土木学会論文報告集
第 249 号・1976 年 5 月

道路網容量理論に関する一考察

SOME CONSIDERATIONS ABOUT ROAD NETWORK CAPACITY THEORY

西　村　　　昂*
By Takashi NISHIMURA

1. まえがき

道路網容量は，実用的に道路網がどれだけの交通処理能力をもつかを表わすもので，計画交通量に対して道路網容量が足りているかどうか，また不足する場合は道路網のどの部分を増強すればよいか，自動車からバス，鉄道に転換させて道路網容量の不足分を補うためにはどのトリップを転換させればよいか，また交通発生を抑制するにはどの部分の抑制を行えばよいか，建築容積計画を交通施設容量とバランスさせるためにはいかに指定すればよいか，環境面から許容できる環境道路網容量はどれくらいかなどの道路問題は基本的に道路網容量に基礎をおいて議論すべきものと考えられ，道路網容量の実用的意義は大きいといえよう．

道路網容量は，ある地域においてそこの道路網がその地域の交通需要に対してどれだけ多くの発生トリップをあるサービス水準で受け入れることが可能かを表わすのが望ましい．これは単路において交通量が増加するにしたがって走行速度が低下するという現象から単路の走行サービス水準と交通量（交通容量）の関係が設定されるのを，ネットワークにおける走行サービス水準と処理可能交通量（ネットワーク容量）の関係に拡張するものといえる．道路網容量はこのような考え方以外にも実用的に意義のある設定が可能と考えられる．これまでにもいくつかの計算理論が提案されているが，ここではこれらを参考とし 4 つの理論に分類し，その定式化および解法と道路網容量としての特徴を考察してみたい．

2. 道路網容量理論の分類

道路網容量を定義するための前提として道路網上を流れるフローの性質を設定しておく必要がある．フローは単種流（single commodity flow）と多種流（multi-commodity flow）に分けられるが，単種流に対しては固定したアーク容量をもつネットワークの最大フローとして設定されているが[1]，またこれ以外の考え方も可能であろうが，ここではこれ以上立ち入らないことにする．

道路網上のフローは一般に多種流で OD フローとして表現できるから，OD フローに対する道路網容量を考える必要がある．OD フローに対する固定したアーク容量をもつネットワークの最大フローをネットワーク容量として設定した研究が少なくないが，この中には OD フローを，固定した OD パターン（OD 構成率が一定）をもつフローに対する研究と[2)~4)]，発生可能な OD ペアのみを指定して OD 構成率は固定させないフローに対する研究[5)~7)]の 2 種類があるが，道路網容量は前者の固定した OD パターンをもつフローを対象に求めるべきであろう．その理由は，都市における自動車交通需要はどの OD ペアに対しても任意の量の需要が発生するわけではなく，土地利用と関連して OD パターンが形成されると考えられるからである．また時刻によっては通勤時の OD パターン，業務時の OD パターンと変動はするが，それぞれの時間帯に対してまた固定した OD パターンを考える必要があろう．したがって一般的に自動車交通を固定した OD パターンとして定まった形をもつフローと考えても実用上は支障がないであろう．長期的には土地利用，都市活動等の変化によって OD パターンは変化すると考えられるから，将来の道路計画問題に対しては計画時点に対応する OD パターンを予測してそれに基礎をおく必要があろうが，短期的には一定の OD パターンを示すものと考えて差し支えないであろう．したがって以下では固定した OD パターン（単位 OD 表）をもつフローに対する道路網容量を考える問題に限定することにする．

交差点の容量の処理法に関しては，交差点容量をその

* 正会員　工修　大阪市立大学助教授　工学部土木工学科

ままノード容量として扱う方法と，アークに変換するかあるいはアーク容量を交差点の信号現示時間比で修正した修正アーク容量を利用する方法などが行われているが，以下では簡単化のためノード容量は無視してアーク容量のみをもつネットワークを対象に考察を進めていきたい．

道路網容量に対する理論の第1は，これまで最も多くの研究が行われている[2)~4),8)]固定したアーク容量をもつネットワークに対する固定したODパターンをもつフローの最大値であり，これを略して固定アーク容量下での最大ODフローとよぶことにしたい．

第2の考え方は，アーク容量のみでなくその他の制約条件をも課したときの最大ODフローとして定式化するもので[9)]，その他の制約条件にはたとえば総走行距離，総エネルギー消費量，駐車そのほかの交通規制などが考えられる．総走行距離を制約条件に入れる場合は，走行距離と自動車排出ガス量の間に一定の関係があるとすると，総排出ガス量を規制した場合の最大フローとなり，環境面を考慮した道路網の容量いわゆる環境容量を考える場合の基礎理論の1つとなるであろう．すなわち実際的な影響の大きな条件を加味した容量ということができよう．

