

断面変形を考慮した薄肉弾性ばり理論による トラス橋の立体解析

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF TRUSS GIRDERS
BY THE THIN-WALLED ELASTIC BEAM THEORY
CONSIDERING CROSS-SECTIONAL DEFORMATIONS

林 有一郎*・樋口康三**・田中美宇***

By Yūichirō HAYASHI, Kōzō HIGUCHI and Yoshihiro TANAKA

1. ま え が き

本州四国連絡道路においては、支間 80~160 m 程度の単純または3径間連続の平行弦トラス橋が数多く存在する。特に児島・坂出ルート海峡部における橋梁は道路鉄道併用橋であって、道路を上路に、鉄道複複線を下路に通す構造となっており、橋脚高も 50 m 程度となる。

このような併用トラス橋では偏載活荷重による影響が従来になく大きく、しかも重い道路、鉄道床組がトラス各部に分布している。またこれらトラス橋は路線線形上、角度 5° 程度の支点上での折線橋となっている。またこの併用形式のトラス橋では上路があるにもかかわらずトラス断面にタスキ掛けの対傾構を組むことができない。

このような条件をもつトラス橋ではトラスの断面変形に関係する静的、動的な応力、変形性状が大きく表われる可能性がある。

トラスの断面変形に関係する中間、支点上対傾構は主構幅を広げれば十分剛に組むことができるが上、下部の工費増に与える影響が大きく、またその限界もはっきりしていない。また偏載、折線橋の影響のために、横構、対傾構などにも過応力が表れる恐れがある。

このような現象の解明には立体解析が必要である。トラス橋の立体解析手法としては全部材を考慮した変形法があるが、この方法は定まったトラス組みに対して正確

な応力、変形を局部的に知るためには有用であるが、その応力、変形の要因が分からず、設計初期の段階でトラス橋の全体的な応力、変形性状を知ってそれに対処しつつトラス橋の基本的な設計方針を定めてゆくには適していない。

トラス組を等価なせん断板におき換えてせん断場理論¹⁾によりトラス橋を解析する手法は従来より行われている。この手法の特徴は断面力について曲げモーメント、ねじれモーメント、ずれモーメントなど(以下一般化力と称する)の物理的概念が明確に分けられていること、対傾構を一様分布ばねとみなすと簡単なモデルでは解析解表示がえられることである。これらの利点を利用すればトラス橋に対してパラメーター解析が可能になり、また部材力が一般化力別に分解されるのでトラス橋の基本計画段階での検討のためには非常に有用である。

この手法により本四トラス橋の問題点を取り扱おうとする試みが藤井・倉方²⁾、小松・西村³⁾らによって行われているが、この報告もその一環となるものである。本四トラス橋の問題点に関する具体的な解析は別の機会に譲りここでは静的解析に使用される基礎理論のみを報告することにする。

この論文の解析手法は基本的には、V.Z. Vlasov^{4),5)}による薄肉弾性ばり理論に基づいているが、次のような特徴がある。

(1) 一貫して変形法の立場をとることにしたので、基礎式は剛性方程式として示される。これは影響線荷重するときの変形法の利点を生かし、地震応答解析の便を考えたためである。

(2) 解析の際には一般化力系に関する力学量と自由度力⁶⁾(薄肉箱型ばりの4隅の軸力と4辺のせん断力)系に関する力学量とを常に対応づけながら剛性方程式を導いた。このため数値解を常に一般化力系と自由度力系の両方の座標系から見るができる。

(3) 対傾構は離散的、すなわち実橋どおりに存在す

* 正会員 工修 本州四国連絡橋公団第3建設局

** 正会員 本州四国連絡橋公団第2建設局

*** 正会員 工修 本州四国連絡橋公団第2建設局

*) 一般化力も自由度に対応する力であるのは当然であり、“自由度力”は箱型ばりを構成する“部材力”とでもよぶべきであるが、ここではトラスを構成する主構斜材などの“部材力”と区別するために“自由度力”という言葉を使っていることにする。

るものとした。これは対傾構を橋軸方向に一様に分布させる解析理論³⁾と比べてトラス橋を巨視的にとり扱うことが少し制約される反面、実橋に近い応力を求めることができるという利点がある。

(4) 力学量が自由度力系と一般化力系の相互に変換できることを利用し、数値計算結果からみて実用の範囲において容認できると思われる任意折角をもつ薄肉箱型はりの座標変換式を導いた。

座標系はすべて右手系で表わしている。縦ベクトルを { } で、横ベクトルまたは行列を [] で表わしており、それらの要素を例えば { }_i, []_{ij} (i 行 j 列目の要素) などのように表わしている。文字については原則として大文字を一般化力系、小文字を自由度力系に使用している。上つきの添字 *g, m* はそれぞれ全体、部材座標系によるものであることを示す。ベクトルまたは行列で下つきの添字 *l* のあるものは要素が 16 または 16 × 16 からなることを示し、*l* のないものは要素が 8 または 8 × 8 からなることを示す。{ } または [] の外の下つきの添字 *a, b* は部材端を区別するために使われている。なお誤解の恐れのない範囲で記号は重複して使われている場合がある。

この報告は文献 6), 7) で一部発表されたものをまとめたものである。

2. 直線トラス橋の剛性方程式

(1) 立体トラスの薄肉箱型はりへの変換

最初にトラス橋の主構面、横構面をせん断に対し等価な薄板におきかえる。たとえば 図-1 のような幅 *b*, 高さ *h*, せん断弾性係数 *G_s* のトラスに構面せん断力 *P* が働いて構面のせん断ひずみが δ/λ となるときの、構面の換算板厚 *t* は次式で表わされる。

$$t = P\lambda / G_s \delta h \dots\dots\dots(1)$$

弦材は各薄板から構成される箱型はりのぐう角部の補強材とみなす。対傾構は箱型はりの断面変形(以下ずれ変形という)に抵抗する離散的なずれ変形ばねとみなす。以上によってトラス橋は 図-2 のようにモデル化される。

(2) 薄肉箱型はりのつり合い方程式

薄肉箱型はり(以下薄肉はりという)には次の仮定がなりたつものとする。

- 仮定 1. 薄肉はりの部材断面は 2 軸対称である。
- 仮定 2. 変形は微小である。
- 仮定 3. 軸力は補強材のみによって受持たれる。
- 仮定 4. 各薄板要素はヒンジ結合である。

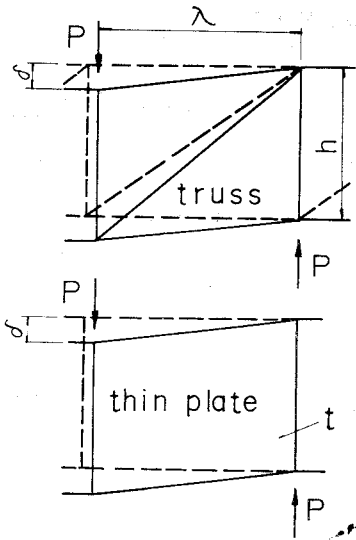


図-1 トラスから薄肉はりへの変換

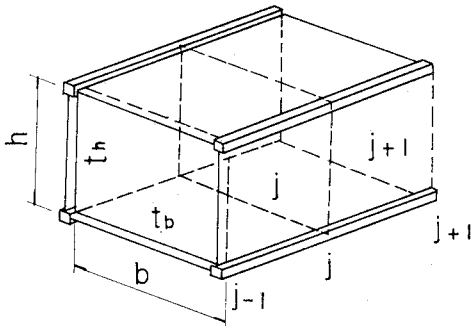


図-2 薄肉はりモデル

- 仮定 5. 各薄板要素では平面保持の仮定がなりたつ。
- 仮定 6. 各薄板応力の板厚方向の変化は無視できる。
- 仮定 7. 対傾構はずれ変形だけにしか抵抗しない。
- 仮定 8. 外荷重は断面のぐう角部に集中して加わる。

薄肉はりのつり合い方程式を最小ポテンシャルエネルギー原理により導く。この方法は、薄肉はりの *x* 軸に直角な 2 つの横断面 $x = \text{const}$ と $x + dx = \text{const}$ によって切り出された幅 $dx = 1$ の帯板要素はその切断面内(以下下面内と称する)で 4 個、*x* 軸方向(以下上面外と称する)で 4 個、合計 8 個の変形の自由度を持つと仮定して仮想仕事の原理から薄肉はりのつり合い方程式を導く Vlasov の方法と基本的に同じなので、ここでは簡単に取り扱う。

図-3 に示されるように全体直交座標系を (*x, y, z*), 各辺の局所的な面内座標を ξ とすれば、各辺の面内変位 $s(\xi, x)$, 面外変位 $u(\xi, x)$ は次のように表わされる。

$$u = \{U\}^T \{A\} \dots\dots\dots(2)$$

$$s = \{S\}^T \{B\} \dots\dots\dots(3)$$

ここに

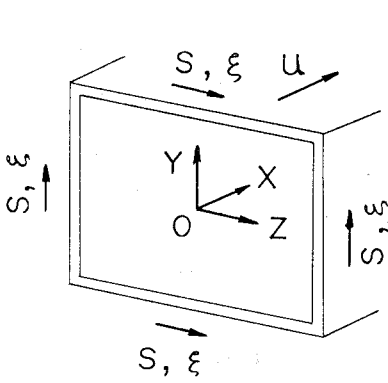


図-3 座標系

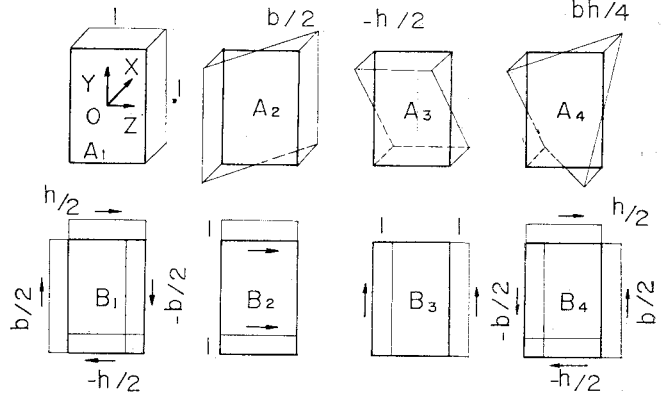


図-4 変形モード

- {U}_i = U_i(x) (i=1~4): 面外の一般化変位
- {S}_i = S_i(x) (i=1~4): 面内の一般化変位
- {A}_i = A_i(ξ) (i=1~4): 面外の変形モード
- {B}_i = B_i(ξ) (i=1~4): 面内の変形モード

