土木学会論文報告集
第250号・1976年6月

非弾力性需要のもとにおける段階建設について

A STUDY ON STAGE CONSTRUCTION UNDER INELASTIC DEMAND

長　尾　義　三*・森　杉　寿　芳**・吉　田　哲　生***
By Yoshimi NAGAO, Hisayoshi MORISUGI and Tetsuo YOSHIDA

1. 緒　　　言

人間・社会活動は空間・時間軸に沿って絶えず発展・変化を遂げている．土木計画は本来こうした動的環境のもとに策定される必要があるが，一般にはある時間・空間を固定し，必要な計画のわく組（フレーム）を設定して計画を策定していることが多い．これに対して，時間軸を導入した段階建設に関する研究が行われるようになってきている．この問題は次のように要約される．

いま任意の個数 $(1, \cdots, n)$ に分割可能な施設の建設を時間 T 年間にわたって考慮する計画を例にあげよう．この施設に対する需要時系列は $D_t(t=0, 1, \cdots, T)$ として与件であるとする．現時点で一挙に D_T に見合う n 規模の施設を建設するとき，これは一括建設方式とよばれる．しかし $t<T$ なる時期 t には需要が施設規模を下回り，いわゆる施設の遊休が生じている．しからば，1, 2, …, T の各期に対応する需要に合わせて建設すればよいという推論を得る．これは追いかけ建設方式とよばれるものである．しかしこの方式だと，供用開始直後に需要が供給を上回るし，また後述する規模の経済の効果を期待できない．したがって最終的には，T 年後の需要に対応する規模を完成することを想定しつつ，完成施設の分割部分を逐次整備していくという段階建設方式なるものが提案できる．実際には各方式の選択が需要に影響を与えるのであるが，本論文では需要を時系列のもとで与件とし，方式の選択によって需要の変動を生じないと仮定している．そして計画論的にみた場合，これらの方式がもつ特徴を明らかにし，動学的計画論展開の基礎とすることに研究の主たる目的をおいている．

* 正会員　工博　京都大学教授　工学部交通土木工学教室
** 正会員　M.A.　三菱総合研究所研究員
*** 正会員　工修　パシフィック・コンサルタント（株）開発室

2. 従来の研究

全体のプロジェクトの分割部の建設を延期させて，段階的に逐次完成させていく，段階建設方式を取り扱ったものに文献 1)，2)，3) がある．これらは分割部分への投資を延期することで費用の現在価値の低下を図るものである．これらの段階建設の資本コストの低下によるプロジェクト効率を高める概念を Marglin は 4) で包括的に述べている．ここでは非分割なプロジェクトへの投資時期を決定する純投資時期決定問題（pure timing problem）として定式化している．1)，2)，3) における分割部分を単一プロジェクトとみなせば Marglin 型の純投資時期決定問題と同一概念となる．段階建設方式の欠点は分割に伴う建設費の上昇である．これについては詳細な分析をしたものは少ないが，5) においては固定費用的なとらえ方がなされており，6) においては限界費用逓減型の費用関数を提示している．これらの分割による建設費の上昇は，各時点における資本効率の上昇のみを目ざしても必ずしも有効ではなく，計画初期時点において長期にわたる損益を計算しなければならないといった動学的な考慮を要求するものである．同様に便益享受面においても，7) は初期の設計を将来の拡張が可能であるようにしておくことの重要性を述べている．また 8) においては代替案の排他性から拡張が経済的に不可能であるようなモデル化が行われている．いずれも便益面における動学的な思考の重要性を強調したものである．便益の測定は費用のそれより困難ではあるが，初期の方式選択が費用のみならず，便益にも大きく影響するものであり，投資を遅らせた場合の損失も無視できないことが多い．また従来の研究は，投資時期決定問題として，一括建設方式との比較研究におかれ投資時期の全体に与える影響（ダイナミズム）の視点から分析的にとらえられていない．本論文ではこのような問題を外生的な

需要のもとに限定し，動学的な解析モデルを構成し，上述した3つの建設方式の特徴と，それらの存在領域を明らかにしようとしたものである．

3. プロジェクトおよび計画フレームの仮定と費用・便益

(1) プロジェクト対象

プロジェクトは施設計画を対象とし，施設の規模については，最小分割単位が存在するものとする．したがって施設の任意の規模をこの最小単位の複数個分の集合として把握する．すなわち最小分割単位 k 個分をもつ施設を規模 k と表示する．

(2) 便益の定義

便益は簡単のため，消費者余剰としてとらえる．したがって **Fig. 1** において便益は，利用者の需要曲線 $f_D(D)$ と平均費用（付帯費用）曲線 $f_S(D)$ の交点から D 軸に平行に引いた直線と，需要曲線でつつまれる図中斜線で示されたものとして表わせる．すなわち次式で表現できる．

$$\int_0^{D^*}(f_D(D)dD-f^*D^* \quad \cdots\cdots(3.1)$$

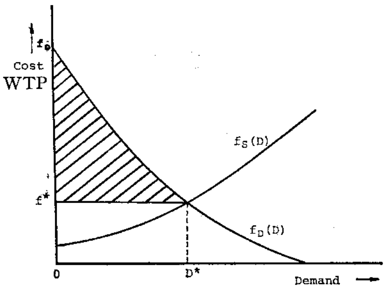
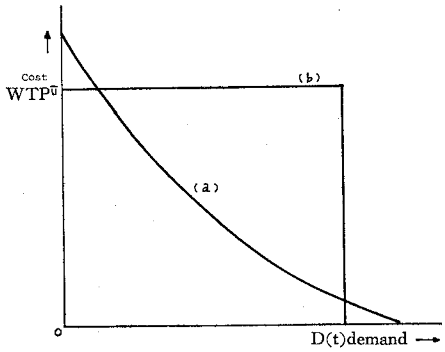


Fig. 1 Benefit as consumer's surplus (shaded portion)



(a) Elastic demand curve
(b) Inelastic demand curve

Fig. 2 Demand curve

D^*, f^*：それぞれ均衡利用量およびそのときの平均費用を示す．

(3) 需要曲線の仮定

Fig. 2 における需要曲線 (a) は価格が低下することによって需要が増加するという右下がりの曲線となっている．本論文においては，各年次の需要量が非弾力的に $D(t)$ で与えられ，そのときの支払い対価（willingness to pay 略して WTP）は時間 t にかかわらず一定の値 $\bar{U}$ とする．したがって本論文においては **Fig. 2** に示すような D 軸にたいして直角な需要曲線 (b) を仮定することになる．**1.** で述べたように，プロジェクトとは独立に需要時系列を仮定する．この非弾力的な需要 $D(t)$ は，経済成長，人口等の伸びに関連して定率 r で成長していくものとすると，D_0 を初期需要として，需要時系列は次式で表現できる．

$$D(t)=D_0e^{rt} \quad (t=0, 1, \cdots, T) \quad \cdots\cdots(3.2)$$

(4) 平均費用曲線 $f_S(D)$

施設を利用することによる単位利用者が負担する費用は利用量が増加するにつれて，混雑あるいは待ちが生じ増加する．この増加の度合いは，施設規模の大きいほど小さい．また利用にあたっては，利用量もしくは施設規模に関わらない固定費用が存在する．こういった条件を満足するひとつの近似曲線式 (3.3) を単位利用者あたりの平均費用曲線もしくは付帯費用曲線として仮定する．

$$f_S(D)=\bar{f}+k_K\cdot D(t) \quad \cdots\cdots(3.3)$$

ここに，

$\bar{f}$：利用に要する固定費用

k_K：最小規模の K 個分すなわち規模 K のときの費用勾配，施設規模に固有な定数である．

(5) 規模 K の施設における総便益

(2) および **(3)** で述べたことから式 (3.1) において $f_D(D)=\bar{U}$ また **(4)** の式 (3.3) と需要の非弾力性より $D^*=D$ であるから $f^*=\bar{f}+k_K\cdot D(t)$ とおくことにより t 期における施設規模 K の総便益を $S(K, t)$ と表わ

