

# 弯曲水路の河床変化について

## VARIATION OF BED PROFILE WITH TIME IN CURVED OPEN CHANNEL

吉川 秀夫\*・池田 駿介\*\*・北川 明\*\*\*

By Hideo KIKKAWA, Syunsuke IKEDA and Akira KITAGAWA

### 1. 序 論

河川弯曲部は河道の弱点部であって、洪水の流下に際しては水衝部となり、局所洗掘をひきおこし、さらには河岸あるいは堤防の決壊にまで至る場合さえある。このような洗掘は強力ならせん流によって弯曲部の外岸側に生ずることが知られているが、この洗掘および堆積の機構を解明することは堤防、護岸、取水口および橋脚などの河川構造物の設計をより合理的に行ううえで重要である。一般に日本の河川は洪水の継続時間が短く、ある洪水流量に対して河床が安定な横断形状に達する前に減水してしまうことが多く、したがってこのような場合には河床の時間的な変化、特に堤防付近の洗掘深の変化を定量的に把握し、予測することが必要である。

弯曲水路の河床変化に関する研究は野外観測に始まり、現在その洗掘と堆積の機構が次第に明らかにされつつある。けれどもその研究の多くはある流量に対する安定な横断形状に関するものであって、河床形状の時間的な変化については筆者らの知る限りでは村本ら<sup>1)</sup>によって取り扱われたのみである。村本らは流砂の連続式、流砂量式、河床高と流れを関係づける式、および Rozovskii によって得られた二次流の速度分布を河床付近で修正した式を連立させて横断方向の河床変化を表わす式を導き、数値計算によって河床変化を求めている。しかし、局所洗掘が進行するとともに横断方向の流砂量が減少する機構を取り入れなかったために河床変化の初期の段階のみしか取り扱うことができなかったと思われる。

本稿は横断河床形状が安定勾配に達するまでの全過程を支配する力学的機構の解明と長期的な河床変化につい

て定量的に把握することを目的としたものであって、まず 2. では弯曲部の河床上を運動している砂粒子に働く力のつり合い式を主流方向および横断方向にそれぞれ立て、物理的な考察を加えることによって砂粒子の運動の方向を表わす式を導き出し、さらに二次流の速度分布を表わす式、流砂の連続式、流砂量式を連立させ、時間的な河床変化を表わす方程式を導き出す。また、この方程式を無次元表示することによって、弯曲部の河床変化を支配している無次元量を明らかにする。

次に 3. では固定床と移動床での実験を行い、これらの結果について検討を加え、主流の速度分布、二次流の速度分布、河床上のせん断力分布、洗掘と堆積の進行過程、最終的な状態での河床形状等を実験的に明らかにしあわせて計算値との比較、検討を行う。

### 2. 河床変化に関する考察と支配方程式の誘導

弯曲部での横断方向の河床変化の特徴は強いならせん流による外岸側から内岸側への流砂に伴う内岸での堆積、および外岸での洗掘の過程である。ある点の河床変化は運び去られる流砂量と運びこまれる流砂量の差によって決まってくるから、横断方向の流砂量をいかに見積るかが問題となる。主流方向の流砂量は河床面でのせん断力の大きさによって決定されると考えられるが、横断方向の流砂量は二次流によってせん断力の働く方向が内岸側へずれることと横断方向の河床勾配によって決定されるであろう。河床が横断方向に水平である場合、すなわち河床変化の初期の段階においては河床付近の流向と流砂方向は一致しているが、洗掘と堆積が進行し河床が次第に横断方向に勾配を持つようになるにつれて重力の影響を受け、河床付近の流向と流砂方向とは一致しなくなり、ずれが生じてくるものと考えられる。横断方向に流砂量がないこと、つまり砂粒子が弯曲水路と同じ曲率で動くことが動的な安定勾配であることを考えると、安定

\* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 埼玉大学講師 工学部建設基礎工学科

\*\*\* 正会員 工修 建設省土木研究所研究員 河川部水文研究室

勾配に達した時そのずれは最大になるものと考えられる。このような安定勾配に至るまでの全過程における流砂の挙動の把握が長期的な河床変化の力学的解明につながるものと思われるので、ここでは以上の考察をもとに流下方向に流れと河床が一樣な場合の横断方向の河床変化を表わす基礎式を導くことにする。

(1) 流砂の方向を表わす式の誘導

図-1 に示されているような座標系において、弯曲水路床上を運動している1個の砂粒子に働く力を考え運動方程式を立てる。河床変動は砂粒子の運動と比較して極めてゆるやかであるから、砂粒子の運動は定常運動として取り扱うことができる。砂粒子は近似的に球とし、回転による Magnus 効果, Coriolis の力などは無視する。そうすると砂粒子に働く力は抗力, 揚力, 重力, 摩擦力, 遠心力が考えられる。図-1 を参照し, 摩擦力は砂粒子の運動方向と逆向きに働き, 抗力は砂粒子付近の流体と砂粒子との相対速度の方向に働くことを考慮に入れると,  $\theta$  方向および  $R$  方向の力のつり合い式はそれぞれ次のようになる。

$\theta$  方向:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho}{2} C_D \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \frac{|U_\theta - V_{s\theta}|}{|U - V_s|} \\ & + \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \cdot i_\theta - \mu \left\{ \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \frac{\partial R}{\partial S} \right. \\ & \left. - \frac{\rho}{2} C_L \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \right\} \cdot \frac{|V_{s\theta}|}{|V_s|} = 0 \quad \dots\dots(1) \end{aligned}$$

$R$  方向:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho}{2} C_D \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \frac{|\hat{U}_r - \hat{V}_{sr}|}{|U - V_s|} \\ & - \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \frac{\partial \eta}{\partial S} - \mu \left\{ \frac{\pi}{6} d^3 (\rho_s - \rho) g \frac{\partial R}{\partial S} \right. \\ & \left. - \frac{\rho}{2} C_L \frac{\pi}{4} d^2 |U - V_s|^2 \right\} \cdot \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} \\ & - \rho_s \frac{\pi}{6} d^3 \frac{|V_s|^2}{R_s} = 0 \quad \dots\dots(2) \end{aligned}$$

ここに,  $\rho$ : 流体の密度,  $\rho_s$ : 砂粒子の密度,  $d$ : 砂粒子の直径,  $g$ : 重力の加速度,  $C_D$ : 抗力係数,  $C_L$ : 揚

力係数,  $\mu$ : 砂粒子と河床との動摩擦係数,  $i_\theta$ :  $\theta$  方向の河床勾配,  $U$ : 砂粒子高さでの流体の速度ベクトル,  $U_\theta, \hat{U}_r$ :  $U$  の  $\theta$  および  $R$  方向成分 (“ $\wedge$ ” は内向き正を示す),  $V_s$ : 砂粒子の速度ベクトル,  $V_{s\theta}, \hat{V}_{sr}$ :  $V_s$  の  $\theta$  および  $R$  方向成分である。

水深に比較して水路幅と曲率半径の大きな水路について考えると, 主流と比較して二次流は小さくなり,

$$\frac{|V_{s\theta}|}{|V_s|} \approx 1, \quad \frac{|U_\theta - V_{s\theta}|}{|U - V_s|} \approx 1$$

となり, また一般に

$$\mu \gg i_\theta, \quad \frac{\partial R}{\partial S} \approx 1$$

であることを考慮に入れると, 式(1)より次の関係式を得ることができる。

$$|U - V_s| = \left\{ \frac{4}{3} \frac{\mu g d (\rho_s / \rho - 1)}{C_D + \mu C_L} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots(3)$$