断面各点における直応力 $\sigma(x, \xi)$ とせん断応力 $\tau(x, \xi)$ はトラスの弾性係数を E_s とすると次のように表わされる。

$$\sigma = E_s \frac{\partial u}{\partial x} \dots\dots\dots (4)$$

$$\tau = G_s \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial s}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (5)$$

対傾構間の薄肉はりには蓄えられるひずみエネルギー U_t は次式で表わされる。

$$U_t = \iint_{F_1} \frac{\sigma^2}{2E_s} dx dF_1 + \iint_{F_2} \frac{\tau^2}{2G_s} dx dF_2 \dots\dots (6)$$

ここに

$$dF_1 = \text{弦材断面の微小面積}$$

$$dF_2 = t d\xi$$

対傾構間には各薄板のせん断変形剛性によって生じるずれ変形剛性がある。それで対傾構は一般的な変形法における支点ばねのような取り扱いをして構面によるずれ変形剛性に加算する。最初にパネル間の剛性方程式を導く。仮定 8. により対傾構間には外力は作用しないとしているのでつり合い方程式は外力ポテンシャルを W とするとき最小ポテンシャルエネルギー原理

$$\delta(U_t - W) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

における

$$\delta U_t = 0 \dots\dots\dots (8)$$

の式の間変位の変分項から求められる。式 (6) を式 (8) に代入するとつり合い方程式は次のように求められる。

$$\frac{E_s}{G_s} [a]^T \{U\} - [b]^T \{U\} - [d]^T \{S\} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$[c]^T \{U\} + [e]^T \{S\} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに

$$[a]_{ij} = \int_F A_i A_j dF, \quad [b]_{ij} = \int_F A_i A_j' dF,$$

$$[c]_{ij} = \int_F A_i' B_j dF, \quad [d]_{ij} = \int_F B_i A_j' dF,$$

$$[e]_{ij} = \int_F B_i B_j dF$$

いま {A}, {B} を 図-4 のように定義して係数を計算し、式 (9), (10) に代入すると 8 個のつり合い方程式がえられる。このうち 5 個は軸方向、曲げ、せん断に関するもので一般によく知られている。残りのねじりに関する 3 式は次のようになる。

$$a_w U_i'' - b_1 U_i + b_2 S_i' - b_1 S_i' = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$b_2 U_i' - b_1 S_i'' + b_2 S_i'' = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$b_1 U_i' - b_2 S_i'' + b_1 S_i'' = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$a_w = E_s b^2 h^2 A_c / 4$$

$$b_1 = G_s (h^2 F_b + b^2 F_h) / 2$$

$$b_2 = G_s (-h^2 F_b + b^2 F_h) / 2$$

$$F_h = ht h$$

$$F_b = bt b$$

$$A_c = \text{弦材 1 本の断面積}$$

l を剛性方程式を考える格間長 (この間には対傾構は存在しない) とし、節点における一般化力を次のように定義すると

$$\left. \begin{aligned} P_{iw} &= \int_F \sigma(l, \xi) A_i dF \\ P_{ia} &= - \int_F \sigma(0, \xi) A_i dF \\ Q_{ib} &= \int_F \tau(l, \xi) B_i dF \\ Q_{ia} &= - \int_F \tau(0, \xi) B_i dF \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

(i=1~4)

ねじりに関する 3 つの微分方程式 (11)~(13) を解くことによって次式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} S_i \\ U_i \\ S_i \\ Q_{i1} \\ P_i \\ Q_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -l & 0 & -\gamma_2 l & l^2/2 a_w & l^3/6 a_w - \gamma_1 l \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -l a_w & -l^2/2 a_w \\ 0 & 0 & 1 & -\gamma_1 l & 0 & -\gamma_2 l \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_i \\ U_i \\ S_i \\ Q_{i1} \\ P_i \\ Q_{i2} \end{bmatrix} \dots\dots (15)$$

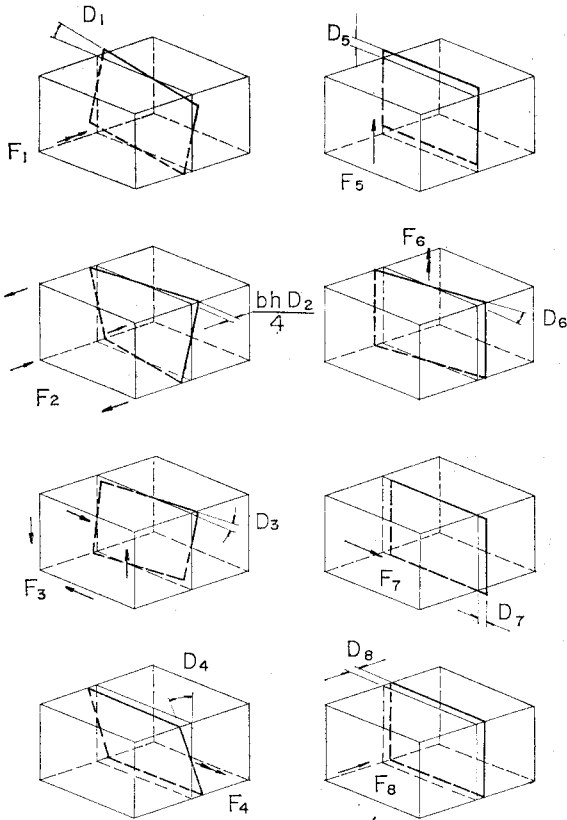


図-5 一般化力，一般化変位

ここに

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= b_1 / (b_1^2 - b_2^2) \\ \gamma_2 &= b_2 / (b_1^2 - b_2^2) \end{aligned}$$

この式は奥村・坂井²⁾の導いている膜理論の式と等価である。なお小松・西村³⁾は St. Venant のねじり剛性 $G_s J$ が $(b_1^2 - b_2^2) / b_1$ と等価であることを示している。

(3) 薄肉はりの一般化力系での剛性方程式

薄肉はりの剛性マトリックスの作成を容易にするために新たに次式で一般化力，変位を定義し直す。

$$\begin{aligned} \{F^m\} &= [F_1^m, F_2^m, F_3^m, F_4^m, F_5^m, F_6^m, F_7^m, F_8^m]^T \\ &= [Q_1, P_1, Q_4, P_2, Q_3, P_2, Q_2, P_1]^T \\ \{D^m\} &= [D_1^m, D_2^m, D_3^m, D_4^m, D_5^m, D_6^m, D_7^m, D_8^m]^T \\ &= [S_1, U_1, S_4, U_2, S_3, U_2, S_2, U_1]^T \end{aligned}$$

この時の一般化力，変位の正の方向を図-5に示す。薄肉はりの剛性方程式を次式で表わすと

$$\{F_t^m\} = [K_t^m] \{D_t^m\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに

$$\begin{aligned} \{F_t^m\} &= [F_{1a}^m, F_{2a}^m, \dots, F_{8a}^m, F_{1b}^m, F_{2b}^m, \dots, F_{8b}^m]^T \\ \{D_t^m\} &= [D_{1a}^m, D_{2a}^m, \dots, D_{8a}^m, D_{1b}^m, D_{2b}^m, \dots, D_{8b}^m]^T \end{aligned}$$

剛性マトリックス $[K_t^m]$ は式 (15) からの変換およびよく知られている軸力部材，せん断ウェブを有するはりの剛性マトリックスから構成され，付録Aに示されてい

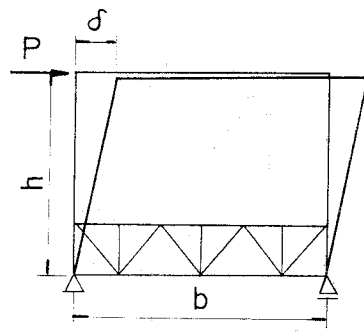


図-6 対傾構剛性

← 拘束方向

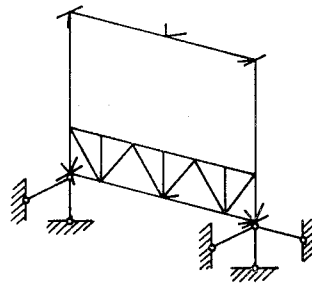


図-7 中間支点上の境界条件

るようになる。

任意の対傾構骨組が与えられ，図-6のような関係が得られるならば，図-4に示されるモードの関係から一面当りの対傾構剛性 Γ_B は

$$\Gamma_B = Q_4 / S_4 = 4 h^2 P / \delta \dots\dots\dots (17)$$

で与えられる。このばね剛性は全体の剛性方程式においては変形 $D_3 = S_4$ に抵抗する支点ばねのように取り扱われる。

(4) 薄肉はりの自由度力系での剛性方程式

一般化力系で解析を行う時には以上で変形法に必要な剛性方程式が求まったことになるが，たとえば図-7のような中間支点上においては境界条件は次のようになっている。

$$h(D_1 + D_3) / 2 - D_3 = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$h D_4 / 2 + D_6 = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$bh D_2 / 4 - b D_6 / 2 = 0 \dots\dots\dots (20)$$

$$D_1 - D_2 = 0 \dots\dots\dots (21)$$

$$D_3 = 0 \dots\dots\dots (22)$$

トラス橋を通常の変形法(剛性法)で解析する場合，このような境界条件を満足させるためには，このままでは電算プログラム作成上面倒な処理が必要となる。そこで次のような変換を行う。