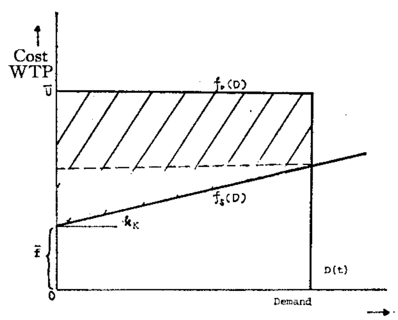


Fig. 3 Benefit at t

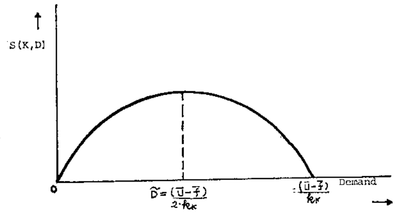


Fig. 4 Benefit function of facility of scale K

すと，総便益は式 (3.4) のように定義できる．

$$S(K, t)=\int_0^{D(t)}\bar{U}dD-\bar{f}^*D(t)$$
$$=D(t)\{\bar{U}-\bar{f}-k_K\cdot D(t)\} \quad \cdots\cdots(3.4)$$

Fig. 3 の斜線部分は **Fig. 1** の便益を特殊化したもので本論文ではこれを総便益量として用いるものとする．需要量は時間とともに変化するのであるから，$S(K, t)$ を $D(t)$ の関数として示すと **Fig. 4** のような2次曲線を得る．すなわち $D=0$ のとき $S(K, t)$ は0であるが $\tilde{D}=(\bar{U}-\bar{f})/2\cdot k_K$ で極大点をもち，やがて減少し $D=(\bar{U}-\bar{f})/k_K$ のとき再び0となって便益は発生しない．これは極大点を超える需要に対しては混雑，待ちが生じ便益はやがて消失することを意味する．本論文ではこの施設を有効に利用するため，$\tilde{D}$ を越える需要量は制御するものとして推論を進める．この考え方は利用面から実際的であろう．この仮定によって需要量 D と実際の利用量 $\bar{D}$ との関係は式 (3.5) のようになる．

$$\left.\begin{array}{ll}\bar{D}=D & (D\leq\tilde{D})\\ \bar{D}=\tilde{D} & (D\geq\tilde{D})\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.5)$$

(6) 費　　用

費用は一般に利用者側の費用，供給者側の費用ならびに第3者の費用に区分される．第1のものは，**3.** の **(2)** の中で便益の算定のためにすでに取り入れている．道路の場合を例にとると走行費用，時間費用がこれに相当する．第2の費用は建設に要する費用，維持管理費用であり，第3の費用はいわゆる外部不経済(たとえば公害等)と意味する．いま第3の費用のうち利用量に比例するものは式 (3.3) の第2項に，比例しないものは第1項に含ませるものとして，第2の費用を一括してCの記号で示す．そして $C(K, M)$ は規模 K から規模 M への施設の拡張に要する費用を意味することにする．

(7) プロジェクトの評価

プロジェクトの評価の方法は費用便益分析において各種あり，それぞれ特徴があるが，最もよく用いられている純現在価値最大基準を用いる．これは社会的割引率の導入等の不確実要素を持ち込むことになるが，資源の最適配分の観点から社会的厚生を極大にするという評価基準として，他の方法に比べて優れていると思われるからである．また社会的割引率の不確実要素については感度分析を通じて，その不確実性を評価することもできる．いま期間を連続的にとらえた場合の現価係数は e^{-it} であり，したがって式 (3.6) で示される純現在価値 $PV(t)$ を最大化することが，プロジェクトの評価の基準となる．

$$PV(t)=\int_0^T S_t e^{-it}dt-\int_0^T C_t\cdot e^{-it}dt\cdots\cdots\cdots(3.6)$$

ここに，

T：プロジェクト・ライフ

S_t, C_t：第 t 年の便益および費用

4. ダイナミズムのない段階建設

(1) ダイナミズム

初期における投資行動が続いて行う投資行動の効果になんらかの影響を及ぼす場合，動学的であるという．特に初期における投資行動は需要の伸び率に何らかの影響を与えるであろうが，これは本研究では扱かわないことにしている．これは多くの場合，需要は計画におけるフレームとして外生的に与えられるのが普通であると考えられるからである．このような前提を設けても初期の行動いかんが，続いて行う投資行動に影響を与える場合がある．そのおもなものは手戻り費用 (set up cost)，規模の経済 (scale merit) の存在である．これらの存在は，短期間だけを最適化しても，それが全体期間の最適化につながらない性質をもつ．本論文ではこれらを投資基準のダイナミズム性と名付け，ダイナミズムが投資行動に与える影響を分析する．

(2) 最適投資の条件

K 規模から M 規模への任意の拡張を $[K, M]$ と表示する．論旨を進める前に，任意の拡張 $[K, M]$ が与件とされたときの最適拡張時期について述べる．この最適拡張期 t^* は式 (3.6) の最大化基準により，次の式を t に関して最大化しなければならない．

$$\widetilde{PV}(t)=\int_{\underline{t}}^{t}S(K, t)e^{-it}dt+\int_{t}^{\bar{t}}S(M, t)e^{-it}dt$$
$$-C(K, M)e^{-it}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.6')$$

ここに，$\underline{t}$, $\bar{t}$ はそれぞれここでは与件とされた規模 K の供用開始時期および規模 M の供用終了時期を表わす．ここで t^* が式 (3.6) で最大化にするためにはまず，$d\widetilde{PV}(t)/dt$ を $t=t^*$ において0にしなければならない．したがって次の式

$$S(M, t^*)-S(K, t^*)=i\cdot C(K, M) \quad \cdots\cdots(4.1)$$

が最適拡張期 t^* の必要条件である．この t^* が最適であるための十分条件として次の2つがあげられる．

i） t^* において $PV(t)$ が極大であること

ii）［K, M］の拡張が与件であるときに t^* が任意の可能な拡張期（K の供用期間の始めから M の供用期間の終わりまで）のうちで最大の $PV(t)$ を与えること．