式(3)を式(2)に代入して,  $|\hat{V}_{sr}|/|V_s|$  について整理すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} = & \frac{\left\{ \frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \right\}^{1/2} \frac{|\hat{U}_r|}{\{(\rho_s / \rho - 1) g d\}^{1/2}}}{\left\{ \frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \right\}^{1/2} \frac{|V_s|}{\{(\rho_s / \rho - 1) g d\}^{1/2}}} * \\ & - \frac{\frac{\partial \eta}{\partial S} - \frac{|V_s|^2}{(1 - \rho / \rho_s) g R_s}}{\frac{\mu C_D}{C_D + \mu C_L}} \quad \dots\dots(4) \end{aligned}$$

ここで分子の第2項は先に仮定したように  $\partial R / \partial S \approx 1$  より

$$\frac{\partial \eta}{\partial S} \approx \frac{\partial \eta}{\partial R}$$

とおくことができ, また砂粒子自身が運動することによって生ずる遠心力を表わす第3項は本研究で行われた実験の例でも他の項の高々1%程度であり, 一般の河川では曲率半径が非常に大きいことからさらに小さなオーダーとなり, 無視することができる。  $U$  と  $V_s$  の方向のずれは, 二次流の大きさが主流の大きさと比較して小さいことから無視することができ, 近似的に,  $|U - V_s| \approx |U| - |V_s|$  とすることができる。よって式(3)から, 式(4)の分母の  $|V_s|$  を消去すると, 式(4)は結局

$$\begin{aligned} \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} = & \frac{|\hat{U}_r|}{|U|} \\ & \frac{\frac{\partial \eta}{\partial R}}{\left\{ \frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \right\}^{1/2} \frac{|U|}{\{(\rho_s / \rho - 1) g d\}^{1/2}}} \quad \dots\dots(5) \end{aligned}$$

となる。式(5)は砂粒子の運動方向を表わす式であるが, 河床が横断方向に水平な河床変動の初期の段階, すなわち  $\partial \eta / \partial R = 0$  の場合には砂粒子の運動方向と砂粒子付近の流れの方向は一致し, 横断安定河床形状に達した状態, つまり砂粒子が弯曲水路の曲率と同じ曲率で動く

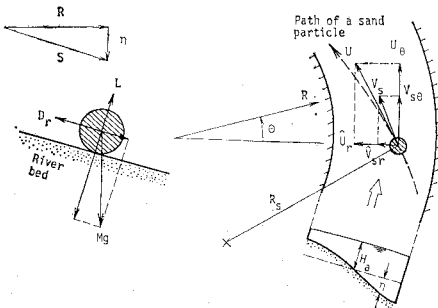


図-1 砂粒子に働く力の模式図

ような状態,  $\hat{V}_{sr}=0$  で式 (5) は

$$\frac{d\eta}{dR} = \left\{ \frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \right\}^{1/2} \frac{|\hat{U}_r|}{\left\{ \left( \frac{\rho}{\rho_s} - 1 \right) g d \right\}^{1/2}} \dots\dots\dots (6)$$

となることを示している。式 (6) は筆者の内の一人によって得られた横断安定河床形を与える基礎方程式<sup>2)</sup>とまったく一致しており、式 (5) の物理的妥当性を裏づけている。以上の考察によって、砂粒子の運動方向は河床付近の流向とその点での横断河床勾配によって決定されることが示された。

式 (5) によって砂粒子の運動方向を具体的に定めるには河床付近での流速の大きさと二次流の大きさを知らねばならない。水路断面が長方形から大きくずれていない場合について、側壁の影響が無視しうる所における二次流の速度分布を表わす式が求められている<sup>2)</sup>。この式の特徴は、Rozovskii の式と異なって、河床付近の速度を有限な値として与えることができ、河床付近の二次流の大きさが重要となる弯曲水路床での砂の移動を取り扱う場合に有効な点にある。この二次流の速度分布は次式で示される。

$$\frac{U_r}{U_a} = f^2 \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} \left\{ F_A(\xi) - \frac{1}{\kappa} \frac{U_{*a}}{U_a} F_B(\xi) \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに

$$F_A(\xi) = -15 \left( \xi^2 \log_e \xi - \frac{1}{2} \xi^2 + \frac{15}{54} \right)$$

$$F_B(\xi) = \frac{15}{2} \left( \xi^2 \log^2 \xi - \xi^2 \log \xi + \frac{1}{2} \xi^2 - \frac{19}{54} \right)$$

$$\xi = \frac{Z}{H}$$

$U_a$ : 断面平均流速,  $U_{*a}$ : 断面平均摩擦速度,  $\kappa$ : カルマン定数,  $Z$ : 垂直方向座標,  $H$ : 水深,  $f(R/R_0)$ : 横断方向の主流の速度分布を表わし、平均すれば 1 になる。 $R_0$ : 深さ方向の平均流速  $U_m$  が  $U_a$  となる座標  $R$  の値である。式 (7) は  $U_{*a}/U_a$  の値によって変化するのがその変化は小さい。

ここで簡単のために

$$F(\xi) = F_A(\xi) - \frac{1}{\kappa} \frac{U_{*a}}{U_a} F_B(\xi)$$

とおくと、砂粒子高さにおける二次流の大きさは、 $F_A(\xi)$ ,  $F_B(\xi)$  の大きさが河床のごく近傍ではほとんど変化しないことから、 $\xi=0$  での値

$$U_r(0) = U_a f^2 \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{H}{R} F(0)$$

$$= U_a f^2 \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{H}{R} \left( -4.167 + 2.640 \frac{1}{\kappa} \frac{U_{*a}}{U_a} \right) \dots\dots\dots (8)$$

を用いることができる。ただし  $F_A(0) = -4.167$ ,  $F_B$

(0) = -2.640 である。

次に砂粒子高さの主流の流れについては次のように考えればよい。ここで取り扱っている流れは粗面上の流れであるから速度分布は

$$\frac{U_\theta}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{Z}{k_s} + A_r \dots\dots\dots (9)$$

によって与えられる。

ここに、 $U_*$ : 摩擦速度,  $k_s$ : 相当粗度,  $A_r$ : 積分定数である。一般に  $k_s$  は、 $k_s \approx (0.5 \sim 4.0) d$  の範囲にあることが知られているが、ここでは  $k_s \approx d$  とする。そうすると砂粒子の高さ  $Z=d$  における主流の流速は

$$U_\theta = U_* A_r \dots\dots\dots (10)$$

となる。よって砂粒子高さ付近の流向は式 (8) と式 (10) によって、次式のように与えられる。

$$\frac{|\hat{U}_r|}{|U|} = \frac{|\hat{U}_r|}{|U_\theta|} = -f^2 \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{U_a}{A_r U_*} \cdot \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} F(0) \dots\dots\dots (11)$$

主流の横断方向の速度分布を表わす  $f(R/R_0)$  は、二次流の完全発達域では水路の断面形が長方形よりずれた場合においても、強制渦型が成り立つことが確かめられている<sup>3)</sup>。すなわち次のように書くことができる。

$$f \left( \frac{R}{R_0} \right) = \frac{R}{R_0} \dots\dots\dots (12)$$

横断方向に水深が変化する場合の河床せん断力あるいは摩擦速度の横断方向分布については次のように考える。横断方向のある点における深さ方向の平均流速を  $U_m$  とし、そこでの河床せん断力  $\tau$  が  $U_m$  の二乗に比例すると仮定すると、 $\tau$  は次式のように表現される。

$$\tau = \frac{\rho}{2} C_f U_m^2$$

ここに、 $C_f$ : 摩擦係数である。 $C_f$  については直線水路と同様に Manning の式が成り立つものとするれば次のように与えられる。

$$C_f = \frac{2 g n^2}{H^{1/3}}$$

ここに、 $n$ : Manning の粗度係数である。 $U_m$  と断面内の平均流速  $U_a$  との関係は、横断方向に強制渦型の速度分布が仮定されているから

$$U_m = f \left( \frac{R}{R_0} \right) U_a = \frac{R}{R_0} U_a$$

と書ける。以上のことから河床におけるせん断力は次のようになる。

$$\tau = \rho g n^2 H^{-1/3} f^2 \left( \frac{R}{R_0} \right) U_a^2 \dots\dots\dots (13)$$