新しく自由度力 $\{f^m\}$ ，自由度変位 $\{d^m\}$ を

$$\{f^m\} = [f_1^m, f_2^m, \dots, f_8^m]^T$$

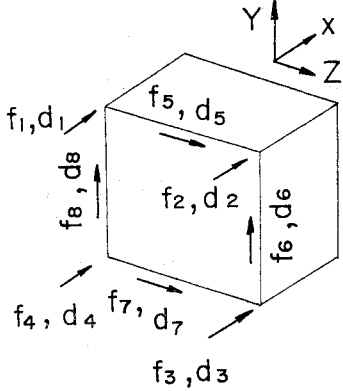


図-8 自由度力, 自由度変位

$$\{d^m\} = [d_1^m, d_2^m, \dots, d_8^m]^T$$

および、図-8 のように定義すると $\{F^m\}$ と $\{f^m\}$ の間の変換式は式 (14) により、 $\{D^m\}$ と $\{d^m\}$ の間の関係式は (2), (3) より求められ、それぞれ次のようになる。

$$\{f^m\} = [T_i] \{F^m\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\{D^m\} = [T_i]^T \{d^m\} \dots\dots\dots (24)$$

ここに

$$[T_i] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{bh} & 0 & -\frac{1}{2h} & 0 & -\frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{bh} & 0 & -\frac{1}{2h} & 0 & \frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{bh} & 0 & \frac{1}{2h} & 0 & \frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{bh} & 0 & \frac{1}{2h} & 0 & -\frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2h} & 0 & \frac{1}{2h} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2h} & 0 & -\frac{1}{2h} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2b} & 0 & -\frac{1}{2b} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

したがって剛性方程式 (16) は次のように変換される。

$$\{f_i^m\} = [k_i^m] \{d_i^m\} \dots\dots\dots (25)$$

ここに

$$[k_i^m] = [T_{i1}] [K_i^m] [T_{i1}]^T$$

$$[T_{i1}] = \begin{bmatrix} [T_i] & [0] \\ [0] & [T_i] \end{bmatrix}$$

対傾構によるずればねマトリックス $[r^m]$ は次式で表わされる。

$$[r^m] = [T_{i1}] [R^m] [T_{i1}]^T \dots\dots\dots (26)$$

ここに

$$[R^m]_{aa} = \Gamma_B$$

$$[R^m]_{ij} = 0 \quad (i = j = 3 \text{ 以外})$$

j 断面の自由度力順に並べられた外力ベクトルを $\{dP_j\}$ とすると j 断面でのつり合い方程式は次のようになる。

$$\{f_{ij}^m\}_b + \{f_{i,j+1}^m\}_a + [r_j^m] \cdot \{d_j^m\} = \{dP_j\} \dots\dots (27)$$

この式が実際に計算する時の基本式となる。構面内に与えられた外力は最初に横桁の反力に直し、その反力をさらに節点の反力に直して自由度力方向の外力に変換しておく。

(5) トラス部材力の算定

一般化力のうちで鉛直、水平せん断力、ねじり、ずれモーメント、軸方向力は1パネル内で同一の値となり、残りの鉛直、水平曲げモーメント、バイモーメントの値はパネルの左右で違った値となる。これらの力をトラスの部材力に変換する際にはトラス特有の性質を考慮しなければならない。

部材力の求め方は次のようにするとよい。

① 主構斜材、横構斜材の部材力はせん断自由度力の値をそのまま角度補正して求める。

② 断面当りの水平曲げモーメントは半分ずつ上、下横構面にふり分けられ、Ritterの方法に従って左右のどちらかの値から弦材力に変換される。

③ 鉛直曲げモーメントについても同様にする。

④ バイモーメントから弦材力への変換は、着目する弦材が同一パネル内で横構斜材と主構斜材と交わる場合には交点でない方の値を使い、同一に交わらない場合には左右の値の平均を使う。

⑤ 同一パネル内で着目する弦材をはさむ横構斜材と主構斜材が交わらない場合には、ねじりモーメントによるせん断流は弦材を介して流れる。したがってそのような弦材にはねじりモーメントによる付加軸力を加える。

⑥ 軸方向力は4等分して弦材力とする。

⑤ について少し説明を加える。弦材力に関する一般化力として図-5に示した8個のものが考えられるが、このうち $F_4 \sim F_8$ については①, ②, ③, ⑥の通常行われている操作によれば、弦材力への変換は問題ないものと考えられる。 F_2 (バイモーメント) から弦材力への変換は④の操作で行われる。残る F_1 (ねじりモーメント) と F_3 (ずれモーメント) は、対象が図-2で示されるとおりのモデルであれば、変形モードの関係から当然直接には弦材軸力に関係しない(間接的にはねじりの3式(11)~(13)により F_2 と関係しており、その意味ではすでに④の操作で考慮されている)。

問題はトラス組みの、あるパネルのある弦材をはさむ横構斜材と主構斜材の結合の仕方によって生じる。図-9にそれらの結合の仕方が異なっているトラス組みのパネルに F_1 または F_3 が作用している場合を示す。図中の(a), (c)のように弦材 BF をはさむ横構斜材 BH と主構斜材 BG とが直接結合している場合には、 F_1 または F_3 によるせん断流は直接斜材から斜材へと流れるので弦材に対する影響はない。弦材をはさむ両斜材が弦

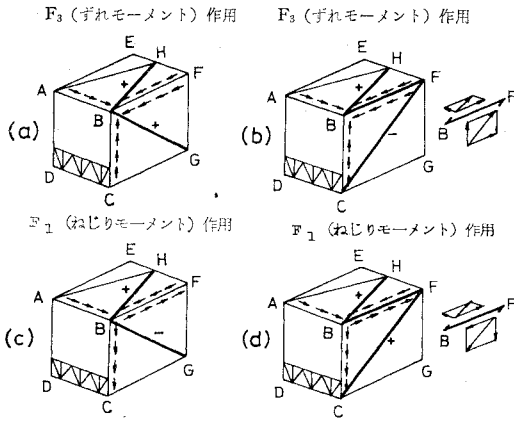


図-9 トラス組みとせん断流との関係

材を介して結ばれている部分に $F_1 (> 0)$ が作用している場合、すなわち図中の (d) の場合には BH, CF の部材力は両方とも引張でかつ弦材方向成分の大きさは互いに等しい。したがって弦材 BF には両斜材から圧縮力が作用する、すなわちせん断流が弦材を介して流れることになる。このような場合に ⑤ の操作を行う。(d) と同じ組み方の部分に $F_3 (> 0)$ が作用している場合、すなわち図中の (b) の場合には BH, CF の部材力はそれぞれ引張と圧縮でかつ弦材方向成分の大きさが等しい。したがって弦材の両端には同じ向きの力が働き、この作用は (d) の場合とは異なっており、 F_1 による効果と同程度のもを期待しえないと思われる。そこでこの論文においては、(b) のような場合の F_3 の弦材軸力に対する影響を無視することにする。

このような現象は小松・西村²⁾ によって指摘されたものであるが、小松・西村は同文献中の表-7 において、 F_1 と F_3 の両方を弦材力に影響させている。したがってこの点において筆者らの考えは小松・西村によるものと異なっている。

1 パネル内で部材力ベクトルを $\{f_{ir}\}$ 、一般化力から部材力への変換マトリックスを $[k_{ir}]$ とすると一般化力から部材への変換は①~⑥の方式により次のように表わされる。

$$\{f_{ir}\} = [k_{ir}]\{F_i^m\} \dots \dots \dots (28)$$

上, 下横構を同一向きの K トラスとした時

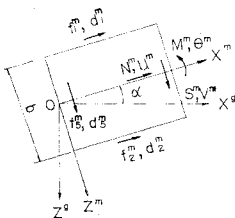


図-10 折線薄肉はり

の部材力変換式を付録 B に示す。

3. 折線トラス橋の剛性方程式

図-10 に示されるような水平面で角度 α だけ折れ曲った薄肉はりを考え、剛性方程式を全体座標系で表わすことにする。一般化力、変位の座標変換マトリックスを直接求めることは特にずれ角、ずれモーメント、一般化そり、バイモーメントの成分の変換において難しいので、図-11 のような手順で求める。

図-10 の薄肉はり各辺の動きは自由度変位 $d_1 \sim d_6$ の 8 個の成分をもつベクトルで一義的に決定される。薄肉はりが水平に折れているとき垂直変位 d_6, d_8 は座標変換によって影響を受けないので、残りの $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_7$ の座標変換式を求めることにする。

水平面内の折れ角に対しては d_1, d_2, d_5 の 3 成分からなるベクトルは、はりの理論から他のベクトルの影響を受けずに座標変換式が導かれる。図-10 の上横構面において自由度力 $\{f_B\} = [f_1, f_2, f_3]^T$ 、自由度変位 $\{d_B\} = [d_1, d_2, d_3]^T$ に等価な一般化力、変位をそれぞれ $\{F_B\} = [N, S, M]^T$ 、 $\{D_B\} = [u, v, \theta]^T$ とすればはりの理論より

$$\{F_B^m\} = [E_1]\{f_B^m\} \dots \dots \dots (29)$$

$$\{F_B^g\} = [E_1]\{f_B^g\} \dots \dots \dots (30)$$

$$\{D_B^m\} = [E_2]\{d_B^m\} \dots \dots \dots (31)$$

$$\{D_B^g\} = [E_2]\{d_B^g\} \dots \dots \dots (32)$$

ここに

$$[E_1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -b/2 & b/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[E_2] = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1/b & 1/b & 0 \end{bmatrix}$$