これらは，$PV(t)$ の t についての導関数，また2階微分を考察することによって証明される．式 (4.1) の左辺と右辺はそれぞれ単位期間だけ投資時期を延ばすことによって失われる便益と節約される費用を意味する．これは限界便益が限界費用に等しい点で最適化がなされるという費用便益分析のよく知られた評価基準と同じ性質のものである．

（3） 最小規模拡張の効率性

［K, M］の拡張は任意に分割が可能である．ここでは次の仮定を充たす状況においては，［K, M］を［$K, K+1$］,［$K+1, K+2$］…,［$M-1, M$］というように最小部分に分割して，それぞれの拡張の最適拡張期に投資するのが最も有効であることを明らかにする．

仮定 1　建設費用関数 $C(K, L)$ は建設規模（$L-K$）に関して線形とする（手戻り費用がない）．

仮定 2　需要量Dが固定されたとき，規模の拡張に対する限界便益は，ある規模以上においては必ず逓減する．

仮定 3　施設には規模の経済が存在しない．

仮定 2 は経済学の分野で認められている限界効用（または生産性）逓減の法則を意味し，仮定 1，3 は本章の仮定すなわちダイナミック性の否定から設けられたものである．ここで拡張［K, M］を［K, L］,［L, M］に分割する．一般に規模 I から規模 J への最適拡張期を $t_I{}^{J*}$ と表示することにすれば，これらの拡張は式 (4.1) からそれぞれ次の式 (4.2), (4.3), (4.4) をみたす最適拡張期 $t_K{}^{M*}$, $t_K{}^{L*}$, $t_L{}^{M*}$ をもつ．

$$i\cdot C(K, M)=S(M, t_K{}^{M*})-S(L, t_K{}^{M*}) = S(M, K, t_K{}^{M*}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4.2)$$

$$i\cdot C(K, L)=S(L, K, t_K{}^{L*}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.3)$$

$$i\cdot C(L, M)=S(M, L, t_L{}^{M*}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.4)$$

まず 仮定 1，2 および 3 から次の式 (4.5) が成立する．

$$\frac{S(M, L, t_K{}^{L*})}{M-L}<\frac{S(L, K, t_K{}^{L*})}{L-K} =\frac{i\cdot C(K, L)}{L-K}=\frac{i\cdot C(M, L)}{M-L} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4.5)$$

はじめの不等式は 仮定 2 の限界便益逓減性，次の等式は式 (4.3)，最後の等式は 仮定 1 の費用関数の線形性を意味する．ここで式 (3.4) より $S(M, L, t)$ は t に関して単調増加するので式 (4.4) が成立するためには $t_K{}^{L*}<t_L{}^{M*}$ が成立しなければならない．同様の考察により $t_K{}^{L*}$, $t_K{}^{M*}$, $t_L{}^{M*}$ について式 (4.6) が成立する．

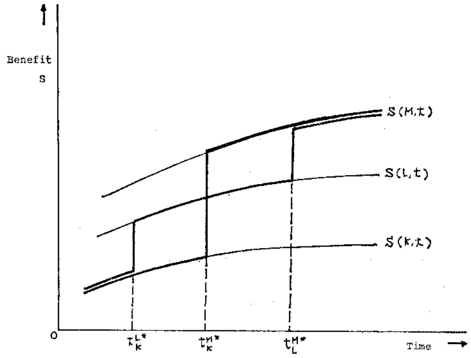


Fig. 5　Two way of expansion from K scale to M scale.

$$t_K{}^{L*}<t_K{}^{M*}<t_L{}^{M*} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.6)$$

次に **Fig. 5** に示すような［K, M］と［K, L］,［L, M］との拡張との有利性の比較を行う．$\underline{t}<t_K{}^{L*}$, $\bar{t}>t_L{}^{M*}$ なる $\underline{t}, \bar{t}$ をとって〈$\underline{t}\sim\bar{t}$〉なる期間における純現在価値を比較すれば十分である．いま［K, M］における純現在価値は $t_K{}^{M*}$ で投資（拡張）すれば最大となりこの値を V とする．ここで $t_K{}^{M*}$ において［K, L］のみを行い［L, M］の時期は別にきめるとすれば，これは，L, M が与件である［L, M］の拡張問題となる．しかも〈$\underline{t}\sim t_K{}^{M*}$〉においては［$K, M$］を行ったときと径路は同じであるから，［$L, M$］の拡張期をそれ自身の最適期 $t_L{}^{M*}$ に移すことにより V を

$$\int_{t_K{}^{M*}}^{t_L{}^{M*}}\{i\cdot C(L, M)-S(M, L, t)\}\cdot e^{-it}\cdot dt$$

だけ高めることができる．さらに同様に［K, L］の拡張期を $t_K{}^{L*}$ に移すことによっても，$t>t_K{}^{M*}$ の期間においての純現在価値は不変だから，さらに

$$\int_{t_K{}^{L*}}^{t_K{}^{M*}}\{S(L, K, t)-i\cdot C(K, L)\}e^{-it}dt$$

だけ高めることができる．したがって明らかに［K, L］,［L, M］に分割する方が有利である．このことは任意の K, L, M についていえるので，結局 L は最小拡張単位規模1をとって，［$K, K+1$］が他の拡張規模に比べて有利であることがわかる．すなわち 仮定 1～3 が成立するとき最小単位規模ずつをその最適拡張期に拡張することが，最適投資基準である．なお 仮定 3 を説明に用いなかったが，この否定があると，すなわち規模の経済が働く場合は，将来の拡張を考慮しない上述の基準は不合理になる．これはのちに詳述する．さてこれまでの議論は現在規模 K の施設があって，さらに［$K, K+1$］の拡張にたいして式 (4.1) を充たす $t_K{}^{K+1*}$ が存在するという制約のもとであった．これにたいして現在施設がない場合は K を0とおけばよい．次に［$K, K+1$］の最適拡張期が存在しない場合は2通りある．

（その 1）$\max\limits_{t_0\le t\le T} S(K+1, K, t)<i\cdot C(K, K+1)$ の

場合（ただし t_0 は初期）……このときは単位期間延期することによる費用の節約が常に便益の損失分より上回るわけで無限に延期した方がよい．すなわち K からの拡張は行わない方がよい．

（その 2） $\min_{t_0 \leq t \leq T} S(K+1, K, t) > i \cdot C(K, K+1)$，すなわち $S(K+1, K, t_0) > i \cdot C(K, K+1)$ の場合……このときは拡張を遅らせば遅らすほど便益は減少する．したがって $[K, K+1]$ は t_0 において行うのがよい．同時に $[K+1, K+2]$ も行うかという問題の解答は次のようである．仮定 1, 2 から m に関して $S(m+1, m, t_0)/C(m, m+1)$ は減少する．したがって m を増加させて $i \cdot C(m, m+1) < S(m+1, m, t_0)$ の成立する最大の m を M とすれば $[K, M+1]$ までは t_0 において拡張がなされるべきである．