したがって摩擦速度は

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = g^{1/2} n H^{-1/6} f \left( \frac{R}{R_0} \right) U_a$$

$$= H^{-1/6} H_a^{1/6} f \left( \frac{R}{R_0} \right) U_{*a} \dots\dots\dots (14)$$

となる。

式 (11) に式 (14) を代入すると、砂粒子高さでの流向が得られて次のように書ける。

$$\frac{|\hat{U}_r|}{|U|} = -f \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{U_a}{A_r U_{*a}} \left( \frac{H}{H_a} \right)^{1/6} \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} \cdot \left( -4.167 + 2.640 \frac{1}{\kappa} \frac{U_{*a}}{U_a} \right)$$

上式は側壁の影響を受けない水路中心付近で成り立つものであり、内壁および外壁を横切る流れがないという物理的な条件によって上式に次のような補正を行う。

$$\frac{|\hat{U}_r|}{|U|} = -f_0 \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{U_a}{A_r U_{*a}} \left( \frac{H}{H_a} \right)^{1/6} \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} F(0) \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $f_0$ ：側壁の近くでは次第に 0 に近づき、それ以外の領域では  $R/R_0$  となる関数である。

式 (5), (10), (14), (15) によって、砂粒子の運動方向は最終的に次のように書くことができる。

$$\frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} = -f_0 \left( \frac{R}{R_0} \right) \frac{U_a}{A_r U_{*a}} \left( \frac{H}{H_a} \right)^{1/6} \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} F(0) \cdot \frac{\left( \frac{H}{H_a} \right)^{1/6} \frac{\partial \eta}{\partial R}}{\sqrt{\frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \frac{A_r R}{R_0} \lambda_0 U_{*a} \sqrt{(\rho_s / \rho - 1) g d}}} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、新しく導入された係数  $\lambda_0$  は同じく表面に露出している他の砂粒子によって遮蔽される効果の度合いであり、一般に遮蔽係数とよばれている。岩垣<sup>9)</sup>によればこの効果は砂粒が全面的に運動している場合には、掃流力  $U_{*a}^2 / (\rho_s / \rho - 1) g d$  を 0.35 倍にする働きがあるとしている。ここでは  $\lambda_0$  は  $U_{*a} / \sqrt{(\rho_s / \rho - 1) g d}$  に対して定義されているので、

$$\lambda_0 = \sqrt{0.35} \approx 0.592$$

とする。以上の考察から砂粒子の運動方向を決定することができた。

(2) 河床変動を表わす基礎式

先にも述べたようにある点の河床変化は流入してくる流砂量と流出していく流砂量の差で決定される。この関係を円筒座標系で主流方向に変化しない場合 (すなわち  $\partial/\partial\theta=0$ ) について書くと次式で表わされる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{1-\lambda} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R q_r) = 0 \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $\lambda$ ：空隙率、 $q_r$ ：R 方向の単位幅当りの流砂量である。 $q_r$  は砂粒子の運動方向の流砂量  $q_t$  に  $|\hat{V}_{sr}|/|V_s|$  を乗じて次のように表わされる。

$$q_r = - \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} q_t \dots\dots\dots (18)$$

ただし、R の方向を正とする。ここで、 $\theta$  方向の流砂

量を  $q_\theta$  とすると  $q_\theta \gg q_r$  であるから

$$q_t = (q_\theta^2 + q_r^2)^{1/2} \approx q_\theta$$

とすることができる。

$q_\theta$  を与える流砂量公式として佐藤-吉川-芦田公式<sup>3)</sup>を用いる。この式は計算や式の変形に際しては多少複雑であるが、Manning の粗度係数  $n$  が与えられれば流砂量が求まる便利さがある。 $q_\theta$  は次式で与えられる。

$$q_t \approx q_\theta = \varphi \frac{U_*^3}{(\rho_s / \rho - 1) g} G \left( \frac{\tau_c}{\tau} \right) \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $\tau_c$ ：限界掃流力であり、 $\varphi$  および  $G(\tau_c/\tau)$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$\varphi = \begin{cases} 0.62 \left( \frac{1}{40n} \right)^{3.5} & : n < 0.025 \\ 0.62 & : n \geq 0.025 \end{cases}$$

$$G \left( \frac{\tau_c}{\tau} \right) = \frac{1}{2.517} \left\{ \frac{1}{2} e^{-1} + \int_0^{\frac{\tau_c}{\tau}} \frac{1}{2} e^{-t^2} dt \right\}$$

限界掃流力  $\tau_c$  については岩垣<sup>9)</sup>によれば次のように表現されることが知られている。

$$\tau_c = \psi \left( \frac{U_* d}{\nu} \right) \cdot (\rho_s - \rho) g d \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $\psi$  は  $R_{e*} = U_* d / \nu$  の関数であるが、 $R_{e*}$  が大きい領域 ( $R_{e*} > 50$ ) では約 0.05 の一定値をとる。一般に河川ではこの領域にはいるので以後定数として考察をすすめる。河床せん断力  $\tau$  と摩擦速度  $U_*$  はそれぞれ式 (13), (14) によって与えることができる。

以上の考察をふまえて河床変動を表わす式 (17) の変形を行う。まず、式 (18) を式 (17) に代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} \frac{\partial q_\theta}{\partial R} + \frac{1}{1-\lambda} q_\theta \frac{\partial}{\partial R} \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{1}{R} \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} q_\theta = 0$$

上式の各項を

$$\frac{\partial q_\theta}{\partial R} = \varphi \frac{G_s}{(\rho_s / \rho - 1) g} U_*^3 H^{-1} \left( \frac{H}{R} - \frac{1}{6} \frac{\partial H}{\partial R} \right)$$

$$G_s = \frac{8}{2.517} e^{-2 \left( \frac{\tau_c}{\tau} - 1 \right)^2} \cdot \frac{\tau_c}{\tau} + 3 G \left( \frac{\tau_c}{\tau} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial R} \frac{|\hat{V}_{sr}|}{|V_s|} = \left( \frac{H}{H_a} \right)^{1/6} \cdot \left\{ -f_0 \frac{U_a}{A_r U_{*a}} \frac{H}{R} \frac{1}{\kappa} F(0) \cdot \left( \frac{7}{6} H^{-1} \frac{\partial H}{\partial R} - \frac{1}{R} + \frac{1}{f_0} \frac{df_0}{dR} \right) \right\}$$

$$- \frac{1}{6} H^{-1} \frac{\partial \eta}{\partial R} \frac{\partial H}{\partial R} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \eta}{\partial R}$$

$$\sqrt{\frac{3 C_D \mu}{4 \left( H \mu \frac{C_L}{C_D} \right) \sqrt{(\rho_s / \rho - 1) g d}}} \lambda_0 A_r \frac{R}{R_0} U_{*a}$$