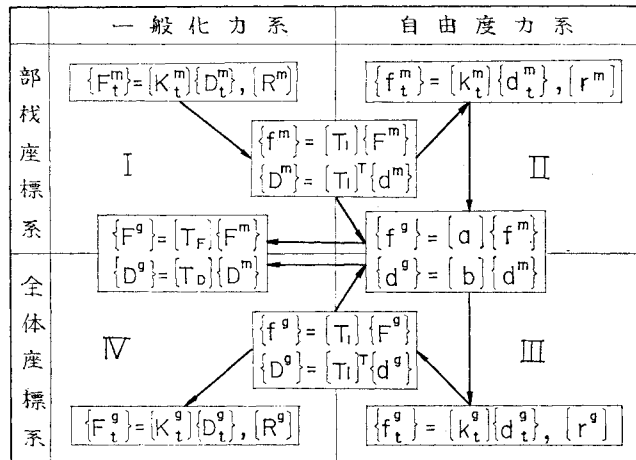


図-11 座標変換マトリックスの誘導

を得る。また $\{F_B^g\}$ と $\{F_B^m\}$, $\{D_B^g\}$ と $\{D_B^m\}$ の間の座標変換式は

$$\{F_B^g\} = [E_s] \{F_B^m\} \dots\dots\dots (33)$$

$$\{D_B^g\} = [E_s] \{D_B^m\} \dots\dots\dots (34)$$

ここに

$$[E_s] = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

となる。したがって式 (29), (30), (33) により $\{f_B^g\}$ と $\{f_B^m\}$ の関係は

$$\{f_B^g\} = [E_f] \{f_B^m\} \dots\dots\dots (35)$$

ここに

$$[E_f] = [E_s]^{-1} [E_s] [E_s] = \begin{bmatrix} (\cos \alpha + 1)/2 & (\cos \alpha - 1)/2 & (\sin \alpha)/2 \\ (\cos \alpha - 1)/2 & (\cos \alpha + 1)/2 & (\sin \alpha)/2 \\ -\sin \alpha & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

となる。また $\{d_B^g\}$ と $\{d_B^m\}$ の関係は式 (31), (32), (34) より

$$\{d_B^g\} = [E_d] \{d_B^m\} \dots\dots\dots (36)$$

ここに

$$[E_d] = [E_s]^{-1} [E_s] [E_s] = \begin{bmatrix} (\cos \alpha + 1)/2 & (\cos \alpha - 1)/2 & \sin \alpha \\ (\cos \alpha - 1)/2 & (\cos \alpha + 1)/2 & \sin \alpha \\ -(\sin \alpha)/2 & -(\sin \alpha)/2 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

となる。なお $[E_f]$ と $[E_d]$ の間には

$$[E_f]^T = [E_d]^{-1} \dots\dots\dots (37)$$

なる関係がなりたっている。 d_3, d_4, d_7 についても変換マトリックスは同一である。したがって $\{f^g\}$ と $\{f^m\}$, $\{d^g\}$ と $\{d^m\}$ の間の関係はこれらの式を組み合わせることによって得られ、次のようになる。

$$\{f^g\} = [a] \{f^m\} \dots\dots\dots (38)$$

$$\{d^g\} = [b] \{d^m\} \dots\dots\dots (39)$$

ここに

$$[a] = \begin{bmatrix} (\cos \alpha + 1)/2 & (\cos \alpha - 1)/2 & 0 & 0 & (\sin \alpha)/2 & 0 & 0 & 0 \\ (\cos \alpha - 1)/2 & (\cos \alpha + 1)/2 & 0 & 0 & (\sin \alpha)/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\cos \alpha + 1)/2 & (\cos \alpha - 1)/2 & 0 & 0 & (\sin \alpha)/2 & 0 \\ 0 & 0 & (\cos \alpha - 1)/2 & (\cos \alpha + 1)/2 & 0 & 0 & (\sin \alpha)/2 & 0 \\ -\sin \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[b] = \begin{bmatrix} (\cos \alpha + 1)/2 & (\cos \alpha - 1)/2 & 0 & 0 & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ (\cos \alpha - 1)/2 & (\cos \alpha + 1)/2 & 0 & 0 & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\cos \alpha + 1)/2 & (\cos \alpha - 1)/2 & 0 & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & (\cos \alpha - 1)/2 & (\cos \alpha + 1)/2 & 0 & 0 & \sin \alpha & 0 \\ -(\sin \alpha)/2 & -(\sin \alpha)/2 & 0 & 0 & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(\sin \alpha)/2 & -(\sin \alpha)/2 & 0 & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$[a]$ と $[b]$ の間では次の式がなりたっている。

$$[a]^T = [b]^{-1} \dots\dots\dots (40)$$

$$[a]^{-1} = [b]^T \dots\dots\dots (41)$$

式 (25), (38), (39) により全体座標系で表わされた自由度力と自由度変位の間の剛性方程式は

$$\{f_i^g\} = [k_i^g] \{d_i^g\} \dots\dots\dots (42)$$

ここに

$$[k_i^g] = [a_i] [k_i^m] [a_i]^T$$

$$[a_i] = \begin{bmatrix} [a] & [0] \\ [0] & [a] \end{bmatrix}$$

となる。このとき式 (26) の対傾構によるずればねマトリックスを全体座標系で表わすと

$$[r^g] = [a] [r^m] [a]^T \dots\dots\dots (43)$$

となる。折点上の対傾構での角度は左右のパネルの橋軸角の平均とする。

ずればねを含めた全体座標系による j 断面のつり合い方程式は式 (27) を変換して

$$\{f_{ij}^g\}_b + \{f_{ij+1}^g\}_a + [r_j^g] \{d_j^g\} = \{dP_j\} \dots\dots\dots (44)$$

となる。ただし外荷重は全体座標系で表わす。この式が全体座標系で実際に計算するときの基礎式となる。

式 (29) から式 (42) までの誘導は変位の連続性を利用して行うことができる。すなわち上横構面の自由度変位 d_1, d_2, d_3 をその面の部材軸直角方向断面の中心に関する一般化変位 (部材軸方向変位, 部材軸直角方向変位, 回転角) に変換し, 部材, 全体座標系で表わされた一般化変位が部材中心で連続することなどを利用して式 (42) が導かれる。

しかしながらこの誘導では自由度変位を図-8のように定義する限り, 折点上では薄肉はり断面の各辺の連続条件は一般には満足されない。これは平面保持の仮定による一般のはり理論では, 折点部において, はり断面の変位の連続条件ははり中心を除いては満足されていないこと, また折点近傍の実際の応力分布の妥当性までは理論上からは保証されていないことと同じである。したがって剛性方程式 (42) の適用範囲, 精度は結局対象モデルに対してより厳密な理論による数値解と対比すること

により調べるしかない。ここでは後節 4. において 2 径間連続トラス橋に対する全部材を考慮した変形法による数値解析結果と比較することによって本理論の妥当性を調べることにする。

次に一般化力, 変位の部材座標系から全体座標系への座標変換式, 全体座標系での一般化力, 変位に関する剛性方程式を導く。全体座標系で表わされた $\{f^g\}$ と $\{F^g\}$, $\{D^g\}$ と $\{d^g\}$ の間には部材座標系の場合と同じように

$$\{f^g\} = [T_1] \{F^g\} \dots\dots\dots (45)$$

$$\{D^g\} = [T_1]^T \{d^g\} \dots\dots\dots (46)$$

がなりたっている。式 (46) を次のように書き直す。

$$\{d^g\} = [T_2] \{D^g\} \dots\dots\dots (47)$$

ここに

$$[T_2] = [[T_1]^T]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -bh/4 & 0 & -h/2 & 0 & -b/2 & 0 & 1 \\ 0 & bh/4 & 0 & -h/2 & 0 & b/2 & 0 & 1 \\ 0 & -bh/4 & 0 & h/2 & 0 & b/2 & 0 & 1 \\ 0 & bh/4 & 0 & h/2 & 0 & -b/2 & 0 & 1 \\ h/2 & 0 & h/2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -b/2 & 0 & b/2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -h/2 & 0 & -h/2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b/2 & 0 & -b/2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式 (23), (38), (45) により

$$\{F^g\} = [T_F] \{F^m\} \dots\dots\dots (48)$$

ここに

$$[T_F] = [T_1]^{-1} [a] [T_1] = \begin{bmatrix} (\cos \alpha + 1)/2 & 0 & (\cos \alpha - 1)/2 & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\cos \alpha - 1)/2 & 0 & (\cos \alpha + 1)/2 & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(\sin \alpha)/2 & 0 & -(\sin \alpha)/2 & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

また、式 (24), (39), (46) により

$$\{D^g\} = [T_D] \{D^m\} \dots\dots\dots (49)$$

ここに

$$[T_D] = [T_1]^T [b] [T_2] = \begin{bmatrix} (\cos \alpha + 1)/2 & 0 & (\cos \alpha - 1)/2 & (\sin \alpha)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\cos \alpha - 1)/2 & 0 & (\cos \alpha + 1)/2 & (\sin \alpha)/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

が得られる。なお $[T_F]$ と $[T_D]$ においては

$$[T_D]^{-1} = [T_F]^T \dots\dots\dots (50)$$

なる関係がなりたっている。

全体座標系での一般化力、変位による剛性方程式は部材に蓄えられるひずみエネルギーが自由度力系でも一般化力系でも同じ値をもつことから導かれる。部材 1 パネル間に蓄えられるひずみエネルギーを U_s 、全体座標系で表わされた一般化力、変位に関する剛性方式を

$$\{F_s^g\} = [K_s^g] \{D_s^g\} \dots\dots\dots (51)$$

とすると

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{1}{2} \{f_s^g\}^T \{d_s^g\} \\ &= \frac{1}{2} \{D_s^g\}^T [T_{st}]^T [k_t^g]^T [T_{st}] \{D_s^g\} \\ &= \frac{1}{2} \{D_s^g\}^T [K_s^g]^T \{D_s^g\} \dots\dots\dots (52) \end{aligned}$$