5．ダイナミズムを考慮した段階建設

（1） 手戻り費用

4．の (**1**) で述べたような動学的な観点を必然的にするダイナミズムのひとつは手戻り費用の存在である．これは固定費用の存在，また費用の逓減性から生ずるものでこれは **4**．の (**3**) の 仮定 1 を否定する．このことは **4**．の (**3**) において $[K, M]$ を $[K, L]$，$[L, M]$ に分割するときに費用が高くなるがゆえに **4**．の (**3**) の基準が正当性をもたなくなる．したがって，この手戻り費用が存在する場合は，分割数が増すごとに，拡張費用が高くなって，計画を括めて実施したほうがよい要因となる．一方，社会的割引率の存在は過大施設規模の存在を不利とするから，必ずしも一括建設方式を有利とせず，段階建設方式の建設時期と投資規模決定の問題の存在を示唆することになる．

（2） 規模の経済

第2のダイナミズムは，規模の経済の存在である．ここでは，これを享受するために先行投資が必要であるというダイナミズムが現われる．これは4車線道路の容量は2車線道路のそれの4倍に匹敵し，港湾において2バースを一体利用すれば 1 バースの 3 倍の容量になること，さらに需要量が増加すれば，輸送交通システムを大きく変革することも可能となる．たとえば外貿ふ頭でライナー船からコンテナ船に変革したことで，1バースの能力は 10 倍に増加した例もある．ここで本論文において同一の需要量 D に対して単位規模の施設を K 個分離した運営を行うより，規模を K とした方が便益が大きいとき，すなわち

$$K \cdot S(1, D/K) < S(K, D) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5.1)$$

が成立するとき，規模の経済が存在するという．**Fig. 6** の (1) は **4**．の (**3**) の3つの仮定が成立するときの最適投資形態である追いかけ型を示す．規模の経済が働くとき，この方式は必ずしもよいといえない．**Fig. 6** の (2) は一括建設方式で，規模の経済を建設初期から生じても，過大投資となって，施設の遊休（投資を早めたことによる損失）は免れない．したがって一括建設と同じく最終的には規模の経済の創出を意図したものではあるが，施設の一部供用を先行的に許す **Fig. 6** の (3) に示すような段階建設方式の採用が考慮されることになる．この場合，動的な観点からみて重要なことは，このためには仮護岸，用地，水面の確保等にたいして，初期において投資が必要だということである．

（3） 将来の不確実性

計画において外生的に与える需要は，現時点での予測の結果であって，時間が経過すると，需要曲線の予測も変化するであろうし，他の投資行動に与える要因も現在の予測とかけ離れることが考えられる．これもダイナミズムのひとつの要素となる．時間の経過によって不確実要素が確実化される度合が大きいならば，初期には多少の損失を伴っても，将来確実化された環境に合った形態にできるような施設にしておくことが考えられる．このように将来における不確実な環境の確実化が，初期の投資に影響を与えるようになる場合，ダイナミズムの要因となる．

（4） 建設投資方式の定義

ここで従来から，漠然といわれてきた3つの建設投資方式，すなわち追いかけ型，段階型，および一括型を式 (3.6) に示した評価基準のもとで最適投資形態という観点から考察しておく．追いかけ型は施設のサービス水準の指標がある想定した基準に達したとき，次の施設を追加することを繰り返すわけで，なんの最適概念もない．これに対して式 (3.6) の評価式を用いることによって，**4**.(**3**) の3つの仮定のもとでは最小規模拡張の投資基準にしたがうことが最適となり，厳密に追いかけ建設方式の正当性が保証される．これを修正追いかけ型とよぶことにする．さらに従来の段階建設という概念は，単なる

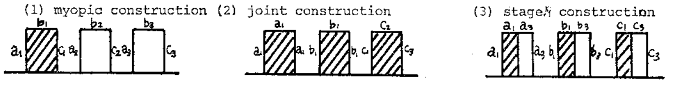


Fig. 6 Pattern of port investment

P.S. 1) a, b, c indicate the difference of use
2) Suffixes 1, 2, 3 indicate the times when corespondent berths come in to use.

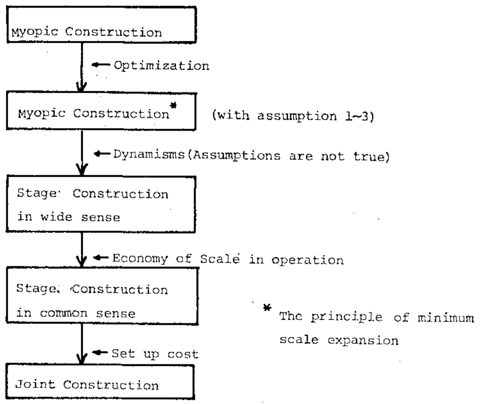


Fig. 7 Possibility of some types caused dynamisms.

分割建設の意味であって，**4.(3)** の基準は保持したけれど，規模の経済の存在によるダイナミズムを考慮したものではなかった．また一括建設も規模の経済をその長所として取り入れることはなかった．ただし，一括建設には手戻り費用の存在から段階建設と比較するといったダイナミズムへの対応策としての概念は含んでいたといえる．ここで，われわれは，ダイナミズムへの対応策として，それぞれの建設方式の定義づけを行うことにする．まず **4.(3)** の仮定の もとでは，修正追いかけ型が最適である．そしてこの最小規模拡張基準があてはまらないようなときにはダイナミズムへの対処策を講じなければならない．このときの方策を広義の段階建設ということにする．そしてダイナミズムの要因のうち手戻り費用と規模の経済を考慮したものを狭義の段階建設として，次のように定義する．すなわち，完成規模における規模の経済の享受を想定しつつ分割建設を行う方式であるとする．もちろん拡張時において **4.(3)** の 仮定 1，仮定 2 が成立していれば最小規模拡張基準に従えばよい．これは従来型の段階建設といえよう．さらにその狭義の段階建設において 仮定 1 の否定がある手戻り費用の影響の大きい場合は分割部分と一括して建設した方がよいことが起こる．このときこれを一括建設とよぶ．ここで定義した以上の投資形態を **Fig. 7** に示す．

6．2段階建設の最適投資行動

（1） 初期建設の与件性

ダイナミズムを導入した場合の2段階建設方式の最適投資行動を分析する．**4.** の **(3)** の終わりに述べたように初期の建設を与件としなくてもよいのであるが，仮定2が成立しないために，$[0, 1]$ の建設期 t_0^{1*} において

$$S(1,0,t_0^{1*})/C(0,1) < S(2,1,t_0^{1*})/C(1,2)$$

となるような場合には **4.** で述べたような形態の分析は不可能ではないが容易ではない．したがって初期の建設を与件とするような2段階建設問題を取り扱う．この場合は $[1, 2]$ の拡張だけが問題であって（限界便益)/(限界費用）の増減に ついては 考慮しなくて よいことになる．手戻り費用の大きさは分割された部分の追加建設費用に比例すると仮定すると，$C(0, 2)$ は分割することによって式 (6.1) になる．

$$C(0, 2) = C(0, 1) + \alpha \cdot C(1, 2) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.1)$$