第3の考え方は，走行に対して一定のサービス水準の提供できる最大ODフローで，交通量が増加し，走行速度が低下し，渋滞にいたる以前の一定水準のサービス（走行速度）の提供が可能な所を容量とするもので，単路の交通容量に対する考え方と類似している．単路における場合は地点におけるサービスを考慮するのに対して，ネットワークの場合はOD間の平均サービス水準あるいは全交通量に対する平均サービス水準として考慮できる点が相違している．

第4の考え方は，ネットワークの利用効率が最大となるフロー量と定式化するもので，それ以下のフローではネットワークを十分に使い切っていなく（フローが増大すれば全体の利益も増大し），それ以上のフローとなると混雑のために損失が大となる（フローの増大による利利益の増分以上に費用がかかる状態となる）．

以下ではこれらの容量理論をさらに検討してみたい．

3. 問題の定式化と数値計算例

ここでは前述の4つの理論について問題の定式化と解法および簡単な数値計算例を示しその特徴を考察してみたい．まず共通の記号について説明しておく．

ネットワーク $G(N, A)$ はノードの集合 N とアークの集合 A よりなり，N は $1, 2, \cdots, n$ の n 個のノードよりなり，A は $1, 2, \cdots, a$ の a 個の有向アークよりなる．またアークは隣接ノードの対 kl によっても表わすことがある．各アークには固定した容量 c が存在するかあるいはアークの走行速度がフローの関数として表わされるかあるいはその両方の性質を同時にそなえているものとする．ノード容量に関しては無視しておく．

ネットワーク上を流れるフローは(1)に示す固定したODパターン（単位OD表）をもつものとする．ただし p_{ij} はノード i からノード j にいたるフローの全発生フローに対する割合を示し，これが一定であるとする．

$$\boldsymbol{P}=\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12}\cdots p_{1n} \\ p_{21} & p_{22}\cdots p_{2n} \\ \cdots & \cdots\cdots \\ p_{n1} & p_{n2}\cdots p_{nn} \end{pmatrix}=\text{const.} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\sum_i \sum_j p_{ij}=1$$

ODフロー $\boldsymbol{F}=\{f_{ij}\}$ は $\boldsymbol{P}$ に全発生交通量 T をかけた(2)で表わされる．

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{F}&=T\cdot\boldsymbol{P} \\ f_{ij}&=T\cdot p_{ij} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) 固定アーク容量下での最大ODフロー

この問題は固定したアーク容量をもつネットワーク上を固定したODパターンをもつフローの流れ得る最大値を求める問題として定式化できる．実際にも流れる物理的限界を与えるもので，現実の交通流ではこのような極限的な流れ方はしないだろうと考えられるので実際計算では，交差点容量制約，迂回路制約，交通量と走行速度の関係（混雑現象）なども考慮すべきであろう．またアーク容量に環境交通容量（沿道環境の面から許容される交通量）を与えるとネットワークの環境容量が求められることになる．

この問題に対しては，いくつかの研究がみられるが[2)~4),8)]，三好・山村[3)]による線形計画問題としての定式化が代表的な問題の記述となっており，次のように書ける．

a) 線形計画としての定式化

目的関数 z を最大化する問題として，次の制約条件下で解く．

$$z=\sum_i \sum_j f_{ij}=T \to \max \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

制約条件

(i) ODパターン

$$p_{ij}=\frac{f_{ij}}{T}=\text{const.} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(ii) フローの保存性

ODフロー f_{ij} のうちアーク ky を通るフローを $x_{ij}{}^{ky}$ で表わすと，

$$\left.\begin{aligned}\sum_y x_{ij}{}^{ky}-\sum_y x_{ij}{}^{yk}&=f_{ij}, &&(k=i \text{ の時})\\ &=-f_{ij}, &&(k=j \text{ の時})\\ &=0, &&(k \neq i,\ j \text{ の時})\end{aligned}\right\} \cdots\cdots(5)$$

(iii) アーク容量

アーク kl の容量を c_{kl} で表わすと,

$$\sum_i \sum_j x_{ij}{}^{kl} \leqq c_{kl} \cdots\cdots(6)$$

(iv) フローの非負性

$$x_{ij}{}^{kl} \geqq 0.\ i,\ j \in N,\ kl \in A \cdots\cdots(7)$$

この LP 問題は, OD ペアの数を $n\times n$ とすると, 変数の数が $n\times n\times a$, 制約条件式の数は (i) が $n\times n$, (ii) が $n\times n\times n$, (iii) が a, (iv) は変数の数に等しくなりかなり大きな問題となる.