となるから

$$[K_s^g] = [T_{st}]^T [k_t^g]^T [T_{st}] \dots\dots\dots (53)$$

ここに

$$[T_{st}] = \begin{bmatrix} [T_2] & [0] \\ [0] & [T_2] \end{bmatrix}$$

となる。

図-11 のブロック IV のずればねマトリックスは

$$[R^g] = [T_2]^T [r^g] [T_2] \dots\dots\dots (54)$$

となり、計算を実行すると $[R^g]$ の要素は

$$[R^g]_{3,1} = I(\cos \alpha - 1)/2$$

$$[R^g]_{3,3} = I(\cos \alpha + 1)/2$$

$$[R^g]_{3,4} = -I(\sin \alpha)/2$$

$$[R^g]_{i,j} = 0 (i, j : \text{その他の組み合わせ})$$

となっている。

3次元の座標変換は平面内で一度変換し、その後鉛

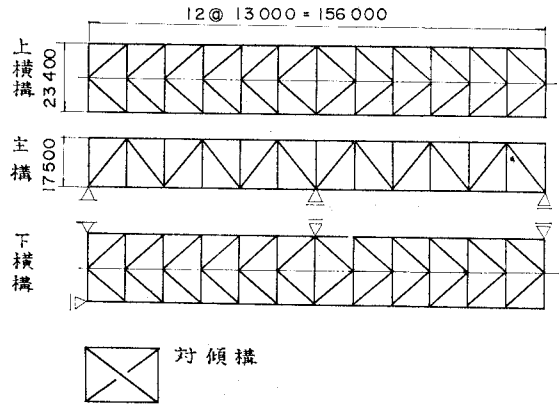


図-12 トラス橋モデル

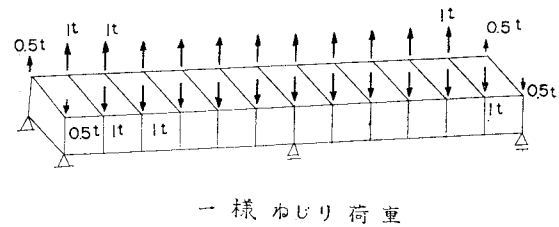
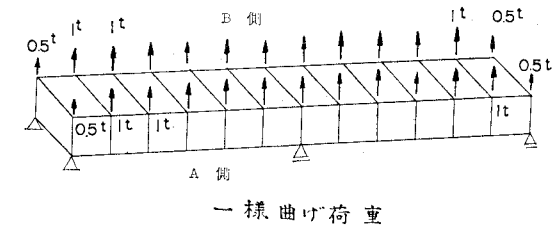


図-13 外荷重

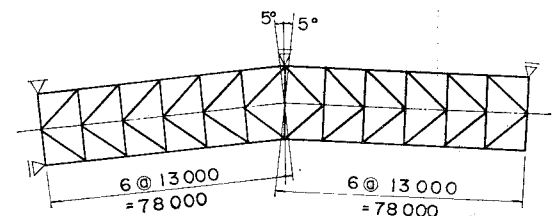


図-14 折線トラス橋モデル

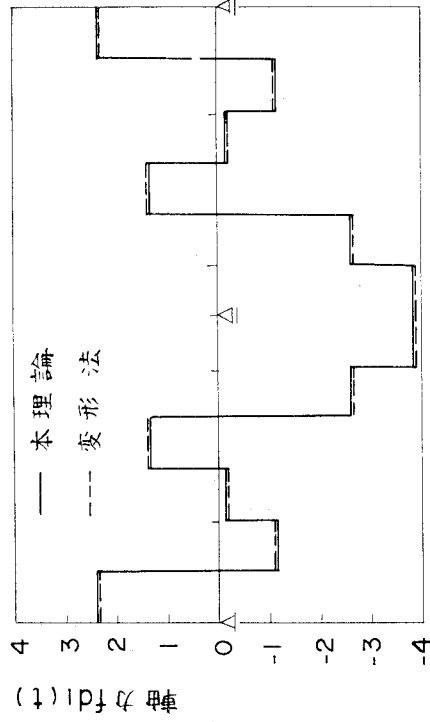


図-16 直橋主構斜材軸力 (一様曲げ荷重)

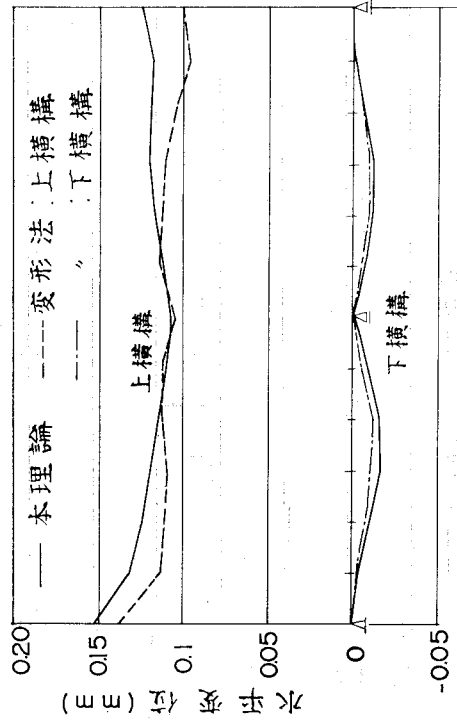


図-18 直橋水平変位 (一様ねじり荷重)

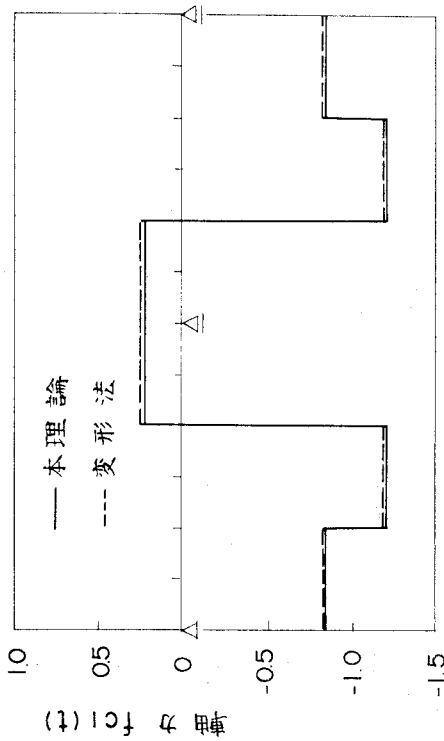


図-15 直橋上弦材軸力 (一様曲げ荷重)

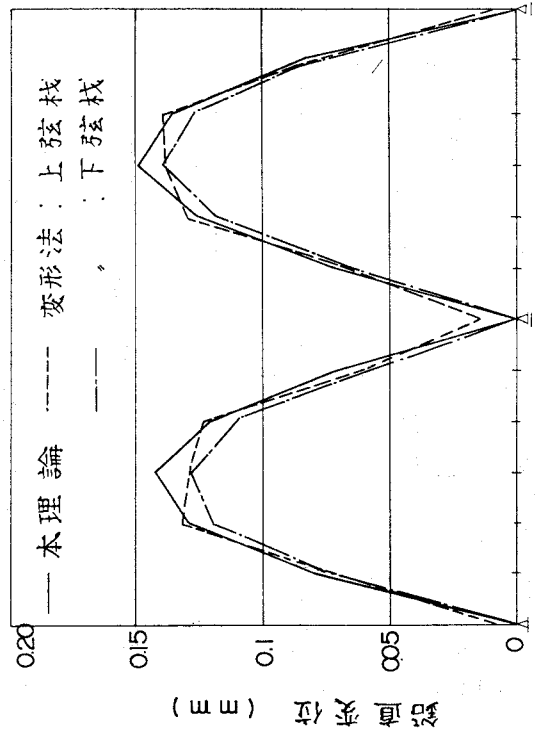


図-17 直橋鉛直変位 (一様ねじり荷重)

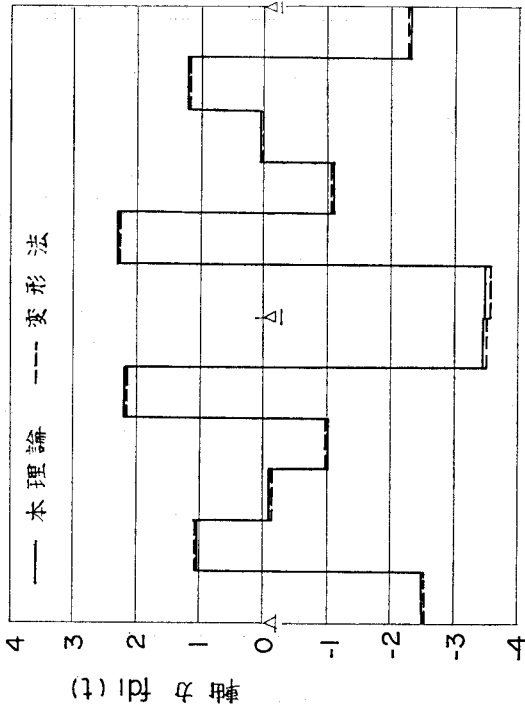


図-20 直橋A側主構斜材軸力(一様ねじり荷重)