などに注意して変形し、整理すると次のように表わされる。

$$(1-\lambda) \left( \frac{H}{H_a} \right)^{1/3} \left( \frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \right)^{1/2}$$

$$\begin{aligned} & \cdot \frac{A_r \lambda_0 U_{*a}}{\{(\rho_s/\rho-1)gd\}^{1/2}} \frac{1}{q_{\theta a}} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{-2} \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ & + A f_0 \frac{H}{R} \left(\frac{1}{R} \frac{G_s}{G} + \frac{1}{f_0} \frac{df_0}{dR}\right) \\ & + \left[ A f_0 \frac{1}{R_0} \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{6} \frac{G_s}{G}\right) \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{1}{R} \frac{G_s}{G} + \frac{1}{6} \frac{1}{H} \left(1 - \frac{G_s}{G}\right) \frac{\partial \eta}{\partial R} \right\} \right] \frac{\partial \eta}{\partial R} \\ & - \frac{\partial^2 \eta}{\partial R^2} = 0 \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} A &= - \left( \frac{3}{4} \frac{\mu C_D}{1 + \mu C_L / C_D} \right)^{1/2} \frac{\lambda_0 U_{*a}}{\{(\rho_s/\rho-1)gd\}^{1/2}} \\ & \cdot \frac{1}{\kappa} \frac{U_a}{U_{*a}} \left\{ F_A(0) - \frac{1}{\kappa} \frac{U_{*a}}{U_a} F_B(0) \right\} \\ q_{\theta a} &= \varphi \frac{U_{*a}^3}{(\rho_s/\rho-1)g} G \end{aligned}$$

であり、 $A$  は無次元のパラメーター、 $q_{\theta a}$  は断面平均の単位幅当りの流砂量を表す。 $A$  の値は具体的にどの程度かを見積りしてみる。 $\mu=0.43$ ,  $C_D=0.4$ ,  $C_L/C_D=0.85^2$ ,  $\kappa=0.4$ , および  $\lambda_0=0.592$  を用い、 $F_A(0)=-4.167$ ,  $F_B(0)=-2.640$  を考慮して、たとえば代表的に

$$\frac{U_a}{U_{*a}} = 10, \frac{U_{*a}}{\{(\rho_s/\rho-1)gd\}^{1/2}} = 0.5$$

とすれば  $A$  の値は約 8 となる。式 (20) のままでは現象を支配しているパラメーターが明白でないので、次に式 (20) の無次元化を行う。一般の河川のように掃流力が大きい場合には  $G$  は一定と見なしうる。また、曲率半径が大きい水路の場合は  $R_0$  は水路中心の曲率半径  $R_c$  によって置き換えることができる。座標の原点を水路中心に移すような座標変換を行うと、無次元化された河床変動を表す基礎方程式は次のように書き表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial T} &= - \left(1 + \frac{\eta}{H_a}\right)^{-1/3} A \left(1 + \frac{\eta}{H_a}\right) W \\ & \cdot \left(f_0 \frac{3W}{1+W\zeta} + \frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\right) (1+W\zeta)^2 \\ & - \left(1 + \frac{\eta}{H_a}\right)^{-1/3} \left\{ f_0 A W - \frac{2}{3} - \frac{3W}{1+W\zeta} \right. \\ & \left. + \frac{1}{3} \left(1 + \frac{\eta}{H_a}\right)^{-1} \frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial \zeta} \right\} (1+W\zeta)^2 \\ & \cdot \frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial \zeta} + \left(1 + \frac{\eta}{H_a}\right)^{-1/3} (1+W\zeta)^2 \frac{\partial^2 \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial \zeta^2} \\ & \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

ここに、

$$T = \frac{1}{(1-\lambda) \left( \frac{3}{4} \frac{C_D \mu}{1 + \mu C_L / C_D} \right)^{1/2}} \frac{\lambda_0 A_r U_{*a}}{\{(\rho_s/\rho-1)gd\}^{1/2}}$$

$$\frac{q_{\theta a} t}{B^2}$$

$$\zeta = \frac{b}{B}, \quad W = \frac{B}{R_c}$$

$b$ : 水路中心を原点とする横断方向の座標  
 $B$ : 水路幅

である。この結果から、水路幅  $B$  が大きいと弯曲水路の河床変動が安定勾配に達する時間が長くなるが、流砂量  $q_{\theta a}$  は  $U_{*a}^2/(\rho_s/\rho-1)gd$  に比例すると考えられるから、掃流力  $U_{*a}/\{(\rho_s/\rho-1)gd\}^{1/2}$  が大きいと早く安定な横断河床形状に達することになる。また無次元時間  $T$  の経過に伴う横断河床形状の変化は水路幅と水路中心の曲率半径との比  $B/R_c$  と無次元パラメーター  $A$  によって支配される。このことは横断安定河床形状を決定しているパラメーターと同一であり<sup>2)</sup>、横断河床形状の時間的変化も  $A$  と  $B/R_c$  を用いて整理しうることを示している。

### (3) 河床変動を表す式の数値解

基礎方程式 (21) は非線型であるので解析解を得ることは困難であり、数値的に解かねばならない。したがって、 $\eta/H_a$  の数値計算は  $B/R_c$ ,  $A$  および  $f_0$  の組み合わせに対して式 (21) を解くことになる。

計算方法は差分法を用い、次のような表示を行う。無次元時間  $T$  に関する偏微分は前進差分、

$$\frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial T} = \frac{\left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i,j+1} - \left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i,j}}{\Delta T}$$

を用い、 $\zeta$  に関する偏微分は中央差分、

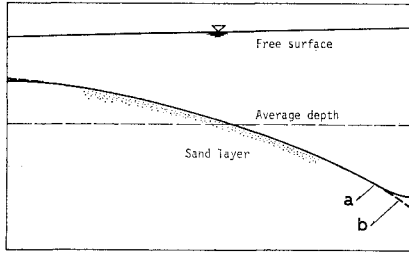
$$\frac{\partial \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial \zeta} = \frac{\left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i+1,j} - \left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i-1,j}}{2 \Delta \zeta}$$

$$\frac{\partial^2 \left(\frac{\eta}{H_a}\right)}{\partial \zeta^2} = \frac{\left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i+1,j} - 2\left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i,j} + \left(\frac{\eta}{H_a}\right)_{i-1,j}}{(\Delta \zeta)^2}$$

を用いる。ここに、 $\Delta T$ : 無次元時間  $T$  の増分、 $\Delta \zeta$ : 横断方向の無次元距離  $\zeta$  の増分、 $i, j$ : 距離および時間に関する Subscripts である。上記の表現を式 (21) に代入すると差分表示式が得られる。

側壁の影響で横断方向の二次流が減少する程度を示す  $f_0$  は前に述べたように横断方向の大部分の領域で強制渦型、 $R/R_c$  となるが、側壁近傍では水深や側壁の粗さなどによって変化し、その分布形については明らかでない。また、河床が変動する場合については研究がなされおらず、本数値計算では、内壁、外壁からそれぞれ水路幅の 1 割離れた所までを側壁の影響域と考え、その区域で壁では 0、水路中央部との接続点では  $R/R_c$  となるように  $f_0$  を二次曲線で仮定した。 $f_0$  を横断方向の全領域で強制渦形分布とせずいま述べたような分布形とした

時に河床形状におよぼす影響を 図-2 に示す。数値計算に際しては  $4T=0.0001$ ,  $4\zeta=0.025$  とした。図-3 は以上の考察により  $f_0$  の分布形を与えたので、 $f_0$  はパラメーターから除き、弯曲水路の河床変化がパラメーター、 $B/R_c$  と  $A$  によって決定されることが明らかとなったので、これらの2つのパラメーターの種々の組み合わせ