b) カット法

ネットワークのすべてのカットの集合を $\boldsymbol{K}$ とする. 任意のカット K_k によりネットワークは2分され N は N_1, N_2 の排他的部分集合に分割されるとすると, カット K_k の容量 $c_k(N_1, N_2)$ は,

$$c_k(N_1, N_2)=\sum_{k\in N_1}\sum_{l\in N_2} c_{kl} \cdots\cdots(8)$$

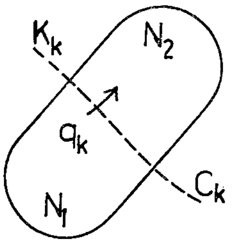
またカット K_k を通過するフロー $q_k(N_1, N_2)$ は

$$q_k(N_1, N_2)=\sum_{i\in N_1}\sum_{j\in N_2} p_{ij} \cdots\cdots(9)$$

で表わされる (図—1 参照).

したがってカット K_k の断面においては, フロー q_k に対して容量が c_k であるから次式で求められるフロー T_k を受け入れることができる.

$$T_k(N_1,N_2)=c_k(N_1, N_2)/q_k(N_1, N_2),\quad K_k \in \boldsymbol{K} \cdots\cdots(10)$$



図—1 カット K_k

ネットワーク全体としてはこれの最小値で制約されるから, 次の式 (11) の T が理論的上限値を与えることになる.

$$T=\min\{T_k(N_1, N_2)\},\quad K_k \in \boldsymbol{K} \cdots\cdots(11)$$

いま T を与えるカットを K_m とし, K_m の容量を c_m, K_m を通過するフローを q_m とすると

$$T=T_m=c_m/q_m \cdots\cdots(12)$$

が成り立つが, これより T を流す場合は c_m は q_m のみに専用され他のフローの入る余地はない. したがって c_m を構成するすべてのアークを q_m のための専用アークと名づける. この時 K_m 以外のすべてのカットにおいて, そのカット容量から q_m 専用アークが含まれている場合はその容量を差し引いた残りの容量を c' とし, そのカットの通過フローから q_m を構成するフローが含まれている場合にそれを差し引いた残りのフローを q' とすると, q' に対して c' の容量となるからこの断面での q' に対する受け入れ可能なフローの水準 T' は次式で求められる.

$$T_k'=c_k'/q_k',\ T'=\min\{T_k'\} \cdots\cdots(13)$$

T' が T より大であれば T は実行可能といえるが, $T' < T$ であれば T は実行不可能となるのは明らかである. この場合は T を低減させ, q_m に専用させた容量の一部をさくことにより $T=T'$ となる新しい均衡点に達するまで最大フローは低下することとなる (後述の計算例参照).

この解法はネットワークを2分するすべてのカットをとり上げるため, ぼう大な数のカットを対象としなければならない.

c) フロー配分による解法

前述の方法はネットワークの規模が大きくなると飛躍的に計算量が増大し, 計算不可能となるなど実用的に問題があるため, 大きなネットワークにも適用できる近似計算法が必要とされる. このような計算法にネットワーク上のフローシミュレーションにより, 与えられた OD フローの流し得る限界を求めようとする方法があり, フローの配分に基礎をおいている. 理論的な厳密解は現実には達成されることは期待されなく, 現実のフローをうまくシミュレートできればこのような近似解法も実用的には十分利用できるものと考えられる.

これまでにこのような解法として2種類の方法が考案されている[2),4),9)]. 1つは OD パターンをベースとした固定アーク容量に対するフロー配分により, アーク容量に等しくなる (飽和する) 最小のフローを求める演算を繰り返し, 飽和したアークがカットを構成するまでフローを増大させる方法であり[2),9)], いま1つは一定の OD パターンをもつ一定の実交通量を IA 法 (incremental assignment method) によって配分する方法であり, ルート選択は容量関数によって交通量と関連させて決定することができ, この計算を容量に達したアークがカットを構成するまで行い, その時点までの合計配分量が流し得た最大交通量であり, これをネットワーク容量とする方法である[4)]. どちらの計算方法も計算途中の混雑状況を観察できるので, カットが発生する以前でもアークの飽和状況からネットワーク容量に達したと判断して計算を打切ることができる.