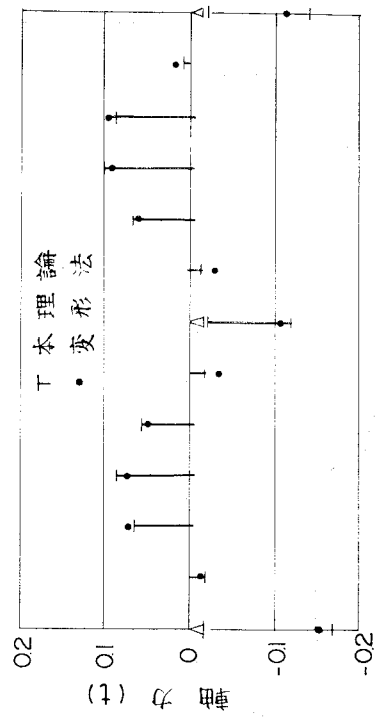


図-22 直橋対傾構軸力(一様ねじり荷重)

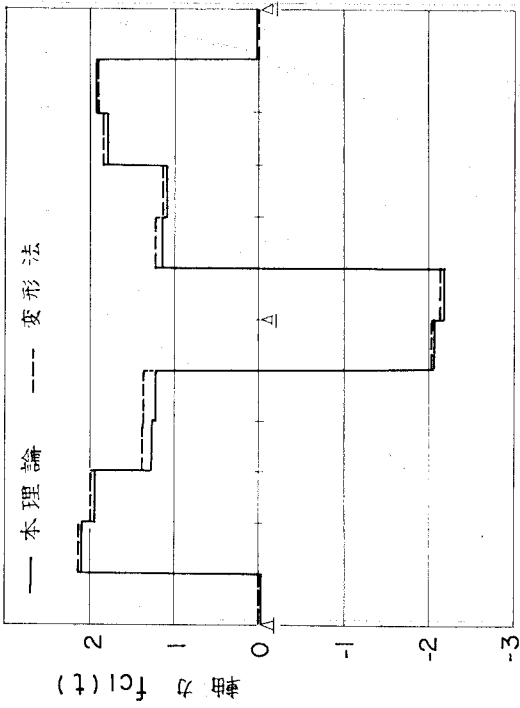


図-19 直橋B側上弦材軸力(一様ねじり荷重)

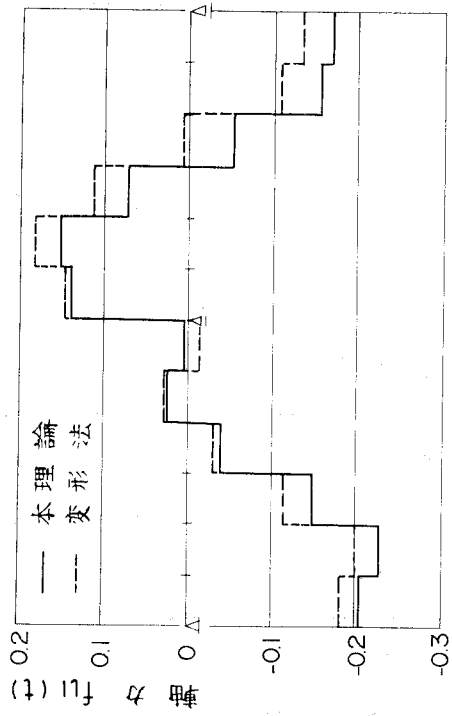


図-21 直橋上構構斜材軸力(一様ねじり荷重)

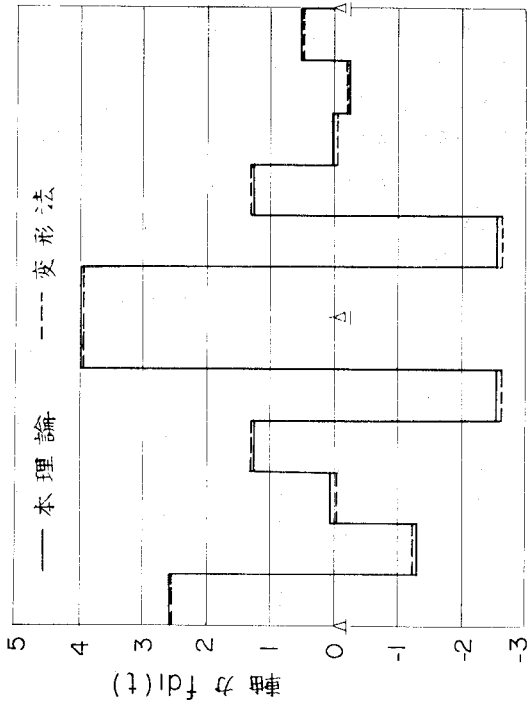


図-24 折線橋A側主構斜材軸力(一様曲げ荷重)

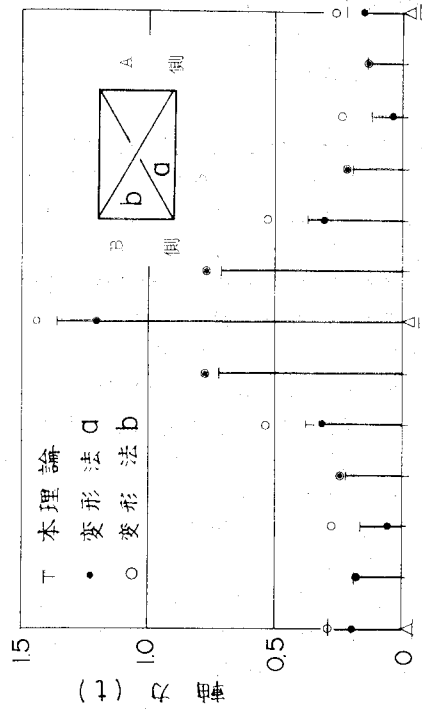


図-26 折線橋A側主構斜材軸力(一様曲げ荷重)

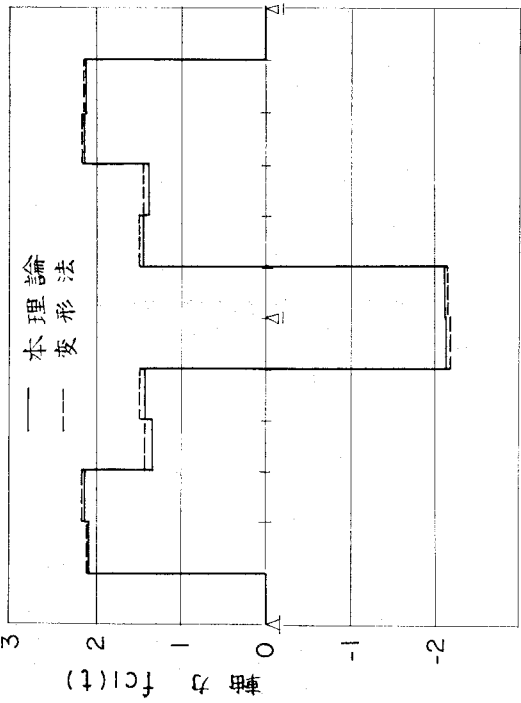


図-23 折線橋B側上弦材軸力(一様曲げ荷重)

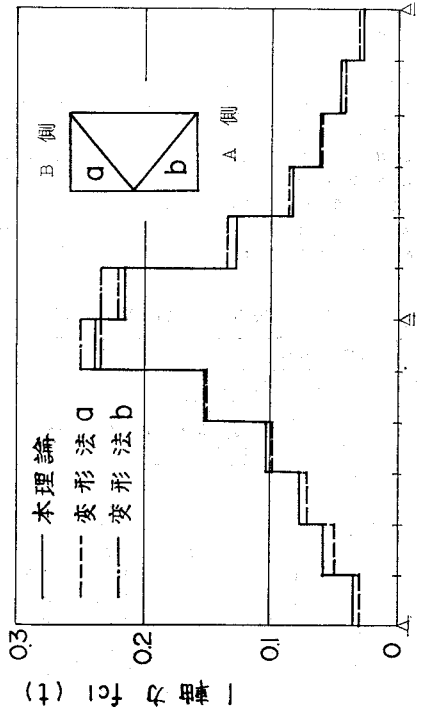


図-25 折線橋上弦構斜材軸力(一様曲げ荷重)

直面内で変換すればよい。薄肉はりの力からトラス部材力への変換は 2. の (5) と同じである。

4. 数値解析

図-12 に示す骨組に対し、図-13 のような外荷重を加えたときの本解法による数値解と任意変形法による数値解とを比較する。図-12 の骨組に対する断面諸元等は表-1 に示されている。

折線橋は 図-14 に示すように中間支点上で水平面内に 10° 折れ曲っている、鉛直方向の支点条件、外荷重条件は直橋の場合と同一である。直橋に一樣曲げ荷重を加えたときのの上弦材、主構斜材軸力を 図-15, 16 に、一樣ねじり荷重を加えたときの鉛直変位、水平変位、上弦材軸力、主構斜材軸力、上横構斜材軸力、対傾構軸力を 図-17~22 に示す。折線橋に一樣曲げ荷重を加えたとき(直橋においては横構、対傾構に応力が生じない)の上弦材、主構斜材、上横構斜材、対傾構軸力を 図-23~26 に示す。表-2~5 には本理論による一樣ねじり荷重に対する直橋および折線橋の上弦材、上横構斜材軸力の要因別の内訳を示す。図-15~26 によると直橋、折線橋

を問わず弦材、主構斜材、対傾構に関して本解法の精度は十分であると判断される。横構斜材軸力に関して傾向的には良い近似を示しているが値に少し差が見られるのは他の部分に比べて小さな値を扱っているためではないかと思われる。これらのことからここで扱われたモデル程度の折角までは剛性方程式 (42) は十分な精度を持って