ここに α は手戻り率ともいうべきもので，$\alpha > 1$ である．

（2） 追いかけ建設方式の存在領域

a) 便益計算……修正追いかけ型に従った施設による便益を $S_S(K, D)$，また完成規模において，規模の経済を享受するための先行投資がなされる段階建設の場合の施設による便益を $S_C(K, D)$ とする．明らかに $S_S(1, D) = S_C(1, D)$，また $S_S(2, D)$ は需要を 2 等分して，それぞれ分離した施設で供用するのに等しいので

$$S_S(2, D) = 2 \cdot S_S\left(1, \frac{D}{2}\right)$$

となる．規模の経済が働くということは式 (5.1) から

$$S_C(2, D) > S_S(2, D) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6.2)$$

が成立することであり，**Fig. 8** において

$$S_S(2, D) = 2\,S_S\left(1, \frac{D}{2}\right)$$

が成立するように描いた $S_S(2, D)$ 曲線よりも，$S_C(2, D)$ 曲線が上側にあることを意味する．これらの便益式を用いて計画期間中の修正追いかけ型，段階建設型の総便益 B_S, B_C は次のようになる．

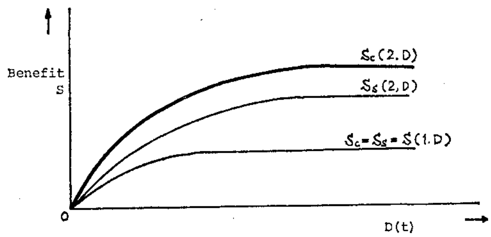


Fig. 8 Benefit curve under the economy of scale.

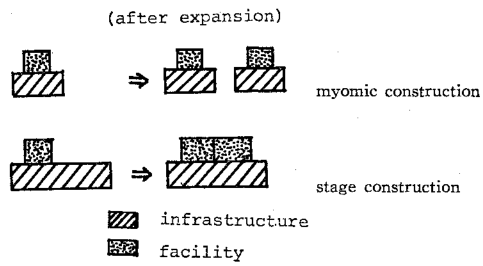


Fig. 9 Difference of expansion between staged and myopic construction.

$$B_S=\int_0^{t_{1S}^{2*}} S_S(1,\,t)e^{-it}dt+\int_{t_{1S}^{2*}}^{T} S_S(2,\,t)e^{-it}dt \qquad \cdots\cdots(6.3)$$

$$B_C=\int_0^{t_{1C}^{2*}} S_S(1,\,t)e^{-it}dt+\int_{t_{1C}^{2*}}^{T} S_C(2,\,t)e^{-it}dt \qquad \cdots\cdots(6.4)$$

上式の t_{1S}^{2*}, t_{1C}^{2*} は次項に説明されるものである．

b) 費用の計算……規模の経済の享受のための先行投資は用地などの下部構造であることが多い．このとき修正追いかけ型は **Fig. 9** に示すように下部構造の投資延期による節約がみられる．いま下部構造および第2段階施設まで含めた建設費用を I とし，第1段階施設と追加施設との投資割合は等しく $\beta(<0.5)$ とおき下部構造もそれぞれ等しいものが必要だと仮定する．このとき修正追いかけ型の費用の現価を C_S, 段階型の費用のそれを C_C とすると

$$C_S=0.5\cdot I+\alpha\cdot(0.5)\cdot Ie^{-it_{1S}^{2*}} \qquad \cdots\cdots(6.5)$$

$$C_C=(1-\beta)I+\alpha\beta Ie^{-it_{1C}^{2*}} \qquad \cdots\cdots(6.6)$$

となる．t_{1S}^{2*}, t_{1C}^{2*} はそれぞれの形態における最適拡張期であって，

$$C_S(1,\,2)=0.5\cdot\alpha\cdot I>C_C(1,\,2)=\beta\cdot\alpha\cdot I$$

であり，また **6**．**(2) a)** で述べたことから

$$S_C(2,\,1,\,t)>S_S(2,\,1,\,t)$$

である．したがって，t_{1S}^{2*}, t_{1C}^{2*} がそれぞれ最適期である．すなわち

$$S_C(2,1,t_{1C}^{2*})=\beta\cdot\alpha\cdot I,\ S_S(2,1,t_{1S}^{2*})=0.5\cdot\alpha\cdot I$$

が成立するためには，S_C, S_S が t の増加関数であることから $t_{1S}^{2*}>t_{1C}^{2*}$ でなければならない．

c) 一般的な比較……修正追いかけ型と段階建設型の純現在価値を V_S, V_C として両者の差をとると，**Fig. 10** を参照して次のようになる．

$$\begin{aligned}V_C-V_S=&\int_{t_{1C}^{2*}}^{t_{1S}^{2*}}\{S_C(2,\,t)-S_S(1,\,t)\}e^{-it}dt\\&+\int_{t_{1S}^{2*}}^{T}\{S_C(2,\,t)-S_S(2,\,t)\}e^{-it}dt\\&+I\{(\beta-0.5)+\alpha(0.5\cdot e^{-it_{1S}^{2*}}\\&-\beta\cdot e^{-it_{1C}^{2*}})\} \qquad \cdots\cdots(6.7)\end{aligned}$$

いかなる場合でも，式(6.7)の正負がそれぞれ，段階建設型，および修正追いかけ型の優劣性を判定する基準となる．

d) 修正追いかけ型の存在領域……ここでは段階建設が不利となるような条件を設定してみる．これは規模の経済が存在する限り，修正追いかけ型の存在領域は限られたものと考えられることから，取り扱いを容易にするためである．第1に段階建設の追加時期を修正追いかけ型の最適期に合わせる．すなわち $t_{1C}^{2}=t_{1S}^{2*}$ とする．これは修正追いかけ型の最適案を段階型の1つの代替案

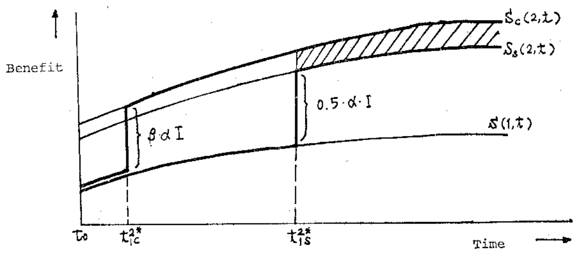


Fig. 10 Difference of benefit curves between stage and myopic construction
(P.S.) The shaded portion indicates the difference under consideration.