- (a)  $f_0=R/R_c$  (水路中央部),  
 $f_0$ =二次放物線 (側壁近傍) とした場合
- (b)  $f=R/R_c$  とした場合

図-2  $f$  の分布形の仮定が河床形状の計算におよぼす影響

わせについて現実によく起こる範囲について式 (21) を数値的に解き、外岸で生ずる最大洗掘深の時間変化を示したものである。計算結果は縦軸を無次元最大水深  $H_{max}/H_a$  にとり横軸を無次元時間  $T$  として整理されている。これらの計算結果から  $B/R_c$  が大きいほど、掃流力の目安である  $A$  の値が大きいほど最大洗掘深が大きくなることが知られ、また時間的には初期に急激に掘れ時間が経過するにつれて一定値に近づき、いわゆる安定河床に漸近していくことがわかる。なお、この数値計算によって求められた最終的な最大洗掘深を筆者の一人が解析的に得た最大洗掘深<sup>2)</sup>と比較すると前者が後者よりもやや小さ目の値を与えている。これは先にも述べたごとく前者では式 (15) のように二次流の横断方向の分布形  $f_0$  を側壁付近で補正したためであって、後者においては解析解を得るためにこの補正を行わず、したがって理論値の方が実験値よりもやや大きな値を与えていたのに比してより実測値に近い値を与える。

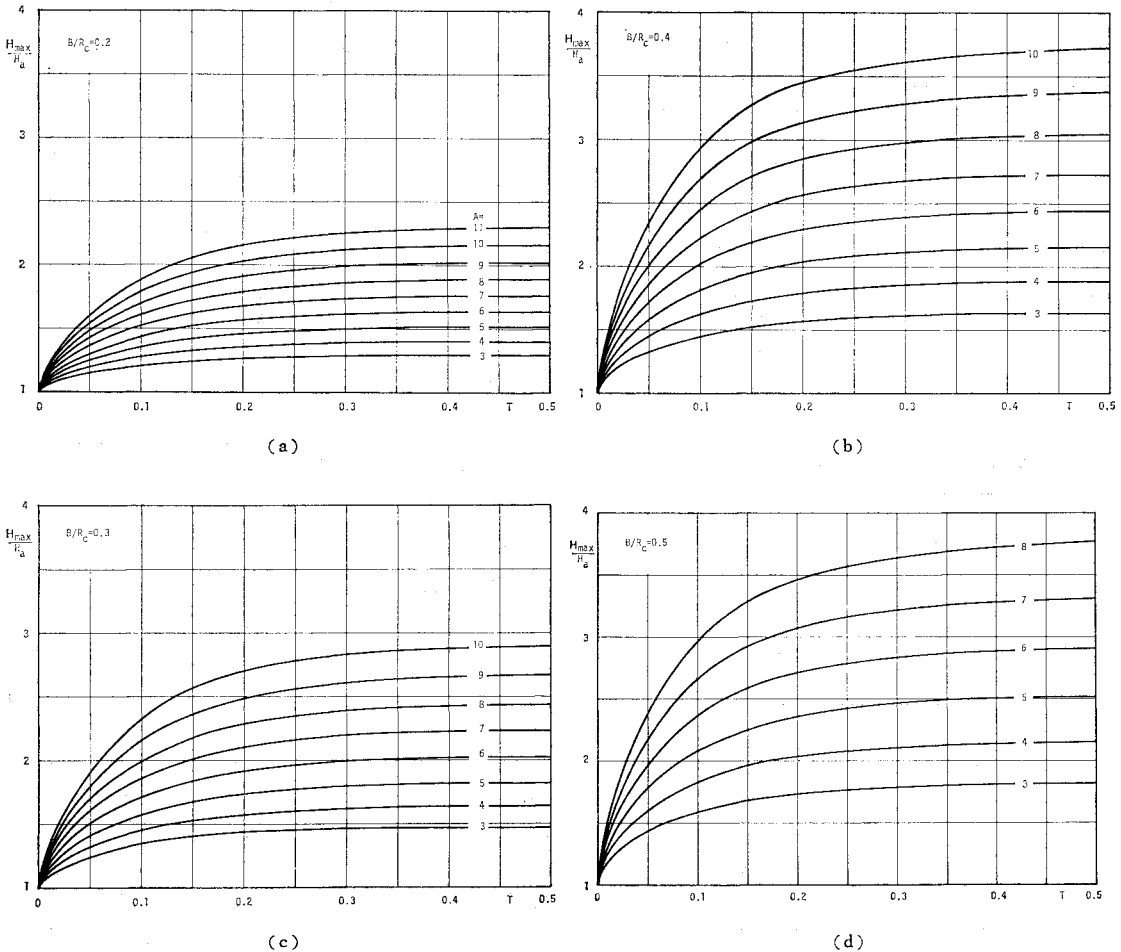


図-3 最大洗掘深の時間的变化

### 3. 弯曲水路における実験

#### (1) 実験の概要

実験は中心曲率半径  $R_c=450$  cm, 水路幅 100 cm, 弯曲角  $306^\circ$  を持つ長方形断面水路で行われた。水路は鉄板製であるが, 底にモルタルを張り, 流下方向の河床勾配が水路中心で正確に  $1/500$  になるように修正を施してある (図-4)。

まず実験は河床の変形前の流れの特性を把握するためにモルタルの上に移動床の実験で用いられる砂を張りつけた固定床で行われ, 速度分布, 河床上のせん断力分布を測定した。

移動床の実験では表-1 に示される物性を持つ砂を水路床に高さ 10 cm, 勾配  $1/500$  になるように敷きつめた。流砂が Tail tank に流れこまないように高さ 10 cm の砂止めをおいた。実験の手順は流れが一定の流量に達した時を実験開始点とし,  $180^\circ$  弯曲した点 (以下観測点とよぶ) で河床変化を所定の時間間隔ごとに測定した。流量は Head tank に取り付けられた矩形刃型堰によって測られた。実験は河床形状が最終状態に達したと判断される時間まで続けられ, その後ポンプを停止

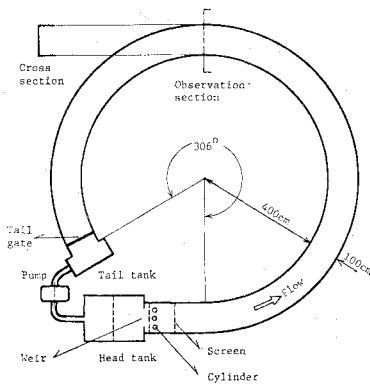


図-4 実験水路

表-1 実験に用いられた砂の特性

密度 $\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	中央粒径 $d_{50}$ (mm)	空隙率 $\lambda$ (%)	均等係数 $d_{60}/d_{10}$
2.65	0.9	40	1.4

表-2 実験条件

Run	流量 $Q$ (l/sec)	平均水深 $H_a$ (cm)	平均流速 $U_a$ (cm/sec)	平均摩擦速度 $U_{*a}$ (cm/sec)	水路半径 $R_c$	フルード数 $F_r$	レイノルズ数 $Re$
F 1	20	5.0	40.0	3.14	1/500	0.56	$1.95 \times 10^4$
F 2	25	5.5	45.5	3.28	1/500	0.63	$2.54 \times 10^4$
F 3	30	6.3	47.6	3.51	1/500	0.61	$3.02 \times 10^4$
M 1	25	5.5	45.5	3.28	1/500	0.63	$2.54 \times 10^4$
M 2	30	6.3	47.6	3.51	1/500	0.61	$3.02 \times 10^4$