表-3 折線橋上弦材軸力要因内訳

折線橋、一樣ねじり荷重						
B側上弦材軸力: f_{c1} (単位: t, m)						
パネル	F_1 ねじりモーメント	F_2 バイモーメント	F_4 鉛直曲げモーメント	F_5 水平曲げモーメント	F_8 軸方向力	計
1	0.0	-0.547	0.007	0.547	-0.007	0.0
2	0.423	1.174	-0.072	0.490	-0.007	2.008
3	0.0	1.490	-0.072	0.434	-0.007	1.845
4	-0.319	1.213	-0.152	0.377	-0.007	1.112
5	0.0	0.926	-0.152	0.320	-0.007	1.087
6	-1.062	-1.265	-0.231	0.263	-0.007	-2.302
7	-1.087	-1.246	-0.231	0.172	0.0	-2.392
8	0.0	1.013	-0.154	0.138	0.0	0.997
9	-0.344	1.331	-0.154	0.103	0.0	0.936
10	0.0	1.732	-0.077	0.069	0.0	1.724
11	0.399	1.479	-0.077	0.034	0.0	1.835
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表-4 直橋上横構斜材軸力要因内訳

直橋、一樣ねじり荷重				
上横構斜材軸力: f_{b1} (単位: t, m)				
パネル	F_1 ねじりモーメント	F_3 ずれモーメント	F_7 水平せん断力	計
1	-1.073	0.950	-0.082	-0.205
2	-0.574	0.490	-0.082	-0.226
3	-0.073	0.008	-0.082	-0.147
4	0.426	-0.387	-0.082	-0.043
5	0.926	-0.818	-0.082	0.026
6	1.426	-1.338	-0.082	0.006
7	1.459	-1.365	0.043	0.137
8	0.959	-0.850	0.043	0.152
9	0.460	-0.431	0.043	0.072
10	-0.040	-0.054	0.043	-0.051
11	-0.540	0.342	0.043	-0.155
12	-1.039	0.829	0.043	-0.167

表-1 トラス橋モデル諸元

名称	記号	単位	値
主構弦材断面積	A_c	m ²	0.085
主構斜材	A_a	"	0.0888
横構斜材	A_l	"	0.0093
横構水平材	A_h	"	0.050
垂直材	A_v	"	0.065
対傾構	A_b	"	0.002
弾性係数	E_s	t/m ²	2.1×10^7
せん断弾性係数	G_s	t/m ²	8.1×10^6
主構換算板厚	t_c	m	0.00414
横構換算板厚	t_b	m	6.7×10^{-4}
対傾構剛性	Γ_B	t·m	2.199×10^6
純ねじり剛性	$G_s I$	t·m ²	3.86×10^7
一般化そり剛性	a_w	t·m ⁴	7.48×10^{10}

表-2 直橋上弦材軸力要因内訳

直橋、一樣ねじり荷重						
B側上弦材軸力: f_{c1} (単位: t, m)						
パネル	F_1 ねじりモーメント	F_2 バイモーメント	F_4 鉛直曲げモーメント	F_5 水平曲げモーメント	F_8 軸方向力	計
1	0.0	-0.555	0.0	0.555	0.0	0.0
2	0.426	1.176	0.0	0.495	0.0	2.097
3	0.0	1.496	0.0	0.434	0.0	1.930
4	-0.317	1.220	0.0	0.373	0.0	1.276
5	0.0	0.932	0.0	0.313	0.0	1.245
6	-1.059	-1.279	0.0	0.252	0.0	-2.086
7	-1.085	-1.259	0.0	0.159	0.0	-2.185
8	0.0	1.020	0.0	0.127	0.0	1.147
9	-0.342	1.340	0.0	0.096	0.0	1.094
10	0.0	1.740	0.0	0.064	0.0	1.804
11	0.401	1.487	0.0	0.032	0.0	1.920
12	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表-5 折線橋上横構斜材軸力要因内訳

折線橋、一樣ねじり荷重				
上横構斜材軸力: f_{b1} (単位: t, m)				
パネル	F_1 ねじりモーメント	F_3 ずれモーメント	F_7 水平せん断力	計
1	-1.069	0.944	-0.076	-0.201
2	-0.570	0.426	-0.076	-0.220
3	-0.070	0.006	-0.076	-0.140
4	0.430	-0.387	-0.076	-0.033
5	0.929	-0.812	-0.076	0.041
6	1.429	-1.323	-0.076	0.030
7	1.463	-1.350	0.046	0.159
8	0.963	-0.844	0.046	0.165
9	0.463	-0.429	0.046	0.080
10	-0.037	-0.056	0.046	-0.045
11	-0.537	0.340	0.046	-0.151
12	-1.035	0.825	0.046	-0.164

いると思われる。

5. む す び

本研究はもともとトラス橋に対する静的、動的解析理論を含むものであるが、頁数の関係で動的解析理論は別の機会に譲り、ここでは静的解析理論のみを扱った。

この解析方法は小松・西村によるパネメーター解析³⁾にも対応が可能であり、また応力変位の要因分解が可能なのでトラス橋の挙動を全体的に把握するのに適している。一方精度が良く、要因分解が可能であるためにトラス橋の部材力などを局所的に捕えることも可能である。

したがってこの解析手法は、下路形式、または上、下路形式で活荷重の偏載、折線などのためにねじれ、ずれの影響が大きいと思われるトラス橋において、たとえば

静的荷重に対して左右弦材、横構、対傾構に生じる力を要因ごとに調べ設計方法を定めるなど設計の初期の段階で役立つものと思われる。また、これは薄肉はり理論そのものでもあるので、折線箱桁橋の設計にも役立つと思われる。

この解析理論は2軸対称曲弦トラス橋に対しても、少しの仮定をつけ加えることによって解析可能である。

今後の発展性としては一軸対称断面に対する理論式の誘導が考えられる。

最後に本四トラス橋の問題提起をされ、本研究について助言を与えられた本四公団第2建設局 藤井郁夫建設部長、終始激励をいただいた田島二郎博士を始めとする設計部の諸氏、およびご討議をいただいた大地羊三博士主査を始めとする本四鋼上部構造研究委員会・解析分科会の先生方に厚く感謝致します。

[付録 A] 薄肉はりの剛性方程式

$$\begin{bmatrix} F_{1a}^m \\ F_{2a}^m \\ F_{3a}^m \\ F_{1b}^m \\ F_{2b}^m \\ F_{3b}^m \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} \frac{l^2}{12 a_w^2} + \frac{\gamma_1}{a_w} & & & & & \\ & \frac{\gamma_2 l}{2 a_w} & & & & \\ & & \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{3 a_w} & & & \\ & & & \frac{\gamma_1 l^2}{3 a_w} & & \\ & & & & \text{sym.} & \\ & & & & & \frac{l^2}{12 a_w^2} + \frac{\gamma_1}{a_w} \\ & & & & & & \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{3 a_w} \\ & & & & & & & \frac{\gamma_1 l^2}{3 a_w} \\ & & & & & & & & \text{sym.} \\ & & & & & & & & & \frac{l^2}{12 a_w^2} + \frac{\gamma_1}{a_w} \\ & & & & & & & & & & \frac{\gamma_1^2 - \gamma_2^2}{3 a_w} \\ & & & & & & & & & & & \frac{\gamma_1 l^2}{3 a_w} \\ & & & & & & & & & & & & \frac{\gamma_1 l}{2 a_w} \\ & & & & & & & & & & & & & \frac{\gamma_1}{a_w} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{1a}^m \\ D_{2a}^m \\ D_{3a}^m \\ D_{1b}^m \\ D_{2b}^m \\ D_{3b}^m \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.1)}$$

$$C = \frac{l}{a_w} (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) + \frac{\gamma_1 l^3}{12 a_w^2}$$

$$\begin{bmatrix} F_{4a}^m \\ F_{5a}^m \\ F_{4b}^m \\ F_{5b}^m \end{bmatrix} = \frac{6 E_s I_z}{(1+4 n_1) l} \begin{bmatrix} 2(1+n_1)/3 & & & \\ & 1/l & 2/l^2 & \text{sym.} \\ & & (1-2 n_1)/3 & 1/l \\ & & & 2(1+n_1)/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{4a}^m \\ D_{5a}^m \\ D_{4b}^m \\ D_{5b}^m \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.2)}$$

$$n_1 = \frac{3 E_s I_z}{2 G_s h t_n l^2} \quad I_z = h^2 A_c$$

$$\begin{bmatrix} F_{6a}^m \\ F_{7a}^m \\ F_{6b}^m \\ F_{7b}^m \end{bmatrix} = \frac{6 E_s I_y}{(1+4 n_2) l} \begin{bmatrix} 2(1+n_2)/3 & & & \\ & -1/l & 2/l^2 & \text{sym.} \\ & & (1-2 n_2)/3 & -1/l \\ & & & 2(1+n_2)/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{6a}^m \\ D_{7a}^m \\ D_{6b}^m \\ D_{7b}^m \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.3)}$$

$$n_2 = \frac{3 E_s I_y}{2 G_s b t_b l^2} \quad I_y = b^2 A_c$$

$$\begin{bmatrix} F_{8a}^m \\ F_{8b}^m \end{bmatrix} = \frac{4 E_s A_c}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{8a}^m \\ D_{8b}^m \end{bmatrix} \quad \text{..... (A.4)}$$