とを比較することになる．第2に

$$\delta(t)=S_C(2,\,1,\,t)/S_S(2,\,1,\,t)$$

とおくことにより，$\delta(t)(>1)$ は規模の経済性の指標になりうるが，この $\delta(t)$ をその最小値である $\delta(t_{1S}^{2*})$ に固定する．したがってこの場合の便益差は **Fig. 10** の斜線のようになる．ここで t_{1S}^{2*} のときに第1段階施設において需要制御量に達しない場合をとると

$$t_{1S}^{2*}=(1/2\,r)\log(0.5\cdot\alpha\cdot i/\gamma_0)$$

である．ここに

$$\gamma_0=(k_1-k_{2S})D_0^2=(k_1/2)D_0^2$$

である．以上から，

$$\begin{aligned}&S_C(2,\,1,\,t)-S_S(2,\,1,\,t)\\&\equiv(\delta(t_{1S}^{2*})-1)S_S(2,\,1,\,t_{1S}^{2*})\\&=(\delta(t_{1S}^{2*})-1)\cdot 0.5\cdot\alpha\cdot I\end{aligned}$$

であるので，便益差，費用差は次のようになる．

ただし $\delta=\delta(t_{1S}^{2*})$ である．

$$B_C-B_S=\int_{t_{1S}^{2*}}^{T}(\delta-1)\cdot 0.5\cdot\alpha\cdot ie^{-it}dt \quad \cdots(6.8)$$

$$C_C-C_S=(0.5-\beta)(1-\alpha e^{-it_{1S}^{2*}}) \quad \cdots\cdots(6.9)$$

したがって比較式は

$$\begin{aligned}(V_C-V_S)/I=&0.5\cdot\alpha\cdot(\delta-1)\{(0.5\cdot\alpha\cdot i/\gamma_0)^{-i/2r}\\&-e^{-iT}\}-(0.5-\beta)\{1-\alpha\\&\cdot(0.5\cdot\alpha\cdot i/\gamma_0)^{-i/2r}\} \quad \cdots\cdots(6.10)\end{aligned}$$

となる．上式から明らかなように δ が大きいとき，段階建設型を指向することになる．いま修正追いかけ型における第1段階施設と第2段階施設との便益差の初期と拡張時における便益比 $(\gamma_0/0.5\cdot\alpha\cdot I)$，成長率 r，拡張規模割合 β とそれぞれ2ケースずつ，異なる4ケースについて $V_C-V_S>0$ となる最小の δ を求めてみた．**Table 1** にみられるようにこの中の最も大きい δ の値は 1.95 で

Table 1 The minimum values of δ which make staged construction advantagious.

β \ r	0.06	0.09
0.3	1.95	1.41
0.4	1.82	1.35

$\gamma_0/0.5\,\alpha I=0.2$

β \ r	0.06	0.09
0.3	1.16	1.04
0.4	1.13	1.03

$\gamma_0/0.5\,\alpha I=0.5$

ある．一般に高速道路の4車線と2車線別個の供用との比較において $\delta \fallingdotseq 2$, 港湾の2バースと1バースの比較において $\delta \fallingdotseq 1.5$ となることを考え合わせると，修正追いかけ型は，実用範囲で限定された領域にしか存在し得ないことが明らかである．

（3） 従来の段階建設型と一括建設型の存在領域

(2) で規模の経済の考慮は段階建設型の指向を強めることを示した．しかし手戻り費用の存在は，一括建設型との比較分析を必要とする．本節では，そのおのおのの領域を明らかにする．はじめに若干の記号の説明を与えておく．

I：全計画規模建設費用
β：第2段階投資割合
α：手戻り率 (>1)
T：プロジェクト・ライフ
n：第2段階建設年次

純現在価値 $PV(n)$ は次のようになる．

$$\left.\begin{aligned} PV(n) &= \int_0^n S(1, D(t))e^{-it}dt \\ &\quad + \int_n^T S(2, D(t))e^{-it}dt \\ &\quad - \{(1-\beta)I + \alpha\beta I e^{-in}\} \qquad (n \neq 0) \\ PV(n) &= \int_0^T S(2, D(t))e^{-it}dt - I \qquad (n=0) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(6.11)$$

$n \neq 0$ のとき $PV(n)$ を n で微分することにより (4.1) と同様の最適なる追加建設年次 n^* についての条件式 (6.12) を得る．

$$S(2, 1, n^*) = i\alpha\beta I \quad \cdots\cdots(6.12)$$

4. で述べたように最大性は保証されている． $D(n^*) = D_0 \cdot e^{rn^*}$ であり，式 (6.12) の左辺は n^* の増加関数であるから，n^* について次のことがいえる．すなわち割引率 i, 手戻り率 α, 投資割合 β, 建設費用 I, もしくは割引率 i および追加建設費用は追加建設年次にたいして同等の感度をもつことになる．さらにこれらはすべて n^* を大きくする．すなわち追加建設年次を遅くする要因である．また左辺の $D_0e^{rn^*}$ を増加させる要素，初期需要量 D_0, 需要成長率 r, さらに規模による便益差の増大 (k_1-k_2) は，追加建設年次を早くする要因となる．次に段階建設における最適値 $PV(n^*)$ と一括建設による純現在価値 $PV(0)$ とを比較することによって，一括建設と段階建設型の領域を **6.(2)** と同じように知ることができる．

すなわち，

$$PV(0) - PV(n^*) \equiv V(0, n^*)$$

とすると

$$V(0, n^*) = \int_0^{n^*} S(2, 1, t)e^{-it}dt + I\beta(\alpha e^{-in^*} - 1) \quad \cdots\cdots(6.13)$$

である．この $V(0, n^*)$ を正負にする要因（パラメーター）の組み合わせが，それぞれ一括型および段階型の有利な環境を示すことになる．ケース・スタディ的に与えられたパラメーターを代入して，$V(0, n^*)$ の正負を調べれば事足りる．しかし，ここでは領域分析を容易にするためにパラメーターのみの比較式をつくる．まず式 (3.4) から $S(2, 1, t)$ は次のとおりである．

$$\left.\begin{aligned} S(2, 1, t) &= (k_1 - k_{2C})(D_0e^{rt})^2 && (t \leq t_{10}) \\ &= D_0e^{rt}(\bar{U} - \bar{f} - k_{2C}D_0e^{rt}) \\ &\quad - (\bar{U} - \bar{f})^2/4k_1 && (t_{10} < t \leq t_{20}) \\ &= (\bar{U} - \bar{f})^2/4k_{2C} - (\bar{U} - \bar{f})^2/4k_1 && (t > t_{20}) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(6.14)$$

ここに，t_{10}, t_{20}：それぞれ第1段階施設，第2段階施設において制御容量に達する時期，$k_1(=k_{1C}=k_{1S})$, k_{2C}：それぞれ第1段階施設での便益 $S(1, D)(=S_C(1, D) = S_S(1, D))$, および規模の経済を享受する便益 $S_C(2, D)$ を構成する費用勾配とする．

ここで $t_{10} = (1/r)\log((\bar{U} - \bar{f})/2k_1D_0)$ であり，この値と n^* との間の大小関係によって，次の2つの場合にわかれる．

（i） $n^* \leq t_{10}$, すなわち諸パラメーター間に，$((\bar{U} -$

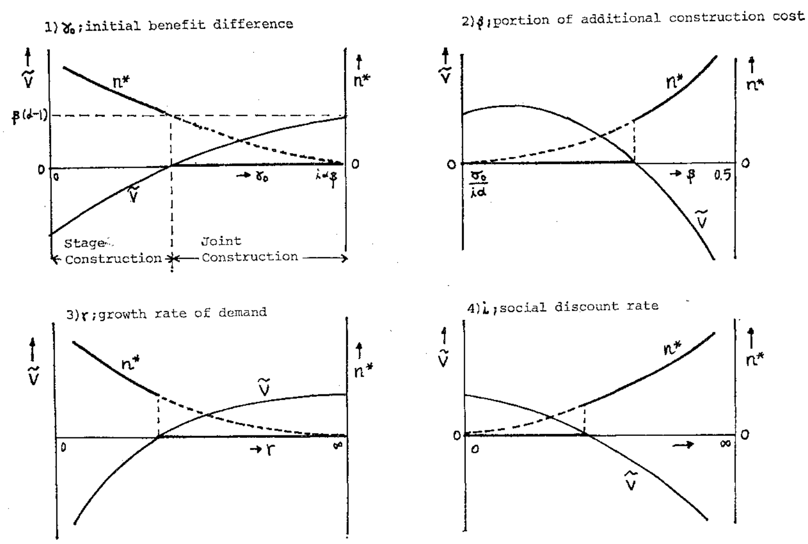


Fig. 11 Influence of parameters on optimal investment type.