し砂面測定器によって水路の全面にわたって河床形状を測定した。最後に小さな砂粒子ほど内岸側へ運ばれやすいことのために生ずるふるい分け現象を見るために観測点で内壁, 水路中心, 外壁の三点で砂を採取し, 粒度分布, 比重を調べた。これらの各実験条件は表-2 に示されている。

#### (2) 固定床での実験

流れの速度および流向は上端に分度器のついたピトー管と, 細い木綿糸をピトー管の総圧口と同じ高さで流向を測れるように設置した装置を用いて測定された。すなわち, 糸の向く方向にピトー管を合わせ, 上端の分度器で流向を測り, 横断方向の二次流の成分はピトー管で得られた流速に水路の接線方向からの偏倚角の正弦を乗じて求められ, またこの偏倚角は小さいので余弦はほとんど 1 と考えてよく, したがって主流成分は測定された流速と同じとした。図-5 は測定断面 ( $\theta=180^\circ$ ) で深さ方向に平均された流速  $U_m$  を断面での平均流速  $U_a$  で無次元化した分布形を示したものであり, 式 (12) で表現される強制渦型の速度分布と比較したものである。内壁近くでは強制渦分布よりやや遅め, 外壁近くでは速めの傾向を示しているが, 全体としては強制渦の速度分布で横断方向の流速分布を近似しうものと思われる。

図-6 は各横断方向の点での主流流速の測定値と式 (7) で示される二次流の速度分布を得る際に用いられた速度欠損則,

$$\frac{U_\theta}{U_a} = \frac{R}{R_c} \left\{ 1 + \frac{U_{*a}}{\kappa U_a} \left( \ln \frac{Z}{H} + 1 \right) \right\} \dots \dots (22)$$

を比較したものである。実験値は 20, 25, 30 lit/sec の 3 ケースについて行われたのでこれらの実験値がプロットされている。実線は 25 lit/sec の場合の計算値であるが, 3 ケースとも  $U_{*a}/U_a=1/14 \sim 1/12$  であってほぼ同じ値を示しており, この線で他の 2 つの場合も表現することができる。すべての場合について実験値は次のような特徴を有している。内壁近傍では水面近くで流速が小さくなり, 逆に外壁近傍では底面近くで流速が大きくな

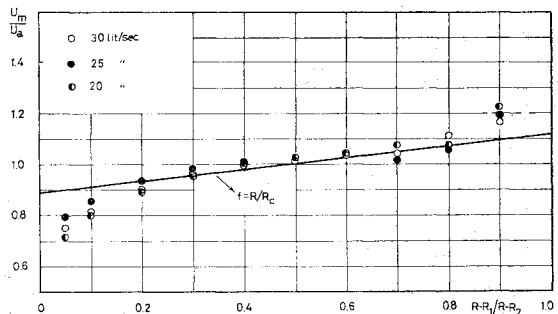


図-5  $U_m$  の横断方向分布形

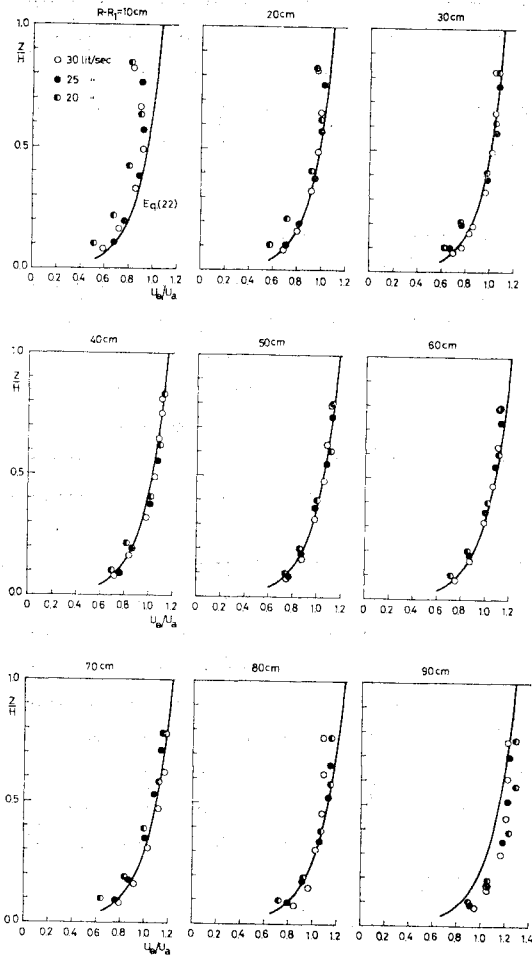


図-6 主流の断面内速度分布

っている。これは内壁付近では底層の小さな運動量を持つ流体が二次流によって表層へ持ちこまれてその部分の流速を小さくし、逆に外壁付近では表層の大きな運動量が底層へ持ちこまれて流速を増大させているためである。このように側壁近傍では二次流による運動量交換の影響が現われ、上に示された式とは若干異なった速度分布形を示す。けれどもこの側壁近傍を除く領域では上式と実験値はよく一致し、深さ方向には  $\kappa=0.4$  とした対数則、横断方向には強制渦型の分布形によって流れの速度分布形をよく表わしうることを示している。

図-7 は横断方向の二次流の速度成分について示したものであって、同時に式(7) ( $\kappa=0.4$ ) との比較がなされている。側壁の近傍、すなわち内壁より 10 cm, 20 cm, および 80 cm, 90 cm の外壁近くでは側壁の存在によって深さ方向の二次流成分が卓越してくるために実験値は計算値よりもかなり小さくなっている。式(7)はその誘導の

過程で広幅水路であることが仮定され、側壁の効果が無視されているのでこれらの不一致は当然であろう。また、水路の中央付近においても実験値が理論値よりもやや小さめである。これは式(7)の誘導に際して、レイノルズ方程式の非線型項(加速度項)を無視したことと、式(7)の誘導に際して用いられた渦動粘性係数の値が実際よりも小さいことが考えられるが、この非線型効果については De Vriend<sup>9)</sup>、筆者ら<sup>1)</sup>によって層流の場合について有限幅の弯曲水路について理論的に見積られ、二次流の大きさを小さくする効果のあることが明らかにされている。式(7)の誘導に際しては水路幅が非常に大きいとしこの非線型の加速度項を無視しているため、この効果が見積られていず、したがって理論値の方がやや大きめに計算されたものと思われる。そこでこの非線型効果は小さいことを利用して、この加速度項を抵抗の増大としてとらえ、摩擦力の項に含めて考えることにすると、実用上は  $\kappa$  を増加させることによってその解決をはかることができる。この実験の例では  $\kappa$  を約 0.5 とすれば理論値と実験値の適合性はよいようであるが、 $\kappa$  の増大量は水路の横断形状、水路幅と水深の比などの関数であると思われ、これらの関数形については明らかではなく今後の課題であろう。

底面のせん断力分布と主流の速度分布との対応を調べるために外径 6 mm のプレストン管を用いて河床面のせん断力を測定した。底面近くの流向に合わせるために総圧管のすぐ上に長さ 7~8 cm の木綿糸を取り付け、その方向に管口を向けた。分布の変化の状況を知るために

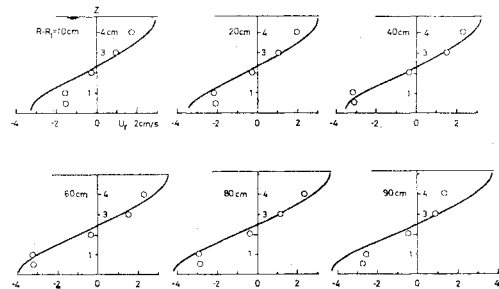


図-7(a) 二次流の速度分布形 (Q=20 lit/s)