[付録 B] 薄肉はりの一般化力からトラス部材力への変換

図-B.1 に示されるトラスの部材力は薄肉はりの一般化力から次式で変換される。

$$\{f_{tr}\} = [k_{tr}] \{f_i^m\} \quad \text{..... (B.1)}$$

ここに

$$[f_{tr}] = [f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}, f_{c4}, f_{l1}, f_{l2}, f_{l3}, f_{l4}, f_{d1}, f_{d2}]^T$$

$$[k_{tr}] = \begin{bmatrix} \alpha_{11}c_1 & \alpha_{12}c_4 & 0 & \alpha_{14}c_5 & 0 & \alpha_{16}c_7 & 0 & c_9 & 0 & \alpha_{1,10}c_4 & 0 & \alpha_{1,12}c_5 & 0 & \alpha_{1,14}c_7 & 0 & 0 \\ \alpha_{21}c_1 & \alpha_{22}c_4 & 0 & \alpha_{24}c_5 & 0 & \alpha_{26}c_7 & 0 & c_9 & 0 & \alpha_{2,10}c_4 & 0 & \alpha_{2,12}c_5 & 0 & \alpha_{2,14}c_7 & 0 & 0 \\ \alpha_{31}c_1 & \alpha_{32}c_4 & 0 & \alpha_{34}c_5 & 0 & \alpha_{36}c_7 & 0 & c_9 & 0 & \alpha_{3,10}c_4 & 0 & \alpha_{3,12}c_5 & 0 & \alpha_{3,14}c_7 & 0 & 0 \\ \alpha_{41}c_1 & \alpha_{42}c_4 & 0 & \alpha_{44}c_5 & 0 & \alpha_{46}c_7 & 0 & c_9 & 0 & \alpha_{4,10}c_4 & 0 & \alpha_{4,12}c_5 & 0 & \alpha_{4,14}c_7 & 0 & 0 \\ \alpha_{51}c_2 & 0 & \alpha_{53}c_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{57}c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{61}c_2 & 0 & \alpha_{63}c_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{67}c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{71}c_2 & 0 & \alpha_{73}c_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{77}c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{81}c_2 & 0 & \alpha_{83}c_2 & 0 & 0 & 0 & \alpha_{87}c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{91}c_3 & 0 & \alpha_{93}c_3 & 0 & \alpha_{95}c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{10,1}c_3 & 0 & \alpha_{10,3}c_3 & 0 & \alpha_{10,5}c_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c_1 = \lambda/2bh \quad c_2 = \lambda_l/2bh \quad c_3 = \lambda_d/2bh \quad c_4 = 1/bh \quad c_5 = 1/2h \quad c_6 = \lambda_d/2h \quad c_7 = 1/2b \quad c_8 = \lambda_l/2b \quad c_9 = -1/4$$

表-B.1 変換マトリックス中の係数

係数 \ Type	1	2	3	4
α_{11}	0	-1	1	0
α_{21}	0	1	-1	0
α_{31}	-1	0	0	1
α_{41}	1	0	0	-1
α_{51}	1	1	-1	-1
α_{61}	-1	-1	1	1
α_{71}	1	1	-1	-1
α_{81}	-1	-1	1	1
α_{91}	1	-1	1	-1
$\alpha_{10,1}$	-1	1	-1	1

係数 \ Type	1	2	3	4
α_{12}	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
α_{22}	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
α_{32}	$\frac{1}{2}$	1	0	$\frac{1}{2}$
α_{42}	$-\frac{1}{2}$	-1	0	$-\frac{1}{2}$

係数 \ Type	1	2	3	4
α_{14}	1	0	1	0
α_{24}	1	0	1	0
α_{34}	0	-1	0	-1
α_{44}	0	-1	0	-1

係数 \ Type	1	2	3	4
$\alpha_{1,10}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1
$\alpha_{2,10}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
$\alpha_{3,10}$	$-\frac{1}{2}$	0	-1	$-\frac{1}{2}$
$\alpha_{4,10}$	$\frac{1}{2}$	0	1	$\frac{1}{2}$

係数 \ Type	1	2	3	4
$\alpha_{1,12}$	0	-1	0	-1
$\alpha_{2,12}$	0	-1	0	-1
$\alpha_{3,12}$	1	0	1	0
$\alpha_{4,12}$	1	0	1	0

係数 \ Type	1	2	3	4
$\alpha_{1,14}$	0	0	-1	-1
$\alpha_{2,14}$	0	0	1	1
$\alpha_{3,14}$	0	0	1	1
$\alpha_{4,14}$	0	0	-1	-1

係数 \ Type	1	2	3	4
α_{53}	1	1	-1	-1
α_{63}	-1	-1	1	1
α_{73}	1	1	-1	-1
α_{83}	-1	-1	1	1
α_{93}	-1	1	-1	1
$\alpha_{10,3}$	1	-1	1	-1

係数 \ Type	1	2	3	4
α_{57}	1	1	-1	-1
α_{67}	-1	-1	1	1
α_{77}	-1	-1	1	1
α_{87}	1	1	-1	-1

係数 \ Type	1	2	3	4
α_{95}	-1	1	-1	1
$\alpha_{10,5}$	-1	1	-1	1

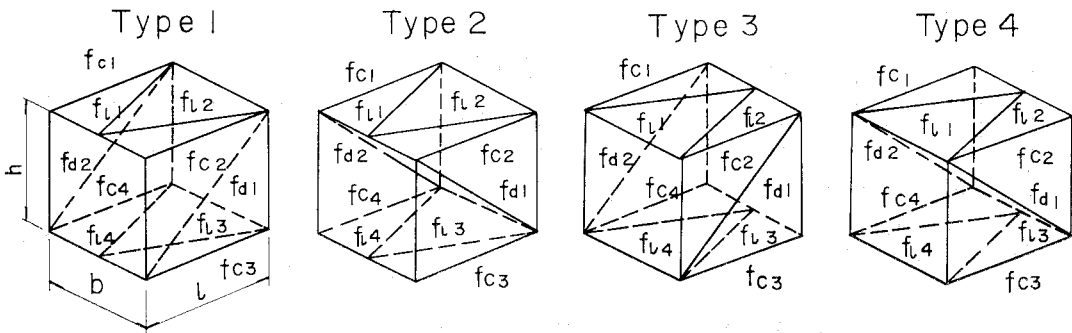


図-B.1 トラスの部材力

〔付録 C〕 記 号

A_c, A_d, A_h, A_v, A_b : トラス部材断面積
 $[a], [b], [a_t]$: 自由度力の座標変換マトリックス
 a_w : 一般化されたそり剛性
 b : 主構幅
 $\{D\}, \{D^m\}, \{D_t^m\}, \{D^g\}, \{D_t^g\}$: 一般化変位ベクトル
 $\{d\}, \{d^m\}, \{d_t^m\}, \{d^g\}, \{d_t^g\}$: 自由度変位ベクトル
 E_s, G_s : 鋼の縦弾性係数, せん断弾性係数
 $\{F\}, \{F^m\}, \{F_t^m\}, \{F^g\}, \{F_t^g\}$: 一般化力ベクトル
 $F_1(D_1)$: ねじりモーメント (ねじり角)
 $F_2(D_2)$: バイモーメント (一般化そり)
 $F_3(D_3)$: ずれモーメント (一般化ずれ角)
 $F_4(D_4)$: 鉛直曲げモーメント (鉛直回転角)
 $F_5(D_5)$: 鉛直せん断力 (鉛直変位)
 $F_6(D_6)$: 水平曲げモーメント (水平回転角)
 $F_7(D_7)$: 水平せん断力 (水平変位)
 $F_8(D_8)$: 軸方向力 (軸方向変位)
 $\{f\}, \{f^m\}, \{f_t^m\}, \{f^g\}, \{f_t^g\}$: 自由度力ベクトル
 $\{f_{tr}\}$: トラスの部材力ベクトル
 $G_s J$: St. Venant のねじり剛性
 h : 主構高
 $[K_t^m], [K_\theta^t]$: 一般化力系剛性マトリックス
 $[k_t^m], [k_t^g]$: 自由度力系剛性マトリックス
 $[k_{tr}]$: トラス部材力変換マトリックス
 l : 剛性方程式を考える格間長
 $\{P\}, \{Q\}$: 薄肉はり面外, 面内方向一般化力ベクトル
 $\{dP\}$: 外力ベクトル
 $[R^m], [R^g]$: 一般化力系対傾構ずればねマトリックス
 $[r^m], [r^g]$: 自由度力系対傾構ずればねマトリックス

$\{S\}, \{U\}$: 薄肉はり面内, 面外方向一般化変位ベクトル

s : 薄肉はりの面内変位

$[T_1], [T_2], [T_{1t}], [T_{2t}]$: 自由度力 (変位) と一般化力 (変位) の変換マトリックス

$[T_D], [T_F]$: 一般化変位, 力の座標変換マトリックス

t_h, t_d : 主構, 横構換算板厚

u, v : 薄肉はりの面内変位

$(x, y, z), (x^m, y^m, z^m), (x^g, y^g, z^g)$: 直交座標系

α : 折角

Γ_B : 対傾構のずれ剛性 (1面当り)

λ : トラスのパネル間隔

ξ : 薄板の面内辺方向変位

下つき添字 a, b : 部材端を区別する記号

上つき添字 g : 全体座標系を示す。

上つき添字 m : 部材座標系を示す。

下つき添字 t : 要素が 16 または 16×16 からなることを示す。

参 考 文 献

- 1) 林 毅編: 軽構造の理論とその応用 上, 日科技連, 1966.
- 2) 藤井郁夫・倉方慶夫: 箱型トラスのねじり解析について, I-29, 第 26 回土木学会年次学術講演会概要集, 1971.
- 3) 小松定夫・西村宜男: 薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析, 土木学会論文報告集, 第 238 号, 1975.
- 4) Vlasov V.Z., 奥村敏恵ほか共訳: 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, 1967.
- 5) 奥村敏恵・坂井藤一: 箱型ばりの断面変形と中間ダイアフラムの影響, 土木学会論文報告集, 第 190 号, 1971年.
- 6) 林有一郎・樋口康三・田中美宇: 薄肉梁理論によるトラスの立体解析法, I-21, 第 29 回土木学会年次学術講演会概要集, 1974.
- 7) 林有一郎・樋口康三: 薄肉箱型梁理論による折線トラス橋の解析, I-23, 第 30 回土木学会年次学術講演会概要集, 1975.

(1975.8.12・受付)