 5, October, 1967, pp. 147-164.
- 6) Yao, J.T.P. and Yeh, H.Y.: Formulation of Structural Reliability, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 12, December, 1969, pp. 2611-2619.
- 7) Erich Pieruschka: Principle of Reliability, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1963.
- 8) 西村 昭: 鋼材の機械的性質のばらつきについて, JSSC, Vol. 5, No. 48, 1969, pp. 68-74.
- 9) 小池 武・亀田弘行: 荷重履歴による強度劣化を伴う構造物の信頼性理論, 土木学会論文報告集, 第 228 号, 1974 年 8 月, pp. 1-11.

(1975.11.18・受付)