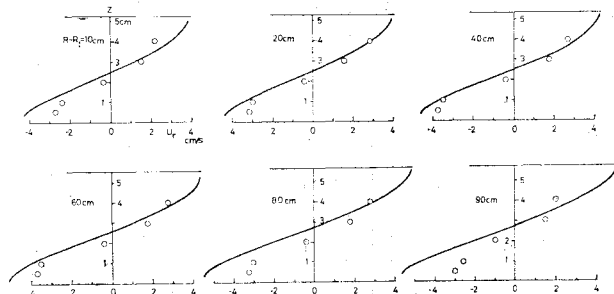


図-7(b) 二次流の速度分布形 (Q=25 lit/s)



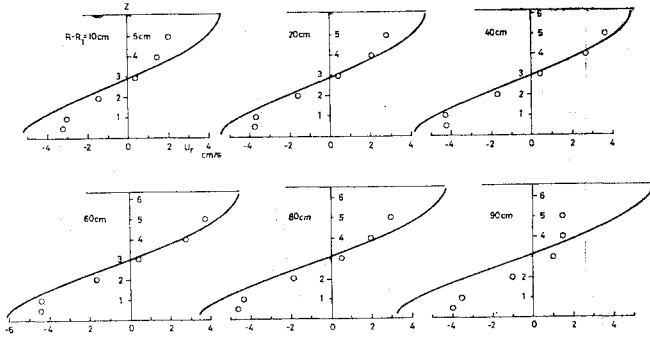


図-7(c) 二次流の速度分布形 (Q=30 lit/s)

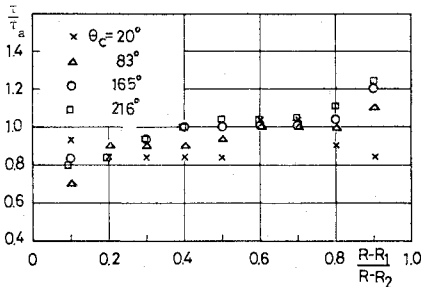


図-8 底面せん断力の変化

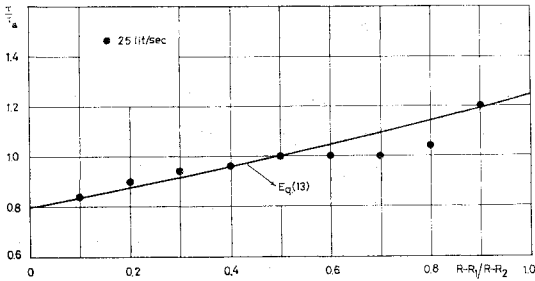


図-9 底面せん断力の分布 ( $\theta_c=180^\circ$ )

図-8 に示すように流向方向の各断面でせん断力の測定を行った。流下するに従い、最大のせん断力は外壁近くに移動していく状況が示されている。図-9 は観測点 ( $\theta_c=180^\circ$ ) で実測されたせん断力分布と式 (13) との比較を示している。内壁から 60~80 cm 付近で実測値は理論値よりもやや小さめになっているが、先に示されたように実測された主流の速度分布もこの付近で強制渦形の分布よりも小さくなっており、主流の速度と底面せん断力が直接対応していることをうかがわせている。けれどもせん断力分布は式 (13) によっておおむね良好に表現しようといつてよいであろう。

(3) 移動床での実験

移動床での実験は 25, 30 lit/sec のケースについて行われた。一定流量を流すと通水初期には流下方向に一樣に外壁沿いで洗掘と内壁沿いで堆積がおこるが、時間が

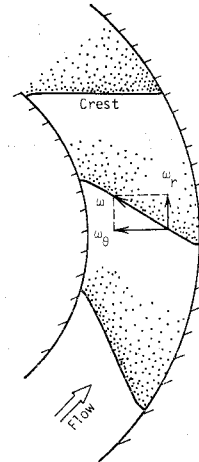


図-10 河床波の概念図

経過するにつれて二次元的な砂堆が生じ、次第に増幅されてゆく。この砂堆は広幅水路であるにもかかわらず、直線水路のそれとは異なり、図-10 に示されているように峰が内壁から外壁まで切れることなく続き、しかもこの砂堆を河床波と考えると内壁沿いの方が常に位相が進んでいる。このような形状の砂堆が生ずる理由は、直線水路では縦渦の発生の仕方が極めて不安定で渦度ベクトルの方向が一義的に定まらず、したがって河床面が複雑な三次元的な様相を示すのに対し、弯曲水路では縦渦(ここでは二次流)の方向が安定で、主流と二次流の作る渦度ベクトルの方向が常に図-10 に示される方向に向いているためであると思われる。この事実は逆に直線水路の河床波を取り扱ううえで流れの三次元性を考慮しなければならないことを示唆しているともいえる。このように2つのケースの場合ともに河床波の発生が見られるが、時間の経過に伴い、外壁での洗掘および内壁での堆積は次第に大きくなっていく。

図-11 は“観測点”で測定された河床変化の様子と式 (21) を数値積分することによって得られた解の比較を行ったものである。計算は表-2 中の Run M 1, M 2 について行われ、式 (21) を解くに際して必要な水量、河床構成材料の条件は表-1, 2 に示されている。また、このとき粗度係数  $n$  の値は表-2 を用いて求めることができるが M 1 に対して  $n=0.014$ , M 2 に対して  $n=0.015$  であった。ここで測定値は河床波の通過による影響を取り除くために峰と谷の部分の平均値を用いている。25 lit/sec の場合には水路の中央付近でやや対応が悪いが、その他の部分および 30 lit/sec の場合には河床の形状および洗掘、堆積の過程をよく表わしている。

図-12 は外壁付近の河床変化に注目し、 $R-R_1=95$  cm (すなわち外壁より 5 cm) における河床変化の様子

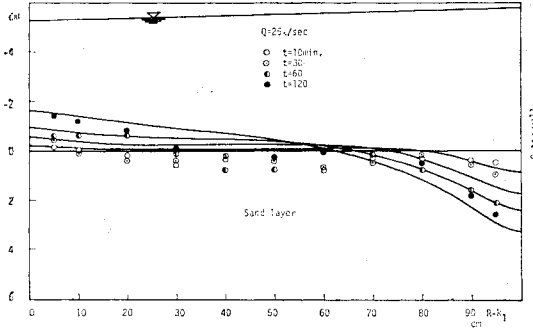


図-11 (a) 横断方向の河床変化 (実線は計算値)

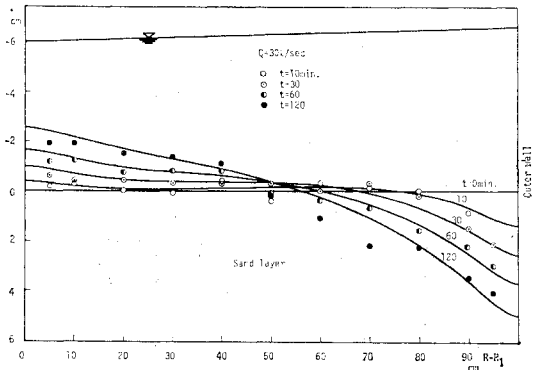


図-11 (b) 横断方向の河床変化 (実線は計算値)