(2) アーク容量およびその他の制約下での最大 OD フロー

この考え方は, 物理的には流し得ても現実的な大きな制約条件によってネットワークの利用が抑制される場合のネットワーク容量を求めようとするものである. 現実に起り得るきびしい制約条件の一例として, 自動車交通

に伴う公害による環境保全の立場からの許容排出汚染物質量，あるいはこれと比例関係にあるといえる総走行距離（走行台キロ）などが現実に環境基準より試算され総量規制案として発表されるにいたっている[11]．

このほかにも総エネルギー消費量制約，広域的駐車規制等によってもネットワーク容量は規定され得ると考えられる．

ここで走行台キロ制約下での問題定式化を考えてみよう．許容される総走行台キロを L とすると，アーク kl の長さを d_{kl} とするとき，総走行台キロは

$$\sum_{kl} d_{kl}\{\sum_i \sum_j x_{ij}{}^{kl}\} \leqq L \quad \cdots\cdots(14)$$

を満たさなければならない．したがって (1) a) で述べた LP 定式化に走行台キロ制約を加えた問題となる．すなわち，式 (4),(5),(6),(7),(14) を制約条件として式 (3) の目的関数最大化の問題として定式化できる[10]．式 (14) は1式であるから LP 問題としての規模は (1) a) の問題とほぼ同じである．

この問題に対してフロー配分による解法も可能である[10]．これはフロー配分の過程で流し得たフローに対する走行台キロの計算を並行させて行い，ネットワーク切断（カットの発生）か走行台キロ制約のどちらか早い終了条件に達するまで繰り返す方法である．また飯田の方法[4]を拡張して，多段階配分過程にカット発生あるいは走行台キロ制約のどちらかによる終了条件に達すると終了するように修正を加える方法でも実行可能となる．このときの配分原則としては最短時間経路によるものが考えられるが，排出汚染物質量が最小となるいわゆる最小排出量配分が実用的に可能となれば，これによって理論的な限界容量を知ることができよう．

(3) 一定サービス下での最大 OD フロー

この考え方は，アーク容量として固定した値を設定しにくいとする立場から，アークの走行条件は交通量によって変化すると考え，これを走行時間関数（あるいは走行速度関数，容量関数など）で表わし，ネットワークの交通量に対する平均的サービス指標が一定水準以下に低下しない最大 OD 交通量を求めようとするものである．

平均サービス指標としては平均走行速度をとり，これの実用的な最低水準を設定することができれば，問題の定式化ができる．すなわち対象とするフローに対する平均サービス，したがってこの場合は平均走行速度を一定値 v 以上に保つことのできる全フロー量の限界を求める問題となる．

いま単位距離当りの走行所要時間 t が交通量の1次関数で表わされるとすると

$$t=ax+b \quad a>0,\ b>0 \quad \cdots\cdots(15)$$

ネットワーク全体の平均速度があらかじめ設定された v 以上であるためには

$$\sum_{kl}\{d_{kl}\cdot\sum_i \sum_j x_{ij}{}^{kl}\}$$
$$\geqq v\cdot\sum_{kl}\{t_{kl}\cdot d_{kl}\cdot\sum_i\sum_j x_{ij}{}^{kl}\}$$
$$=v\cdot\sum_{kl}\{(a_{kl}\sum_i\sum_j x_{ij}{}^{kl}+b_{kl})\cdot d_{kl}\cdot\sum_i\sum_j x_{ij}{}^{kl}\} \quad \cdots\cdots(16)$$

なる非線形の制約条件を満たさなければならないこととなる．すなわち式 (4),(5),(6),(7),(16) なる制約条件下で式 (3) の目的関数を最大化するフローを求める問題となる．制約条件式 (16) は2次式であるが，アーク別の関数の線形結合形をなしているからこれを折れ線による線形近似を行い線形計画問題に変換して近似的に解くことができる．

式 (16) は (16)′ と変形できるから

$$\sum\{vadx^2+(vbd-d)x\}\leqq 0 \quad \cdots\cdots(16)'$$
$$x=\sum_i\sum_j x_{ij}{}^{kl}$$

式 (16)′ のアーク別の各項を $f(x)$ とおくと，すなわち，

$$f(x)=vadx^2+(vbd-d)x \quad \cdots\cdots(17)$$

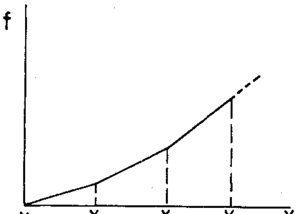
$f(x)$ は2次曲線となるが，これを図—2 のように折線で近似する．パラメーター ω を導入すると

$$x=\omega_0x_0+\omega_1x_1+\omega_2x_2+\cdots \quad \cdots\cdots(18)$$
$$f(x)=\omega_0f(x_0)+\omega_1f(x_1)+\omega_2f(x_2)+\cdots \quad \cdots\cdots(19)$$
$$\omega_0+\omega_1+\omega_2+\cdots=1 \quad \cdots\cdots(20)$$
$$\omega_0\geqq 0,\ \omega_1\geqq 0,\ \omega_2\geqq 0, \cdots \quad \cdots\cdots(21)$$