Table 2 Investigation of $\tilde{V}$ curve with respect to parameters.

X	$\partial\tilde{V}/\partial X$	$\partial n^*/\partial X$	$\max\tilde{V}$	$\min\tilde{V}$
r_0	$+$	$-$	$\beta(\alpha-1)$	$-\beta$
β	$+\left(\frac{r_0}{i\alpha}<\beta<\frac{r_0}{i}\cdot\alpha^{\frac{2r-i}{i}}\right)$ $-\left(\beta>\frac{r_0}{i}\cdot\alpha^{\frac{2r-i}{i}}\right)$	$+$	$r_0\left(\frac{\alpha^{\frac{2r-i}{i}}}{2r-i}-1\right)$	$-\infty$
r	$+$	$-$	$\beta(\alpha-1)$	$\frac{r_0}{i}-\beta$
i	$-$	$+$	$\beta(\alpha-1)$	$-\infty$

(P.S.) X Indicates parameters.

$\bar{f})/2k_1)^2 \geq I\alpha\beta i/(k_1-k_{2C})$ なる関係が成立するとき．このときは，式 (6.13) は完全にパラメーター化される．

（ii） $n^* \geq t_{10}$，すなわち $((\bar{U}-\bar{f})/2k_1)^2 < I\alpha\beta i/(k_1-k_{2C})$ の場合はパラメーター表示が非常に複雑な式になって比較分析は非常に困難であり，ここでは残された課題としておく．

さて (i) の場合は利用に対する支払い対価 $\bar{U}$ が大きいときには大いにありうる状況なので，(i) の条件のもとでパラメーター化することは完全ではないが有意義である．

$$n^* = (1/2r)\log(I\alpha\beta i/(k_1-k_{2C})D_0^2) \cdots\cdots (6.15)$$

でありこれを式 (6.13) に代入することにより $V(0, n^*)$ は

$$V(0, n^*) = \{(2r\alpha\beta/(2r-i))(r_0/i\alpha\beta)^{i/2r} - r_0/(2r-i) - \beta\}I \cdots\cdots\cdots\cdots (6.16)$$

となりパラメーター表示できる．

ここに　$r_0 = (k_1-k_{2C})D_0^2/I$

すなわち初期の便益差の投資量に対する割合である．無次元化するために

$$\tilde{V}(0, n^*) \equiv V(0, n^*)/I$$

とする．ここで構成パラメーター，r_0, β, r, i の投資形態に与える影響を考察するために次の事項について調べる．

a） 一括型と段階型との選択への影響，すなわち $\tilde{V}$ の偏微分係数

b） 追加時期への影響，すなわち n^* の偏微分係数

c） そのパラメーターの変域上における $\tilde{V}$ の上限値，下限値．これは一括型，段階型の存在性を明らかにする．

この結果を括めて **Table 2** に示す．また $n^*, V(0, n^*)$ のパラメーターによる変化を **Fig. 11** に示す．図中 n^* は最適拡張期を示す．$n^*=0$ は一括建設領域を示している (**Fig. 11** 太線部分)．これらを参考にして若干の注釈を加える．

a） r_0（初期便益）の影響……$dn^*/dr_0 < 0$, $d\tilde{V}/dr_0 > 0$ より r_0 の増加は，一意に一括型に有利である．

b） β（第2段階投資割合）の影響……$\tilde{V}$ は $\beta(\alpha-1)$ からいったん増加し，結局減少して無限小になる．これは β の小さいうちは追加費用が小さいので投資を延期しても費用節約分が少なく一括型を選ぶが，β の増加につれて，費用節約分が大きくなるので段階型が有利になるということである．

c） r（成長率）の影響……この増加は一意に一括型を有利にする．r の変域上での $\tilde{V}$ の下限は $(r_0/i-\beta)$ であるから，$r_0 > i\beta$ ならば，いかなる小さな成長率にたいしても一括型が有利になる．r_0 が $i\beta$ よりも大きいということは，限界追加費用より小さいがすれすれに各期に便益が発生しているということである．ところが需要の成長率が小さいときは，なかなか式 (6.12) を充たすまでに便益が増加しない．したがって長期間，混雑の発生する第1段階で供用しなければならない．これが成長率が小さくても一括型が有利になる理由である．

d） i（割引率）の影響……この増加は一意に段階建設を有利にする．値域をみれば，両領域とも存在する．

（4） 手戻り費の存在と一括建設との関係

Table 2 より β を除くすべてのパラメーターの変域上での $\tilde{V}$ の最大値は $\beta(\alpha-1)$ である．β のみを動かしたときの $\tilde{V}$ の最大値 $r_0(\alpha^{(2r-i)/i}-1)/(2r-i)$ は α について増加関数であって，$\alpha=1$ ならばこの値は0になる．このことから手戻り費が存在しない．すなわち $\alpha \leq 1$ ならば $\tilde{V} \leq 0$ であり一括建設は決して有利になりえない．したがって手戻り費の存在が一括建設の可能性を生みだすことがここに明らかにされたことになる．

（5） 段階建設の融通性の評価

この節では，上の2段階建設モデルを用いて，時間の経過による不確実な環境の確実化というダイナミズムにたいして，段階建設のもつ融通性が，それに対応する対処策になることを，不確実な環境を需要成長率に限定したうえで述べる．融通性とは，最初に将来の規模の経済を考慮した第1段階施設を設けておいて，追加施設の建設は確実化した需要に応じて決定するということである．したがってこの場合，この融通性の数量的評価，およびそれが投資行動に与える影響を考察しなければならない．このため次の状況を設定する．

i） 初期において確実に知りえない不確実な需要成長率 r にたいして，われわれは予測によって先験的確率密度 $\omega(r)$ を付加することができる．

ii） 実現する実際の需要成長率は計画期間中一定であり，供用を始めたならば，実現した成長率をみて，これを知りうる．

ここで初期の予測による先験確率のみを用いた期待値によって形態を決定するとしたならば，次の式 (6.17) を最大にする n が，段階建設のときの最適追加時期 n^* である．

$$F(n)=\int_{\underline{r}}^{\bar{r}}\omega(r)V(r,n)dr \quad \cdots\cdots(6.17)$$