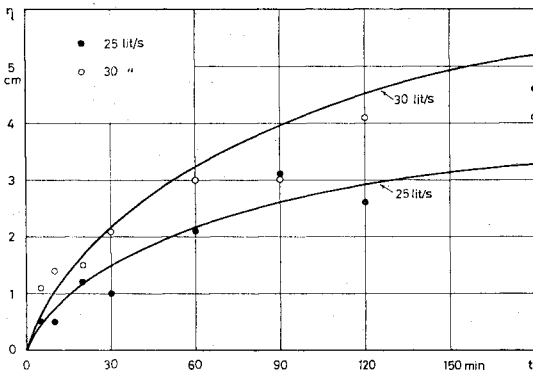


図-12 最大洗掘深の変化

を示したものである。実線は式 (21) を数値計算することによって求められた理論値を示し、丸印はそれぞれの実験条件に対応する実験値を示している。

流量 30 l/sec を流し、河床形が最終状態に達した後、内壁付近、水路中心、外壁付近の 3 点で水路床の砂を採取しおのおのの粒度分布と比重を調べた。図-13 はその 3 点で採取した試料の粒度加積曲線を示したものである。内壁付近での加積曲線は粒径の小さい方へ移行し、外壁近くでは粒径の大きい方へ移行している。また、水路中心の砂の粒度分布は通水前に敷きつめた砂の粒度分

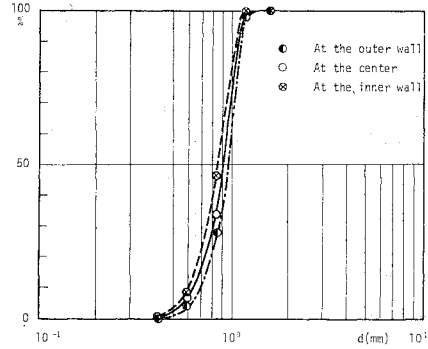


図-13 ふり分け現象

布とほとんど一致している。目視によっても二次流の上昇部にあたる内壁のごとく近傍では砂に含まれている小さな雲母分が堆積し、内壁に平行に黒い帯状となって見えた。このような弯曲水路におけるふるい分けの現象は水流によって移動しやすい粒径の小さな砂が外壁側から内壁側へ運ばれたことを示し、弯曲水路の河床変化が二次流によって支配されていることの一つの根拠を与えるものとして注目される。なお、3 点で採取した試料の比重に関しては差異はほとんど見られなかった。

#### 4. 結 論

流下方向に一樣な弯曲水路において河床が安定形状に達するまでの河床変化の理論的な取り扱いを行った。また、弯曲水路において固定床と移動床の実験を行い、次の諸点が明らかとなった。

(1) 主流の横断方向の速度分布は強制渦型によって近似することができ、深さ方向の分布については対数則によってよく表わすことができる。また、二次流の速度分布については線型理論から導かれた式 (7) は実験値よりもやや大き目の値を与える。これは非線型項を無視したためであると思われるが、水路中央部付近ではカルマンの定数  $\kappa$  を 0.4 よりも大きくとることによってこの誤差を補正することができる。

(2) 流砂の移動方向の変化を考慮して弯曲水路の横断方向の河床変化を表わす式を導き、得られた方程式を差分法によって数値計算を行った。その結果を実験値と比較し、このモデルで河床変化の過程をよく表現しうることを明らかにした。また、この方程式を無次元化して検討することによってこのような河床変化の現象が 3 個のパラメーター、 $B/R_0$ 、 $A$ 、 $T$  によって決定されていることを示し、これらの値を用いて計算結果の整理を行った。

(3) 移動床における実験においては二次元的な砂堆の発生が見られ、その形状は二次流の存在と密接な関連

性があることが推察された。

(4) 弯曲水路では横断方向にふるい分け現象が観察され、外壁側では粒径が大きく、内壁側では小さくなる傾向が見られた。

### 5. あとがき

ここで得られた河床変化の理論は実験室ではその妥当性がほぼ証明されたが、実際河川でも成立することを確かめたいと思っている。目下資料を収集中であり、この点に関しては別の機会に発表する予定である。最後に実験に際し、多大の援助を提供された佐藤都太郎技官に謝意を表わします。

### 記 法

- $A$ : 無次元パラメーター
- $A_r$ : 定数 (=8.5)
- $B$ : 水路幅
- $b$ : 水路の中心線を原点とする横断方向の座標 (=  $R - R_c$ )
- $C_D$ : 砂粒子の抗力係数 (=0.4)
- $C_f$ : 抵抗係数
- $C_L$ : 揚力係数 ( $C_L/C_D=0.85$ )
- $d$ : 砂粒子の粒径
- $F_A, F_B$ : 二次流の速度分布関数形
- $f(R/R_0)$ : 主流の横断方向の速度分布形
- $G(\tau_c/\tau)$ : 関数 (佐藤・吉川・芦田の流砂量式)
- $g$ : 重力の加速度
- $H$ : 水深
- $i_\theta$ : 河床の接線方向の勾配
- $k_s$ : 相当粗度
- $n$ : マニングの粗度係数
- $q_r, q_\theta$ :  $R, \theta$  方向への流砂量
- $q_{\theta a}$ : 断面平均の  $\theta$  方向流砂量
- $R$ : 半径方向の座標
- $R_s$ : 砂粒子の軌道の曲率半径
- $R_c$ : 水路中心の曲率半径
- $R_1, R_2$ : 水路の内岸, 外岸における曲率半径
- $S$ : 河床に沿う半径方向の座標

- $T$ : 無次元時間
- $t$ : 実時間
- $U$ : 砂粒子の高さにおける流体の速度
- $U_a$ : 断面内の平均流速
- $U_m$ : 半径方向の一地点における深さ方向に平均された流速
- $U_r$ : 流れの  $R$  方向速度成分 (=  $-\hat{U}_r$ )
- $U_{*a}$ : 断面平均の摩擦速度
- $U_\theta$ : 流速の接線方向成分
- $V_s$ : 砂粒子の移動速度
- $\hat{V}_{s\theta}, \hat{V}_{sr}$ :  $V_s$  の  $\theta, R$  方向成分 (内向き正)
- $W$ :  $B/R_c$
- $Z$ : 垂直方向の座標 (上向き正)
- $\zeta$ :  $b/B$
- $\eta$ : 平均水深からの掘れ (=  $H - H_a$ )
- $\theta$ : 接線方向の中心角
- $\kappa$ : カルマン定数
- $\lambda$ : 空隙率
- $\lambda_0$ : 遮蔽係数 (=0.592)
- $\mu$ : 動摩擦係数 (=0.43)
- $\xi$ :  $Z/H$
- $\rho$ : 流体の密度
- $\rho_s$ : 砂粒子の密度
- $\tau$ : 河床面に働くせん断力
- $\tau_c$ : 限界掃流力
- $\varphi$ : 係数 ( $n$  の関数)

### 参 考 文 献

- 1) 村本嘉雄・坂本忠彦・吉村知司: 弯曲水路の河床変動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 11 B, 1968.
- 2) 池田駿介: 移動床河川の弯曲部における二次流と動的横断平衡河床について, 土木学会論文報告集, 229号, 1974.
- 3) 須賀堯三: 開水路わん曲部河床の安定形状(その2), 第10回水理講演会講演集, 1966.
- 4) 岩垣雄一: 限界掃流力に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 41号, 1956.
- 5) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男: 河床砂礫の掃流運搬に関する研究(1), 建設省土木研究所報告, 98号, 1957.
- 6) De Vriend, H.J.: Theory of Viscous Flow in Wide Curved Open Channels, Proc. of I.A.H.R., Bangkok, 1973.
- 7) 吉川秀夫・池田駿介: わん曲水路における二次流の数値解, 土木学会第18回水理講演会講演集, 1974.

(1975.9.26・受付)