ω は同時には隣り合った2つ以下しか正値をとることができない．式 (16)′ は次のように書き直すことにより

$$f_1(x)+f_2(x)+f_3(x)+\cdots\leqq 0 \quad \cdots\cdots(22)$$

式 (18)～(22) により線形化が行われる[12]．f の添字はアーク番号に対応する．



図—2 折れ線近似

この問題はフロー配分シミュレーションによっても解くことができる．一定交通量の段階的配分を繰り返し，走行時間関数により，走行時間を配分交通量で各段階ごとに修正し，同時に走行台キロ，台時を求めておけば，これらより全交通量に対する平均走行速度を求めることができるから，これを指定された平均速度 v と比較し，

これに達するまでフロー配分を続ければよい．この方法は大きなネットワークに対しても比較的簡単に行うことができる．

以上の問題は平均速度が v 以下にならないという制約条件を入れたものであり，部分的には v 以下となるアークが出現しても平均では v 以下とならないようにしているが，すべてのアークにおいて v 以下とならないようにする問題はさらに簡単となり，固定アーク容量問題と同じとなる．式 (17) よりすべてのアークに対して $f(x)\leqq 0$ が成り立てばよいから，$x\geqq 0$ より

$$x\leqq(1-vb)/va \quad\cdots\cdots(23)$$

したがって，式 (4),(5),(6),(7),(23) の条件下で式 (3) を最大化させる問題となる．

(4) 利用効率最大となる OD フロー

道路網の利用効率最大化の理論の背景は次のように説明される．トリップ発生に伴ってある利益関数にしたがった利益が発生し，一方ネットワークの利用に伴って費用関数にしたがった走行費用が発生すると考えられる．このとき，利用者全体にもたらされる純利益 B はその差で表わされるから

$$B=\sum_i\sum_j r(x_{ij})-\sum_{kl} c_{kl}(x) \quad\cdots\cdots(24)$$

ここに $r(x_{ij})$ はフロー x_{ij} に対する利益関数，$c_{kl}(x)$ はアーク kl の走行費用関数を表わす．費用関数を走行時間と時間費用 α(円/分) の積で表わせば

$$\begin{aligned}c_{kl}(x)&=\alpha\cdot d_{kl}\cdot t_{kl}(x)\cdot x\\&=\alpha\cdot d_{kl}\{a_{kl}x+b_{kl}\}x\\&=\alpha\cdot d_{kl}a_{kl}x^2+\alpha d_{kl}b_{kl}x \quad\cdots\cdots(25)\end{aligned}$$

と2次式となり，式 (24) は一般に非線形関数となる．この純便益 B を最大とする交通量水準を道路網容量と考えようとするもので，それ以下でも，それ以上でも道路網の利用効率は悪いことになる．利益関数の設定が可能であれば，問題は制約条件式 (4),(5),(6),(7) の下で目的関数式 (24) を最大化する非線形計画問題となるが，利益関数が交通量と無関係あるいは交通量の1次関数として設定できれば，式 (24) は交通量の2次関数となり2次計画問題となる．

目的関数 B のヘッセ行列 (Hessian) $H(x)$ は

$$H(x)=\left\{\frac{\partial^2 B}{\partial x_i\partial x_j}\right\}=-2\,\alpha d(a_i+a_j)<0$$

となるから，関数 B は凹関数であるから最大値が存在する．解法としては2次計画法に対する Wolfe の解法が適用できる[12),13)]．

しかし，ここでは式 (24)，(25) を次のように書きかえてみよう．

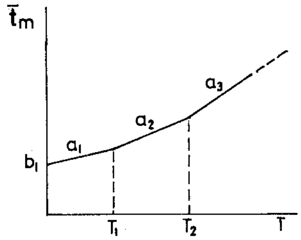
$$B=T\{r-\alpha\bar{t}_m\} \quad\cdots\cdots(26)$$

ただし，$\bar{t}_m$ は全トリップに対する平均走行時間関数，$\bar{t}_m$ は全発生トリップ T の関数であるが，シミュレーションによって近似的に T と $\bar{t}_m$ の関係を求めるとする．$\bar{t}_m$ は一般に T に対して凸関数となるので，これを折れ線近似 (piece-wise linear approximation) すると，目的関数 B は1変数 T のみの関数となり求解が容易となる．