ここに， $V(r,n)$：実現成長率が r のとき，n 期に追加建設したときの純現在価値，$\underline{r},\bar{r}$：それぞれ予測成長率の下限値，上限値である．

このとき n^* は次の式 (6.18) を充たす．

$$dF(n)/dn|_{n=n^*}=\int_{\underline{r}}^{\bar{r}}\omega(r)\cdot S(2,1,r,n^*)dr-i\cdot\alpha\cdot\beta\cdot I=0 \quad \cdots\cdots(6.18)$$

ここに， $S(2,1,r,n)$ は実現需要成長率が r のときの，第1段階施設と第2段階施設との便益差の n 期における値である．

次に一括建設の場合の期待値 $F(0)$ は

$$F(0)=\int_{\underline{r}}^{\bar{r}}\omega(r)V(r,0)dr \quad \cdots\cdots(6.19)$$

である．もしも r の確実化，もしくは段階建設の融通性を考慮しないならば，$F(n^*)$ と $F(0)$ の大小が形態を決定する．しかしながら，融通性を考慮するならば，段階建設においては，第2段階施設を実現した成長率 r に合わせた最適投資時期（これを n_r とする）に追加建設できる．この場合の段階建設の期待値 $\tilde{F}$ は

$$\tilde{F}=\int_{\underline{r}}^{\bar{r}}\omega(r)V(r,n_r)dr \quad \cdots\cdots(6.20)$$

である．この $\tilde{F}$ と初期の予測のみの期待値 $F(n^*)$ との差

$$\tilde{F}-F(n^*)=\int_{\underline{r}}^{\bar{r}}\omega(r)[V(r,n_r)-V(r,n^*)]dr \quad \cdots\cdots(6.21)$$

は，定義上 $V(r,n_r)-V(r,n^*)\geq 0$ であるから明らかに正である．この値は段階建設における融通性の数量的評価といえる． ここで $F(n^*)<F(0)$ かつ $\tilde{F}>F(0)$ が成立する場合は，融通性を考慮すれば段階建設方式を選ぶべきなのに，初期時点の情報のみによる最適化を意図すれば一括建設方式を選択する．これは明らかに不利である．不確実性要因が時間の経過による確実化する状況では，動的な考慮が必要であるという理由がここにある．実際の数値例として，確率変数 r を離散型変数 r_1，r_2 に簡単化したうえで，上記の $F(n^*)<F(0)<\tilde{F}$ が成立する例のいくつかを **Table 3** に示した．この結果をみれば，融通性の数量的評価 $\tilde{F}-F(n^*)$ は全投資量の4%弱にまで達する場合があり，不確実性を動学的な観点からとらえることの意義は大きいといえる．

Table 3 Examples of $F(n^*)<F(0)<\tilde{F}$

r_1	r_2	$\omega(r_1)$	$\omega(r_2)$	$F(0)-F(n^*)$	$\tilde{F}-F(n^*)$
0.02	0.12	0.2	0.8	0.0097	0.0098
0.02	0.12	0.3	0.7	0.0172	0.0291
0.02	0.12	0.4	0.6	0.0309	0.0380
0.02	0.08	0.3	0.7	0.0062	0.0064
0.02	0.08	0.4	0.6	0.0025	0.0041

$\omega(r)$: prior probabilty density.

7. 結　　論

非弾力性需要のもとにおける計画は実際的なもので，現行計画法の多くはこれに基づいている．時間軸での考察は多段階決定問題等，手法的には研究が進められているが，内在するダイナミック性についての要因相互間の究明は行われていない．本研究は費用便益分析の立場からダイナミズムの分析に焦点をあて，それらの要因と相互間の関係を明らかにして，従来論及されていた3つの建設方式，すなわち，追いかけ型，段階建設型および一括建設型に対して明確な評価基準のもとで定義づけを行うとともに，それぞれの存在する条件，存在領域を明らかにした．得られた主要な結論は次のとおりである．

(1) 投資行動に影響を与えるダイナミズム，すなわち動的環境が存在することを明らかにし，その場合と，存在しない場合との投資行動の相違を明らかにした．

(2) ダイナミズムの存在しない場合は，**4**.(**3**) で述べた3つの仮定の成立する計画パターンに生じ，この場合，費用便益分析からみて追いかけ型建設方式が優れていることを立証し，最小規模拡張基準が存在することを証明した．

(3) ダイナミズムの存在する場合は，上記の3つのいずれかの仮定を否定することによって生じ，この場合の対処策として，広義の段階建設（一括建設も含む）の必要性が出てくることを明らかにした．手戻り費用が存在しなければ，一括建設は生ぜず，また初期投資に用地等の下部構造の建設を行わねば，規模の経済は期待しえない．この意味で，ダイナミズムは，一括建設か段階建設か，また段階建設か，追いかけ型建設かの選択に大きな影響を与える．

(4) 時間の経過とともに，計画に影響を与える要因の不確実性が薄れるようなときは，こういった不確実性がダイナミズムのひとつであることを，実際の値をもって例示した．

(5) 不確実な環境のもとでの投資行動決定に対処するため，また各要素の決定に与える影響を明示化するため，パラメーターによる比較分析をなしえた．

以上のように，本研究は外生的な需要また非弾力性需要のもとにではあるが，計画フレームの中に内在する動的環境を考慮することによって動学的な計画論の理論解析の端緒を開いたものである．そして静学的な観点に基

づく投資行動の，国民経済的損失の大なることを示唆するとともに，技術革新，規模の経済を享受しうるような実際的な計画法のひとつに有力な指針を与えた．しかしながら各段階ごとの投資行動が需要に与える影響を加味した動学的分析は行っていない．限界効用（および生産性）逓減則への考察も不十分である．これらは今後の課題として残されている．

参考文献

1) 吉田　滋：高速道路の段階建設計画の基準，高速道路と自動車，Vol. XII, No. 3, 4, pp. 30〜36, pp. 25〜29, 1969.
2) Slettemark, R. : Optimum Port Investment, Norwegian Shipping News, Nr, 18 E, pp. 25〜29, 1970.
3) U.S. Bureau of Public Roads : Cost Comparison of Four-Lane vs Stage Construction on Interstate Highways, High-way Research Board Bulltin, No. 306, pp. 64〜80, 1961.
4) Mrglin, S. A. : Approaches to Dynamic Investment Planning, Amsterdam, 1963.
5) Gannon, C.A. : Optimal Intertemporal Supply of a Public Facility under Uncertainty, Regional & Urban Economics, No. 4, pp. 25〜40, 1974.
6) Manne, A.S. : Capacity Expansion & Probabilistic Growth, Econometerica, Vol. 29, pp. 632〜649, October, 1961.
7) Sorensen, K. E. and R.D. Jackson : Economic Planning for Stage Development, Proceedings of ASCE, Vol. 94, No. HY 5, pp. 1231〜1246, 1968.
8) 長尾義三・森杉寿芳・佐藤信秋：工業開発地の多地域多段階建設計画モデルの提案，土木学会論文報告集，第213号，pp. 41〜53 1973年5月．

（1975.8.11・受付）