いま $\bar{t}_m$ を図—3 のような折れ線で表わすと

$$\begin{aligned}\bar{t}_m&=a_1T+b_1,\quad 0\leqq T\leqq T_1\\&=a_2T+b_2,\quad T_1\leqq T\leqq T_2\\&\cdots\cdots\\&=a_iT+b_i,\quad T_{i-1}\leqq T\leqq T_i \quad\cdots\cdots(27)\end{aligned}$$

目的関数 B は次のように表わされる．



図—3 平均走行時間

$$\begin{aligned}B&=T\{r-\alpha\bar{t}_m\}\\&=T\{r-\alpha(a_iT+b_i)\}\\&=-\alpha a_iT^2+(r-\alpha b_i)T,\quad T_{i-1}\leqq T\leqq T_i \quad\cdots\cdots(28)\end{aligned}$$

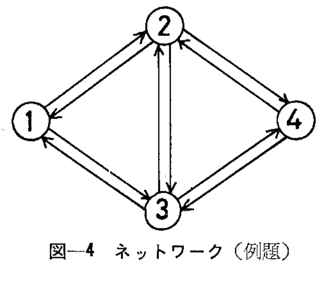
B は凹関数であるから

$$\frac{dB}{dT}=-2\,\alpha a_iT+(r-\alpha b_i)=0 \quad\cdots\cdots(29)$$

より，a, b が定義されている T の範囲とを組み合わせることにより B を最大にする T を求めることができる．この最大値は，r,α によって変化し，式 (29) からもわかるように r が大きくなると増大し，α が大きくなると減少する．

(5) 数値計算例

ここでは簡単なネットワークで上述の4つの容量理論に対する計算例を示してみよう．単純な例であり実際的なネットワークにおける理論の相違を十分に反映し得ないおそれがあるが，計算方法，理論の特徴を理解するうえには多少とも参考となると思われる．

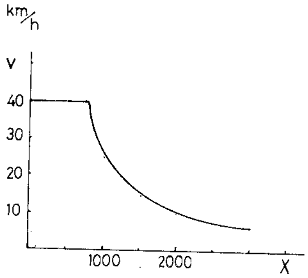


図—4 ネットワーク (例題)

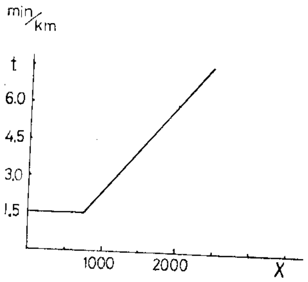
図—4 に示すネットワーク上を図—5 に示す OD パターンをもつフローが流れるとする．ネットワークのアークは 2 000 台/時の固定容量をもち，あるいは図—6 (a), (b) に示すような走行速度関数および走行時間関数をもつものとする．

O＼D	1	2	3	4
1	0	0	0	0.5
2	0	0	0.3	0
3	0	0.1	0	0
4	0.1	0	0	0

図—5 OD パターン



図—6 (a) 走行速度関数



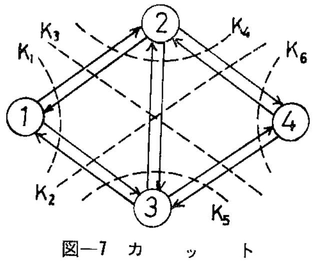
図—6 (b) 走行時間関数

a) 計算例 1

ここでは固定アーク容量下の最大 OD フローをカット法で求めてみよう．図—4 のネットワークは図—7 に示す 12 のカット（方向別に考えて）をもつ．各カットについて式（8），（9）による容量と通過フローを求め，式 (10) の T_k を求めると，その最小値，式 (11) の T は，

$$T=T_2=6\,000/0.8=7\,500\ 台/時$$

となる．式 (13) の T' は 40 000 となり，T は実行可能である．



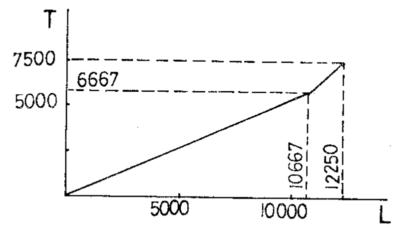
図—7 カット

b) 計算例 2

ここではアーク容量およびその他の制約として総走行台キロが制約された場合の最大 OD フローを求めてみよう．アーク長をすべて 1 km とし，ルート配分法[9]によって最短時間経路に配分し，アークを飽和させる最小の T_i を求める．$T_1=6\,667$ 台/時に対してアーク (2,3) が飽和する．T_1 が流れた時の他アークの残余容量に対して同様の計算を繰り返すと，第 2 回目の配分で，$T_2=833$ 台/時のとき，アーク (1,3)，(2,4) が同時に飽和し，最小カット（上記 3 本のアークによって）が発生する．T_1 に対する平均走行距離は 1.6 km，T_2 に対しては 1.9 km となるから，

$$T=L/1.6,\ (L\leq 10\,667\ 台キロ)$$
$$T=6\,667+(L-10\,667)/1.9,$$
$$(10\,667<L\leq 12\,250)$$

となり，総走行台キロ制約 L と T の関係を図—8 のように表すことができる．



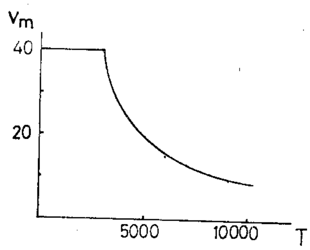
図—8 L と T の関係

c) 計算例 3

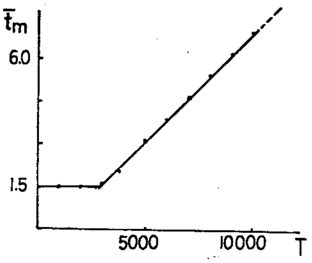
ここでは図—6 (b) の走行時間関数を前提として，一定の平均走行速度が保てる最大 OD フローを求めてみよう．IA 法によって $T=1\,000$ 台/時ずつ最短時間経路に配分し，走行台キロ，走行台分，平均速度 v_m を求める．また配分後，走行速度を図—6 (b) によって修正する．以上の計算を繰り返すと T と v_m の関係が得られるから，これを図示すると図—9 のようになる．$T=7\,500$ 台/時では $v_m\fallingdotseq 12$ km/時となる．

d) 計算例 4

ここでは図—9 より 1 km 当りの平均走行時間 $\bar{t}_m$ (分/km) と T の関係を求め，これを図—10 のように表わ



図—9 T と v_m の関係



図—10　T と $\bar{t}_m$ の関係

し式 (26) による解法を述べよう．図—10 を折れ線で近似し，式 (27) に相当する式を作成すると次のようになる．

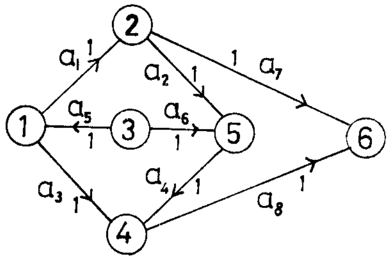
$\bar{t}_m=1.5\ (0\leqq T\leqq T_1)$

$\bar{t}_m=0.00075\,T-0.75\ (T_1\leqq T)$

T_1 は約 3 000 台/時 弱の値をとる．これより式 (29) によって，α と r を設定すれば B を最大とする T が求められる．

e) 計算例 5

ここでは計算例 1 と同じ目的の固定アーク容量下の最大 OD フロー問題で，式 (11) の T がそのままでは実行不可能な例を示してみよう．図—11 において OD パターンは，ノード 1 からノード 5 へ 2/7，ノード 2 から 4 へ 1/7，ノード 3 から 6 へ 4/7 と 3 種のフローからなる単位 OD 表で表わされるとする．この例は文献 6) で T.C. Hu が紹介している例の一部をかえたものである．

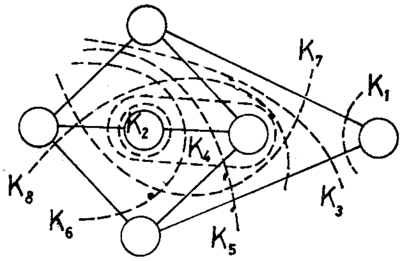


図—11　ネットワーク例 (数字は容量)

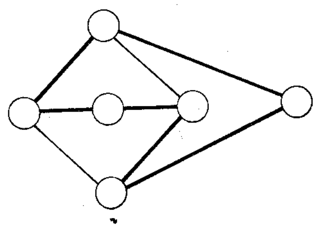
このネットワークに対しては 19 個のカットが存在し，このうち図—12 (a) に示す 8 つのカットで T の最小値 7/2 が得られる．しかしこれは実行可能ではない．$T=7/2$ のとき，カット K_1, K_2, K_3, K_4 より図—12 (b) に示す太線のアークがフロー (3-6) に対して飽和し，その結果フロー (1-5)，(2-4) が流せなくなることになる．フロー(1-5)，(2-4) を流すためには T を低減してアーク a_1, a_4 に余裕を持たせなければならない．アーク a_1, a_3, a_5 よりなるカットにおいて，a_3 はフロー (1-5) に利用できないから除いて考えれば，a_1 においてフロー (1-5) を受け入れ可能とするためには

$$T'=\frac{2}{3}T=\frac{7}{3}$$

とすれば，フロー (1-5)，(2-4) もともに受け入れら



図—12 (a)　最 小 カ ッ ト



図—12 (b)　フロー (3-6) のみで飽和するアーク

れ，T' は実行可能となる．

しかしこの問題に関してはカット K_5, K_6, K_7, K_8 に関する各アークの利用可能性，有効性の面からアークを再検討することにより上と同じ結果 (7/3) を式 (11) の T として求めることもできる．

4. 考察とまとめ

道路網容量という場合には，物理的限界容量がはっきりとして理解しやすいが，道路は社会的，経済的な環境の中で評価される必要があると思われる．すなわち各種制約下でどれ位の交通処理能力があるかあるいはどれ位の交通処理をすればよいのかという観点からの問題設定も必要となる．

問題を考える場合に交通流の特性を考慮することが基本的に重要であるが，OD パターン，フロー需要の時刻変動，フロー量とサービス水準の関数，フローに伴う費用，便益，期待されるサービス水準などがネットワークの容量決定に関係する要因として指摘できよう．

ここでは道路網容量を設定するために現実的な制約を加味した 4 つの観点から最適計画問題としての定式化を示した．

第 1 は，固定したアーク容量を設定した場合の最大フローで，サービス水準との関係で種々のアーク容量が設定可能であり，また物理的限界を示す容量もこの問題として求めることができる．したがってこのような設定による道路網容量が一般に最も大きな値を示すことになる．

第 2 は固定アーク容量のほかにも制約条件が加わる場合の容量で，社会的，経済的な制約条件下で許容される

あるいは実行可能な最大フローという意味をもち，一般に第1で示した容量より小さくなる．

第3は一定サービスの提供という条件を満たすことのできる限界の容量を表わし，指定するサービス水準により容量は変動する．アーク別にサービス水準を指定する場合はそれを固定アーク容量として換算すれば第1の問題となるが，平均サービス水準の指定に対しては別の問題となる．この容量は第1，第2の容量との大小関係は一般に定まらず，サービスの質によって変化する．

第4はトリップ発生に伴う便益が与えられ，一方トリップの走行に伴う費用が定義されると，いかなる交通量水準の時に（便益—費用）いわゆる超過便益が最大となるかを求め，経済効率的な側面から道路網容量を求めようとするアプローチである．便益が大きければ多少混雑しても道路網はさらに利用されるが，便益が小さければ道路網容量(利用水準)は低い所にとどまることになる．

ここでは各理論の単純な定式化の一例を示したが，実際問題では，制約条件，目的関数に別の要因を当てる方が適切な場合があると考えられる．

これらの理論に関する厳密な解法はぼう大な計算量によって実際には実行困難であるから，それぞれに近似計算法が必要となる．近似計算法はネットワーク上のフローシミュレーションによるものが利用でき，実際問題に適用可能といえる．

これらの容量理論は問題ごとに適当なものを利用すればよいといえるが，一般に1つの理論だけで十分と考えるよりも多角的な見方がより有効となると考えられるので，いくつかの理論を併用することが実用的にも意義があるといえよう．

参考文献

1) L.R. Ford and D.R. Fulkerson : Flows in Networks, Princeton Univ. Press, 1962.
2) 西村 昂：道路網の最大フローの存在範囲について，第23回土木学会年次学術講演会概要，第4部，1968.
3) 三好逸二・山村信吾：道路網における最大総トリップ数について，第23回土木学会年次学術講演会概要，第4部，1968.
4) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法，土木学会論文報告集，No. 205, 1972.
5) L.R. Ford and D.R. Fulkerson : A Suggested Computation for Maximal Multi-Commodity Network Flows, Management Sci. 5 pp. 97～101, 1958.
6) T.C. Hu : Multi-Commodity Network Flows, Journal of Operations Research Soc. of America, 11 pp. 344～360, 1963.
7) J.A. Tomlin : Minimun-Cost Multicommodity Network Flows, Journal of Operations Research Soc. of America, 14 pp. 45～51, 1966.
8) 井上博司：道路網の容量について，土木学会関西支部年次学術講演会概要，1974.
9) 西村 昂：ルート配分法による最大 OD フロー問題へのアプローチ，土木学会論文報告集，No. 242, 1975.
10) 西村 昂：道路網の環境交通容量に関する一考察，第29回土木学会年次学術講演会概要，第4部，1974.
11) 大阪府環境管理計画案，1973.
12) 竹内 啓：非線形計画法，白日社，1972.
13) 米谷栄二・飯田恭敬・辻本有一：2次計画法による交通量配分，土木学会論文報告集，No. 167, 1969.

（1975.10.17・受付）